Formulario Elettrotecnica T

Edoardo Carra'

May 17, 2022

1 Circuiti elettrici

Def circuito: interconnessione di multipoli.
Def nodo: punto di incontro di 2 o più rami.
Def nodo funzionale: punto di interconnessione di almeno 3 bipoli.
Def ramo: composizione di bipolo più morsetto
Def lato: elemento topologico formato dalla serie di componenti connessi a 2 nodi funzionali.
Def maglia: insieme di rami che formano una linea chiusa.
Def potenza: $p(t) = v(t) * i(t)$
Def energia: $\int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dx$
Def risolvere un circuito: calcolare tensioni e correnti (to),per ogni lato della rete.

Teorema di Tellegen: la somma delle potenze generate all'interno di un circuito è pari alla somma delle potenze assorbite. $\sum_{n=1}^{N_G} P_n = \sum_{k=1}^{N_U} P_k$

1.1 Componenti elettrici

Def componenti passivi: $E(t) >= 0\ \forall t$, ciò significa che il bilancio energetico complessivo deve essere positivo. Cioè il componente ha assorbito più di quello che ha erogato.
Def componenti attivi: se $E(t) <= 0$ significa che il componente ha assorbito meno di quello che ha erogato.
Def controllato in tensione: $i = f(v)$
Def controllato in corrente: $v = g(i)$
Def con memoria(dinamico): la tensione e la corrente all'istante t dipendono da grandezze al tempo $t_1 < t$
Def senza memoria(adinamico): la tensione e la corrente all'istante t non dipendono da grandezze al tempo $t_1 < t$

1.1.1 Resistenza e conduttanza

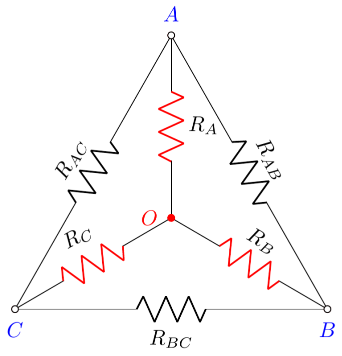
$$\mathbf{V=RI\ V=}\frac{I}{G}$$
$[\Omega]$ e $[\Omega^{-1}]$

Da triangolo a stella:

- $R_A = \dfrac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$
- $R_B = \dfrac{R_{BC}R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$
- $R_C = \dfrac{R_{CA}R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$

Da stella a triangolo:

- $R_{AB} = \dfrac{R_AR_B + R_BR_C + R_CR_A}{R_C}$



- $R_{BC} = \dfrac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_A}$
- $R_{CA} = \dfrac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_B}$

Nel caso in cui $R_{xy} = R_\Delta$ si ha che $R_\star = \dfrac{R_\Delta}{3}$. Oppure nel caso in cui $R_x{=}R_\star$ si ha che $R_\Delta = 3R_\star$

1.1.2 Condensatore

$$\mathbf{I{=}C}\frac{dv(t)}{dt}$$
$$[F]$$

- $P(t) = v(t)i(t) = v(t)C\dfrac{dv(t)}{dt}$ può assorbire potenza ma anche erogarla.
- La tensione definisce lo stato energetico: V è una **variabile di stato** per i componenti capacitativi. $E(t) = \dfrac{CV_2^2}{2} - \dfrac{CV_1^2}{2}$
- Il condensatore può comportarsi come un componente attivo oppure come un componente passivo.
- È un componente con memoria.
- I condensatori reali si rappresentano con una resistenza in parallelo. (perché non in serie come i generatori?)
- Non sono permesse variazioni istantanee della tensione.

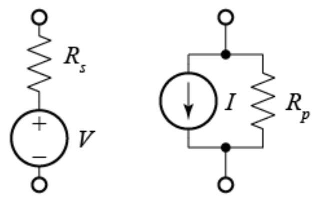
1.1.3 Induttanza

$$\mathbf{V{=}L}\frac{di(t)}{dt}$$
$$[H]$$

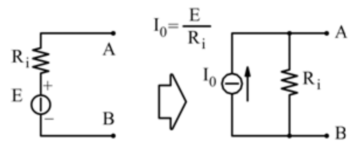
- $P(t) = v(t)i(t) = i(t)L\dfrac{di(t)}{dt}$ può assorbire potenza ma anche erogarla.
- La corrente definisce lo stato energetico: V è una **variabile di stato** per i componenti induttivi. $E(t) = \dfrac{LI_2^2}{2} - \dfrac{LI_1^2}{2}$
- Il condensatore può comportarsi come un componente attivo oppure come un componente passivo.
- È un componente con memoria.

- Le induttanze reali si rappresentano con un'induttanza in serie.(perché non in parallelo come i generatori?)
- Non sono permesse variazioni istantanee della corrente.

