

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN 1



BÀI TẬP
KỸ THUẬT LẬP TRÌNH HƯỚNG ĐỐI TƯỢNG
Học phần tốt nghiệp CNPM 1

Biên soạn: TS. NGUYỄN DUY PHƯƠNG

ThS. NGUYỄN MẠNH SƠN

HÀ NỘI 2020

MỤC LỤC

MỤC LỤC	2
LỜI NÓI ĐẦU	3
CHƯƠNG 1. KỸ THUẬT LẬP TRÌNH VỚI NGÔN NGỮ JAVA.....	4
1.1. Bài tập lập trình Java cơ bản	4
1.2. Bài tập về Mảng và Xâu ký tự.....	8
1.3 Bài tập cơ bản áp dụng Java Collection	13
CHƯƠNG 2. LÝ THUYẾT TỔ HỢP	16
2.1. Bài tập về Bài toán đếm.....	16
2.2. Bài tập về Bài toán liệt kê.....	20
2.3. Bài tập về Bài toán tối ưu	23
CHƯƠNG 3. CÁC MÔ HÌNH THUẬT TOÁN CƠ BẢN	29
3.1. Bài tập về Thuật toán Tham lam	29
3.2. Bài tập về Thuật toán Chia và trị	34
3.3. Bài tập về Thuật toán Quy hoạch động	37
3.4. Bài tập về Thuật toán Sắp xếp và tìm kiếm.....	40
CHƯƠNG 4. LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ	46
4.1. Bài tập về Duyệt đồ thị.....	46
4.2. Bài tập về đồ thị EULER và đồ thị HAMILTON	53
4.3. Bài tập về đồ thị trọng số.....	55
CHƯƠNG 5. CÁC CẤU TRÚC DỮ LIỆU CƠ BẢN	64
5.1. Bài tập về Ngăn xếp.....	64
5.2. Bài tập về Hàng đợi	69
5.3. Bài tập về Cây nhị phân.....	77
TÀI LIỆU THAM KHẢO	85

LỜI NÓI ĐẦU

Môn học Kỹ thuật lập trình Hướng đối tượng là môn học Thay thế tốt nghiệp 1 dành cho sinh viên năm cuối chuyên ngành Công nghệ phần mềm. Kiến thức và kỹ năng yêu cầu cho môn học này là sự tổng hợp kiến thức của các môn học:

- Lập trình hướng đối tượng với ngôn ngữ Java
- Toán rời rạc 1 và Toán rời rạc 2
- Cấu trúc dữ liệu và giải thuật

Theo đề cương môn học, sinh viên cần ôn tập kiến thức và giải quyết được các bài tập lập trình cơ bản và lập trình thuật toán với ngôn ngữ lập trình Java. Cuốn bài tập này sẽ giúp sinh viên hệ thống kiến thức theo từng mảng và giải các bài tập theo thứ tự từ dễ đến khó để quá trình luyện tập kỹ năng được thuận lợi hơn.

Các bài tập trong tài liệu này được trình bày bao gồm:

- Tên bài
- Mô tả đề bài
- Các ràng buộc với dữ liệu vào và kết quả
- Test ví dụ để hiểu đề

Tất cả các bài tập đều đã được đưa lên cổng thực hành trực tuyến của Khoa CNTT1. Trên cổng thực hành đã có các thảo luận và gợi ý cho từng bài. Bộ dữ liệu để chấm trên cổng thực hành đã được sinh cho phù hợp với các đặc trưng của ngôn ngữ Java và khuyến khích sinh viên sử dụng thư viện Java Collection.

Tác giả sẽ tiếp tục bổ sung các bài tập và trình bày các hướng dẫn giải trong các phiên bản tiếp theo. Rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô và các em sinh viên.

Hà Nội, tháng 12 năm 2020

CHƯƠNG 1. KỸ THUẬT LẬP TRÌNH VỚI NGÔN NGỮ JAVA

1.1. Bài tập lập trình Java cơ bản

BÀI 1. ƯỚC SỐ CHUNG LỚN NHẤT VÀ BỘI SỐ CHUNG NHỎ NHẤT

Viết chương trình tìm ước số chung lớn nhất và bội số chung nhỏ nhất của hai số nguyên dương a,b.

Dữ liệu vào: Dòng đầu ghi số bộ test. Mỗi bộ test ghi trên một dòng 2 số nguyên a và b không quá 9 chữ số.

Kết quả: Mỗi bộ test ghi trên 1 dòng, lần lượt là USCLN, sau đó đến BSCNN.

Ví dụ:

Input	Output
2	2 204
12 34	2 3503326
1234 5678	

BÀI 2. BẮT ĐẦU VÀ KẾT THÚC

Viết chương trình kiểm tra một số nguyên dương bất kỳ (2 chữ số trở lên, không quá 9 chữ số) có chữ số bắt đầu và kết thúc bằng nhau hay không.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên ghi số bộ test. Mỗi bộ test viết trên một dòng số nguyên dương tương ứng cần kiểm tra.

Kết quả: Mỗi bộ test viết ra YES hoặc NO, tương ứng với bộ dữ liệu vào

Ví dụ:

Input	Output
2	YES
12451	NO
1000012	

BÀI 3. PHÉP CỘNG

Cho một phép toán có dạng $a + b = c$ với a,b,c chỉ là các số nguyên dương có một chữ số. Hãy kiểm tra xem phép toán đó có đúng hay không.

Dữ liệu vào: Chỉ có một dòng ghi ra phép toán (gồm đúng 9 ký tự)

Kết quả: Ghi ra YES nếu phép toán đó đúng. Ghi ra NO nếu sai.

Ví dụ:

Test 1	Test 2
Input 1 + 2 = 3	Input 2 + 2 = 5
Output YES	Output NO

BÀI 4. CHIA HẾT CHO 2

Cho số nguyên dương N.

Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định xem có bao nhiêu ước số của N chia hết cho 2?

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 100$). Mỗi bộ test gồm một số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^9$)

Kết quả: Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	0
9	3
8	

BÀI 5. ƯỚC SỐ NGUYÊN TỐ LỚN NHẤT

Cho số nguyên dương N. Hãy đưa ra ước số nguyên tố lớn nhất của N.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào T bộ test. Mỗi bộ test ghi số nguyên dương N.
- T, N thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $2 \leq N \leq 10^{10}$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input:	Output:
2	7
315	31
31	

BÀI 6. KIỂM TRA SỐ FIBONACCI

Cho số nguyên dương n . Hãy kiểm tra xem n có phải là số trong dãy Fibonacci hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số nguyên dương n .
- T, n thỏa mãn ràng buộc : $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq n \leq 10^{18}$.

Output:

- Đưa ra “YES” hoặc “NO” tương ứng với n là số Fibonacci hoặc không phải số Fibonacci của mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	YES
8	NO
15	

BÀI 7. LIỆT KÊ VÀ ĐẾM

Cho một dãy các số nguyên dương không quá 9 chữ số, mỗi số cách nhau vài khoảng trống, có thể xuống dòng. Hãy tìm các số không giảm (các chữ số theo thứ tự từ trái qua phải tạo thành dãy không giảm) và đếm số lần xuất hiện của các số đó.

Dữ liệu vào: Gồm các số nguyên dương không quá 9 chữ số. Không quá 100000 số.

Kết quả Ghi ra các số không giảm kèm theo số lần xuất hiện. Các số được liệt kê theo thứ tự sắp xếp số lần xuất hiện giảm dần. Các số có số lần xuất hiện bằng nhau thì số nào xuất hiện trước in ra trước.

Ví dụ:

Input	Output
123 321 23456 123 123 23456	123 5
3523 123 321 4567 8988 78 7654	23456 2
9899 3456 123 678 999 78 3456	78 2
987654321 4546 63543 4656 13432	4567 1
4563 123471 659837 454945 34355	3456 1
9087 9977 98534 3456 23134	678 1
	999 1

BÀI 8. SỐ TĂNG GIẢM

Một số được gọi là số tăng giảm nếu số đó có các chữ số thỏa mãn hoặc tăng dần, hoặc giảm dần từ trái qua phải. Hãy đếm các số nguyên tố là số tăng giảm với **số chữ số cho trước**.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên ghi số bộ test. Mỗi bộ test viết trên một dòng số chữ số tương ứng cần kiểm tra (lớn hơn 1 và nhỏ hơn 10)

Kết quả: Ghi ra số lượng các số thỏa mãn điều kiện.

Input	Output
2	20
2	50
4	

BÀI 9. PHÂN TÍCH THỪA SỐ NGUYÊN TỐ

Hãy phân tích một số nguyên dương thành tích các thừa số nguyên tố.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên ghi số bộ test. Mỗi bộ test viết trên một dòng số nguyên dương n không quá 9 chữ số.

Kết quả: Mỗi bộ test viết ra thứ tự bộ test, sau đó lần lượt là các số nguyên tố khác nhau có trong tích, với mỗi số viết thêm số lượng số đó. Xem ví dụ để hiểu rõ hơn về cách viết kết quả. Ví dụ

Input	Output
3	Test 1: 2 (2) 3 (1) 5 (1)
60	Test 2: 2 (7)
128	Test 3: 2 (4) 5 (4)
10000	

BÀI 10. SỐ ĐẸP

Một số được coi là đẹp nếu nó có tính chất thuận nghịch và tổng chữ số chia hết cho 10. Bài toán đặt ra là cho trước số chữ số. Hãy đếm xem có bao nhiêu số đẹp với số chữ số như vậy.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên ghi số bộ test. Mỗi bộ test viết trên một dòng số chữ số tương ứng cần kiểm tra (lớn hơn 1 và nhỏ hơn 10).

Kết quả: Mỗi bộ test viết ra số lượng số đẹp tương ứng.

Input	Output
2	1
2	90
5	

BÀI 11. SỐ THUẬN NGUYÊN TỐ

Một số được coi là thuận nguyên tố nếu nó là số nguyên tố, tất cả các chữ số là nguyên tố và tổng chữ số của nó cũng là một số nguyên tố. Bài toán đặt ra là đếm xem trong một đoạn giữa hai số nguyên cho trước có bao nhiêu số thuận nguyên tố.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên ghi số bộ test. Mỗi bộ test viết trên một dòng hai số nguyên dương tương ứng, cách nhau một khoảng trống. Các số đều không vượt quá 9 chữ số.

Kết quả: Mỗi bộ test viết ra số lượng các số thuận nguyên tố tương ứng.

Ví dụ

Input	Output
2	1
23 199	15
2345 6789	

BÀI 12. GHÉP HÌNH

Cho ba hình chữ nhật. Các bạn được phép xoay hình nhưng không được phép xếp chồng lẫn lên nhau, hỏi 3 hình chữ nhật đó có thể ghép thành một hình vuông được hay không

Dữ liệu vào: Có ba dòng, mỗi dòng ghi hai số nguyên dương là chiều rộng và chiều cao của hình chữ nhật (các số đều không quá 100).

Kết quả: Ghi ra YES nếu có thể tạo thành hình vuông, NO nếu không thể.

Ví dụ:

Input	Output
8 2 1 6 7 6	YES

1.2. Bài tập về Mảng và Xâu ký tự

BÀI 1. MẢNG ĐỐI XỨNG

Nhập một dãy số nguyên có n phần tử (n không quá 100, các phần tử trong dãy không quá 10^9). Hãy viết chương trình kiểm tra xem dãy có phải đối xứng hay không. Nếu đúng in ra YES, nếu sai in ra NO.

Dữ liệu vào: Dòng đầu ghi số bộ test, mỗi bộ test gồm hai dòng. Dòng đầu là số phần tử của dãy, dòng sau ghi ra dãy đó, mỗi số cách nhau một khoảng trống.

Kết quả: Ghi ra YES hoặc NO trên một dòng.

Ví dụ

Input	Output
2	YES
4	NO
1 4 4 1	
5	
1 5 5 5 3	

BÀI 2. TÍCH MA TRẬN VỚI CHUYỂN VỊ CỦA NÓ

Cho ma trận A chỉ gồm các số nguyên dương cấp $N \times M$. Hãy viết chương trình tính tích của A với ma trận chuyển vị của A.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên ghi số bộ test. Với mỗi bộ test: Dòng đầu tiên ghi hai số n và m là bậc của ma trận a; n dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi m số của một dòng trong ma trận A.

Kết quả: Với mỗi bộ test ghi ra thứ tự bộ test, sau đó đến ma trận tích tương ứng, mỗi số cách nhau đúng một khoảng trống.

Ví dụ

Input	Output
1	Test 1:
2 2	5 11
1 2	11 25
3 4	

BÀI 3. SỐ TĂNG GIẢM

Một số được gọi là số tăng giảm nếu số đó có các chữ số thỏa mãn hoặc không giảm, hoặc không tăng từ trái qua phải. Hãy kiểm tra xem một số có phải số tăng giảm hay không.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên ghi số bộ test. Mỗi bộ test viết trên một dòng một số nguyên dương cần kiểm tra, không quá 500 chữ số.

Kết quả: Mỗi bộ test viết ra chữ YES nếu đó đúng là số tăng giảm, chữ NO nếu ngược lại.

Input	Output
3	YES
2345566777777777777788888888888899999999	YES
987777777777777777777777765544222222111111111000	NO
43435312432543657657658769898097876465465687987	

BÀI 4. CHÈN MẢNG

Nhập 2 mảng (a, N) và (b, M) và số nguyên p ($0 \leq p < M \leq N < 100$). Hãy chèn mảng b vào vị trí p của mảng a.

Input: Dòng đầu ghi số bộ test, mỗi bộ test gồm 3 dòng: dòng đầu ghi 3 số N,M,p. Dòng thứ 2 ghi N số của mảng a. Dòng thứ 3 ghi M số của mảng b.

Output ghi ra thứ tự bộ test và dãy số sau khi chèn.

Ví dụ:

Input	Output
1	Test 1:
4 3 1	5 2 9 11 3 6 7
5 3 6 7	

BÀI 5. SỐ LA MÃ

Bảng chữ số La Mã bao gồm các chữ cái với ý nghĩa I=1; V=5; X=10; L=50; C=100; D=500; M=1000. Một số quy tắc viết các số La Mã như sau:

- Tính từ trái sang phải giá trị của các chữ số và nhóm chữ số giảm dần.
- I chỉ có thể đứng trước V hoặc X, X chỉ có thể đứng trước L hoặc C, C chỉ có thể đứng trước D hoặc M.
- Các chữ cái I, X, C, M, không được lặp lại quá ba lần liên tiếp; các chữ cái V, L, D không được lặp lại quá một lần liên tiếp.

Bài toán đặt ra là cho một xâu ký tự mô tả **đúng** một số La Mã. Hãy tính giá trị thập phân của số đó

Input: Dòng đầu ghi số bộ test. Mỗi bộ test ghi trên một dòng dãy ký tự số La Mã. Độ dài không quá 10 ký tự.

