

チエバの定理の高次元一般化と Lean4/mathlib4 への形式化

秋田 隼
早稲田大学
1W221002-0

2026/1/9

要旨

本研究は、2次元の古典的シェバの定理を出発点として、 n 次元アフィン空間における適切な一般化およびその逆を定式化し、Lean4/mathlib4 上での形式化を目標とする。主な貢献は以下である。

- n 次元アフィン空間でのシェバの定理とその逆の定式化の紹介。
- 既存の mathlib4 の構造を調査し、再利用可能部分と不足部分を切り分ける設計指針。
- 不足する補題・定義をモジュール化して追加し、定理の機械検証を通す。

実装は GitHub リポジトリで公開している：

<https://github.com/Aj1905/LeanResearch.git>

目次

要旨	i
第1章 序論	1
1.1 研究背景と動機	1

第1章

序論

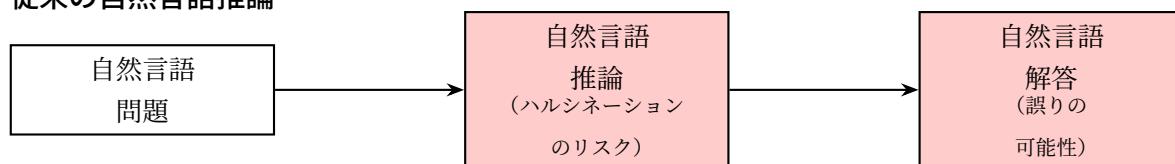
1.1 研究背景と動機

近年の生成 AI は、言語モデルに推論能力を付与する工夫や、計算ツール・検証器との連携によって急速に性能を向上させている。特に 2025 年には、複数の AI モデルが国際数学オリンピック (IMO) の問題セットに対して 金メダル基準 (gold-medal standard) に相当する得点を達成したと報告された [?].

一方で、自然言語のみで推論する LLM は、もっともらしいが誤りを含む出力 (ハルシネーション) を生成しうる。これを改善するために定理証明器を統合した枠組みでは、自然言語の解法案を全部または部分的に形式化して検証し、失敗時はフィードバックによる修正ループを回せる。そのため、形式検証が及ぶ範囲についてはハルシネーションを大幅に抑制でき、結果として出力全体に対するハルシネーションの頻度も抑えられる。(ただし、問題文の形式化や自然言語への説明生成には依然として誤りが入りうる。) よって、「形式検証の及ぶ範囲を拡大する」、「問題文の形式化精度を向上させる」ことで生成 AI の数学力は向上すると考えられる。

Lean とはこのような定理証明器の一種であり、OSS コミュニティによって近年開発が盛んに行われている。このコミュニティには数学体系が形式化された mathlib⁴ と呼ばれるライブラリが存在し、世界中の数学者・技術者によって日々拡充が進められている。大部分の定理はすでに Lean に翻訳されているが、まだ形式化の完了していない定理も存在しその内で主要のものは「Missing theorems from Freek Wiedijk's list of 100 theorems」というリストに挙げられている。チェバの定理はこのリストの一つである。

従来の自然言語推論



形式検証統合推論