1.1.4 Generatori reali di corrente e di tensione



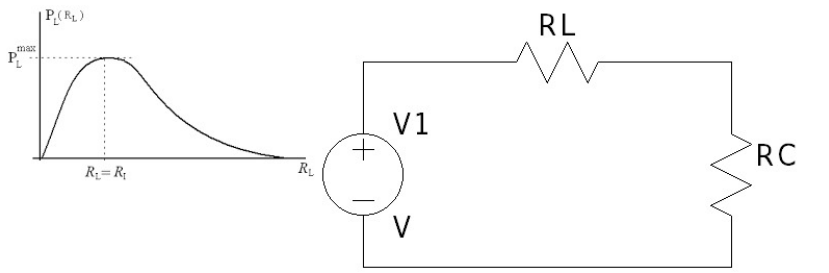
Teorema del generatore equivalente: un generatore di corrente A in parallelo con una resistenza R è equivalente a un generatore di tensione E in serie alla stessa resistenza R, di valore $E = AR$. (Si dimostra con Thevenin/Norton)



Ricorda, due generatori ideali di tensione possono essere messi in serie, ma mai in parallelo. Invece due generatori ideali di corrente non possono mai essere messi in serie. Questo perché altrimenti non sarebbero rispettate LKT e LKC.

1.2 Teorema del massimo trasferimento di potenza

1.2.1 Generatori reali di corrente e di tensione



Il massimo valore della potenza trasferita dal generatore alla resistenza di carico si ottiene per $R_c = R_l$ per un valore $P_{Lmax} = \frac{E^2}{4R}$. Dal grafico si può notare che la potenza tende a 0 per $R_c -> \infty$ e per $R_c = 0$. Nel primo caso il circuito tende a un aperto non facendo circolare corrente nel circuito, mentre nel secondo caso la resistenza tende se $R_c < R_l$ la potenza dissipata su R_l è maggiore di quella dissipata su R_c.

2 Metodi di analisi

2.1 Metodo di Tableau

Si individuano N nodi e L lati. Si imposta un sistema di N-1 LKC e L-N+1 LKT indipendenti (cioè le maglie non si devono intersecare). Il sistema creato sarà composto da 2L equazioni in 2L incognite(2 per ramo).

2.2 PSE

Le variabili di rete(effetti) si possono ottenere come sovrapposizione delle risposte dovute alle singole cause. Si procede attivando un generatore alla volta, passivando tutti gli altri.
N.B. non si può applicare il PSE alle potenze, in quanto non si trattano di grandezze lineari.

2.3 Teorema di Thevenin

Se il circuito da semplificare non è accoppiato con il carico è possibile applicare il teorema di Thevenin. Qualunque circuito lineare, indipendentemente dalla sua complessità, visto da due terminali è equivalente ad un generatore reale di tensione costituito da un generatore ideale di tensione in serie a un resistore: l'equivalenza vale limitatamente alla tensione e alla corrente in corrispondenza dei terminali del circuito.
E_{eq} è pari alla tensione a vuoto sui morsetti del carico, mentre Z_{eq} è pari all'impedenza equivalente sui terminali del carico.

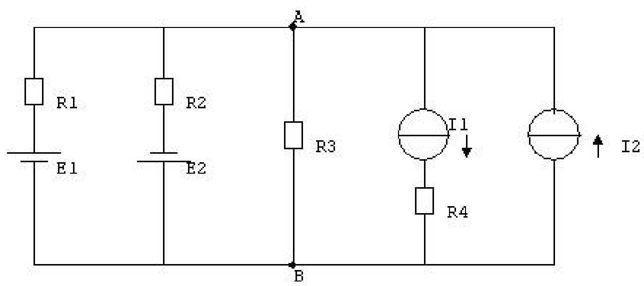
2.4 Teorema di Norton

Se il circuito da semplificare non è accoppiato con il carico è possibile applicare il teorema di Norton. Qualunque circuito lineare, comunque complesso, visto da due nodi A-B è equivalente ad un generatore reale di corrente costituito da un generatore ideale di corrente in parallelo con un resistore: l'equivalenza vale limitatamente alla tensione e alla corrente in corrispondenza dei nodi A-B.
A_{eq} è pari alla corrente di cortocircuito sui morsetti del carico, mentre Z_{eq} è pari all'impedenza equivalente sui terminali del carico.

2.5 Teorema di Millman

Data una rete di 2 o più lati in parallelo, la tensione ai capi della rete è pari al rapporto delle correnti di cortocircuito di ogni singolo lato (stacco il lato e lo cortocircuito) e la sommatoria delle conduttanze di ogni lato passivato.

$$\boxed{\frac{\sum_{k=1}^{N_{lati}} i_k}{\sum_{j=1}^{N_{lati}} \frac{1}{R_k}} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{tensione}} \frac{E_k}{R_k} + \sum_{y=1}^{N_{corrente}} I_y}{\sum_{j=1}^{N_{lati}} \frac{1}{R_k}}}$$



3 Transitori

Durante il transitorio ci interessiamo delle variazioni delle variabili di stato dei componenti nel tempo. Queste sono particolarmente interessanti perché descrivono il comportamento dell'energia del nostro sistema.

1. <u>Condensatore</u>: $E = \frac{1}{2}LI^2$

2. <u>Induttore</u>: $E = \frac{1}{2}CV^2$

Postulato di continuità dell'energia: l'energia varia con continuità, perciò le variabili di stato non possono subire delle discontinuità.

