Лабораторная работа № 5

Симулирование модели эпидемии SIR

Хамдамова Айжана

7 марта 2025

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Хамдамова Айжана
- студент факультета Физико-математических и естественных наук
- Российский университет дружбы народов
- 1032225989@pfur.ru
- https://github.com/AizhanaKhamdamova/study_2024-2025_simmod

Цель работы

Построить модель эпидемии SIR в *xcos* и OpenModelica.

Задание

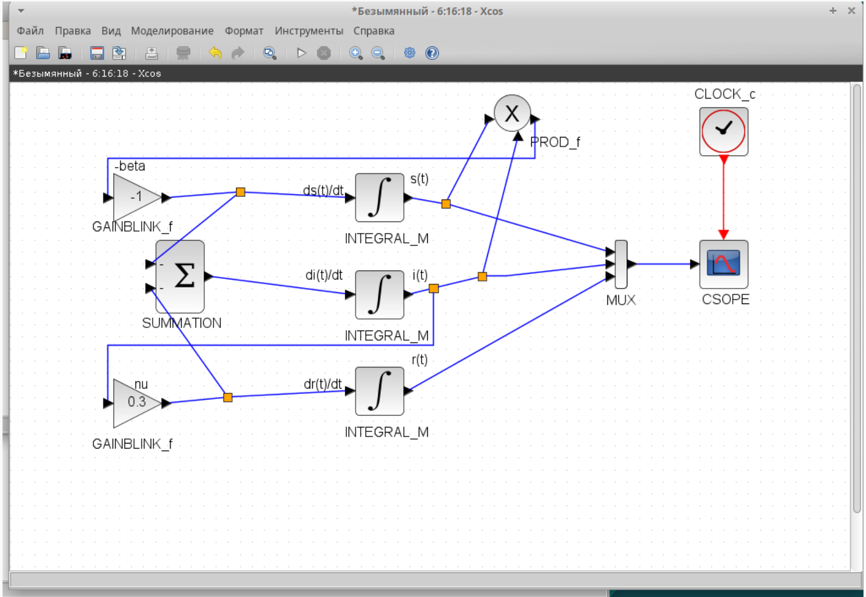
1. Реализовать модель SIR в в *xcos*;
2. Реализовать модель SIR с помощью блока Modelica в в *xcos*;
3. Реализовать модель SIR в OpenModelica;
4. Реализовать модель SIR с учётом процесса рождения / гибели особей в xcos (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica;
5. Построить графики эпидемического порога при различных значениях параметров модели (в частности изменяя параметр μ);
6. Сделать анализ полученных графиков в зависимости от выбранных значений параметров модели.

Задача о распространении эпидемии описывается системой дифференциальных уравнений:

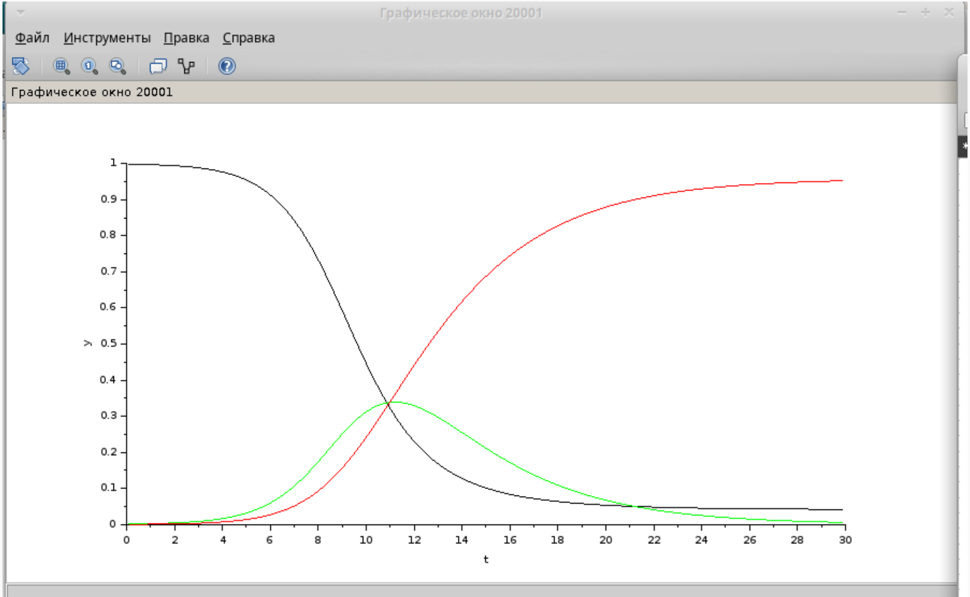
$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t), \end{cases}$$

где β – скорость заражения, ν – скорость выздоровления.