Output: Với mỗi bộ test ghi ra kết quả tương ứng

Ví dụ:

Input	Output
3	19
XIX	600
DC	400
CD	

BÀI 6. VÒNG TRÒN

Tí viết bảng chữ cái 2 lần lên trên một vòng tròn, mỗi ký tự xuất hiện đúng 2 lần. Sau đó nối lần lượt các ký tự giống nhau lại. Tổng cộng có 26 đoạn thẳng.

Hình vẽ quá chằng chịt, Tí muốn đố các bạn xem có tất cả bao nhiêu giao điểm?

Một giao điểm được tính khi hai đường thẳng của một cặp ký tự cắt nhau.

Input

Gồm một xâu có đúng 52 ký tự in hoa. Mỗi ký tự xuất hiện đúng 2 lần.

Output

In ra đáp án tìm được.

Ví dụ:

Input	Output
ABCCABDDEEFFGGHHIIJJKKLLMMNNOOPPQQRRSSTTUUVVWWXXYYZZ	1

--	--

Giải thích test: Chỉ có duy nhất cặp ký tự 'A', 'B' thỏa mãn.

BÀI 7. TÍNH TỔNG CÁC CHỮ SỐ

Cho xâu ký tự S bao gồm các ký tự 'A',..., 'Z' và các chữ số '0',..., '9'. Nhiệm vụ của bạn in các ký tự từ 'A',..., 'Z' trong S theo thứ tự từ điển và nối với tổng các chữ số trong S ở cuối cùng. Ví dụ S = "ACCBA10D2EW30" ta nhận được kết quả: "AABCCDEW6".

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào T bộ test. Mỗi bộ test là một xâu ký tự S.
- T, S thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{Length}(S) \leq 10^5$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input:	Output:
2	ABCEW5
AC2BEW3	AABCCDEW6
ACCBA10D2EW30	

BÀI 8. SỐ ĐẸP

Một số được coi là đẹp nếu đó là số thuận nghịch và chỉ toàn các chữ số chẵn. Viết chương trình đọc vào các số nguyên dương có không quá 500 chữ số và kiểm tra xem số đó có đẹp hay không.

Dữ liệu vào:

Dòng đầu tiên ghi số bộ test.

Mỗi bộ test viết trên một dòng số nguyên dương n không quá 500 chữ số.

Kết quả:

Mỗi bộ test viết ra trên một dòng chữ YES nếu đó là số đẹp, chữ NO nếu ngược lại

Ví dụ

Input	Output
4	NO
123456787654321	YES
86442824468	YES
8006000444422220000222244440006008	NO
235365789787654324567856578654356786556	

BÀI 9. CHUẨN HÓA XÂU HỌ TÊN

Một xâu họ tên được coi là viết chuẩn nếu chữ cái đầu tiên mỗi từ được viết hoa, các chữ cái khác viết thường. Các từ cách nhau đúng một dấu cách và không có khoảng trống thừa ở

đầu và cuối xâu. Hãy viết chương trình đưa các xâu họ tên về dạng chuẩn.

Dữ liệu vào :

Dòng 1 ghi số bộ test.

Mỗi bộ test ghi trên một dòng xâu ký tự họ tên, không quá 100 ký tự.

Kết quả :

Với mỗi bộ test ghi ra xâu ký tự họ tên đã chuẩn hóa.

Ví dụ:

Input	Output
3 nGuYEN vAN naM tRan TRUNG hIEU vO le hOA bINh	Nguyen Van Nam Tran Trung Hieu Vo Le Hoa Binh

BÀI 10 ĐỊA CHỈ EMAIL

Địa chỉ email của các cán bộ, giảng viên PTIT được tạo ra bằng cách viết đầy đủ tên và ghép với các chữ cái đầu của họ và tên đệm. Nếu có nhiều người cùng email thì từ người thứ 2 sẽ thêm số thứ tự vào email đó.

Cho trước các xâu họ tên (có thể không chuẩn). Hãy tạo ra các địa email tương ứng.

Dữ liệu vào:

- Dòng 1 ghi số N là xâu họ tên trong danh sách
- N dòng tiếp theo ghi lần lượt các xâu họ tên (không quá 50 ký tự)

Kết quả: Ghi ra các email được tạo ra.

Ví dụ:

Input	Output
4 nGUYEN quang vInH tRan thi THU huOnG nGO quOC VINH lE tuAn aNH	vinhnq@ptit.edu.vn huongttt@ptit.edu.vn vinhnq2@ptit.edu.vn anhlt@ptit.edu.vn

BÀI 11. RÚT GỌN XÂU KÝ TỰ

Cho một xâu S. Mỗi bước, bạn được phép xóa đi 2 ký tự liền nhau mà giống nhau. Chẳng hạn xâu “aabcc” có thể trở thành “bcc” hoặc “aab” sau 1 lần xóa.

Hỏi xâu cuối cùng thu được là gì? Nếu xâu rỗng, in ra “Empty String”.

Input:

Một xâu S chỉ gồm các chữ cái thường, có độ dài không vượt quá 100.

Output:

In ra đáp án tìm được.

Ví dụ:

Test 1	Test 2
Input: aaabccddd	Input: abba
Output: abd	Output: Empty String

1.3 Bài tập cơ bản áp dụng Java Collection

BÀI 1. ĐẾM CÁC SỐ NGUYÊN TỐ TRONG DÃY

Cho dãy số A có n phần tử chỉ bao gồm các số nguyên dương (không quá 10^5). Hãy xác định các số nguyên tố trong dãy và đếm xem mỗi số xuất hiện bao nhiêu lần.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên ghi số bộ test. Với mỗi bộ test: dòng đầu ghi số n (không quá 10); dòng tiếp theo ghi n số của dãy.

Kết quả: Với mỗi bộ test ghi ra thứ tự bộ test, sau đó lần lượt là các số nguyên tố trong dãy theo thứ tự từ nhỏ đến lớn và số lần xuất hiện của nó.

Ví dụ:

Input	Output
1	Test 1:
10	2 xuất hiện 3 lần
1 7 2 8 3 3 2 1 3 2	3 xuất hiện 3 lần
	7 xuất hiện 1 lần

BÀI 2. TRỘN HAI DÃY VÀ SẮP XẾP

Cho hai dãy số nguyên dương A và B không quá 100 phần tử, các giá trị trong dãy không quá 30000 và số phần tử của hai dãy bằng nhau. Hãy trộn hai dãy với nhau sao cho dãy A được đưa vào các vị trí có chỉ số chẵn, dãy B được đưa vào các vị trí có chỉ số lẻ. Đồng thời, dãy A được sắp xếp tăng dần, còn dãy B được sắp xếp giảm dần. (Chú ý: chỉ số tính từ 0)

Dữ liệu vào: Dòng 1 ghi số bộ test. Với mỗi bộ test: dòng đầu tiên ghi số n. Dòng tiếp theo ghi n số nguyên dương của dãy A. Dòng tiếp theo ghi n số nguyên dương của dãy B

Kết quả: Với mỗi bộ test, đưa ra thứ tự bộ test và dãy kết quả.

Ví dụ:

Input	Output
2	Test 1:
5	1 3 1 3 2 2 2 1 3 1
1 2 3 1 2	Test 2:
3 1 2 3 1	1 8 2 6 4 5 7 2
4	

4 2 7 1 5 6 2 8	
--------------------	--

BÀI 3. ĐẾM SỐ LẦN XUẤT HIỆN

Cho dãy số A có n phần tử chỉ bao gồm các số nguyên dương (không quá 10^5). Hãy đếm xem mỗi số xuất hiện bao nhiêu lần.

Dữ liệu vào: Dòng đầu tiên ghi số bộ test. Với mỗi bộ test: dòng đầu ghi số n (không quá 10); dòng tiếp theo ghi n số của dãy.

Kết quả: Với mỗi bộ test ghi ra thứ tự bộ test, sau đó lần lượt là các số nguyên tố trong dãy theo thứ tự xuất hiện trong dãy và số lần xuất hiện của nó.

Input	Output
1 10 1 7 2 8 3 3 2 1 3 2	Test 1: 1 xuất hiện 2 lần 7 xuất hiện 1 lần 2 xuất hiện 3 lần 8 xuất hiện 1 lần 3 xuất hiện 3 lần

BÀI 4. SẮP XẾP THEO SỐ LẦN XUẤT HIỆN

Cho dãy số A[] gồm có N phần tử. Nhiệm vụ của bạn là hãy sắp xếp dãy số này theo tần suất xuất hiện của chúng. Số nào có số lần xuất hiện lớn hơn in ra trước. Nếu có 2 số có số lần xuất hiện bằng nhau, số nào xuất hiện trong dãy A[] trước sẽ được in ra trước.

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$). Mỗi test gồm số nguyên N ($1 \leq N \leq 100\,000$), số lượng phần tử trong dãy số ban đầu. Dòng tiếp theo gồm N số nguyên A[i] ($-10^9 \leq A[i] \leq 10^9$).

Output: Với mỗi test, in ra trên một dòng là dãy số thu được sau khi thực hiện sắp xếp.

Ví dụ:

Input	Output
-------	--------

2	8 8 8 2 2 5 5 6
8	8 8 8 2 2 5 5 6 -1 9999999
2 5 2 8 5 6 8 8	
10	
2 5 2 6 -1 9999999 5 8 8 8	

BÀI 5. SỐ ĐẦU TIÊN BỊ LẶP

Cho dãy số $A[]$ gồm có N phần tử. Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm số xuất hiện nhiều hơn 1 lần trong dãy số và số thứ tự là nhỏ nhất.

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$). Mỗi test gồm số nguyên N ($1 \leq N \leq 100000$), số lượng phần tử trong dãy số ban đầu. Dòng tiếp theo gồm N số nguyên $A[i]$ ($0 \leq A[i] \leq 10^9$).

Output: Với mỗi test in ra đáp án của bài toán trên một dòng. Nếu không tìm được đáp án, in ra "NO".

Ví dụ:

Input	Output
2	5
7	NO
10 5 3 4 3 5 6	
4	
1 2 3 4	

Giải thích test 1: Cả 5 và 3 đều xuất hiện 2 lần, nhưng số 5 có số thứ tự nhỏ hơn.

CHƯƠNG 2. LÝ THUYẾT TỔ HỢP

2.1. Bài tập về Bài toán đếm

BÀI 1. TỔ HỢP $C(n, k)$

Cho 2 số nguyên n, k . Bạn hãy tính $C(n, k)$ modulo 10^9+7 .

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).
- Mỗi test gồm 2 số nguyên n, k ($1 \leq k \leq n \leq 1000$).

Output:

- Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	10
5 2	120
10 3	

BÀI 2. BẬC THANG

Một chiếc cầu thang có N bậc. Mỗi bước, bạn được phép bước lên trên tối đa K bước. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách bước để đi hết cầu thang? (Tổng số bước đúng bằng N).

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 100$).
- Mỗi test gồm hai số nguyên dương N và K ($1 \leq N \leq 100000, 1 \leq K \leq 100$).

Output:

- Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng theo modulo 10^9+7 .

Ví dụ:

Input	Output
2	2
2 2	5
4 2	

Giải thích test 1: Có 2 cách đó là (1, 1) và (2).

Giải thích test 2: 5 cách đó là: (1, 1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (2, 2).

BÀI 3. CATALAN NUMBER

Catalan Number là dãy số thỏa mãn biểu thức:

$$C_n = \begin{cases} 0 & \text{nếu } n = 0 \\ \sum_{i=0}^{n-1} C_i C_{n-i-1} & \text{nếu } n > 0 \end{cases}$$

Dưới đây là một số số Catalan với $n=0, 1, 2, \dots$: 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, ... Cho số tự nhiên N. Nhiệm vụ của bạn là đưa ra số Catalan thứ N.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số nguyên n.
- T, n thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq n \leq 100$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
3	42
5	14
4	1 6 7 9 6
10	

BÀI 4. TÍNH P(N,K)

$P(n, k)$ là số phép biểu diễn các tập con có thứ tự gồm k phần tử của tập gồm n phần tử. Số $P(n, k)$ được định nghĩa theo công thức sau:

$$P(n, k) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } k > n \\ \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \dots (n-k+1) & \text{nếu } k \leq n \end{cases}$$

Cho số hai số n, k. Hãy tìm $P(n, k)$ theo modulo 10^9+7 .

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một cặp số n, k được viết trên một dòng.
- T, n, k thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq n, k \leq 1000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	20
5 2	12
4 2	

BÀI 5. TỔNG CÁC XÂU CON

Cho số nguyên dương N được biểu diễn như một chuỗi ký tự số. Nhiệm vụ của bạn là tìm tổng của tất cả các số tạo bởi các chuỗi con của N. Ví dụ $N="1234"$ ta có kết quả là $1670 = 1 + 2 + 3 + 4 + 12 + 23 + 34 + 123 + 234 + 1234$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số N.
- T, N thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^{12}$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1670
1 2 3 4	491
4 2 1	

BÀI 6. TỔNG BẰNG K

Cho một mảng A[] gồm N số nguyên và số K. Tính số cách lấy tổng các phần tử của A[] để bằng K. Phép lấy lặp các phần tử hoặc sắp đặt lại các phần tử được chấp thuận. Ví dụ với mảng A[] = {1, 5, 6}, K = 7 ta có 6 cách sau:

7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 (lặp số 1 7 lần)

7 = 1 + 1 + 5 (lặp số 1)

7 = 1 + 5 + 1 (lặp và sắp đặt lại số 1)

7 = 1 + 6

7 = 6 + 1

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào N và K; dòng tiếp theo đưa vào N số của mảng A[]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, K, A[i] thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 1000$; $1 \leq A[i] \leq 100$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng. Khi kết quả quá lớn đưa ra kết quả dưới dạng modulo với 10^9+7 .

Ví dụ:

Input	Output
2	6
3 7	150
1 5 6	
4 14	
12 3 1 9	

BÀI 7. CON ẾCH

Một con ếch có thể nhảy 1, 2, 3 bước để có thể lên đến một đỉnh cần đến. Hãy đếm số các cách con ếch có thể nhảy đến đỉnh.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là số n là số bước con éch có thể lên được đỉnh.
- T, n thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq n \leq 50$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1
1	1 3
5	

BÀI 8. GIẢI MÃ

Một bản tin M đã mã hóa bí mật thành các con số theo ánh xạ như sau: 'A' → 1, 'B' → 2, ..., 'Z' → 26. Hãy cho biết có bao nhiêu cách khác nhau để giải mã bản tin M. Ví dụ với bản mã M="123" nó có thể được giải mã thành ABC (1 2 3), LC (12 3), AW(1 23).