3.1 Risoluzione dei circuiti

Le LKT portano alla risoluzione di equazioni differenziali di ordine N, dove N è il numero di componenti dinamici presenti nel nostro sistema. Tutti i circuiti, lineari, trattati in questo corso sono ipoteticamente risolubili con equazioni differenziali ordinarie a coefficienti costanti(ODE). Queste insieme alle condizioni iniziali del sistema si riducono ad un unico problema di Cauchy.
N.B. conoscere lo stato iniziale del sistema significa conoscere lo stato energetico, quindi le variabili di stato prima dell'inizio del transitorio.

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_o x(t) = b(t)$$

Dove $x(t)$ rappresenta la grandezza incognita, a_i rappresentano i coefficienti costanti e $b(t)$ è il termine noto(generatori ecc...).
La soluzione del nostro sistema sarà quindi formata dalla somma di due contributi:

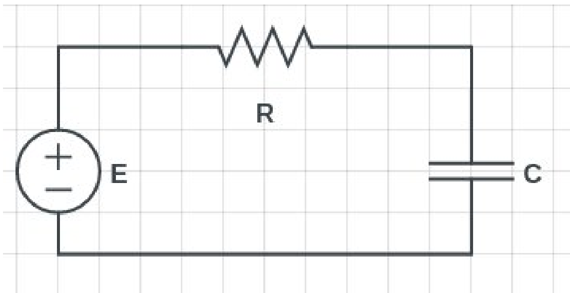
1. La soluzione particolare $p(t)$, che avrà la stessa evoluzione temporale di $b(t)$. (se $b(t) = k$ anche $p(t) = c$)

2. La soluzione dell'omogenea associata $o(t)$, la quale rappresenta **l'evoluzione libera del sistema** con i generatori passivati. Nella maggior parte dei casi
   $o(t) = k_1 e^{\lambda_1 t} + k_2 e^{\lambda_2 t} + \cdots + k_n e^{\lambda_n t}$ con $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n < 0$ per la convergenza per $t- > \infty$.
   Per ogni esponenziale si calcola una costante di tempo $\tau_n = \frac{1}{\lambda_n}[s]$, il quale rappresenta la rapidità dell'evoluzione libera del sistema. Più piccolo sarà τ, minore sarà il tempo di transitorio. Il transitorio per convenzione infatti, ha durata pari a $T = 5max\{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n\}$.

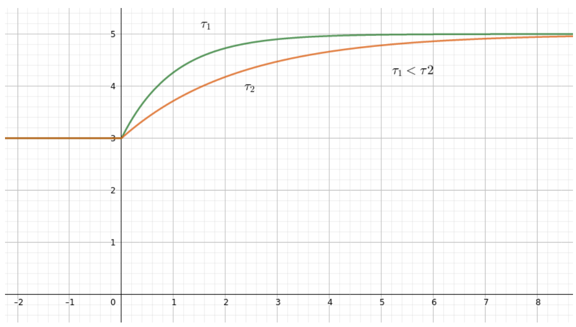
   N.B. i τ_i non sono associati ai dispositivi dinamici, ma rappresentano un fenomeno transitorio di interazione tra i componenti dinamici. (vedi circuito RLC)

3.1.1 Circuito RC

$$v_C(t) = (V_{C0} - E)e^{-\frac{t}{RC}} + E = V_{C0}e^{-\frac{t}{RC}} + E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$
$$\tau = RC$$

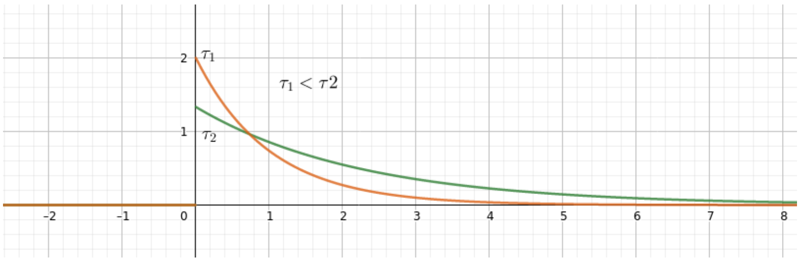


- $V_{C0} - E)e^{-\frac{t}{RC}}$ è detta risposta transitoria;
- E è detta risposta a regime.
- $V_{C0}e^{-\frac{t}{RC}}$ è detta evoluzione libera, cioè l'evoluzione senza il generatore. Per $t- > \infty$ sarà uguale a 0.
- $E(1-e^{-\frac{t}{RC}})$ è detta risposta forzata, cioè l'evoluzione dettata dal generatore e che si avrebbe nel caso di $V_{C0} = 0$. Per $t- > \infty$ sarà uguale alla *forzante*.
- $\frac{dv(0)}{dt} = \tau$
- $\tau = RC$ perché maggiore è la capacità, maggiore sarà il tempo utilizzato dal condensatore per caricarsi. Inoltre maggiore è la resistenza, minore sarà la corrente e quindi ci impiegherà più tempo per caricarsi.



