

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

### МОДЕЛЮВАННЯ ОСНОВНИХ ОПЕРАЦІЙ ДЛЯ ДВОХ ЧИСЛОВИХ МНОЖИН

**Мета:** набуття практичних та теоритичних навичок з моделювання основних операцій для двох числових множин.

#### Завдання № 1

1. Для даних скінчених множин  $A = \{ 7,6,5,4,3,2,1 \}$ ,  $B = \{ 10,9,8,7,6,5,4 \}$ ,  $C = \{ 9,7,5,3,1 \}$  та універсума  $U = \{ 10,9,8,7,6,5,4,3,2,1 \}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а)  $A \cup B \cap C$  ; б)  $(A \setminus C) \Delta B$ .

Розв'язок а:

$$1) A \cup B = \{7,6,5,4,3,2,1\} \cup \{10,9,8,7,6,5,4\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

$$2) (A \cup B) \cap C = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} \cap \{9,7,5,3,1\} = \{1,3,5,7,9\}$$

Розв'язок б:

$$1) A \setminus C = \{7,6,5,4,3,2,1\} \setminus \{9,7,5,3,1\} = \{6,4,2\}$$

$$2) (A \setminus C) \Delta B = \{6,4,2\} \Delta \{10,9,8,7,6,5,4\} = \{2,5,7,8,9,10\}$$

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $(B \Delta C) \cap A$ . Знайти його потужність.

$$1) \bar{B} = U \setminus B = \{10,9,8,7,6,5,4,3,2,1\} \setminus \{10,9,8,7,6,5,4\} = \{1,2,3\}$$

$$2) \bar{B} \Delta C = \{1,2,3\} \Delta \{9,7,5,3,1\} = \{2,9,7,5\}$$

$$3) D = (\bar{B} \Delta C) \cap A = \{2,9,7,5\} \cap \{7,6,5,4,3,2,1\} = \{2,7,5\}$$

$$4) P(D) = \{\emptyset, \{2\}, \{7\}, \{5\}, \{2,7\}, \{2,5\}, \{7,5\}, \{2,7,5\}\} - \text{булеан множини } D$$

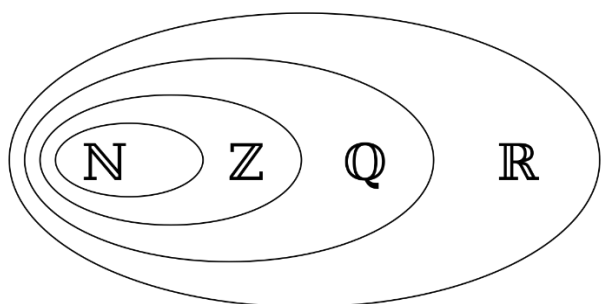
$$5) |P(D)| = 8 \text{ або } |P(D)| = 2^{|D|} = 2^3 = 8$$

3. Нехай маємо множини:  $N$  - множина натуральних чисел,  $Z$  - множина цілих чисел,  $Q$  - множина раціональних чисел,  $R$  - множина дійсних чисел;  $A, B, C$  - будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірною твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне - навести доведення):

|           |      |             |        |      |  |  |                      |      |
|-----------|------|-------------|--------|------|--|--|----------------------|------|
|           |      |             |        |      | ДУ «Житомирська політехніка».22.121.02.000 – Лр1 |  |                      |      |
| Змн.      | Арк. | № докум.    | Підпис | Дата |  |  |                      |      |
| Розроб.   |      | Колос К.Р.  |        |      | Звіт з<br>лабораторної роботи                    |  | Літ.                 | Арк. |
| Перевір.  |      | Беккер М.М. |        |      |  |  |                      | 1    |
| Керівник  |      |             |        |      |  |  |                      | 7    |
| Н. контр. |      |             |        |      |  |  | ФІКТ Гр. ІПЗ-21-1[1] |      |
| Зав. каф. |      |             |        |      |  |  |                      |      |

а)  $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$ ; Перерізом двох множин  $A$  і  $B$  називається множина, яка складається з усіх елементів множини  $A$ , які водночас належать і множині  $B$  та навпаки, оскільки порожня множина є підмножиною довільної множини, то це твердження вірне

б)  $Q \in R$ ; - множина  $Q$  належить множині  $R$



Це твердження вірне тому що кожен елемент множини  $Q$  є також елементом множини  $R$ , оскільки множина раціональних чисел є підмножиною множини дійсних чисел.