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một xâu ký tự số M.
- T, M thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(M) \leq 40$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	3
1 2 3	2
2 5 6 3	

BÀI 9. TỔNG BÌNH PHƯƠNG

Mọi số nguyên dương N đều có thể phân tích thành tổng các bình phương của các số nhỏ hơn N. Ví dụ số $100 = 10^2$ hoặc $100 = 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2$. Cho số nguyên dương N. Nhiệm vụ của bạn là tìm số lượng ít nhất các số nhỏ hơn N mà có tổng bình phương bằng N.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi test là một số tự nhiên N được viết trên 1 dòng.
- T, N thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
3	1
100	3
6	1
25	

2.2. Bài tập về Bài toán liệt kê

BÀI 1. XÂU NHỊ PHÂN KẾ TIẾP

Cho xâu nhị phân $X[]$, nhiệm vụ của bạn là hãy đưa ra xâu nhị phân tiếp theo của $X[]$. Ví dụ $X[] = "010101"$ thì xâu nhị phân tiếp theo của $X[]$ là $"010110"$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một xâu nhị phân X .
- $T, X[]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(X) \leq 10^3$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	010110
010101	000000
111111	

BÀI 2. TẬP CON KẾ TIẾP

Cho hai số N, K và một tập con K phần tử $X[] = (X_1, X_2, \dots, X_K)$ của $1, 2, \dots, N$. Nhiệm vụ của bạn là hãy đưa ra tập con K phần tử tiếp theo của $X[]$. Ví dụ $N=5, K=3, X[] = \{2, 3, 4\}$ thì tập con tiếp theo của $X[]$ là $\{2, 3, 5\}$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất là hai số N và K ; dòng tiếp theo đưa vào K phần tử của $X[]$ là một tập con K phần tử của $1, 2, \dots, N$.
- $T, K, N, X[]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq K \leq N \leq 10^3$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
-------	--------

2					2	3	4
5	3				1	2	3
1	4	5					
5	3						
3	4	5					

BÀI 3. HOÁN VỊ KẾ TIẾP

Cho số tự nhiên N và một hoán vị $X[]$ của $1, 2, \dots, N$. Nhiệm vụ của bạn là đưa ra hoán vị tiếp theo của $X[]$. Ví dụ $N=5$, $X[] = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ thì hoán vị tiếp theo của $X[]$ là $\{1, 2, 3, 5, 4\}$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất là số N ; dòng tiếp theo đưa vào hoán vị $X[]$ của $1, 2, \dots, N$.
- $T, N, X[]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	1 2 3 5 4
5	1 2 3 4 5
1 2 3 4 5	
5	
5 4 3 2 1	

BÀI 4. SINH TỔ HỢP

Cho hai số nguyên dương N và K . Nhiệm vụ của bạn là hãy liệt kê tất cả các tập con K phần tử của $1, 2, \dots, N$. Ví dụ với $N=5$, $K=3$ ta có 10 tập con của $1, 2, 3, 4, 5$ như sau: $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một cặp số tự nhiên N, K được viết trên một dòng.
- T, n thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq k \leq n \leq 15$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	123 124 134 234
4 3	123 124 125 134 135 145 234 235 245 345
5 3	

BÀI 5. SINH HOÁN VỊ

Cho số nguyên dương N . Nhiệm vụ của bạn là hãy liệt kê tất cả các hoán vị của $1, 2, \dots, N$. Ví dụ với $N = 3$ ta có kết quả: 123, 132, 213, 231, 312, 321.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số tự nhiên N được viết trên một dòng.
- T, n thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T, N \leq 10$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	12 21
2	123 132 213 231 312 321
3	

BÀI 6. PHÂN TÍCH SỐ

Cho số nguyên dương N . Nhiệm vụ của bạn là hãy liệt kê tất cả các cách phân tích số tự nhiên N thành tổng các số tự nhiên nhỏ hơn hoặc bằng N . Phép hoán vị vữa một cách được xem là giống nhau. Ví dụ với $N = 5$ ta có kết quả là: (5), (4, 1), (3, 2), (3, 1, 1), (2, 2, 1), (2, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 1, 1).

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số tự nhiên N được viết trên một dòng.
- T, n thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T, N \leq 10$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	(4) (3 1) (2 2) (2 1 1) (1 1 1 1)
4	(5) (4 1) (3 2) (3 1 1) (2 2 1) (2 1 1 1) (1
5	1 1 1 1)

BÀI 7. HOÁN VỊ NGƯỢC

Cho số nguyên dương N . Nhiệm vụ của bạn là hãy liệt kê tất cả các hoán vị của $1, 2, \dots, N$ theo thứ tự ngược. Ví dụ với $N = 3$ ta có kết quả: 321, 312, 231, 213, 132, 123.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số tự nhiên N được viết trên một dòng.
- T, n thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T, N \leq 10$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	21 12
2	321 312 231 213 132 123
3	

2.3. Bài tập về Bài toán tối ưu

BÀI 1. TÌM MAX

Cho mảng A[] gồm N phần tử. Nhiệm vụ của bạn là tìm $max = \sum_{i=0}^{n-1} A_i * i$ bằng cách sắp đặt lại các phần tử trong mảng. Chú ý, kết quả của bài toán có thể rất lớn vì vậy bạn hãy đưa ra kết quả lấy modulo với 10^9+7 .

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số phần tử của mảng N; dòng tiếp theo đưa vào N số A[i] tương ứng với các phần tử của mảng A[]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i] thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, A[i] \leq 10^7$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	40
5	8
5 3 2 4 1	
3	
1 2 3	

BÀI 2. TỔNG NHỎ NHẤT

Cho mảng $A[]$ gồm các số từ 0 đến 9. Nhiệm vụ của bạn là tìm tổng nhỏ nhất của hai số được tạo bởi các số trong mảng $A[]$. Chú ý, tất cả các số trong mảng $A[]$ đều được sử dụng để tạo nên hai số.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số phần tử của mảng N; dòng tiếp theo đưa vào N số $A[i]$ tương ứng với các phần tử của mảng $A[]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, $A[i]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 20$; $0 \leq A[i] \leq 9$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	604
6	82
6 8 4 5 2 3	
5	
5 3 0 7 4	

BÀI 3. CHIA MẢNG

Cho mảng $A[]$ gồm N số nguyên không âm và số K . Nhiệm vụ của bạn là hãy chia mảng $A[]$ thành hai mảng con có kích cỡ K và $N-K$ sao cho hiệu giữa tổng hai mảng con là lớn nhất. Ví dụ với mảng $A[] = \{8, 4, 5, 2, 10\}$, $K=2$ ta có kết quả là 17 vì mảng $A[]$ được chia thành hai mảng $\{4, 2\}$ và $\{8, 5, 10\}$ có hiệu của hai mảng con là $23-6=17$ là lớn nhất.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số phần tử của mảng N và số K; dòng tiếp theo đưa vào N số $A[i]$ tương ứng với các phần tử của mảng $A[]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, K, $A[i]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq K < N \leq 50$; $0 \leq A[i] \leq 1000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	17
5	2

8	4	5	2	10	
8				3	
1	1	1	1	1	1

BÀI 4. SẮP XẾP THAM LAM

Cho mảng $A[]$ gồm N số và thực hiện các thao tác theo nguyên tắc dưới đây:

- Ta chọn một mảng con sao cho phần tử ở giữa của mảng con cũng là phần tử ở giữa của mảng $A[]$ (trong trường hợp N lẻ).
- Đảo ngược mảng con đã chọn trong mảng $A[]$. Ta được phép chọn mảng con và phép đảo ngược mảng con bao nhiêu lần tùy ý.

Ví dụ với mảng $A[] = \{1, 6, 3, 4, 5, 2, 7\}$ ta có câu trả lời là Yes vì: ta chọn mảng con $\{3, 4, 5\}$ và đảo ngược để nhận được mảng $A[] = \{1, 6, 5, 4, 3, 2, 7\}$, chọn tiếp mảng con $\{6, 5, 4, 3, 2\}$ và đảo ngược ta nhận được mảng $A[] = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Hãy cho biết ta có thể sắp xếp được mảng $A[]$ bằng cách thực hiện các thao tác kể trên hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số phần tử của mảng N ; dòng tiếp theo đưa vào N số $A[i]$ tương ứng với các phần tử của mảng $A[]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, N, A[i]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 50$; $0 \leq A[i] \leq 1000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	Yes
7	No
1 6 3 4 5 2 7	
7	
1 6 3 4 5 7 2	

BÀI 5. GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA BIỂU THỨC

Cho mảng $A[], B[]$ đều có N phần tử. Nhiệm vụ của bạn là tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A[0]*B[0] + A[1]*B[1] + \dots + A[N-1]*B[N-1]$ bằng cách tráo đổi vị trí các phần tử của cả mảng $A[]$ và $B[]$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 3 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số phân tử của mảng N; dòng tiếp theo đưa vào N số A[i]; dòng cuối cùng đưa vào N số B[i] các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i], B[i] thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^7$; $0 \leq A[i], B[i] \leq 10^{18}$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	45
7	27
1 6 3 4 5 2 7	
1 1 1 2 3 4 3	
7	
1 6 3 5 5 2 2	
0 1 9 0 1 2 3	

BÀI 6. SỐ KHỐI LẬP PHƯƠNG

Một số X được gọi là số khối lập phương nếu X là lũy thừa bậc 3 của số Y ($X = Y^3$). Cho số nguyên dương N, nhiệm vụ của bạn là tìm số khối lập phương lớn nhất bằng cách loại bỏ đi các chữ số của N. Ví dụ số 4125 ta có kết quả là $125 = 5^3$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số tự nhiên N được viết trên một dòng.
- T, N thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^{18}$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng. Nếu không tìm được đáp án in ra -1.

Ví dụ:

Input	Output
2	125
4125	-1
976	

BÀI 7. SỐ NHỎ NHẤT

Cho hai số nguyên dương S và D , trong đó S là tổng các chữ số và D là số các chữ số của một số. Nhiệm vụ của bạn là tìm số nhỏ nhất thỏa mãn S và D ? Ví dụ với $S = 9$, $D = 2$ ta có số nhỏ nhất thỏa mãn S và D là 18.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là bộ 2 số S và D được viết trên một dòng.
- T, S, D thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq S, D \leq 1000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng. Nếu không có đáp án, in ra -1.

Ví dụ:

Input	Output
2	18
9	2 299
20 3	

BÀI 8. GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA XÂU

Cho chuỗi ký tự S . Ta gọi giá trị của chuỗi S là tổng bình phương số lần xuất hiện mỗi ký tự trong S . Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của chuỗi S sau khi thực hiện K lần loại bỏ ký tự.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất là số K ; phần thứ hai là một chuỗi ký tự S được viết trên một dòng.
- T, S, K thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(S) \leq 10000$; $1 \leq K \leq 1000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	6
2	2
ABCCBC	
2	
AAAB	

BÀI 9. SỐ MAY MẮN

Hoàng yêu thích các số may mắn. Ta biết rằng một số là *số may mắn* nếu biểu diễn thập phân của nó chỉ chứa các chữ số may mắn là 4 và 7. Ví dụ, các số 47, 744, 4 là số may mắn và 5, 17, 467 không phải. Hoàng muốn tìm số may mắn bé nhất có tổng các chữ số bằng n . Hãy giúp anh ấy

Dữ liệu vào: Dòng đầu ghi số bộ test, mỗi bộ test có một dòng chứa số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^6$) — tổng các chữ số của số may mắn cần tìm.

Kết quả: In ra trên 1 dòng số may mắn bé nhất, mà tổng các chữ số bằng n . Nếu không tồn tại số thỏa mãn, in ra -1.

Ví dụ:

Input	Output
2	47
11	-1
10	

BÀI 10. PHÂN SỐ ĐƠN VỊ

Một phân số đơn vị nếu tử số của phân số đó là 1. Mọi phân số nguyên dương đều có thể biểu diễn thành tổng các phân số đơn vị. Ví dụ $2/3 = 1/2 + 1/6$. Cho phân số nguyên dương P/Q bất kỳ ($P < Q$), hãy biểu diễn phân số nguyên dương thành tổng phân số đơn vị.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là bộ đôi tử số P và mẫu số Q của phân số nguyên dương được viết trên một dòng.
- T, P, Q thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq P, Q \leq 100$.

Output:

- Đưa ra đáp án tìm được trên 1 dòng, theo dạng " $1/a + 1/b + \dots$ "

Ví dụ:

Input	Output
2	$1/2 + 1/6$
2 3	$1/3$
1 3	

CHƯƠNG 3. CÁC MÔ HÌNH THUẬT TOÁN CƠ BẢN

3.1. Bài tập về Thuật toán Tham lam

BÀI 1. SẮP XẾP CÔNG VIỆC 1

Cho hệ gồm N hành động. Mỗi hành động được biểu diễn như một bộ đôi $\langle S_i, F_i \rangle$ tương ứng với thời gian bắt đầu và thời gian kết thúc của mỗi hành động. Hãy tìm phương án thực hiện nhiều nhất các hành động được thực hiện bởi một máy hoặc một người sao cho hệ không xảy ra mâu thuẫn.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 3 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số lượng hành động N ; dòng tiếp theo đưa vào N số S_i tương ứng với thời gian bắt đầu mỗi hành động; dòng cuối cùng đưa vào N số F_i tương ứng với thời gian kết thúc mỗi hành động; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, S_i, F_i thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, F_i, S_i \leq 1000$.

Output:

- Đưa số lượng lớn nhất các hành động có thể được thực thi bởi một máy hoặc một người.

Ví dụ:

Input	Output
1 6 1 3 0 5 8 5 2 4 6 7 9 9	4

BÀI 2. SẮP XẾP CÔNG VIỆC 2

Cho N công việc. Mỗi công việc được biểu diễn như một bộ 3 số nguyên dương $\langle \text{JobId}, \text{Deadline}, \text{Profit} \rangle$, trong đó JobId là mã của việc, Deadline là thời gian kết thúc của việc, Profit là lợi nhuận đem lại nếu hoàn thành việc đó đúng thời gian. Thời gian để hoàn toàn mỗi công việc là **1 đơn vị thời gian**. Hãy cho biết lợi nhuận lớn nhất có thể thực hiện các việc với giả thiết mỗi việc được thực hiện đơn lẻ.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất là số lượng Job N ; phần thứ hai đưa vào $3 \times N$ số tương ứng với N job.

- T, N, JobId, Deadline, Profit thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 1000$; $1 \leq \text{JobId} \leq 1000$; $1 \leq \text{Deadline} \leq 1000$; $1 \leq \text{Profit} \leq 1000$.

Output:

- Đưa số lượng công việc tương ứng và lợi nhuận lớn nhất có thể đạt được.

Ví dụ:

Input	Output
2	2 60
4	2 127
1 4 20	
2 1 10	
3 1 40	
4 1 30	
5	
1 2 100	
2 1 19	
3 2 27	
4 1 25	
5 1 15	

BÀI 3. NỐI DÂY 1

Cho N sợi dây với độ dài khác nhau được lưu trong mảng A[]. Nhiệm vụ của bạn là nối N sợi dây thành một sợi sao cho tổng chi phí nối dây là nhỏ nhất. Biết chi phí nối sợi dây thứ i và sợi dây thứ j là tổng độ dài hai sợi dây A[i] và A[j].