начальные данные: $\beta = 1,\ \nu = 0,3,\ s(0) = 0,999,\ i(0) = 0,001,\ r(0) = 0.$



Результат моделирования



Предположим, что в модели SIR учитываются демографические процессы, в частности, что смертность в популяции полностью уравновешивает рождаемость, а все рожденные индивидуумы появляются на свет абсолютно здоровыми. Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t) + \mu(N - s(t)); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t) - \mu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t) - \mu r(t), \end{cases}$$

где μ — константа, которая равна коэффициенту смертности и рождаемости.

Модель SIR с учетом демографических процессов в xcos

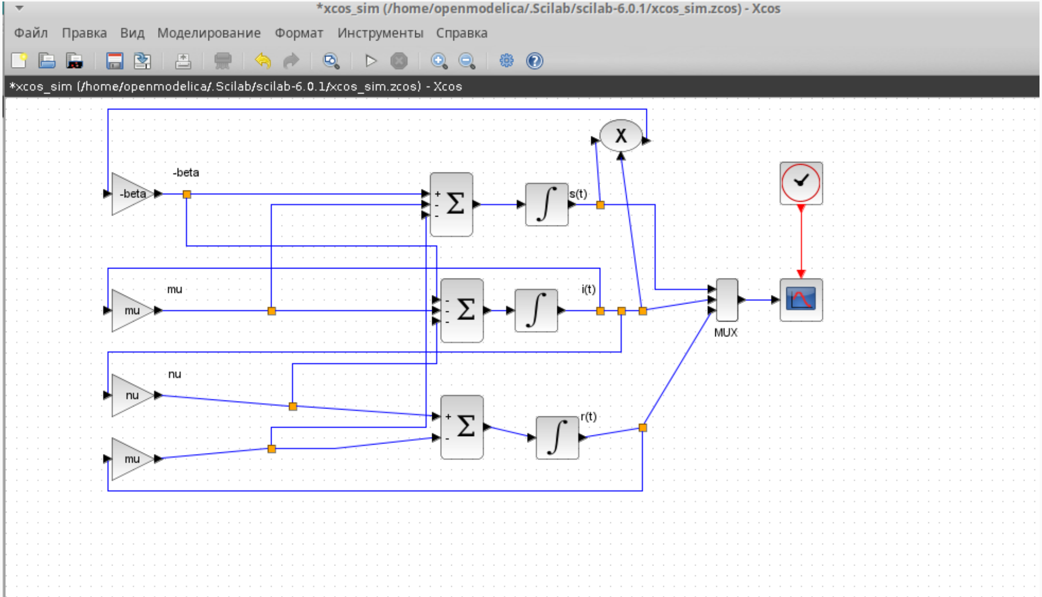
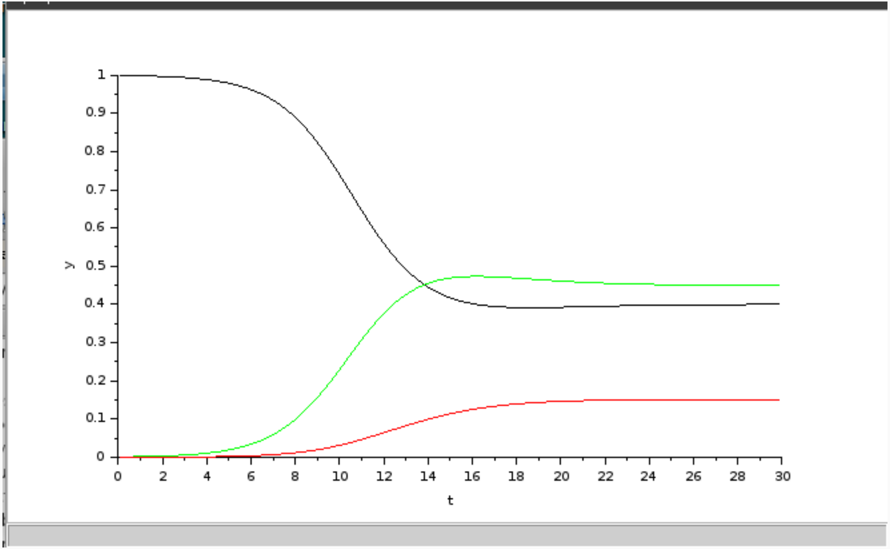


