PRACTICA: Diseño en parcelas divididas (Split plot)

Fuentes de variacion y grados de libertad.

Caso cuando los factores A y B son fijos, con niveles "a" y "b" respectivamente con "r" repeticiones, entonces la distribución de los grados de libertad y las relaciones del Fc para las pruebas respectivas, estιn dadas segµn el diseño:

Caso 1. DCA.

Fuentes	Gl	Relación de Fc
A	a-1	CM(A)/CM(error(a))
Error(a)	a(r-1)	
B	b-1	CM(B)/CM(error(b))
AB	(a-1)(b-1)	CM(AB)/CM(error(b))
Error(b)	a(r-1)(b-1)	

Caso 2. DBCA.

Fuentes	Gl	Relaciλn de Fc
Bloques	r-1	CM(Bloques)/CM(error(a))
A	a-1	CM(A)/CM(error(a))
Error(a)	(a-1)(r-1)	
B	b-1	CM(B)/CM(error(b))
AB	(a-1)(b-1)	CM(AB)/CM(error(b))
Error(b)	a(r-1)(b-1)	

Caso 3. DCL, nµmero de niveles de A igual al nµmero de filas y columnas

Fuentes	Gl	Relaciλn de Fc
Filas	r-1	CM(Filas)/CM(error(a))
Columnas	r-1	CM(Columnas)/CM(error(a))
A	r-1	CM(A)/CM(error(a))
Error(a)	(r-1)(r-2)	
B	b-1	CM(B)/CM(error(b))
AB	(r-1)(b-1)	CM(AB)/CM(error(b))
Error(b)	r(r-1)(b-1)	

En el caso de factores en el que hay fijo y el azar, determinar las relaciones de Fc, mediante los esperados cuadrados medios en la misma forma que en los experimentos con factoriales.

ERRORES ESTANDAR PARA COMPARACION DE PROMEDIOS

Diferencias entre :	Ejemplo	LSD: S_d	HSD = Tukey: $S_{\bar{x}}$
Dos medias en A	$\overline{Y}_{1..} - \overline{Y}_{2..}$	$\sqrt{\frac{2Ea}{rb}}$	$\sqrt{\frac{Ea}{rb}}$
Dos medias en B	$\overline{Y}_{.1.} - \overline{Y}_{.2.}$	$\sqrt{\frac{2Eb}{ra}}$	$\sqrt{\frac{Eb}{ra}}$
Dos medias en B al mismo nivel de A	$\overline{Y}_{11.} - \overline{Y}_{12.}$	$\sqrt{\frac{2Eb}{r}}$	$\sqrt{\frac{Eb}{r}}$
Dos medias en A al mismo nivel de B	$\overline{Y}_{11.} - \overline{Y}_{21.}$	$\sqrt{\frac{2(b-1)Eb+2Ea}{rb}}$	$\sqrt{\frac{(b-1)Eb+Ea}{rb}}$

Las comparaciones de dos medias de un factor al mismo nivel de otro factor, solo se realiza cuando la interacción AB es significativa, caso contrario, las comparaciones se realizan independientemente, es decir como en los dos primeros casos del cuadro las medias del factor A independiente de B y viceversa.

DCA CON PARCELAS DIVIDIDAS

EJEMPLO. Considere el siguiente caso: factor A con 2 niveles, factor B con 3 niveles aplicado con 4 repeticiones, A fijo en parcelas y B fijo en subparcelas.