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất đưa vào số lượng sợi dây N; dòng tiếp theo đưa vào N số A[i] là độ dài của các sợi dây; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i] thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^6$; $0 \leq A[i] \leq 10^6$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
-------	--------

2					2 9
4					6 2
4		3		2	6
5					
4	2	7	6	9	

BÀI 4. NỐI DÂY 2

Cho N sợi dây với độ dài khác nhau được lưu trong mảng A[]. Nhiệm vụ của bạn là nối N sợi dây thành một sợi sao cho tổng chi phí nối dây là nhỏ nhất. Biết chi phí nối sợi dây thứ i và sợi dây thứ j là tổng độ dài hai sợi dây A[i] và A[j].

Dữ liệu vào

Dòng đầu ghi số bộ test T ($T < 10$). Mỗi bộ test gồm 2 dòng. Dòng đầu tiên là số nguyên N ($N \leq 2 \cdot 10^6$).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên dương c[i] ($1 \leq A[i] \leq 10^9$).

Kết quả

In ra đáp án của bộ test trên từng dòng, theo modulo 10^9+7 .

Ví dụ:

Input:	Output
1	5 9
7	
2 4 1 2 10 2 3	

BÀI 5. SẮP ĐẶT XÂU KÝ TỰ 1

Cho chuỗi ký tự S bao gồm các ký tự in thường. Nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem ta có thể sắp đặt lại các ký tự trong S để hai ký tự giống nhau đều không kề nhau hay không? Đưa ra 1 nếu có thể sắp đặt lại các ký tự trong S thỏa mãn yêu cầu bài toán, ngược lại đưa ra -1.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một chuỗi ký tự S được viết trên một dòng.
- T, S thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(S) \leq 10000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
3	1
geeksforgeeks	1
bbbabaaacd	-1
bbbbbb	

BÀI 6. SẮP ĐẶT XÂU KÝ TỰ 2

Cho xâu ký tự S bao gồm các ký tự in thường và số D. Nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem ta có thể sắp đặt lại các ký tự trong S để tất cả các ký tự giống nhau đều có khoảng cách là D hay không? Đưa ra 1 nếu có thể sắp đặt lại các ký tự trong S thỏa mãn yêu cầu bài toán, ngược lại đưa ra -1.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất là số D; dòng tiếp theo là xâu S.
- T, S, D thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(S) \leq 10000$; $1 \leq D \leq 100$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1
2	-1
ABB	
2	
AAA	

BÀI 7. MUA LƯƠNG THỰC

Giả sử bạn là một người nghèo trong địa phương của bạn. Địa phương của bạn có duy nhất một cửa hàng bán lương thực. Cửa hàng của bạn mở cửa tất cả các ngày trong tuần ngoại trừ chủ nhật. Cho bộ ba số N, S, M thỏa mãn ràng buộc sau:

- N : số đơn vị lương thực nhiều nhất bạn có thể mua trong ngày.
- S : số lượng ngày bạn cần được sử dụng lương thực để tồn tại.
- M : số đơn vị lương thực cần có mỗi ngày để bạn tồn tại.

Giả sử bạn đang ở ngày thứ 2 trong tuần và cần tồn tại trong S ngày tới. Hãy cho biết số lượng ngày ít nhất bạn cần phải mua lương thực từ cửa hàng để tồn tại hoặc bạn sẽ bị chết đói trong S ngày tới.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là bộ 3 số N, S, M được viết trên một dòng.
- T, N, S, M thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, S, M \leq 30$.

Output:

- Đưa ra số ngày ít nhất bạn có thể mua lương thực để tồn tại hoặc đưa ra -1 nếu bạn bị chết đói.

Ví dụ:

Input	Output
2	2
16 10 2	-1
20 10 30	

BÀI 8. BIỂU THỨC ĐÚNG

Cho một mảng S gồm $2 \times N$ ký tự, trong đó có N ký tự '[' và N ký tự ']'. Xâu S được gọi là viết đúng nếu S có dạng S2[S1] trong đó S, S2 là các xâu viết đúng. Nhiệm vụ của bạn là tìm số các phép đổi chỗ ít nhất các ký tự kề nhau của xâu S viết sai để S trở thành viết đúng. Ví dụ với xâu S = "[]] []" ta có số phép đổi chỗ kề nhau ít nhất là 2.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một xâu S viết sai theo nguyên tắc kể trên.
- T, S thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(S) \leq 100000$.

Output:

- Đưa kết quả trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	2
[]] []	0
[] []	

3.2. Bài tập về Thuật toán Chia và trị

BÀI 1. LŨY THỪA

Cho số nguyên dương N và K . Hãy tính N^K modulo 10^9+7 .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm 1 số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 1000$, $1 \leq K \leq 10^9$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
2	8
2 3	16
4 2	

BÀI 2. TÌM KIẾM NHỊ PHÂN

Cho dãy số $A[]$ gồm có N phần tử đã được sắp xếp tăng dần và số K .

Nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem số K có xuất hiện trong dãy số hay không. Nếu có hãy in ra vị trí trong dãy $A[]$, nếu không in ra “NO”.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$).

Mỗi test bắt đầu bằng số nguyên N và K ($N \leq 100\,000$, $0 \leq K \leq 10^6$).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên $A[i]$ ($0 \leq A[i] \leq 10^6$), các phần tử là riêng biệt.

Output:

Với mỗi test in ra trên một dòng đáp án tìm được.

Ví dụ:

Input:	Output
2	3
5 3	NO
1 2 3 4 5	
6 5	
0 1 2 3 9 10	

BÀI 3. GẤP ĐÔI DÃY SỐ

Một dãy số tự nhiên bắt đầu bởi con số 1 và được thực hiện $N-1$ phép biến đổi “gấp đôi” dãy số như sau:

Với dãy số A hiện tại, dãy số mới có dạng A, x, A trong đó x là số tự nhiên bé nhất chưa xuất hiện trong A .

Ví dụ với 2 bước biến đổi, ta có $[1] \rightarrow [1\ 2\ 1] \rightarrow [1\ 2\ 1\ 3\ 1\ 2\ 1]$.

Các bạn hãy xác định số thứ K trong dãy số cuối cùng là bao nhiêu?

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm số nguyên dương N và K ($1 \leq N \leq 50$, $1 \leq K \leq 2^N - 1$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	2
3 2	4
4 8	

Giải thích test 1: Dãy số thu được là $[1, 2, 1, 3, 1, 2, 1]$.

Giải thích test 2: Dãy số thu được là $[1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1]$.

BÀI 4. DÃY XÂU FIBONACI

Một dãy xâu ký tự G chỉ bao gồm các chữ cái A và B được gọi là dãy xâu Fibonacci nếu thỏa mãn tính chất: $G(1) = A$; $G(2) = B$; $G(n) = G(n-2) + G(n-1)$. Với phép cộng (+) là phép nối hai xâu với nhau. Bài toán đặt ra là tìm ký tự ở vị trí thứ i (tính từ 1) của xâu Fibonacci thứ n .

Dữ liệu vào: Dòng 1 ghi số bộ test. Mỗi bộ test ghi trên một dòng 2 số nguyên N và i ($1 < N < 93$). Số i đảm bảo trong phạm vi của xâu $G(N)$ và không quá 18 chữ số. **Kết quả:** Ghi ra màn hình kết quả tương ứng với từng bộ test.

Input	Output
2	A
6 4	B
8 19	

BÀI 5. SỐ FIBONACCI THỨ N

Dãy số Fibonacci được xác định bằng công thức như sau:

$F[0] = 0$, $F[1] = 1$;

$F[n] = F[n-1] + F[n-2]$ với mọi $n \geq 2$.

Các phần tử đầu tiên của dãy số là 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định số Fibonacci thứ n . Do đáp số có thể rất lớn, in ra kết quả theo modulo 10^9+7 .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 1000$).

Mỗi test bắt gồm một số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^9$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
3	1
2	8
6	6765
20	

--	--

BÀI 6. LŨY THỪA MA TRẬN

Cho ma trận vuông A kích thước $N \times N$. Nhiệm vụ của bạn là hãy tính ma trận $X = A^K$ với K là số nguyên cho trước. Đáp số có thể rất lớn, hãy in ra kết quả theo modulo 10^9+7 .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 100$).

Mỗi test bắt gồm một số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 10$, $1 \leq K \leq 10^9$) là kích thước của ma trận và số mũ.

Output:

Với mỗi test, in ra kết quả của ma trận X .

Ví dụ:

Input:	Output
2	8 5
2 5	5 3
1 1	597240088 35500972 473761863
1 0	781257150 154135232 527013321
3 1000000000	965274212 272769492 580264779
1 2 3	
4 5 6	
7 8 9	

BÀI 7. DÃY CON LIÊN TIẾP CÓ TỔNG LỚN NHẤT

Cho mảng $A[]$ gồm N số có cả các số âm và số dương. Nhiệm vụ của bạn là tìm mảng con liên tục có tổng lớn nhất của mảng. Ví dụ với mảng $A[] = \{-2, -5, 6, -2, -3, 1, 5, -6\}$ ta có kết quả là 7 tương ứng với dãy con $\{6, -2, -3, 1, 5\}$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng thứ nhất đưa vào hai số N tương ứng với số phần tử của mảng; dòng tiếp theo đưa vào N số $A[i]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, N, A[i]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 100$; $-100 \leq A[i] \leq 100$.

Output:

- Đưa ra tổng con liên tục lớn nhất của mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
1	7
8	
-2 -5 6 -2 -3 1 5 -6	

3.3. Bài tập về Thuật toán Quy hoạch động

BÀI 1. XÂU CON CHUNG DÀI NHẤT

Cho 2 chuỗi S1 và S2. Hãy tìm chuỗi con chung dài nhất của 2 chuỗi này (các phần tử không nhất thiết phải liên tiếp nhau).

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$). Mỗi test gồm hai dòng, mô tả chuỗi S1 và S2, mỗi chuỗi có độ dài không quá 1000 và chỉ gồm các chữ cái in hoa.

Output: Với mỗi test, in ra độ dài dãy con chung dài nhất trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2 AGGTAB GXTXAYB AA BB	4 0

Giải thích test 1: Dãy con chung là G, T, A, B.

BÀI 2. Dãy con tăng dài nhất

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử $A[1], A[2], \dots, A[N]$.

Biết rằng dãy con tăng là 1 dãy $A[i_1], \dots, A[i_k]$

thỏa mãn $i_1 < i_2 < \dots < i_k$ và $A[i_1] < A[i_2] < \dots < A[i_k]$.

Hãy cho biết dãy con tăng dài nhất của dãy này có bao nhiêu phần tử?

Input: Dòng 1 gồm 1 số nguyên là số N ($1 \leq N \leq 1000$). Dòng thứ 2 ghi N số nguyên $A[1], A[2], \dots, A[N]$ ($1 \leq A[i] \leq 1000$).

Output: Ghi ra độ dài của dãy con tăng dài nhất.

Ví dụ:

Input	Output
6 1 2 5 4 6 2	4

BÀI 3. Dãy con có tổng bằng S

Cho N số nguyên dương tạo thành dãy $A = \{A_1, A_2, \dots, A_N\}$. Tìm ra một dãy con của dãy A (không nhất thiết là các phần tử liên tiếp trong dãy) có tổng bằng S cho trước.

Input: Dòng đầu ghi số bộ test T ($T < 10$). Mỗi bộ test có hai dòng, dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương N và S ($0 < N \leq 200$) và S ($0 < S \leq 40000$). Dòng tiếp theo lần lượt ghi N số hạng của dãy A là các số A_1, A_2, \dots, A_N ($0 < A_i \leq 200$).

Output: Với mỗi bộ test, nếu bài toán vô nghiệm thì in ra "NO", ngược lại in ra "YES"

Ví dụ:

Input	Output
-------	--------

2	YES
5 6	NO
1 2 4 3 5	
10 15	
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	

BÀI 4. Dãy con dài nhất có tổng chia hết cho k

Cho một dãy gồm n ($n \leq 1000$) số nguyên dương A_1, A_2, \dots, A_n và số nguyên dương k ($k \leq 50$). Hãy tìm dãy con gồm nhiều phần tử nhất của dãy đã cho sao cho tổng các phần tử của dãy con này chia hết cho k .

Input: Dòng đầu ghi số bộ test T ($T < 10$). Mỗi bộ test gồm 2 dòng. Dòng đầu tiên chứa hai số n, k . Dòng tiếp theo ghi n số của dãy A . Các số đều không vượt quá 100.

Output: Gồm 1 dòng duy nhất ghi số lượng phần tử của dãy con dài nhất thỏa mãn. Dữ liệu vào luôn đảm bảo sẽ có ít nhất một dãy con có tổng chia hết cho k .

Ví dụ:

Input	Output
1 10 3 2 3 5 7 9 6 12 7 11 15	9

BÀI 5. Xâu con đối xứng dài nhất

Cho xâu S chỉ bao gồm các ký tự viết thường và dài không quá 1000 ký tự.

Hãy tìm xâu con đối xứng dài nhất của S .

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$).
- Mỗi test gồm một xâu S có độ dài không vượt quá 1000, chỉ gồm các ký tự thường.

Output: Với mỗi test, in ra đáp án tìm được.

Ví dụ:

Input	Output
2 abcbadd aaaaa	5 5

BÀI 6. HÌNH VUÔNG LỚN NHẤT

Cho một bảng số N hàng, M cột chỉ gồm 0 và 1. Bạn hãy tìm hình vuông có kích thước lớn nhất, sao cho các số trong hình vuông toàn là số 1.

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$).
- Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N, M ($1 \leq N, M \leq 500$).
- N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số mô tả một hàng của bảng.

Output:

- Với mỗi test, in ra đáp án là kích thước của hình vuông lớn nhất tìm được trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
2 6 5 0 1 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 2 2 0 0 0 0	3 0

BÀI 7. CÁI TÚI

Một người có cái túi thể tích V ($V < 1000$). Anh ta có N đồ vật cần mang theo ($N \leq 1000$), mỗi đồ vật có thể tích là $A[i]$ ($A[i] \leq 100$) và giá trị là $C[i]$ ($C[i] \leq 100$). Hãy xác định tổng giá trị lớn nhất của các đồ vật mà người đó có thể mang theo, sao cho tổng thể tích không vượt quá V .

Input

- Dòng đầu ghi số bộ test T ($T < 10$).
- Mỗi bộ test gồm ba dòng. Dòng đầu ghi 2 số N và V . Dòng tiếp theo ghi N số của mảng A . Sau đó là một dòng ghi N số của mảng C .
- Dữ liệu vào luôn đảm bảo không có đồ vật nào có thể tích lớn hơn V .