График модели SIR с учетом демографических процессов



Модель SIR с учетом демографических процессов в xcos с применением блока Modelica

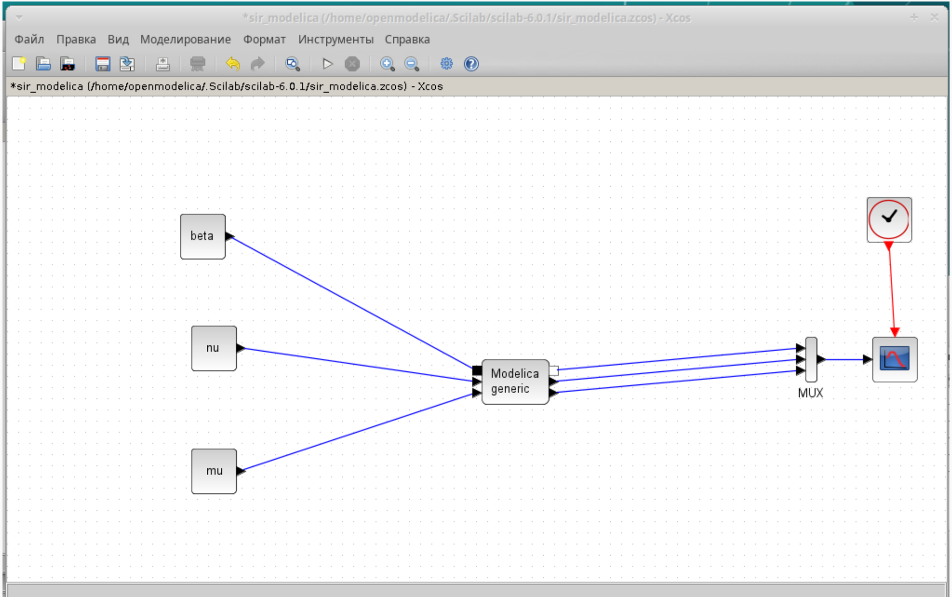
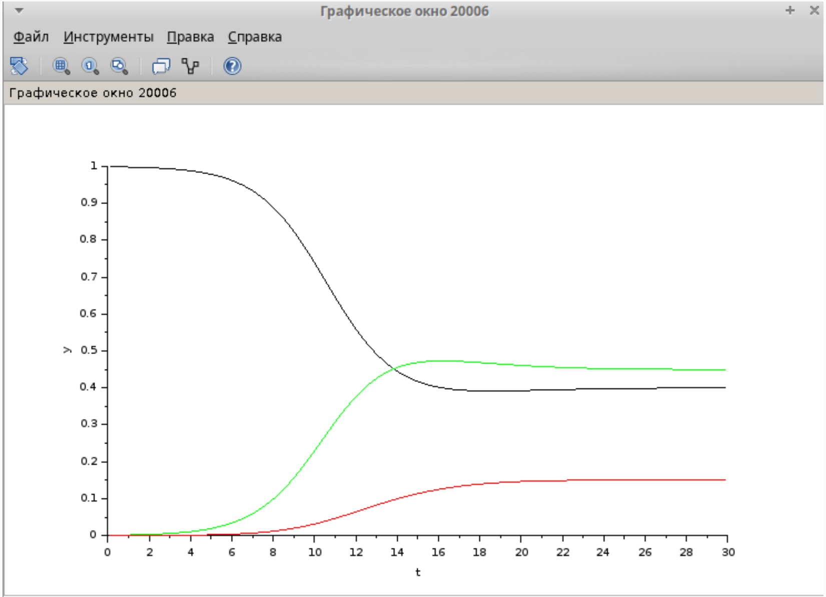


График модели SIR



Задание параметров в open modelica

```
model lab5_3
  parameter Real I_0 = 0.001;
  parameter Real R_0 = 0;
  parameter Real S_0 = 0.999;
  parameter Real N = 1;
  parameter Real beta = 1;
  parameter Real nu = 0.3;
  parameter Real mu = 0.1;

  Real s(start=S_0);
  Real i(start=I_0);
  Real r(start=R_0);

equation
  der(s)=-beta*s*i + mu*i + mu*r;
  der(i)=beta*s*i-nu*i - mu*i;
  der(r)=nu*i - mu*r;

end lab5_3;
```

График модели SIR с учетом демографических процессов

Выполнив симуляцию, получим следующий график.