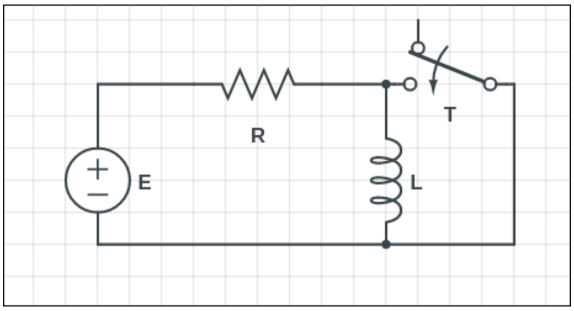
Per quanto riguarda la corrente è possibile notare la presenza di una discontinuità nel punto t=0. Per questo motivo la corrente non è una variabile di stato per il condensatore. $i(t) = 0$ per $t < 0$, $i(t) = \frac{E - V_{C0}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ per $t > 0$.

Nel caso reale la presenza di induttanze parassite non permette tale variazione istantanea.

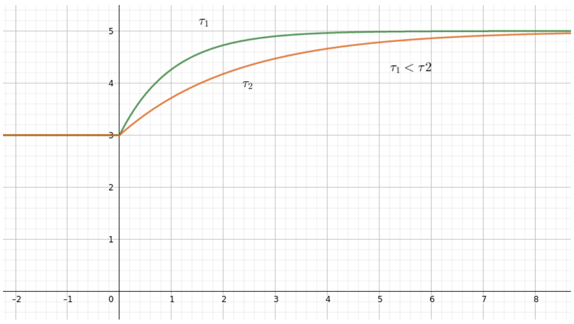


3.1.2 Circuito RL

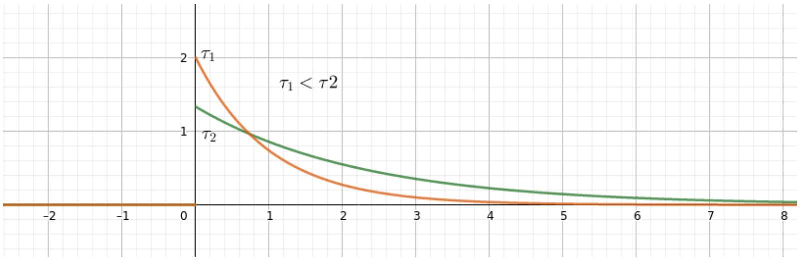
$$i_L(t) = (I_{L0} - \frac{E}{R})e^{-\frac{Rt}{L}} + \frac{E}{R} = I_{L0}e^{-\frac{Rt}{L}} + \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{Rt}{L}})$$
$$\tau = \frac{L}{R}$$



- $(I_{L0} - \frac{E}{R})e^{-\frac{Rt}{L}}$ è detta risposta a transitorio;
- $\frac{E}{R}$ è detta risposta a regime.
- $I_{L0}e^{-\frac{Rt}{L}}$ è detta evoluzione libera, cioè l'evoluzione senza il generatore. Per $t- > \infty$ sarà uguale a 0.
- $\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{Rt}{L}})$ è detta risposta forzata, cioè l'evoluzione dettata dal generatore e che si avrebbe nel caso di $V_{C0} = 0$. Per $t- > \infty$ sarà uguale alla *forzante*.
- $\frac{di(0)}{dt} = \tau$
- I_{L0} è la corrente che circola nella maglia di destra prima del tempo zero.



Per quanto riguarda la tensione è possibile notare la presenza di una discontinuità nel punto t=0. Per questo motivo la tensione non è una variabile di stato per l'induttanza. $v(t) = 0$ per $t < 0$, $v(t) = (E - RI_{L0})e^{-\dfrac{Rt}{L}}$ per $t > 0$. Nel caso reale la presenza di capacità parassite non permette tale variazione istantanea.



N.B. Anche se la tensione non è una variabile di stato per l'induttanza, è di fondamentale importanza per l'analisi dei picchi di corrente durante il transitorio (alcuni componenti possono essere sottoposti a certo tetto massimo di corrente).

3.1.3 Confronto tra RL e RC

Per i circuiti RC e RL vale: $\frac{dx(t)}{dt} + \dfrac{x(t)}{\tau} = X_{forzante}$

con $x(t) = (x_0 - x_\infty)e^{-\dfrac{t}{\tau}} + x_\infty$

Dove: $x(t)$ è la grandezza incognita, x_0 è il valore dell'incognita al tempo t_0 e x_∞ è il valore dell'incognita a regime. In generale, per risolvere un circuito del primo ordine, si può procedere nel seguente modo:

1. Ricavare $x(0^-)$:sostituire i condensatori con un aperto e gli induttori con un corto. Per postulato di continuità dell'energia $v_C(0^-) = v_C(0^+)$ e $i_L(0^-) = i_L(0^+)$.
2. Ricavare $x(\infty)$: Sostituire i condensatori e gli induttori con un aperto oppure con un corto.
3. Determinare la resistenza equivalente R_{eq} "vista" dal condensatore induttore passivando i generatori di tensione e di corrente.