Output

- Với mỗi bộ test, ghi trên một dòng giá trị lớn nhất có thể đạt được.

Ví dụ

Input	Output
1 15 10 5 2 1 3 5 2 5 8 9 6 3 1 4 7 8 1 2 3 5 1 2 5 8 7 4 1 2 3 2 1	15

BÀI 8. BIẾN ĐỔI XÂU

Cho hai chuỗi ký tự $str1$, $str2$ bao gồm các ký tự in thường và các thao tác dưới đây:

- Insert:** chèn một ký tự bất kỳ vào $str1$.
- Delete:** loại bỏ một ký tự bất kỳ trong $str1$.
- Replace:** thay một ký tự bất kỳ trong $str1$.

Nhiệm vụ của bạn là đếm số các phép Insert, Delete, Replace ít nhất thực hiện trên str1 để trở thành str2.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là bộ đôi hai xâu str1 và str2.
- T, str1, str2 thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(\text{str1}), \text{length}(\text{str2}) \leq 100$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
1 geek gesek	1

3.4. Bài tập về Thuật toán Sắp xếp và tìm kiếm

BÀI 1. SẮP XẾP ĐỔI CHỖ TRỰC TIẾP

Hãy thực hiện thuật toán sắp xếp đổi chỗ trực tiếp trên dãy N số nguyên. Ghi ra các bước thực hiện thuật toán. **Dữ liệu vào:** Dòng 1 ghi số N (không quá 100). Dòng 2 ghi N số nguyên dương (không quá 100). **Kết quả:** Ghi ra màn hình từng bước thực hiện thuật toán. Mỗi bước trên một dòng, các số trong dãy cách nhau đúng một khoảng trống.

Ví dụ:

Input	Output
4 5 7 3 2	Buoc 1: 2 7 5 3 Buoc 2: 2 3 7 5 Buoc 3: 2 3 5 7

BÀI 2. SẮP XẾP CHỌN

Hãy thực hiện thuật toán sắp xếp chọn trên dãy N số nguyên. Ghi ra các bước thực hiện thuật toán.

Dữ liệu vào: Dòng 1 ghi số N (không quá 100). Dòng 2 ghi N số nguyên dương (không quá 100).

Kết quả: Ghi ra màn hình từng bước thực hiện thuật toán. Mỗi bước trên một dòng, các số trong dãy cách nhau đúng một khoảng trống.

Ví dụ:

Input	Output
4	Buoc 1: 2 7 3 5
5 7 3 2	Buoc 2: 2 3 7 5
	Buoc 3: 2 3 5 7

BÀI 3. SẮP XẾP CHÈN

Hãy thực hiện thuật toán sắp xếp chèn trên dãy N số nguyên. Ghi ra các bước thực hiện thuật toán.

Dữ liệu vào: Dòng 1 ghi số N (không quá 100). Dòng 2 ghi N số nguyên dương (không quá 100).

Kết quả: Ghi ra màn hình từng bước thực hiện thuật toán. Mỗi bước trên một dòng, các số trong dãy cách nhau đúng một khoảng trống.

Ví dụ:

Input	Output
4	Buoc 0: 5
5 7 3 2	Buoc 1: 5 7
	Buoc 2: 3 5 7
	Buoc 3: 2 3 5 7

BÀI 4. SẮP XẾP NỔI BỌT

Hãy thực hiện thuật toán sắp xếp nổi bọt trên dãy N số nguyên. Ghi ra các bước thực hiện thuật toán.

Dữ liệu vào: Dòng 1 ghi số N (không quá 100). Dòng 2 ghi N số nguyên dương (không quá 100).

Kết quả: Ghi ra màn hình từng bước thực hiện thuật toán. Mỗi bước trên một dòng, các số trong dãy cách nhau đúng một khoảng trống.

Ví dụ:

Input	Output
4 5 3 2 7	Buoc 1: 3 2 5 7 Buoc 2: 2 3 5 7

BÀI 5. MERGE SORT

Cho mảng $A[]$ gồm N phần tử chưa được sắp xếp. Nhiệm vụ của bạn là sắp xếp các phần tử của mảng $A[]$ theo thứ tự tăng dần bằng thuật toán Merge Sort.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào số N tương ứng với số phần tử của mảng $A[]$; phần thứ 2 là N số của mảng $A[]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, N, A[i]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, A[i] \leq 10^6$.

Output:

- Đưa ra kết quả các test theo từng dòng.

Input	Output
2 5 4 1 3 9 7 10 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1	1 3 4 7 9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

BÀI 6. QUICK SORT

Cho mảng $A[]$ gồm N phần tử chưa được sắp xếp. Nhiệm vụ của bạn là sắp xếp các phần tử của mảng $A[]$ theo thứ tự tăng dần bằng thuật toán Quick Sort.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào số N tương ứng với số phần tử của mảng $A[]$; phần thứ 2 là N số của mảng $A[]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, N, A[i]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, A[i] \leq 10^6$.

Output:

- Đưa ra kết quả các test theo từng dòng.

Input	Output
2	1 3 4 7 9
5	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
4 1 3 9 7	
10	
10 9 8 7 6 5 4 3 2 1	

BÀI 7. TÌM KIẾM.

Cho mảng $A[]$ gồm n phần tử đã được sắp xếp. Hãy đưa ra 1 nếu X có mặt trong mảng $A[]$, ngược lại đưa ra -1.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất đưa vào n , X là số các phần tử của mảng $A[]$ và số X cần tìm; dòng tiếp theo đưa vào n số $A[i]$ ($1 \leq i \leq n$) các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, n, A, X thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, X, A[i] \leq 10^6$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input:	Output:
2	1
5 16	-1
2 4 7 9 16	
7 98	
1 22 37 47 54 88 96	

BÀI 8. TÌM SỐ CÒN THIẾU.

Cho mảng $A[]$ gồm $n-1$ phần tử bao gồm các khác nhau từ 1, 2, ..., n . Hãy tìm số không có mặt trong mảng $A[]$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .

- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất đưa vào n ; dòng tiếp theo đưa vào $n-1$ số $A[i]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, n, A thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, A[i] \leq 10^7$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input:	Output:
2	4
5	9
1 2 3 5	
10	
1 2 3 4 5 6 7 8 10	

BÀI 9. TÌM KIẾM TRONG DÃY SẮP XẾP VÒNG.

Một mảng được sắp được chia thành hai đoạn tăng dần được gọi là mảng sắp xếp vòng. Ví dụ mảng $A[] = \{ 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 3, 4 \}$ là mảng sắp xếp vòng. Cho mảng $A[]$ gồm n phần tử, hãy tìm vị trí của phần tử x trong mảng $A[]$ với thời gian $\log(n)$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất đưa vào n và x ; dòng tiếp theo đưa vào n số $A[i]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, n, A[i], x$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, x, A[i] \leq 10^7$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input:	Output:
2	9
10 3	3
5 6 7 8 9 10 1 2 3 4	
10 3	
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	

BÀI 10. SỐ NHỎ NHẤT VÀ SỐ NHỎ THỨ HAI.

Cho mảng $A[]$ gồm n phần tử, hãy đưa ra số nhỏ nhất và số nhỏ thứ hai của mảng. Nếu không có số nhỏ thứ hai, hãy đưa ra -1.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất đưa vào n là số phần tử của mảng $A[]$; dòng tiếp theo đưa vào n số $A[i]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, n, A[i]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, A[i] \leq 10^7$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input:	Output:
2	1 2
10	-1
5 6 7 8 9 10 1 2 3 4	
5	
1 1 1 1 1	

CHƯƠNG 4. LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

4.1. Bài tập về Duyệt đồ thị

BÀI 1. DFS TRÊN ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

Cho đồ thị vô hướng $G=\langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ ($DFS(u)=?$)

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm $|E| + 1$ dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số $|V|$, $|E|$ tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị, và u là đỉnh xuất phát; $|E|$ dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi $u \in V, v \in V$ tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T, $|V|$, $|E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 200$; $1 \leq |V| \leq 10^3$; $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán $DFS(u)$ của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

Ví dụ:

Input:	Output:
1 6 9 5 1 2 1 3 2 3 2 4 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	5 3 1 2 4 6

BÀI 2. BFS TRÊN ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

Cho đồ thị vô hướng $G=\langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ ($BFS(u)=?$)

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số $|V|$, $|E|$, $u \in V$ tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi $u \in V, v \in V$ tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T, $|V|$, $|E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 200$; $1 \leq |V| \leq 10^3$; $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán $BFS(u)$ của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

Ví dụ:

Input:	Output:
--------	---------

1	1 2 3 5 4 6
6 9 1	
1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	

BÀI 3. TÌM ĐƯỜNG ĐI THEO DFS VỚI ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

Cho đồ thị vô hướng $G=\langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh $s \in V$ đến đỉnh $t \in V$ trên đồ thị bằng thuật toán DFS.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số $|V|, |E|, s \in V, t \in V$ tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh u, đỉnh v; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi $u \in V, v \in V$ tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T, $|V|, |E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán DFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Nếu không có đáp án, in ra -1.

Ví dụ:

Input:	Output:
1	1 2 3 4 5 6
6 9 1 6	
1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	

BÀI 4. TÌM ĐƯỜNG ĐI THEO DFS VỚI ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG

Cho đồ thị có hướng $G=\langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh $s \in V$ đến đỉnh $t \in V$ trên đồ thị bằng thuật toán DFS.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số $|V|, |E|, s \in V, t \in V$ tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh u, đỉnh v; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi $u \in V, v \in V$ tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T, $|V|, |E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán DFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Nếu không có đáp án, in ra -1.

Ví dụ:

Input:	Output:
1	1 2 5 6
6 9 1 6	
1 2 2 5 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 4	

BÀI 5. ĐẾM SỐ THÀNH PHẦN LIÊN THÔNG VỚI DFS.

Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm số thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán DFS.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số $|V|, |E|$ tương ứng với số đỉnh và số cạnh; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi $u \in V, v \in V$ tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T, $|V|, |E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

- Đưa ra số thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán DFS.

Ví dụ:

Input:	Output:
1 6 6 1 2 1 3 2 3 3 4 3 5 4 5	2

BÀI 6. LIỆT KÊ ĐỈNH TRỤ VỚI BFS

Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán BFS, hãy đưa ra tất cả các đỉnh trụ của đồ thị?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số $|V|, |E|$ tương ứng với số đỉnh và số cạnh; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi $u \in V, v \in V$ tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T, $|V|, |E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

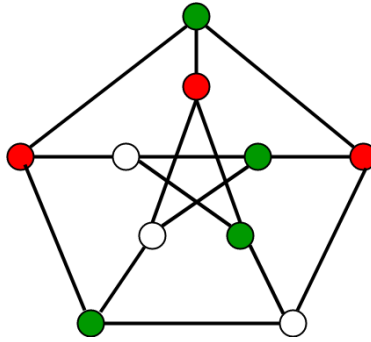
- Đưa ra danh sách các đỉnh trụ của mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input:	Output:
1 5 5 1 2 1 3 2 3 2 5 3 4	2 3

BÀI 1. TÔ MÀU ĐỒ THỊ

Một trong những bài toán kinh điển của lý thuyết đồ thị là bài toán Tô màu đồ thị. Bài toán được phát biểu như sau: Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh và số M. Nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem đồ thị có thể tô màu các đỉnh bằng nhiều nhất M màu sao cho hai đỉnh kề nhau đều có màu khác nhau hay không?



Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào ba số V, E, M tương ứng với số đỉnh, số cạnh và số màu; phần thứ hai đưa vào các cạnh của đồ thị.
- T, V, E, M thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq V \leq 10$; $1 \leq E \leq N(N-1)$, $1 \leq V \leq N$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

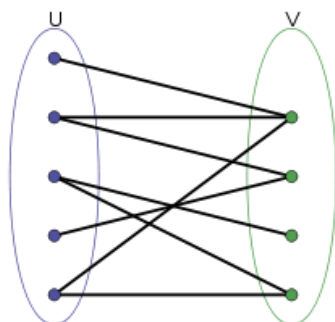
Ví dụ:

Input	Output
2	YES
4 5 3	NO
1 2	
2 3	
3 4	
4 1	
1 3	
3 2	
1 2	
2 3	
1 3	

BÀI 3. ĐỒ THỊ HAI PHÍA

Đồ thị hai phía là một đồ thị đặc biệt, trong đó tập các đỉnh có thể được chia thành hai tập không giao nhau thỏa mãn điều kiện không có cạnh nối hai đỉnh bất kỳ thuộc cùng

một tập. Cho đồ thị N đỉnh và M cạnh, bạn hãy kiểm tra đồ thị đã cho có phải là một đồ thị hai phía hay không?



Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).
- Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N và M ($1 \leq N, M \leq 1000$).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v .

Output:

- Với mỗi test, in ra “YES” nếu đồ thị đã cho là một đồ thị hai phía, in ra “NO” trong trường hợp ngược lại.

Ví dụ:

Input:	Output
2	YES
5 4	NO
1 5	
1 3	
2 3	
4 5	
3 3	
1 2	
1 3	
2 3	

BÀI 6. KẾT BẠN

Trường học X có N sinh viên, trong đó có M cặp là bạn bè của nhau. Bạn của bạn cũng là bạn, tức là nếu A là bạn của B , B là bạn của C thì A và C cũng là bạn bè của nhau.

Các bạn hãy xác định xem số lượng sinh viên nhiều nhất trong một nhóm bạn là bao nhiêu?

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M ($N, M \leq 100\,000$).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v ($u \neq v$) cho biết sinh viên u là bạn của sinh viên v .

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
2	3
3 2	7
1 2	
2 3	
10 12	
1 2	
3 1	
3 4	
5 4	
3 5	
4 6	
5 2	
2 1	
7 1	
1 2	
9 10	
8 9	

BÀI 7. MẠNG XÃ HỘI

Tý đang xây dựng một mạng xã hội và mời các bạn của mình dùng thử. Bạn của bạn cũng là bạn. Vì vậy, Tý muốn mạng xã hội của mình là hoàn hảo, tức với mọi bộ ba X, Y, Z, nếu X kết bạn với Y, Y kết bạn với Z thì X và Z cũng phải là bạn bè của nhau trên mạng xã hội.

Các bạn hãy xác định xem mạng xã hội hiện tại của Tý có là hoàn hảo hay không? Nếu có hãy in ra “YES”, “NO” trong trường hợp ngược lại.

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).
- Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M ($N, M \leq 100\,000$).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v ($u \neq v$) cho biết u và v là kết bạn với nhau trên mạng xã hội của Tý.