в)  $N \cap Z = Z$ ; результатом виконання операції буде множина, яка містить в собі елементи  $N$ , які належать  $Z$  та елементи  $Z$ , що належать  $N$ , оскільки  $Z$  складається з  $N$  та своїх власних елементів, твердження не може бути вірним.

г)  $R \setminus N \subset R \setminus Q$ ; операція  $\subset$  означає, що множина  $A$  повинна бути підмножиною  $B$ . Оскільки множина  $Q$  містить в собі елементи множин  $Z, N$ , то виконавши операцію різниці множин  $R$  and  $Q$ , ми отримуємо множину  $B$ , що буде містити в собі тільки елементи множини  $R$ , в той час, коли різницею множин  $R$  and  $N$ , буде множина  $A$ , що містить в собі елементи множин  $N, Q, R$ . Звернувшись до означення, ми бачимо, що  $A$  не є підмножиною  $B$ , тому твердження хибне

д) якщо  $A \setminus C \subset B \setminus C$ , то  $A \subset B$ . Твердження не завжди вірне, тому що можна навести контрприклад:  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ ,  $C = \{2, 5\}$ , тоді  $A \setminus C = \{1, 3\}$ ,  $B \setminus C = \{3, 4\}$

$A \setminus C \subset B \setminus C = \{3\} \subset \{3, 4\}$  – умова виконується

$A \subset B = \{1, 2, 3\} \subset \{2, 3, 4\}$  - умова не виконується

**4. Логічним методом довести тотожність:**

$$(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C.$$

|      |      |             |        |      |  |      |
|------|------|-------------|--------|------|--|------|
|      |      | Колос К.Р.  |        |      | ДУ «Житомирська політехніка».23.121.02.000 – Лр1 | Арк. |
|      |      | Беккер М.М. |        |      |  |      |
| Змн. | Арк. | № докум.    | Підпис | Дата |  | 2    |

За законом дистрибутивності праву частину рівняння можна представити як

$A \cap (B \setminus C)$ , нехай  $x \in A$  та  $x \in B$  та  $x \in \bar{C} \Rightarrow x \in (A \cap B \cap \bar{C}) \Rightarrow x \in (A \cap B) \setminus C$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:  $((A \setminus B) \Delta (C \setminus B)) \cup B$ .

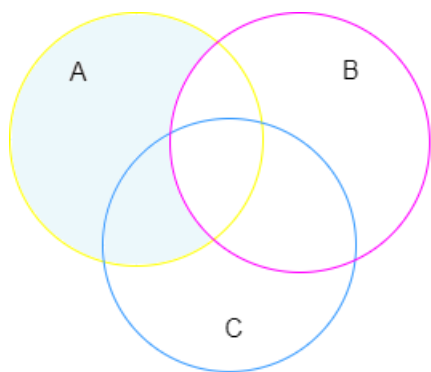


Рис 1.  $A \setminus B$

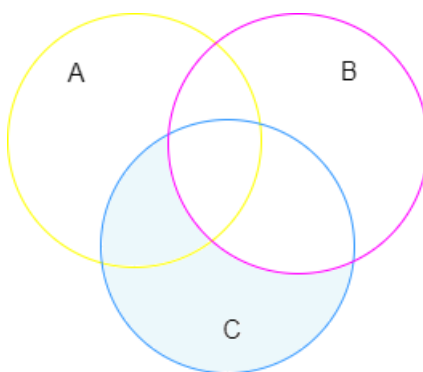


Рис 2.  $C \setminus B$

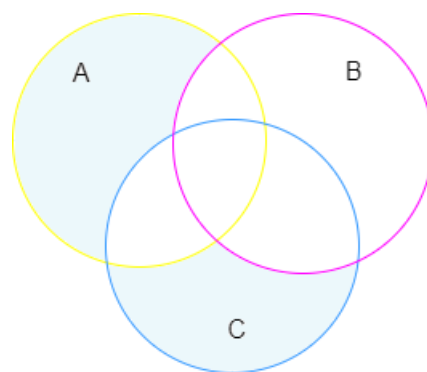


Рис 3.  $(A \setminus B) \Delta (C \setminus B)$

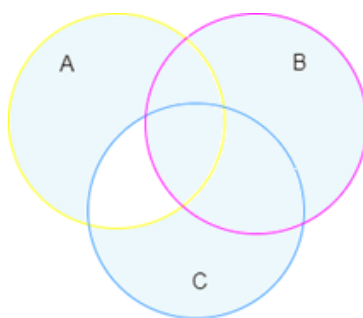
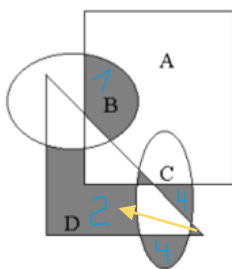