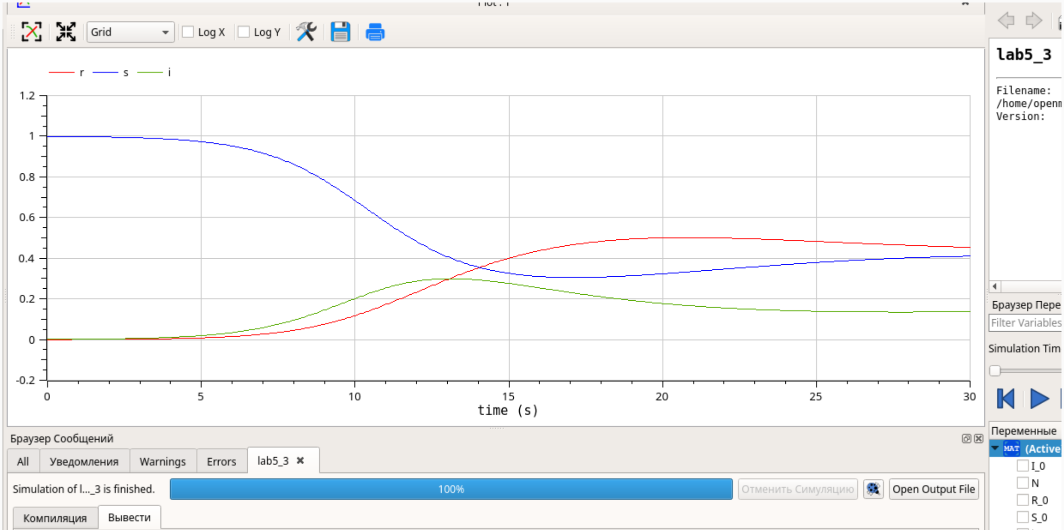


График модели SIR $\mu = 0.1$

Теперь построим графики при разных значениях параметров. $\beta = 1, \nu = 0.3$

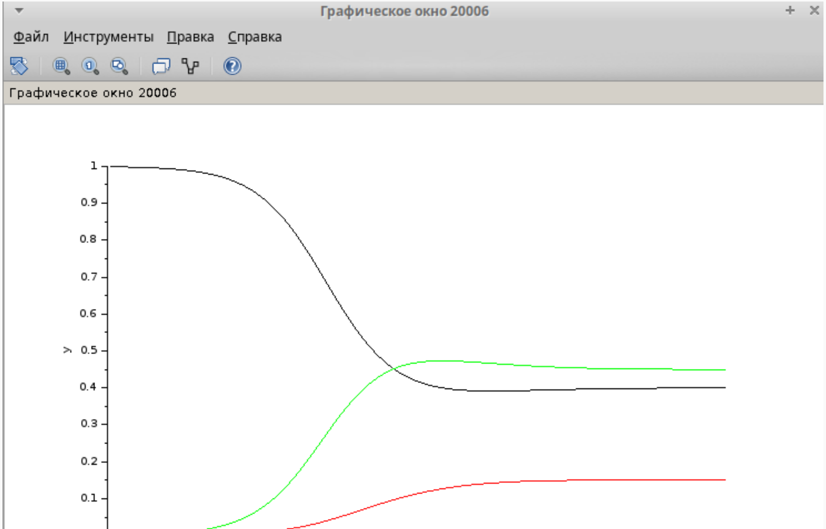


График модели SIR $\mu = 0.3$

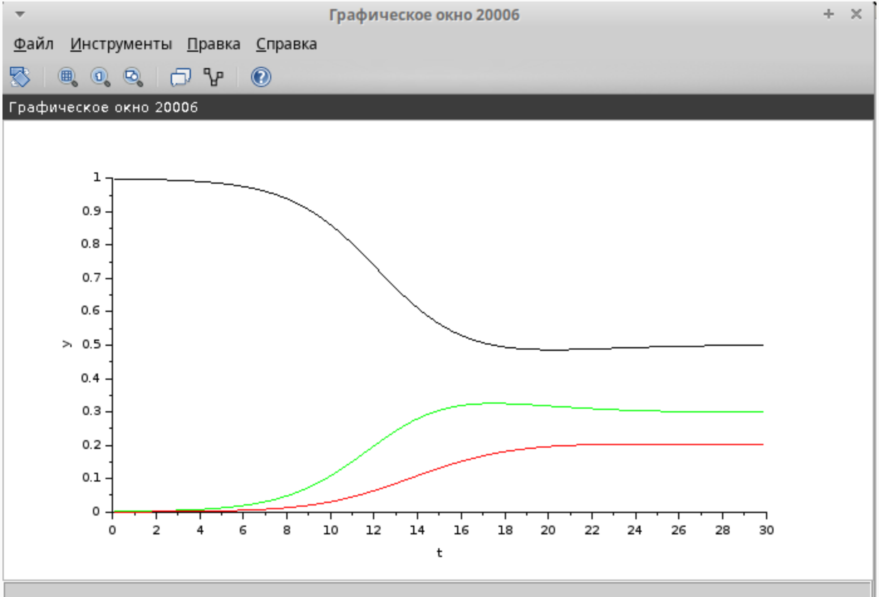


График модели SIR $\mu = 0.5$

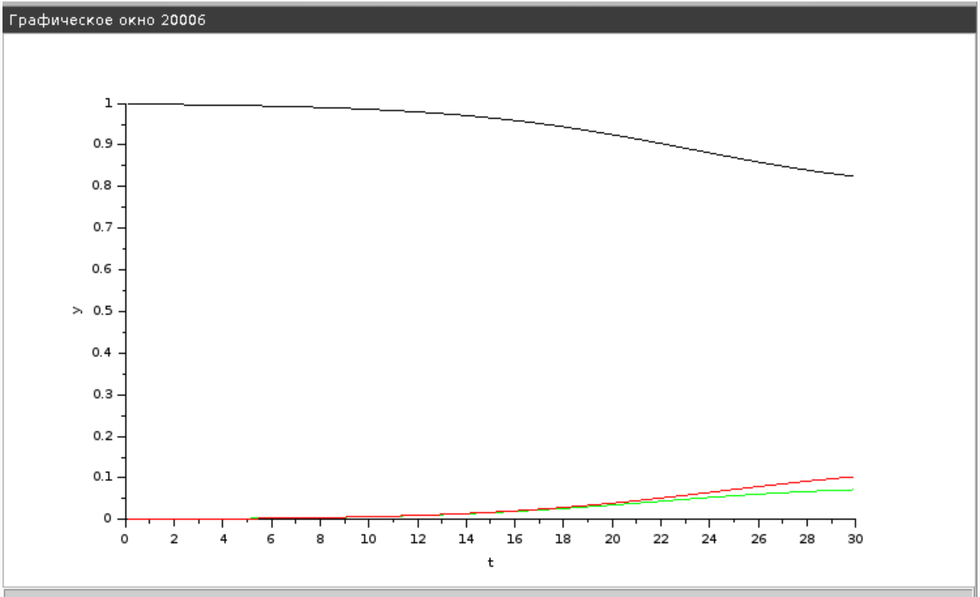
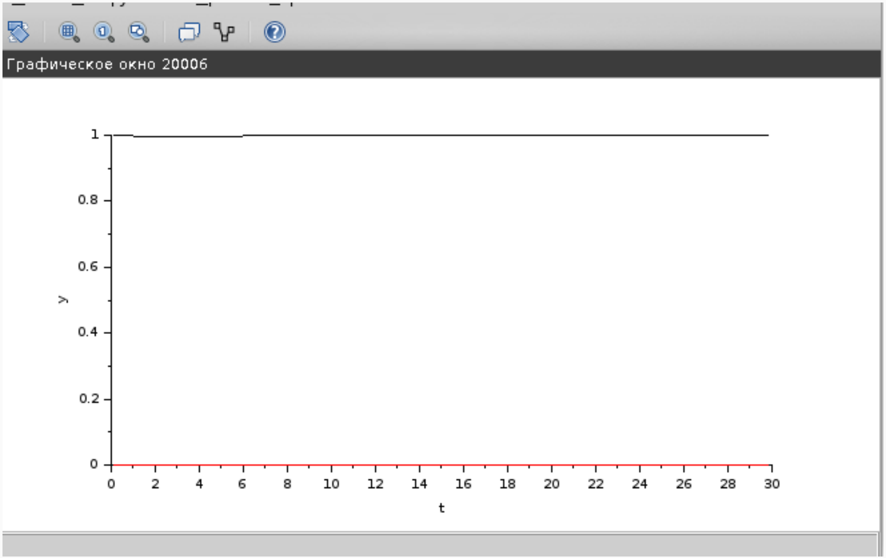


График модели SIR $\mu = 0.9$



Исходя из анализа графиков, можно сделать вывод, что чем выше значение любого из параметров, тем быстрее система достигает стационарного состояния. При высоком коэффициенте заражения β система быстро проходит через пик развития эпидемии и достигает стационарного состояния. В процессе выполнения данной лабораторной работы была построена модель SIR в *xcos* и OpenModelica.