Output:

- Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
3	YES
4 3	NO
1 3	YES
3 4	
1 4	
4 4	
3 1	
2 3	
3 4	
1 2	
10 4	
4 3	
5 10	
8 9	

1 2	
-----	--

4.2. Bài tập về đồ thị EULER và đồ thị HAMILTON

BÀI 1. ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

Đường đi đơn trên đồ thị có hướng hoặc vô hướng đi qua tất cả các đỉnh của đồ thị mỗi đỉnh đúng một lần được gọi là đường đi Hamilton. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$, hãy kiểm tra xem đồ thị có đường đi Hamilton hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào hai số V, E tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; phần thứ hai đưa vào các cạnh của đồ thị.
- T, V, E thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq V \leq 10$; $1 \leq E \leq 15$.

Output:

- Đưa ra 1 hoặc 0 tương ứng với test có hoặc không có đường đi Hamilton theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1
4	4
1 2 2 3 3 4 2 4	0
4	3
1 2 2 3 2 4	

BÀI 2. ĐƯỜNG ĐI VÀ CHU TRÌNH EULER VỚI ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy kiểm tra xem đồ thị có đường đi Euler hay chu trình Euler hay không?

Đường đi Euler bắt đầu tại một đỉnh, và kết thúc tại một đỉnh khác.

Chu trình Euler bắt đầu tại một đỉnh, và kết thúc chu trình tại chính đỉnh đó.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.

- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số $|V|, |E|$ tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi $u \in V, v \in V$ tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

- Đưa ra 1, 2, 0 kết quả mỗi test theo từng dòng tương ứng với đồ thị có đường đi Euler, chu trình Euler và trường hợp không tồn tại.

Ví dụ:

Input:	Output:
2	2
6 10	1
1 2 1 3 2 3 2 4 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	
6 9	
1 2 1 3 2 3 2 4 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6	

BÀI 3. CHU TRÌNH EULER TRONG ĐỒ THỊ CÓ HƯỚNG

Cho đồ thị có hướng liên thông yếu $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy kiểm tra xem đồ thị có chu trình Euler hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số $|V|, |E|$ tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi $u \in V, v \in V$ tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

- Đưa ra 1, 0 kết quả mỗi test theo từng dòng tương ứng với đồ thị có chu trình Euler và trường hợp không tồn tại đáp án.

Ví dụ:

Input:	Output:
2	1
6 10	0
1 2 2 4 2 5 3 1 3 2 4 3 4 5 5 3 5 6 6 4	
3 3	
1 2 2 3 1 3	

BÀI 4. KIỂM TRA ĐỒ THỊ CÓ PHẢI LÀ CÂY HAY KHÔNG

Một đồ thị N đỉnh là một cây, nếu như nó có đúng $N-1$ cạnh và giữa 2 đỉnh bất kì, chỉ tồn tại duy nhất 1 đường đi giữa chúng.

Cho một đồ thị N đỉnh và $N-1$ cạnh, hãy kiểm tra đồ thị đã cho có phải là một cây hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).
- Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N ($1 \leq N \leq 1000$).
- $N-1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v .

Output:

- Với mỗi test, in ra “YES” nếu đồ thị đã cho là một cây, in ra “NO” trong trường hợp ngược lại.

Ví dụ:

Input	Output
2	YES
4	NO
1 2	
1 3	
2 4	
4	
1 2	
1 3	
2 3	

4.3. Bài tập về đồ thị trọng số**BÀI 1. KRUSKAL**

Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E, W \rangle$. Nhiệm vụ của bạn là hãy xây dựng một cây khung nhỏ nhất của đồ thị bằng thuật toán Kruskal.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào hai số V, E tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị; phần thứ 2 đưa vào E cạnh của đồ thị, mỗi cạnh là một bộ 3: đỉnh đầu, đỉnh cuối và trọng số của cạnh.
- T, S, D thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq V \leq 100$; $1 \leq E, W \leq 1000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	4
3	3 5
1 2 5	
2 3 3	
1 3	1
2	1
1 2 5	

BÀI 2. PRIM

Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G=\langle V, E, W \rangle$. Nhiệm vụ của bạn là hãy xây dựng một cây khung nhỏ nhất của đồ thị bằng thuật toán PRIM.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào hai số V, E tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị; phần thứ 2 đưa vào E cạnh của đồ thị, mỗi cạnh là một bộ 3: đỉnh đầu, đỉnh cuối và trọng số của cạnh.
- T, S, D thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq V \leq 100$; $1 \leq E, W \leq 1000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	4
3	3 5
1 2 5	
2 3 3	
1 3	1
2	1
1 2 5	

BÀI 3. BRUVKA

Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G=\langle V, E, W \rangle$. Nhiệm vụ của bạn là hãy xây dựng một cây khung nhỏ nhất của đồ thị bằng thuật toán Bruvka.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.

- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào hai số V, E tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị; phần thứ 2 đưa vào E cạnh của đồ thị, mỗi cạnh là một bộ 3: đỉnh đầu, đỉnh cuối và trọng số của cạnh.
- T, S, D thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq V \leq 100$; $1 \leq E, W \leq 1000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	4
3	5
1 2 5	
2 3 3	
1 3	1
2	1
1 2 5	

BÀI 4. DIJKSTRA.

Cho đồ thị có trọng số không âm $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh trọng số. Hãy viết chương trình tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến tất cả các đỉnh còn lại trên đồ thị.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm $|E|+1$ dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai ba số $|V|, |E|$ tương ứng với số đỉnh và $u \in V$ là đỉnh bắt đầu; $|E|$ dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ ba $u \in V, v \in V, w$ tương ứng với một cạnh cùng với trọng số cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq |V| \leq 10^3$; $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

- Đưa ra kết quả của mỗi test theo từng dòng. Kết quả mỗi test là trọng số đường đi ngắn nhất từ đỉnh u đến các đỉnh còn lại của đồ thị theo thứ tự tăng dần các đỉnh.

Ví dụ:

Input:	Output:
1	0 4 12 19 21 11 9 8 14
9 12 1	
1 2 4	

1	8	8
2	3	8
2	8	11
3	4	7
3	6	4
3	9	2
4	5	9
4	6	14
5	6	10
6	7	2
6	9	6

BÀI 5. BELLMAN-FORD.

Cho đồ thị có hướng, có trọng số có thể âm hoặc không âm $G=\langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết chương trình tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến tất cả các đỉnh còn lại trên đồ thị.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm $|E|+1$ dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai ba số $|V|$, $|E|$ tương ứng với số đỉnh và $u \in V$ là đỉnh bắt đầu; $|E|$ dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ ba $u \in V$, $v \in V$, w tương ứng với một cạnh cùng với trọng số cạnh của đồ thị.
- T, $|V|$, $|E|$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq |V| \leq 10^3$; $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$;

Output:

- Đưa ra kết quả của mỗi test theo từng dòng. Kết quả mỗi test là trọng số đường đi ngắn nhất từ đỉnh u đến các đỉnh còn lại của đồ thị theo thứ tự tăng dần các đỉnh. Nếu tồn tại chu trình âm, in ra -1. Nếu không có đường đi ngắn nhất tới đỉnh u, in ra INFI.

Ví dụ:

Input:	Output:
2	0 -1 2 -2 1
5 8 1	-1
1 2 -1	
1 3 4	

2 3 3	
2 4 2	
2 5 2	
4 2 1	
4 3 5	
5 4 -3	
3 3 1	
1 2 -1	
2 3 2	
3 1 -2	

BÀI 6. NỐI ĐIỂM

Cho N điểm trên mặt phẳng Oxy. Để vẽ được đoạn thẳng nối A và B sẽ tốn chi phí tương đương với khoảng cách từ A tới B .

Nhiệm vụ của bạn là nối các điểm với nhau, sao cho N điểm đã cho tạo thành 1 thành phần liên thông duy nhất và chi phí để thực hiện là nhỏ nhất có thể.

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).
- Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N ($1 \leq N \leq 100$).
- N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số thực $x[i]$, $y[i]$ là tọa độ của điểm thứ i ($|x[i]|, |y[i]| \leq 100$).

Output:

- Với mỗi test, in ra chi phí nhỏ nhất tìm được với độ chính xác 6 chữ số thập phân sau dấu phẩy.

Ví dụ:

Input:	Output
1	3.414214
3	
1.0 1.0	
2.0 2.0	
2.0 4.0	

--	--

BÀI 7. ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT 1

Cho đơn đồ thị vô hướng liên thông $G = (V, E)$ gồm N đỉnh và M cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới N và các cạnh được đánh số từ 1 tới M .

Có Q truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu bạn tìm đường đi ngắn nhất giữa đỉnh $X[i]$ tới $Y[i]$.

Input:

- Dòng đầu tiên hai số nguyên N và M ($1 \leq N \leq 100$, $1 \leq M \leq N*(N-1)/2$).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên u, v, c cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v có độ dài bằng c ($1 \leq c \leq 1000$).
- Tiếp theo là số lượng truy vấn Q ($1 \leq Q \leq 100\,000$).
- Q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên $X[i], Y[i]$.

Output:

- Với mỗi truy vấn, in ra đáp án là độ dài đường đi ngắn nhất tìm được.

Ví dụ:

Input:	Output
5 6	8
1 2 6	10
1 3 7	3
2 4 8	
3 4 9	
3 5 1	
4 5 2	
3	
1 5	
2 5	
4 3	

BÀI 8. ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT 2

Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = (V, E)$ gồm N đỉnh và M cạnh, các đỉnh được đánh số từ 1 tới N và các cạnh được đánh số từ 1 tới M .

Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm đường đi ngắn nhất từ 1 tới N và đếm xem có bao nhiêu tuyến đường có độ dài ngắn nhất như vậy?

Input:

- Dòng đầu ghi số bộ test, không quá 10. Mỗi bộ test gồm:
 - Dòng đầu tiên hai số nguyên N và M ($1 \leq N \leq 10^5$, $1 \leq M \leq \max(N*(N-1)/2, 10^6)$).
 - M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên u, v, c cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v có độ dài bằng c ($1 \leq c \leq 10^6$).

Output:

Với mỗi test, in ra 2 số nguyên là độ dài đường đi ngắn nhất và số lượng đường đi ngắn nhất. Input đảm bảo số lượng đường đi ngắn nhất không vượt quá 10^{18} .

Ví dụ:

Input	Output
5 6 1 2 6 1 3 7 2 4 2 3 4 9 3 5 3 4 5 2	10 2

Có 2 tuyến đường ngắn nhất: $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$ và $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$.

BÀI 9. BẢNG SỐ

Cho một bảng số kích thước N x M. Chi phí khi đi qua ô (i,j) bằng $A[i][j]$. Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm một đường đi từ ô (1, 1) tới ô (N, M) sao cho chi phí là nhỏ nhất. Tại mỗi ô, bạn được phép đi sang trái, sang phải, đi lên trên và xuống dưới.

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).
- Mỗi test bắt đầu bởi hai số nguyên N và M ($1 \leq N, M \leq 500$).
- N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số nguyên $A[i][j]$ ($0 \leq A[i][j] \leq 9$).

Output:

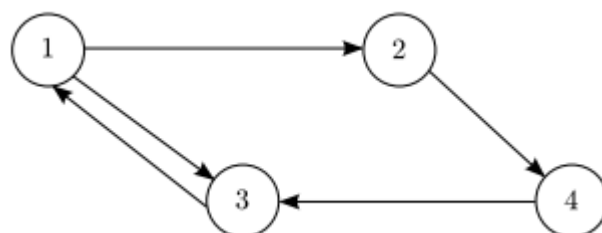
- Với mỗi test, in ra một số nguyên là chi phí nhỏ nhất cho đường đi tìm được.

Ví dụ:

Input:	Output
3	24
4	15
5	13
0 3 1 2 9	
7 3 4 9 9	
1 7 5 5 3	
2 3 4 2 5	
1	
6	
0 1 2 3 4 5	
5 5	
1 1 1 9 9	
9 9 1 9 9	
1 1 1 9 9	
1 9 9 9 9	
1 1 1 1 1	

BÀI 10. ĐƯỜNG ĐI TRUNG BÌNH

Cho một đồ thị có hướng gồm N đỉnh và M cạnh. Nhiệm vụ của bạn là hãy tính khoảng cách trung bình ngắn nhất giữa hai nút bất kì nếu như chúng liên thông với nhau. Input đảm bảo rằng trong một nhóm liên thông, nếu như u đi tới được v thì v cũng đi tới được u với mọi cặp u, v .



Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$). Mỗi test bắt đầu bởi hai số nguyên N và M ($1 \leq N \leq 100$, $M \leq N*(N-1)/2$). M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối đơn hướng từ u tới v .

Output: Với mỗi test, in ra đáp án tìm được với độ chính xác 2 chữ số sau dấu phẩy.

Ví dụ:

Input:	Output
2	1.83
4 5	1.75
1 2	
2 4	
1 3	
3 1	
4 3	
7 5	
1 2	
1 4	
4 2	
2 7	
7 1	

Giải thích test 1: Ta có

$d(1, 2) = 1$, $d(1, 3) = 1$, $d(1, 4) = 2$; $d(2, 1) = 3$, $d(2, 3) = 2$, $d(2, 4) = 1$;

$d(3, 1) = 1$, $d(3, 2) = 2$, $d(3, 4) = 3$; $d(4, 1) = 2$, $d(4, 2) = 3$, $d(4, 3) = 1$.

Trung bình bằng $22/12 = 1.83$

CHƯƠNG 5. CÁC CẤU TRÚC DỮ LIỆU CƠ BẢN

5.1. Bài tập về Ngăn xếp

BÀI 1. TỔNG ĐA THỨC

Cho hai đa thức có bậc không quá 10000 (chỉ viết ra các phần tử có hệ số khác 0). Hãy sử dụng danh sách liên kết đơn để viết chương trình tính tổng hai đa thức đó.

Dữ liệu vào: Dòng đầu ghi số bộ test. Mỗi bộ test có hai dòng, mỗi dòng ghi một đa thức theo mẫu như trong ví dụ. Số phần tử của đa thức không quá 20.

Chú ý: Bậc của các hạng tử luôn theo thứ tự giảm dần, trong đa thức chỉ có phép cộng và luôn được viết đầy đủ hệ số + số mũ (kể cả mũ 0).

Kết quả: Ghi ra một dòng đa thức tổng tính được (theo mẫu như ví dụ)

Ví dụ:

Input	Output
1 3*x^8 + 7*x^2 + 4*x^0 11*x^6 + 9*x^2 + 2*x^1 + 3*x^0	3*x^8 + 11*x^6 + 16*x^2 + 2*x^1 + 7*x^0

BÀI 2. ĐẢO TỪ

Cho một chuỗi ký tự str bao gồm nhiều từ trong chuỗi. Hãy đảo ngược từng từ trong chuỗi?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T;
- Những dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào một bộ test. Mỗi bộ test là một dòng ghi lại nhiều từ trong chuỗi str.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ràng buộc:

- T, str thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $2 \leq \text{length}(\text{str}) \leq 10^6$.