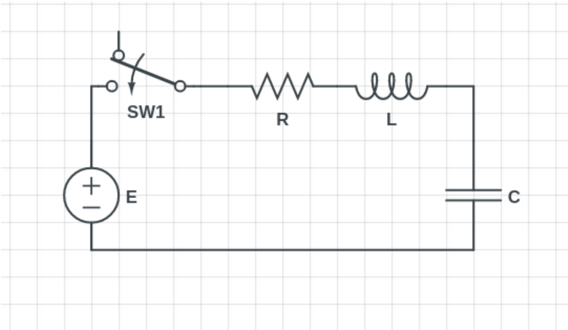
3.2 Circuito RLC

$$i(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$$

$\alpha = \dfrac{R}{2L}$ coefficiente di smorzamento. Determina la velocità con cui la corrente tende a zero.

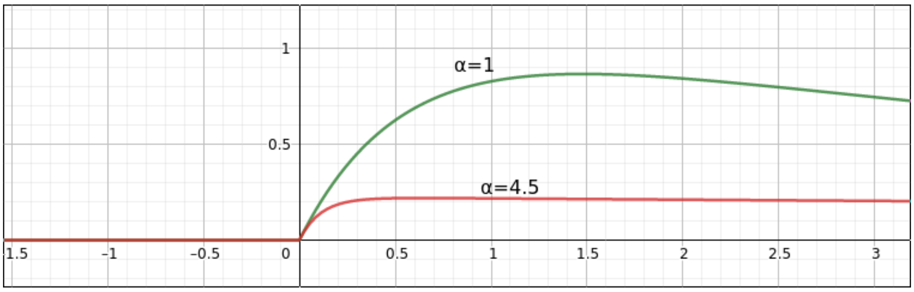
$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ pulsazione di risonanza.}$$

$$\Delta = \alpha^2 - \omega_0^2$$



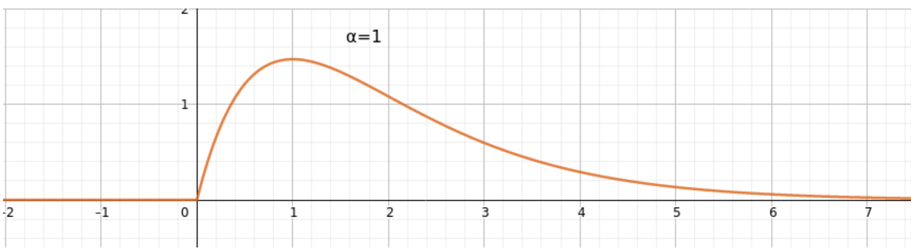
3.2.1 $\Delta > 0$ risposta sovrasmorzata

$$i(t) = \frac{E - V_{C0}}{2L\sqrt{\Delta}}(e^{\sqrt{\Delta}t} - e^{-\sqrt{\Delta}t})e^{-\alpha t}$$



3.2.2 $\Delta = 0$ smorzamento critico

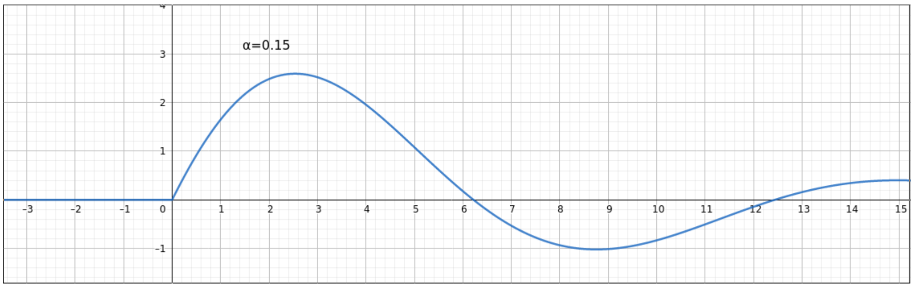
$$i(t) = \frac{E - V_{C0}}{L} te^{-\alpha t}$$



3.2.3 $\Delta < 0$ risposta sovrasmorzata

$$i(t) = \frac{E - V_{C0}}{L\omega_d}\sin(\omega_d t)e^{-\alpha t}$$
$$\omega_d = \omega_0^2 - \alpha^2$$

in questo caso avviene uno scambio di energia tra il condensatore e l'induttore.

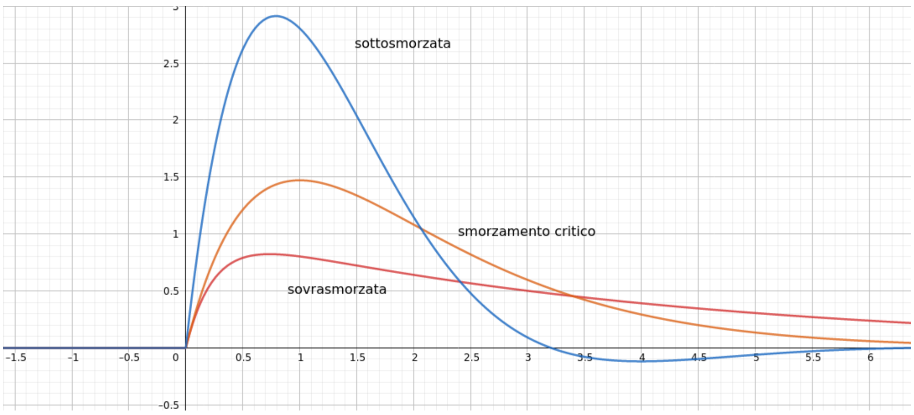


3.2.4 confronto tra le risposte

Quando si studia il transiorio di una rete, è bene tenere conto dei picchi di corrente e della durata del transitorio:

- La risposta **sovrasmorzata** presenta un minor picco di corrente e dinamiche di transitorio più lente. Si entra a regime più tardi.
- La risposta **sottosmorzata** presenta un picco di corrente più alto e dinamiche di transitorio più veloci. Si entra a regime prima.