Segµn el enunciado, son 2x4=8 parcelas y 8x3=24 subparcelas. Total de observaciones = 24

A1				A2			
b1	b2	b3		b1	b2	b3	
11	16	19	46	18	23	12	53
10	18	20	48	16	24	13	53
15	16	21	52	17	23	11	51
14	18	21	53	19	23	10	52

totales de la combianción AB

	b1	b2	b3	Yi..
A1	50	68	81	199
A2	70	93	46	209
Y.j.	120	161	127	408

Solución:

$$TC = \frac{408^2}{24} = 6936$$

$$SC(total) = 11^2 + 16^2 + ... + 10^2 - 6936 = 436$$

$$SC(A) = \frac{199^2 + 209^2}{12} - 6936 = 4.1666$$

$$SC(parcelas) = \frac{46^2 + 18^2 + ... + 52^2}{3} - 6936 = 16$$

$$SC(error(a)) = SC(parcelas) - SC(A) = 16 - 4.1666 = 11.8334$$

$$SC(B) = \frac{120^2 + 161^2 + 127^2}{8} - 6936 = 120.25$$

$$SC(combiando\ AB) = \frac{50^2 + 68^2 + 81^2 + 70^2 + 93^2 + 46^2}{4} - 6936 = 401.5$$

$$SC(AB) = SC(combinado\ AB) - SC(A) - SC(B) = 277.0834$$

$$SC(error(b))=SC(total) - SC(parcelas) - SC(B) - SC(AB) = 22.6666$$

Fuentes	Gl	SC()	CM()	Fc	
A	1	4.1666	4.1666	2.11	
Error(a)	6	11.8333	1.9722		
Parcelas	7	16.0000			
B	2	120.2500	60.1250	31.83	
A*B	2	277.0833	138.5416	73.35	**
Error(b)	12	22.6666	1.8888		
Subparcelas	23	436.0000			

El efecto de la interacción AB es altamente significativa, se procede al análisis de efectos simples.

Prueba de Tukey para los niveles de B

La desviación estándar de promedio $S_{\bar{x}}$

$S_{\bar{x}}$ = sqrt(1.8888/4) = 0.6871

Gl del error = 12

Los valores críticos (valor de la tabla x desviación estándar)

para p=2 HSD = 3.08 (0.6871) = 2.1162
     p=3 HSD = 3.77 (0.6871) = 2.2193

Comparación de los niveles de B en A1

Promedios de los niveles de B:

b1 = 12.50
b2 = 17.00
b3 = 20.25

Resulta: todos los niveles de B en A1 son estadкsticamente diferentes, el nivel b3 muestra un resultado mıs elevado que b2 y b1

b3 > b2 > b1

Comparación de los niveles de B en A2

Promedios de los niveles de B

b3 = 11.50
b1 = 17.50
b2 = 23.25

Resulta: todos los niveles de B son diferentes   b2 > b1 > b3

Prueba de Tukey para los niveles de A en B, el error estándar es:

$S_{\bar{x}}$=sqrt[((3-1)1.8888 + 1.9722)/(4(3))] = 0.6922066

Gl del error(a) = 6
Gl del error(b) = 12

En la tabla de Tukey, se buscan los valores tabulares, con los grados de libertad de cada error y los valores de "p" correspondientes.

Gl.	Nivel α	2	3	4
6	0.05	3.46	4.34	4.90
	0.01	5.24	6.33	7.03
12	0.05	3.08	3.77	4.20
	0.01	4.32	5.04	5.50

Como se tiene diferentes grados de libertad, El valor AES(D) se obtiene como un promedio de los valores AES(Tukey) con 6 Gl y AES(Tukey) con 12 Gl, como se indica:

$$\text{AES(Tukey)} = \frac{\text{(b-1) Eb AES(Tukey,12) + Ea AES(Tukey,6)}}{\text{(b-1) Eb + Ea}}$$

Para α=0.05 y p=2

$$AES(Tukey) = \frac{(3-1)(1.8888)(3.08) + (1.9722)(3.46)}{(3-1)1.8888 + (1.9722)} = 3.210341$$

Completando la tabla de AES(Tukey)

Nivel ω	2	3
0.05	3.2103	3.9655
0.01	4.6355	5.4825

Finalmente se determinan lo valores críticos (valor de la tabla x desviacón estındar) que deben sirven de comparación de la diferencias de medias.