Ví dụ:

Input	Output
2 ABC DEF 123 456	CBA FED 321 654

BÀI 3. KIỂM TRA DÃY NGOẶC ĐÚNG

Cho một xâu chỉ gồm các kí tự ‘(’, ‘)’, ‘[’, ‘]’, ‘{’, ‘}’. Một dãy ngoặc đúng được định nghĩa như sau:

- Xâu rỗng là 1 dãy ngoặc đúng.
- Nếu A là 1 dãy ngoặc đúng thì (A), [A], {A} là 1 dãy ngoặc đúng.
- Nếu A và B là 2 dãy ngoặc đúng thì AB là 1 dãy ngoặc đúng.

Cho một xâu S. Nhiệm vụ của bạn là xác định xâu S có là dãy ngoặc đúng hay không?

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm 1 xâu S có độ dài không vượt quá 100 000.

Output:

Với mỗi test, in ra “YES” nếu như S là dãy ngoặc đúng, in ra “NO” trong trường hợp ngược lại.

Ví dụ:

Input:	Output
2	YES
[()] { } { [() ()] () }	NO
[(]	

BÀI 4. BIẾN ĐỔI TRUNG TỐ - HẬU TỐ

Hãy viết chương trình chuyển đổi biểu thức biểu diễn dưới dạng trung tố về dạng hậu tố.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T;
- Những dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào một bộ test. Mỗi bộ test là một biểu thức tiền tố exp.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ràng buộc:

- T, exp thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $2 \leq \text{length}(\text{exp}) \leq 10$.

Ví dụ:

Input	Output
2	ABC++

(A+ (B+C)	AB*C+
((A*B) +C)	

BÀI 5. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC HẬU TỔ

Hãy viết chương trình chuyển tính toán giá trị của biểu thức hậu tố.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T;
- Những dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào một bộ test. Mỗi bộ test là một biểu thức hậu tố exp. Các số xuất hiện trong biểu thức là các số đơn có 1 chữ số.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng, chỉ lấy giá trị phần nguyên.

Ràng buộc:

- T, exp thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $2 \leq \text{length}(\text{exp}) \leq 20$.

Ví dụ:

Input	Output
2	-4
2 3 1 * + 9 -	34
8 7 5 * + 9 -	

BÀI 6. PHẦN TỬ BÊN PHẢI ĐẦU TIÊN LỚN HƠN

Cho dãy số A[] gồm N phần tử. Với mỗi A[i], bạn cần tìm phần tử bên phải đầu tiên lớn hơn nó. Nếu không tồn tại, in ra -1.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N ($1 \leq N \leq 100000$).

Dòng tiếp theo gồm N số nguyên A[i] ($0 \leq A[i] \leq 10^9$).

Output:

Với mỗi test, in ra trên một dòng N số R[i], với R[i] là giá trị phần tử đầu tiên lớn hơn A[i].

Ví dụ

Input	Output
-------	--------

3	5 25 25 -1
4	-1 -1 -1
4 5 2 25	5 5 -1 -1
3	
2 2 2	
4	
4 4 5 5	

BÀI 7. KIỂM TRA BIỂU THỨC SỐ HỌC

Cho biểu thức số học, hãy cho biết biểu thức số học có dư thừa các cặp ký hiệu ‘(,’) ‘ hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T;
- Những dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào một bộ test. Mỗi bộ test là một biểu thức tiền tố exp.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ràng buộc:

- T, exp thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $2 \leq \text{length}(\text{exp}) \leq 20$.

Ví dụ:

Input	Output
3	Yes
((a+b))	Yes
(a + (b) / c)	No
(a + b * (c-d))	

BÀI 8. SỬA LẠI DÃY NGOẶC

Cho một chuỗi chỉ gồm các ký tự ‘(,’) và có độ dài chẵn. Hãy đếm số lượng dấu ngoặc cần phải đổi chiều ít nhất, sao cho chuỗi mới thu được là một dãy ngoặc đúng.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm 1 chuỗi S có độ dài không vượt quá 100 000, chỉ gồm dấu (và).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
4	2
)) ((2
((((1
(((()	3
) (()) (((

BÀI 9. BIỂU THỨC TƯƠNG ĐƯƠNG

Cho biểu thức đúng P chỉ bao gồm các phép toán +, -, các toán hạng cùng với các ký tự '(', ')'. Hãy bỏ tất cả các ký tự '(', ')' trong P để nhận được biểu thức tương đương. Ví dụ với $P = a - (b + c)$ ta có kết quả $P = a - b - c$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T;
- Những dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào một bộ test. Mỗi bộ test là một biểu thức P được viết trên một dòng.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ràng buộc:

- T, P thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(P) \leq 10^3$.

Ví dụ:

Input	Output
2	a-b-c
a- (b+c)	a-b+c+d+e-f
a- (b-c- (d+e)) -f	

BÀI 10. SO SÁNH BIỂU THỨC

Cho P1, P2 là hai biểu thức đúng chỉ bao gồm các ký tự mở ngoặc '(' hoặc đóng ngoặc ')' và các toán hạng in thường. Nhiệm vụ của bạn là định xem P1 và P2 có giống nhau hay không.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T;
- Những dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào một bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất đưa vào P1, dòng tiếp theo đưa vào P2.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ràng buộc:

- T, P thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(P) \leq 100$.

Ví dụ:

Input	Output
2	YES
$-(a+b+c)$	NO
$-a-b-c$	
$a-b-(c-d)$	
$a-b-c-d$	

5.2. Bài tập về Hàng đợi

BÀI 1. SỐ NHỊ PHÂN TỪ 1 ĐẾN N

Cho số tự nhiên n . Hãy in ra tất cả các số nhị phân từ 1 đến n .

Input:

- Dòng đầu tiên ghi lại số lượng test T ($T \leq 100$).
- Mỗi test là một số tự nhiên n được ghi trên một dòng ($n \leq 10000$).

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1 10
2	1 10 11 100 101
5	

BÀI 2. BIẾN ĐỔI S – T

Cho hai số nguyên dương S và T ($S, T < 10000$) và hai thao tác (a), (b) dưới đây:

Thao tác (a): Trừ S đi 1 ($S = S - 1$);

Thao tác (b): Nhân S với 2 ($S = S * 2$);

Hãy dịch chuyển S thành T sao cho số lần thực hiện các thao tác (a), (b) là ít nhất. Ví dụ với $S = 2, T = 5$ thì số các bước ít nhất để dịch chuyển S thành T thông qua 4 thao tác sau:

Thao tác (a): $2 * 2 = 4$;

Thao tác (b): $4 - 1 = 3$;

Thao tác (a): $3 * 2 = 6$;

Thao tác (b): $6 - 1 = 5$;

Input:

- Dòng đầu tiên ghi lại số tự nhiên T là số lượng Test;
- T dòng kế tiếp mỗi dòng ghi lại một bộ Test. Mỗi test là một bộ đôi S và T.

Output: Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
3	4
2 5	4
3 7	3
7 4	

BÀI 3 BIẾN ĐỔI SỐ NGUYÊN TỐ

Cho cặp số S và T là các số nguyên tố có 4 chữ số (Ví dụ S = 1033, T = 8197 là các số nguyên tố có 4 chữ số). Hãy viết chương trình tìm cách dịch chuyển S thành T thỏa mãn đồng thời những điều kiện dưới đây:

- Mỗi phép dịch chuyển chỉ được phép thay đổi một chữ số của số ở bước trước đó (ví dụ nếu S=1033 thì phép dịch chuyển S thành 1733 là hợp lệ);
- Số nhận được cũng là một số nguyên tố có 4 chữ số (ví dụ nếu S=1033 thì phép dịch chuyển S thành 1833 là không hợp lệ, và S dịch chuyển thành 1733 là hợp lệ);
- Số các bước dịch chuyển là ít nhất.

Ví dụ số các phép dịch chuyển ít nhất để S = 1033 thành T = 8179 là 6 bao gồm các phép dịch chuyển như sau:

8179 \leftarrow 8779 \leftarrow 3779 \leftarrow 3739 \leftarrow 3733 \leftarrow 1733 \leftarrow 1033.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T ($T \leq 100$)
- Những dòng kế tiếp mỗi dòng đưa vào một test. Mỗi test là một bộ đôi S, T.

Output:

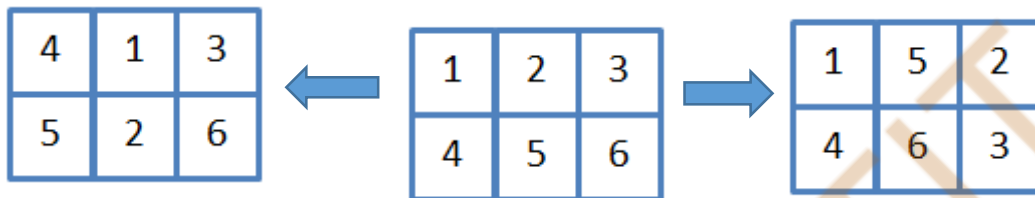
- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	6
1033 8179	5

BÀI 4. QUAY HÌNH VUÔNG

Có một chiếc bảng hình chữ nhật với 6 miếng ghép, trên mỗi miếng ghép được điền một số nguyên trong khoảng từ 1 đến 6. Tại mỗi bước, chọn một hình vuông (bên trái hoặc bên phải), rồi quay theo chiều kim đồng hồ.



Yêu cầu: Cho một trạng thái của bảng, hãy tính số phép biến đổi ít nhất để đưa bảng đến trạng thái đích.

Input:

- Dòng đầu ghi số bộ test (không quá 10). Mỗi bộ test gồm hai dòng:
 - Dòng đầu tiên chứa 6 số là trạng thái bảng ban đầu (thứ tự từ trái qua phải, dòng 1 tới dòng 2).
 - Dòng thứ hai chứa 6 số là trạng thái bảng đích (thứ tự từ trái qua phải, dòng 1 tới dòng 2).

Output:

- Với mỗi test, in ra một số nguyên là đáp số của bài toán.

Ví dụ:

Input	Output
1 1 2 3 4 5 6 4 1 2 6 5 3	2

BÀI 5. BIẾN ĐỔI SỐ TỰ NHIÊN

Cho số tự nhiên N ($N < 10^9$) và hai phép biến đổi (a), (b) dưới đây.

- Thao tác (a):** Trừ N đi 1 ($N = N - 1$). Ví dụ $N = 17$, thao tác (a) biến đổi $N = N - 1 = 16$.
- Thao tác (b):** $N = \max(u, v)$ nếu $u * v = N$ ($u > 1, v > 1$). Ví dụ $N = 16$, thao tác (b) có thể biến đổi $N = \max(2, 8) = 8$ hoặc $N = \max(4, 4) = 4$.

Chỉ được phép sử dụng hai thao tác (a) hoặc (b), hãy biến đổi N thành 1 sao số các thao tác (a), (b) được thực hiện ít nhất. Ví dụ với $N=17$, số các phép (a), (b) nhỏ nhất biến đổi N thành 1 là 4 bước như sau:

Thao tác (a): $N = N - 1 = 17 - 1 = 16$

Thao tác (b): $16 = \max(4, 4) = 4$

Thao tác (b): $4 = \max(2, 2) = 2$

Thao tác (a): $2 = 2 - 1 = 1$

Input:

- Dòng đầu tiên ghi lại số tự nhiên T là số lượng Test;
- T dòng kế tiếp mỗi dòng ghi lại một bộ Test. Mỗi test là một số N.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
3	4
17	5
50	5
100	

BÀI 6. DI CHUYỂN TRONG MA TRẬN

Cho ma trận $A[M][N]$. Nhiệm vụ của bạn hãy tìm số bước đi ít nhất dịch chuyển từ vị trí $A[1][1]$ đến vị trí $A[M][N]$. Biết mỗi bước đi ta chỉ được phép dịch chuyển đến vị trí $A[i][j+A[i][j]]$ hoặc vị trí $A[i+A[i][j]][j]$ bên trong ma trận.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất là hai số M, N; phần thứ hai là các phần tử của ma trận $A[][]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, M, N, $A[i][j]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq M, N, A[i][j] \leq 10^3$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng. In ra -1 nếu không tìm được đáp án.

Ví dụ:

Input	Output
1	2
3 3	
2 1 2	
1 1 1	
1 1 1	

BÀI 7. DI CHUYỂN TRÁNH VẬT CẢN

Cho một bảng kích thước $N \times N$, trong đó có các ô trống '.' và vật cản 'X'. Các hàng và các cột được đánh số từ 0.

Mỗi bước di chuyển, bạn có thể đi từ ô (x, y) tới ô (u, v) nếu như 2 ô này nằm trên cùng một hàng hoặc một cột, và không có vật cản nào ở giữa.

Cho điểm xuất phát và điểm đích. Bạn hãy tính số bước di chuyển ít nhất?

Input:

- Dòng đầu ghi số bộ test (không quá 10). Mỗi test gồm:
 - Dòng đầu tiên là số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 100$).
 - N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm N kí tự mô tả bảng.
 - Cuối cùng là 4 số nguyên a, b, c, d với (a, b) là tọa độ điểm xuất phát, (c, d) là tọa độ đích. Dữ liệu đảm bảo hai vị trí này không phải là ô có vật cản.

Output:

- Với mỗi test, in ra một số nguyên là đáp số của bài toán.

Ví dụ:

Input	Output
1 3 .X. .X. ... 0 0 0 2	3

BÀI 8. GIEO MẦM

Trên một giá có kích thước $R \times C$ (R hàng, C cột), một số hạt mầm đã được tra vào các ô. Một số hạt mầm được bón thêm chất dinh dưỡng, nên đã nảy mầm sớm thành cây non.

Mỗi ngày, các cây non sẽ lan truyền chất dinh dưỡng của nó cho các mầm ở ô xung quanh (trái, trên, phải, dưới), làm cho các hạt mầm này phát triển thành cây non. Tuy nhiên, có thể có một số hạt mầm được gieo ở vị trí lẻ loi, do không nhận được chất dinh dưỡng nên không thể nảy mầm.

Các bạn hãy xác định xem cần ít nhất bao nhiêu ngày để tất cả các hạt đều mầm?

Input:

- Dòng đầu ghi số bộ test (không quá 10). Mỗi bộ test gồm:
 - Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên R và C ($1 \leq R, C \leq 500$).
 - R dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm C số nguyên $A[i][j]$.
 - $A[i][j] = 0$, ô (i, j) là ô trống.
 - $A[i][j] = 1$, ô (i, j) là hạt chưa nảy mầm.

- $A[i][j] = 2$, ô (i, j) là cây non.

Output:

- Với mỗi test in ra thời gian ngắn nhất để tất cả các hạt đều nảy mầm. Nếu có hạt nào chưa nảy mầm, in ra -1.