Si noti che la tensione su ogni componente per $t- > \infty$ sarà pari a E, poichè C si comporta come un aperto.



3.3 Metodo per ispezione

1. Se $v_{Ci}(0^-)$ e $i_{Lk}(0^-)$ non 'e nota, ricavarla dal circuito in $t = 0^-$ sostituendo i condensatori con un aperto e gli induttori con un corto cirucito. Per postulato di continuità dell'energia $v_{Ci}(0^-) = v_{Ci}(0^+)$ e $i_{Lk}(0^-) = i_{Lk}(0^+)$.
2. Ricavare $x(0)$: nel circuito all'istante $t = 0^+$, sostituire i condensatori e gli induttori con un generatore indipendente di tensione o di corrente di valore $v_C i(0)$ oppure di $i_L k(0)$.
3. Ricavare $x(\infty)$: Sostituire i condensatori e gli induttori con un aperti oppure corti.

4 Regime sinusoidale

Def periodica: una grandezza tempo invariante $a(t)$ si dice periodica se vale $a(t) = a(t+T)$.
Def valor medio: $A_m = \frac{1}{T}\int_0^T a(t)dx$.
Def valor efficace: $A_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T a^2(t)dx}$.

In questo corso ci interessiamo dei segnali periodici alternati con $A_m = 0$, della forma:

$a(t) =$Âcos$(\omega t + \alpha)$. Dove Â è il valore di picco della sinusoide, ω è la pulsazione e α è la fase.

Def $A_{eff,cos} = A$=$\frac{\hat{A}}{\sqrt{2}}$. Il $\sqrt{2}$ è detto fattore di forma.

La potenza media dissipata da un resistenza è pari a $< P(t) >= \frac{R}{T}\int_0^T i(t)^2 dx = \frac{R\hat{I}}{2}$. Si noti quindi che una corrente continua di 1 A, genera mediamente le stesse perdite di un corrente alternata di valore efficace pari a 1 A.

Dati $a(t) =$Âcos$(\omega t + \alpha)$ e $b(t) =$Âcos$(\omega t + \beta)$ si definiscono:

Def sfasamento: $\phi = \alpha - \beta$. Si noti che lo sfasamento è indipendente dal sistema di riferimento temporale.
Def $a(t)$ si dice in anticipo rispetto a $b(t)$ se $\phi > 0$.
Def $a(t)$ si dice in ritardo rispetto a $b(t)$ se $\phi < 0$
Def $a(t)$ si dice in fase con $b(t)$ se $\phi = 0$
Def $a(t)$ si dice in quadratura in anticipo/ritardo con $b(t)$ se $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$

4.1 Rappresentazione fasoriale

Una sinusoide può essere vista come la parte reale di un vettore nel piano complesso rotante: $a(t) = \Re(\hat{A}e^{j(\omega t+\phi)}) = \Re(A\sqrt{2}e^{j(\omega t)}e^{j\phi})$. Il vettore rotante può quindi essere scomposto in 2 parti: *vettore rotante* $\sqrt{2}e^{j(\omega t)}$ e il *fasore* $Ae^{j\phi}$. È quindi possibile rappresentare un sinusoide utilizzando il fasore corrispondente, il quale contiene le informazioni energetiche e di fase.

4.2 Trasformata di Steinmetz

Si definisce trasformata di Steinmetz:

$$\boxed{S[a(t)] = \frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T a(t)e^{-j\omega t}dx}$$

Da cui è possibile ricavare la trasformata di Steinmetz di una sinusoide: $S[a(t)] = Ae^{j\alpha}$ che è pari al fasore rappresentativo.

4.2.1 Proprietà

1. Operatore lineare: $S[n \cdot a(t) + m \cdot b(t)] = n \cdot S[a(t)] + m \cdot S[b(t)]$.

2. Trasformata della derivata: $S[\frac{da(t)}{dt}] = j\omega S[a(t)]$. La derivata è sfasata di 90 gradi e amplificata di un fattore pari a ω.

4.3 Metodo simbolico

Utilizziamo la trasformata di Steinmetz per risolvere i circuiti in regime sinusoidale. Come variano i teoremi da regime continuo a sinusoidale? $\underline{V}$ indica il fasore ed è uguale a $\underline{V} = Ve^{j\phi}$.
LKT: $\sum \underline{V}_i = 0$
LKC: $\sum \underline{I}_k = 0$

4.4 Equazioni costitutive in forma simbolica

Si definisce **impedenza**:

$$\underline{Z} = \frac{Ve^{j\alpha}}{Ie^{j\beta}} = \frac{V}{I}e^{j(\alpha-\beta)} = Ze^{j\phi}$$

L'impedenza rappresenta quindi lo sfasamento e il rapporto tra l'ampiezza della corrente e della tensione introdotto da un componente. È nell'impedenza e nella **legge di Ohm generalizzata** $\underline{V} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$ che vanno cercate le equazioni costitutive dei componenti.