Nivel α	2	3
0.05	2.2222	2.7449
0.01	3.2087	3.7950

Comparación de los niveles de A en B

Promedios de los niveles de A:

	b1	b2	b3
A1 =	12.50	17.00	20.25
A2 =	17.50	23.25	11.50
Diferencia Absoluta	5	6.5	9.5

p=2 en todos los casos, los valores críticos son: 2.2222 y 3.2087; para los niveles 0.05 y 0.01. La comparación es la diferencia absoluta con los valores críticos; en todos resulta altamente significativos. Segµn los promedios, el nivel de A2 es superior al nivel A1, sólo en los caso que esta presente b1 ó b2; caso contrario ocurre cuando esta presente el nivel b3

Ejercicio. Los resultados de un experimento completo al azar en parcelas divididas con A(2 niveles) en Parcela y B(3 niveles) en subparcela fueron:

Datos experimentales:

	b1	b2	b3
A1	4	1	9
	5	3	10
	2	2	15
A2	6	10	2
	4	14	1
	3	12	1

a) Realizar el análisis de variancia.
b) Realizar las pruebas de comparación de promedios mediante la

La minima diferencia significativa (LSD)

Resultados:

a)

Fuentes	Gl	SC()	CM()	Fc
A	1	0.22	0.22	0.14
Error(a)	4	6.22	1.55	
Tot.Parcelas	5	6.24	1.24	
B	2	29.77	14.88	3.46
A*B	2	300.45	150.22	34.88 **
Error(b)	8	34.45	4.30	
Tot.Subparc.	17	371.11		

CV(b) = 35.93%

Los resultados indican que la interacción entre el factor A y B es altamente significativa.

b) Segµn los resultados, se debe realizar la comparación de promedios de un factor a un mismo nivel del otro factor (efectos simples):

B(A) y A(B)

Tabla de promedios

	b1	b2	b3
A1	3.66	2	8.5
A2	4.33	12	1.33

Comparación B(A)

Error estándar de promedio = 1.6931

Gl Error(b) = 8
t(0.05,8) = 2.306

LSD(student) = 2.306(1.6931) = 3.9042

Este valor crítico sirve de comparación a los promedios de los niveles de B en A1 y en A2

En A1

b2	2	|
b1	3.66	|
b3	8.5	

En A2

b3	1.33	|
b1	4.33	|
b2	12	

Comparación A(B)

Error estındar = $\sqrt{\dfrac{2(b-1)Eb+2Ea}{rb}} = \sqrt{\dfrac{2(3-1)4.30 + 2(1.55)}{3(3)}} = 1.5018$

Gl error(a) = 4
Gl error(b) = 8

Como son dos errores, se obtiene un valor de ta y de tb y de ambos un valor t', que es un promedio ponderado.

ta(0.05, 4) = 2.776
tb(0.05, 8) = 2.306

$$t' = \frac{(b-1)\ Eb\ tb + Ea\ ta}{(b-1)\ Eb + Ea}$$

Resulta t' = 2.3777

Los valores crκticos (valor de la tabla x desviaciλn estındar)

DLS(student) = 2.3777(1.6931) = 4.02568

Este valor crítico sirve de comparación a los promedios de los niveles de A en b1 , b2 y en b3

En b1 : $|3.66 - 4.33| =$ 0.67; A1 y A2 no es significativa la diferencia

En b2 : $|2.00 - 12.0| =$ 10. ; A1 y A2 son diferentes.

En b3 : $|8.50 - 1.33| =$ 7.17; A1 y A2 son diferentes.

PARCELAS DIVIDIDAS EN DBCA

I

A2			A1		
b2	b3	b1	b2	b1	b3

II

A2			A1		
b2	b3	b1	b2	b1	b3

III

A1			A2		
b3	b2	b1	b2	b3	b1

Suponga que los resultados en cada subparcela son los siguientes:

I					
21	14	25	13	10	18

II					
24	15	26	15	12	20

III					
21	16	14	23	16	27

Estos datos, resultados de campo, son ordenados y presentados en una tabla resumen para facilitar el calculo de las sumas de cuadrados para el anılisis estadistico:

	A1				A2				
	b1	b2	b3		b1	b2	b3		
I	10	13	18	41	25	21	14	60	101
II	12	15	20	47	26	24	15	65	112
III	14	16	21	51	27	23	16	66	117
		139				191			330