Ví dụ:

Input	Output
2	2
3 5	-1
2 1 0 2 1	
1 0 1 2 1	
1 0 0 2 1	
3 5	
2 1 0 2 1	
0 0 1 2 1	
1 0 0 2 1	

BÀI 9. DI CHUYỂN TRONG KHÔNG GIAN

Cho một hình hộp chữ nhật có kích thước $A \times B \times C$, trong đó A là chiều cao, B là chiều rộng và C là chiều dài. Mỗi ô có thể là một ô trống '.' hoặc vật cản '#'.
 Mỗi bước, bạn được phép di chuyển sang một ô kề bên cạnh (không được đi chéo). Nhiệm vụ của bạn là tìm đường đi ngắn nhất bắt đầu 'S' tới vị trí kết thúc 'E'.

Mỗi bước, bạn được phép di chuyển sang một ô kề bên cạnh (không được đi chéo). Nhiệm vụ của bạn là tìm đường đi ngắn nhất bắt đầu 'S' tới vị trí kết thúc 'E'.

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($1 \leq T \leq 50$).
- Mỗi test bắt đầu bởi 3 số nguyên A, B, C ($A, B, C \leq 30$).
- Tiếp theo là A khối, mỗi khối gồm $B \times C$ kí tự mô tả một lát cắt của hình hộp chữ nhật. Giữa 2 khối có một dấu xuống dòng.

Output:

- In ra một số nguyên là đường đi ngắn nhất từ S tới E. Nếu không di chuyển được, in ra -1.

Ví dụ:

Input	Output
2	11
3 4 5	-1
S	
.###.	
.###.	
###. #	
#####	

#####	
##.##	
##...	
#####	
#####	
#.###	
####E	
1 3 3	
S##	
#E#	
###	

BÀI 10. HEXGAME

HEXGAME là một trò chơi xếp hình gồm 10 miếng ghép hình lục giác đều, trên mỗi miếng ghép được điền một số nguyên, có 8 miếng được điền số từ 1 đến 8 và có hai miếng điền số 0. Các miếng liên kết với nhau tạo thành lưới tổ ong. Ban đầu các miếng ghép ở vị trí như hình vẽ. Tại mỗi bước, chọn một miếng ghép có đúng 6 miếng ghép kề cạnh làm tâm, rồi xoay một nấc 6 miếng ghép kề cạnh đó theo chiều kim đồng hồ. Như vậy chỉ có hai cách chọn tâm, đó là chọn tâm bên trái và chọn tâm bên phải.



Yêu cầu: Cho một trạng thái của trò chơi (nhận được sau một dãy biến đổi từ trạng thái ban đầu), hãy tính số phép biến đổi ít nhất để đưa về trạng thái ban đầu.

Input:

- Dòng đầu ghi số bộ test (không quá 10). Mỗi bộ test gồm:
 - Dòng đầu tiên chứa 3 số ở 3 miếng ghép dòng thứ nhất (thứ tự từ trái qua phải).
 - Dòng thứ hai chứa 4 số ở 4 miếng ghép dòng thứ hai (thứ tự từ trái qua phải).
 - Dòng thứ ba chứa 3 số ở 3 miếng ghép dòng thứ ba (thứ tự từ trái qua phải).

Output:

- Với mỗi bộ test in ra một số nguyên là số phép biến đổi ít nhất để đưa được về trạng thái ban đầu.

Ví dụ:

Input	Output
-------	--------

1	5
1 0 2	
8 6 0 3	
7 5 4	

THU VIEN PTIT

5.3. Bài tập về Cây nhị phân

BÀI 1. DUYỆT CÂY 1

Cho phép duyệt cây nhị phân Inorder và Preorder, hãy đưa ra kết quả phép duyệt Postorder của cây nhị phân. Ví dụ với cây nhị phân có các phép duyệt cây nhị phân của cây dưới đây:

Inorder : 4 2 5 1 3 6

Preorder: : 1 2 4 5 3 6

Postorder : 4 5 2 6 3 1

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 3 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng node; dòng tiếp theo đưa vào N số theo phép duyệt Inorder; dòng cuối cùng đưa vào N số là kết quả của phép duyệt Preorder; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, node thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 1000$; $1 \leq \text{giá trị node} \leq 10^4$;

Output:

- Đưa ra kết quả phép duyệt Postorder theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
1	4 5 2 6 3 1
6	
4 2 5 1 3 6	
1 2 4 5 3 6	

BÀI 2. DUYỆT CÂY 2

Cho mảng A[] gồm N node là biểu diễn phép duyệt theo thứ tự giữa (Preorder) của cây nhị phân tìm kiếm. Nhiệm vụ của bạn là đưa ra phép duyệt theo thứ tự sau của cây nhị phân tìm kiếm.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng node; dòng tiếp theo đưa vào N số A[i]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, node thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$; $1 \leq A[i] \leq 10^4$;

Output:

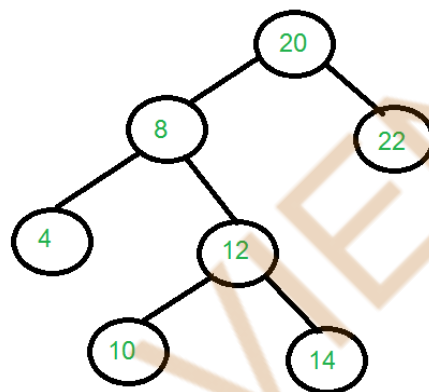
- Đưa ra kết quả phép duyệt Postorder theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	35 30 100 80 40
5	35 32 30 120 100 90 80 40
40 30 35 80 100	
8	
40 30 32 35 80 90 100 120	

BÀI 3. DUYỆT CÂY 3

Cho cây nhị phân, nhiệm vụ của bạn là duyệt cây theo Level-order. Phép duyệt level-order trên cây là phép thăm node theo từng mức của cây. Ví dụ với cây dưới đây sẽ cho ta kết quả của phép duyệt level-order: 20 8 22 4 12 10 14.



Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng cạnh của cây; dòng tiếp theo đưa vào N bộ ba (u, v, x), trong đó u là node cha, v là node con, x= R nếu v là con phải, x=L nếu v là con trái; u, v, x được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, u, v, thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$; $1 \leq u, v \leq 10^4$;

Output:

- Đưa ra kết quả phép duyệt level-order theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1 3 2
2	10 0 30 40 60
1 2 R 1 3 L	

4	
10 20 L 10 30 R 20 40 L 20 60 R	

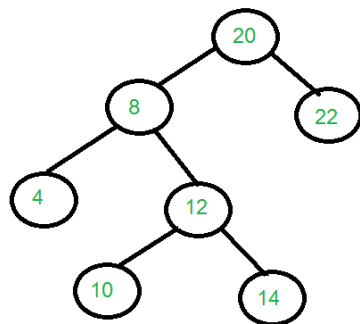
BÀI 4. DUYỆT CÂY 4

Cho hai mảng là phép duyệt Inorder và Level-order, nhiệm vụ của bạn là xây dựng cây nhị phân và đưa ra kết quả phép duyệt Postorder. Level-order là phép duyệt theo từng mức của cây.

Ví dụ như cây dưới đây ta có phép Inorder và Level-order như dưới đây:

Inorder : 4 8 10 12 14 20 22

Level order: 20 8 22 4 12 10 14



Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 3 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng node; dòng tiếp theo đưa vào N số là phép duyệt Inorder; dòng cuối cùng đưa vào N số là phép duyệt Level-order; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, node thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$; $1 \leq A[i] \leq 10^4$;

Output:

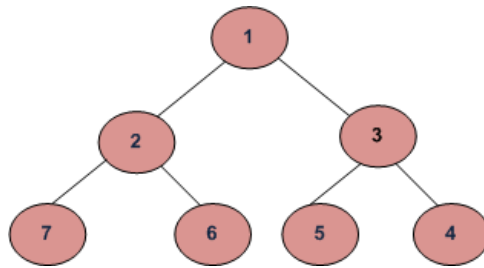
- Đưa ra kết quả phép duyệt Postorder theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1 2 0
3	3 4 1 5 6 2 0
1 0 2	
0 1 2	
7	
3 1 4 0 5 2 6	
0 1 2 3 4 5 6	

BÀI 5. DUYỆT CÂY 5

Cho cây nhị phân, nhiệm vụ của bạn là duyệt cây theo xoắn ốc (spiral-order). Phép. Ví dụ với cây dưới đây sẽ cho ta kết quả của phép duyệt spiral-order: 1 2 3 4 5 6 7.



Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng cạnh của cây; dòng tiếp theo đưa vào N bộ ba (u, v, x), trong đó u là node cha, v là node con, x= R nếu v là con phải, x=L nếu v là con trái; u, v, x được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, u, v, thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$; $1 \leq u, v \leq 10^4$;

Output:

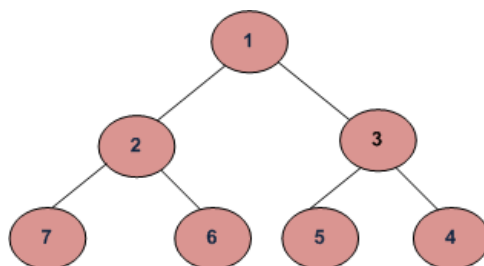
- Đưa ra kết quả phép duyệt level-order theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1 3 2
2	10 0 30 60 40
1 2 R 1 3 L	
4	
10 20 L 10 30 R 20 40 L 20 60 R	

BÀI 6. DUỆT CÂY 6

Cho cây nhị phân, nhiệm vụ của bạn là duyệt cây theo mức đảo ngược (reverse-level-order). Với cây dưới đây sẽ cho ta kết quả của phép duyệt theo mức đảo ngược là : 7 6 5 4 3 2 1.



Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.

- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng cạnh của cây; dòng tiếp theo đưa vào N bộ ba (u, v, x), trong đó u là node cha, v là node con, x= R nếu v là con phải, x=L nếu v là con trái; u, v, x được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, u, v, thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$; $1 \leq u, v \leq 10^4$;

Output:

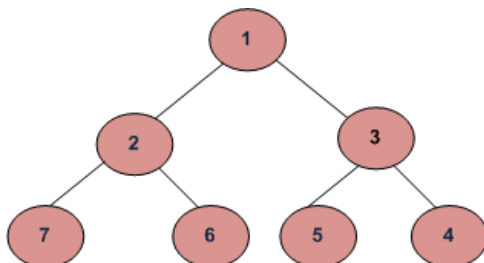
- Đưa ra kết quả phép duyệt reverse-level-order theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	3 2 1
2	40 20 30 10
1 2 R 1 3 L	
4	
10 20 L 10 30 R 20 40 L 20 60 R	

BÀI 7. KIỂM TRA NODE LÁ

Cho cây nhị phân, nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem tất cả các node lá của cây có cùng một mức hay không? Ví dụ với cây dưới đây sẽ cho ta kết quả là Yes.



Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng cạnh của cây; dòng tiếp theo đưa vào N bộ ba (u, v, x), trong đó u là node cha, v là node con, x= R nếu v là con phải, x=L nếu v là con trái; u, v, x được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, u, v, thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$; $1 \leq u, v \leq 10^4$;

Output:

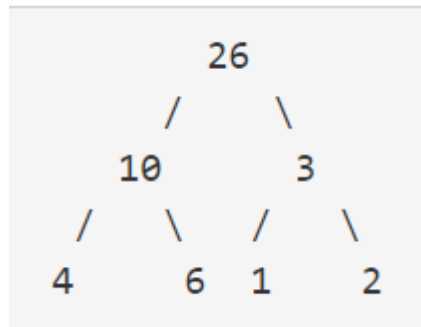
- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1
2	0
1 2 R 1 3 L	
4	
10 20 L 10 30 R 20 40 L 20 60 R	

BÀI 8. CÂY NHỊ PHÂN TỔNG

Cho cây nhị phân, nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem cây nhị phân có phải là một cây tổng hay không? Một cây nhị phân được gọi là cây tổng nếu tổng các node con của node trung gian bằng giá trị node cha. Node không có node con trái hoặc phải được hiểu là có giá trị 0. Ví dụ dưới đây là một cây tổng



Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng cạnh của cây; dòng tiếp theo đưa vào N bộ ba (u, v, x), trong đó u là node cha, v là node con, x= R nếu v là con phải, x=L nếu v là con trái; u, v, x được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, u, v, thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$; $1 \leq u, v \leq 10^4$;

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1
2	0
3 1 L 3 2 R	
4	
10 20 L 10 30 R 20 40 L 20 60 R	

BÀI 9. CÂY NHỊ PHÂN HOÀN HẢO

Cho cây nhị phân, nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem cây nhị phân có phải là một cây hoàn hảo hay không (perfect tree)? Một cây nhị phân được gọi là cây hoàn hảo nếu tất cả các node trung gian của nó đều có hai node con và tất cả các node lá đều có cùng một mức.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng cạnh của cây; dòng tiếp theo đưa vào N bộ ba (u, v, x), trong đó u là node cha, v là node con, x= R nếu v là con phải, x=L nếu v là con trái; u, v, x được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, u, v, thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$; $1 \leq u, v \leq 10^4$;

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
3	Yes
6	Yes
10 20 L 10 30 R 20 40 L 20 50 R 30 60 L 30 70 R	No
2	
18 15 L 18 30 R	
5	
1 2 L 2 4 R 1 3 R 3 5 L 3 6 R	

BÀI 10. CÂY NHỊ PHÂN ĐỦ

Cho cây nhị phân, nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem cây nhị phân có phải là một cây đủ hay không (full binary tree)? Một cây nhị phân được gọi là cây đủ nếu tất cả các node trung gian của nó đều có hai node con.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào số N là số lượng cạnh của cây; dòng tiếp theo đưa vào N bộ ba (u, v, x), trong đó u là node cha, v là node con, x= R nếu v là con phải, x=L nếu v là con trái; u, v, x được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, u, v, thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^3$; $1 \leq u, v \leq 10^4$;

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1
4	0
1 2 L 1 3 R 2 4 L 2 5 R	
3	
1 2 L 1 3 R 2 4 L	

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Duy Phương, Bài giảng Toán rời rạc 1 và Toán rời rạc 2, Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông, 2015.
- [2] Nguyễn Duy Phương, Nguyễn Mạnh Sơn, Bài tập Kỹ thuật lập trình hướng đối tượng, Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông, 2020.
- [2] Nguyễn Duy Phương, Nguyễn Mạnh Sơn, Bài giảng Cấu trúc dữ liệu và Giải thuật, Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông, 2020.
- [3] Nguyễn Mạnh Sơn, Bài giảng Lập trình hướng đối tượng, Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông, 2020.
- [4] Michael T. Goodrich, Roberto Tamassia, Michael H. Goldwasser. Data Structures & Algorithms in Java. 6th edition, Wiley, 2014.
- [5] <https://www.geeksforgeeks.org/>
- [6] <https://codeforces.com/>