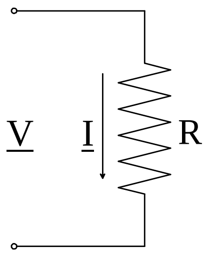
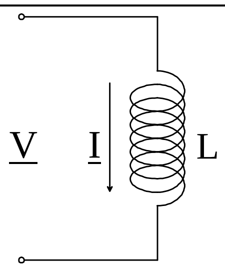
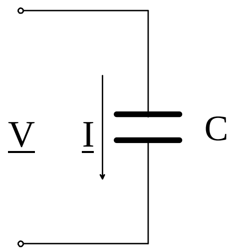
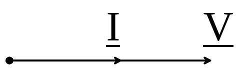
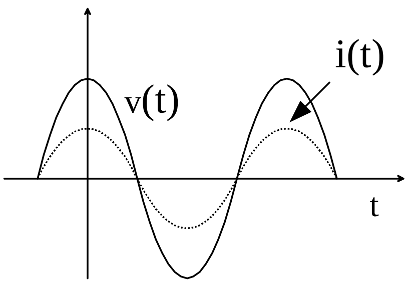
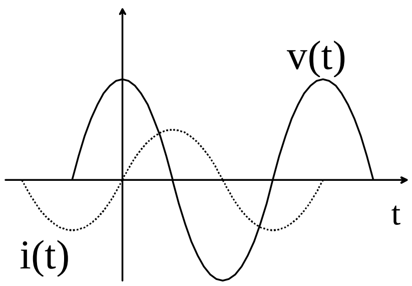
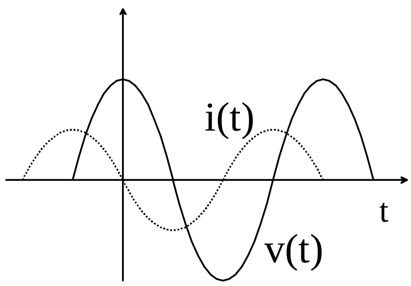
L'induttanza può essere scritta anche nella forma **R+jX** dove R è la parte reale resistiva e la grandezza **X** è detta **reattanza** del ramo, e costituisce la parte immaginaria dell'impedenza. La reattanza dipende dalla capacità e dall'induttanza del ramo, e dalla pulsazione ω (risposta in frequenza), mentre la parte reale dipende solamente dai componenti resistivi. La reattanza viene distinta in reattanza induttiva $X_L = \omega L$ e capacitiva $X_C = \frac{-j}{\omega C}$.
La fase:

- È positiva se la tensione è in anticipo rispetto alla corrente (reattanza induttiva).
- È negativa se la tensione è in ritardo rispetto alla corrente (reattanza capacitiva).

<u>Generatore sinusoidale di tensione</u>: $e(t) = \sqrt{2}Ecos(\omega t + \alpha) \ \underrightarrow{S[e(t)]} \ \underline{E}e^{j\alpha}$
<u>Generatore sinusoidale di corrente</u>: $i(t) = \sqrt{2}Icos(\omega t + \beta) \ \underrightarrow{S[i(t)]} \ \underline{I}e^{j\beta}$

STUDIO DI CIRCUITI ELEMENTARI

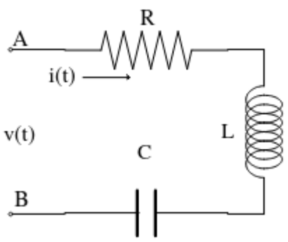
Si considerino i tre semplici circuiti raffigurati in figura 4. Per la soluzione di tali circuiti è sufficiente l'applicazione della legge di Ohm simbolica (5). La tabella riassume i risultati ottenuti. La tensione è stata scelta come riferimento di fase, cosicché $\alpha_V = 0$; lo sfasamento è quindi $\varphi = -\alpha_I$. Gli sfasamenti tra fasori sono illustrati in figura 5. L'andamento delle corrispondenti grandezze sinusoidali è mostrato in figura 6.

 *Figura 4.a*	 *Figura 4.b*	 *Figura 4.c*
$\underline{Z} = R$	$\underline{Z} = j\omega L$	$\underline{Z} = -j/\omega C$
$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{R} = \frac{V}{R}$	$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{j\omega L} = \frac{V}{\omega L} e^{-j\frac{\pi}{2}}$	$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{-j/\omega C} = V\omega C\, e^{j\frac{\pi}{2}}$
La corrente simbolica $\underline{I}$ è un numero reale in fase con $\underline{V}$: $I = \frac{V}{R},\ \varphi = 0$	La corrente simbolica $\underline{I}$ è un numero immaginario in quadratura in ritardo rispetto a $\underline{V}$: $I = \frac{V}{\omega L},\ \varphi = \pi/2$	La corrente simbolica $\underline{I}$ è un numero immaginario in quadratura in anticipo rispetto a $\underline{V}$: $I = V\omega C,\ \varphi = -\pi/2$
 *Figura 5.a*	 *Figura 5.b*	 *Figura 5.c*
 *Figura 6.a*	 *Figura 6.b*	 *Figura 6.c*