TC = $330^2/18$ = 6050

$$SC(Parcelas) = \frac{41^2 + 60^2 + ... + 66^2}{3} - TC = 174$$

$$SC(Bloques) = \frac{101^2 + 112^2 + 117^2}{6} - TC = 22.33$$

$$SC(A) = \frac{139^2 + 191^2}{9} - TC = 150.22$$

SC(Error(A)) = 174 - 150.22 - 22.33 = 1.45

SC(Subparcelas) = $10^2 + 13^2 + ... + 16^2$ - TC = 458

Para la suma de cuadrados de B y la interacción AB, es conveniente construir un cuadro de totales de la combinacion AB.

	b1	b2	b3	
A1	36	44	59	139
A2	78	68	45	191
	114	112	104	330

$$SC(B) = \frac{114^2 + 112^2 + 104^2}{6} - TC = 9.33$$

$$SC(\text{Combinado } AB) = \frac{36^2 + 44^2 + ... + 45^2}{3} - TC = 432$$

SC(AB) = 432 - 150.22 - 9.33 = 272.45
SC(Error(b)) = 458 - 174 - 9.33 - 272.45 = 2.22

Fuentes	Gl	SC()	CM()	Fc
Bloques	2	22.33	11.16	15.50
A	1	150.22	150.22	208.63
Error(a)	2	1.44	0.72	
Tot.Parcelas	5	174.00	35.80	
B	2	9.33	4.66	16.64
A*B	2	272.44	136.22	486.50 **
Error(b)	8	2.22	0.28	
Tot.Subparc.	17	458.00		

Ejercicio. Hallar el coeficiente de variaciλn del experimento, las pruebas de comparación de promedios mediante las pruebas de DLS y de DUNCAN.

Datos y los modelos para usar con el programa R.

Los casos desarrollados, para los diseños DCA y DBCA son procesados por la computadora mediante el programa R. En cada caso, compare los resultados y hacer los análisis complementarios para tener un diagnostico completo.

Caso 1. DCA : model1 <- aov(PESO ~ A + Error(REP%in%A) + B + A:B, datos)

```
REP  A B PESO
 1   1  1  11
 2   1  1  10
 3   1  1  15
 4   1  1  14
 1   1  2  16
 2   1  2  18
 3   1  2  16
 4   1  2  18
 1   1  3  19
 2   1  3  20
 3   1  3  21
 4   1  3  21
 1   2  1  18
```

```
 2  2  1  16
 3  2  1  17
 4  2  1  19
 1  2  2  23
 2  2  2  24
 3  2  2  23
 4  2  2  23
 1  2  3  12
 2  2  3  13
 3  2  3  11
 4  2  3  10
```

```
Caso 2. DCA model2 <- aov(PROD ~ A + Error(REP%in%A) + B + A:B, datos)
```

```
REP A B PROD
 1  1  1  4
 2  1  1  5
 3  1  1  2
 1  1  2  1
 2  1  2  3
 3  1  2  2
 1  1  3  9
 2  1  3  10
 3  1  3  15
 1  2  1  6
 2  2  1  4
 3  2  1  3
 1  2  2  10
 2  2  2  14
 3  2  2  12
 1  2  3  2
 2  2  3  1
 3  2  3  1
```

```
CASO 3. DBCA model3 <- aov(V ~ Bloque + A + Error(Bloque:A) + B + A:B, datos)
```

```
Bloque A B V
 1  1  1  10
 2  1  1  12
 3  1  1  14
 1  1  2  13
 2  1  2  15
 3  1  2  16
 1  1  3  18
 2  1  3  20
 3  1  3  21
 1  2  1  25
 2  2  1  26
 3  2  1  27
 1  2  2  21
 2  2  2  24
 3  2  2  23
 1  2  3  14
 2  2  3  15
 3  2  3  16
```

```
En todos los casos usar summary() de model 1, 2 o 3 para los ANVAS.
```