5 Risonanza

Pulsazione di risonanza: $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{CL}}$

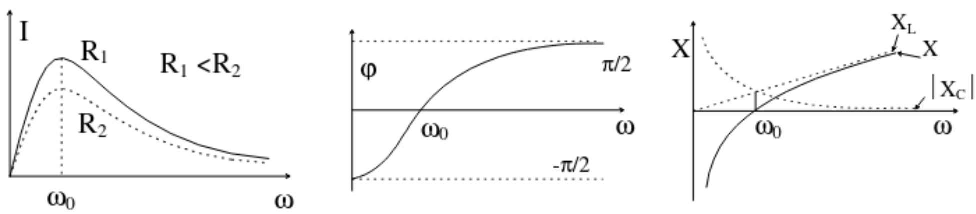
Si cerca un valore di ω tale per cui la reattanza del circuito risulta essere zero: $\omega L - \dfrac{1}{\omega C} = 0$. Con l'annullarsi a vicenda di tali componenti, l'impedenza del circuito, alla frequenza alla quale si verifica la risonanza, sarà data dal solo contributo dei componenti resistivi. In particolare essa avrà modulo minimo e fase nulla.



$$I(\omega) = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Come si può notare dalla formula di ampiezza e di sfasamento della corrente, per $\omega \to 0$ vince il comportamento della capacità che ha reattanza massima e la tensione è in quadratura in ritardo rispetto alla corrente, mentre per $\omega \to \infty$ vince l'induttanza della capacità che ha reattanza massima e la tensione è in quadratura in anticipo rispetto alla corrente. Se $\omega < \omega_0$ il circuito è **ohmico-capacitivo** e $X_C > X_L$, mentre se $\omega > \omega_0$ il circuito è **ohmico-induttivo** $X_C < X_L$.



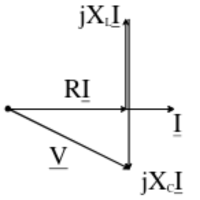


Figura 11.a - Per $\omega < \omega_0$ la reattanza capacitiva prevale su quella induttiva.

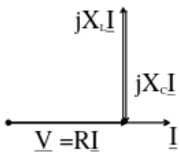


Figura 11.b. - Per $\omega = \omega_0$, la reattanza capacitiva e quella induttiva si compensano.

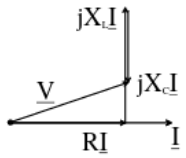
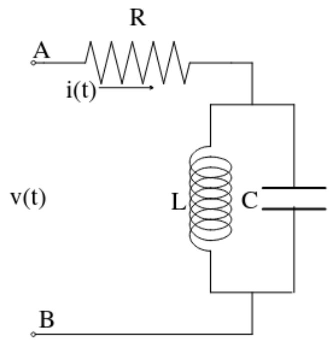


Figura 11.c. - Per $\omega > \omega_0$, la reattanza induttiva prevale su quella capacitiva.

5.1 Antirisonanza

Pulsazione di antirisonanza: $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{CL}}$

Si cerca un valore di ω tale per cui la reattanza del circuito risulta essere infinita. Con l'annullarsi a vicenda di tali componenti, l'impedenza del circuito, alla frequenza alla quale si verifica la risonanza, non permetterà il passaggio di corrente. In particolare essa avrà modulo ∞ e fase massima.



Come si può notare dalla formula di ampiezza e di sfasamento della corrente, per $\omega \to 0$ l'induttore si comporta come un corto annullando la reattanza, mentre per $\omega \to \infty$ è la capacità che si comporta come un corto annullando la reattanza. Per $\omega \to \omega_0$ la corrente sul generatore tende a zero. Questo perché si instaura un regime periodico di scambio energetico tra il condensatore e l'induttanza. In assenza di dispersioni e di resistenze, la circolazione nella maglia costituita dall'induttanza e dal condensatore continua indefinitamente.

$$I(\omega) = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \dfrac{L^2/C^2}{\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}}$$

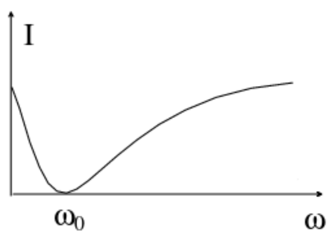
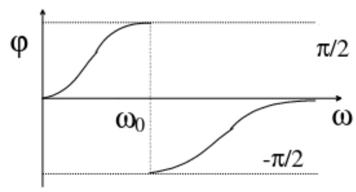


Figura 13.a

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\frac{L/C}{R\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}$$



Per $\omega < \omega_0$ la reattanza è positiva, ed il circuito ha un comportamento prevalentemente ohmico-induttivo con uno sfasamento positivo. Per basse frequenze la corrente fluisce prevalentemente nel ramo induttivo, che quindi caratterizza maggiormente il comportamento del circuito. Per $\omega > \omega_0$ la reattanza è negativa, ed il circuito ha prevalentemente una caratteristica ohmico - capacitiva, con sfasamento negativo. Per alte frequenze la corrente fluisce maggiormente per il ramo capacitivo.