Рис 4.  $((A \setminus B) \Delta (C \setminus B)) \cup B$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



$$1) B \cap A \setminus D$$

$$2) D \setminus C \setminus B \setminus A$$

$$3) D \cap C \cap A - \text{частина без номера}$$

$$4) C \setminus A \setminus D$$

$$5) L = (B \cap A \setminus D) \cup (D \setminus C \setminus B \setminus A) \cup (D \cap C \cap A) \cup (C \setminus A \setminus D)$$

7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):  $(A \setminus B) \cup (A \cap B \cap C)$

1) Відповідно до правила 11 замінити різницю  $A \setminus B$  на  $(A \cap \bar{B})$  та отримати :  
 $(A \cap \bar{B}) \cup (A \cap B \cap C)$

2) Можна винести  $A \cap$

$$A \cap (\bar{B} \cup (B \cap C))$$

3) Використати закон де Моргана для об'єднання множин  $\bar{B}$  та  $(B \cap C)$ :

$$(\bar{B} \cup B) \cap (\bar{B} \cup C)$$

4) За властивістю доповнення  $\bar{B} \cup B - \text{універсум } U$ , підставивши в вираз отримуємо:

$$A \cap (U \cap (\bar{B} \cup C))$$

5) Відповідно до властивості універсума  $A \cap U = A$ , (A в данному випадку це дужка, де доповнення до B), тому вираз набуде наступного вигляду:

$$A \cap (\bar{B} \cup C) - \text{відповідь}$$

## Завдання № 2

Написати програму, яка реалізує основні операції теорії множин, а саме, об'єднання, переріз, різницю, симетричну різницю над двома числовими множинами. Програма може бути написана на будь-якому відомому студентів мові програмування. Робота вважається зарахованою, якщо програма протестована разом з викладачем та отриманий вірний результат під час аудиторних занять. Вимоги до оформлення роботи дивись у вступі.

|      |      |             |        |      |  |      |
|------|------|-------------|--------|------|--|------|
|      |      | Колос К.Р.  |        |      | ДУ «Житомирська політехніка».23.121.02.000 – Лр1 | Арк. |
|      |      | Беккер М.М. |        |      |  |      |
| Змн. | Арк. | № докум.    | Підпис | Дата |  | 4    |

## Лістинг програми:

```
const form = document.getElementById('form');
let a = [];
let b = [];
const res = document.getElementById('res');
const err = document.getElementById('err');
const display = document.querySelector('img');

const fillArr = (arr, data) => {
  if (data) {
    err.innerText = "";
    arr = data.split(',');
    return arr;
  }
  err.innerText = "invalid input";
}

const solve = (sign) => {
  switch (sign) {
    case "\\": {
      display.src = "img/diff.png";
      return a.filter(item => !b.includes(item));
    }
    case "U": {
      display.src = "img/union.png";
      return [...a, ...b].filter((item, index, arr) => arr.indexOf(item) === index);
    }
    case "trig": {
      display.src = "img/sym-diff.png";
      return [...a.filter(item => !b.includes(item)), ...b.filter(item => !a.includes(item))];
    }
    case "U-rev": {
      display.src = "img/inters.png";
      return a.filter(item => b.includes(item));
    }
    default: return 'sign not exist';
  }
}

form.onsubmit = (e) => {
  e.preventDefault();
  let formData = Object.fromEntries(new FormData(form));
  a = fillArr(a, formData['a']);
  b = fillArr(b, formData['b']);
  if (a && b) {
    let result = solve(formData['op']);
    res.innerText = result.join(', ');
  }
}
```

## Приклади роботи програми:

Завдання №1, пункт а)

A = {7,6,5,4,3,2,1}

B = {10,9,8,7,6,5,4}

|      |      |             |        |      |  |      |
|------|------|-------------|--------|------|--|------|
|      |      | Колос К.Р.  |        |      | ДУ «Житомирська політехніка».23.121.02.000 – Лр1 | Арк. |
|      |      | Беккер М.М. |        |      |  | 5    |
| Змн. | Арк. | № докум.    | Підпис | Дата |  |      |

$$A \cup B = \{7,6,5,4,3,2,1\} \cup \{10,9,8,7,6,5,4\}$$

Результат:  $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

A = { 7,6,5,4,3,2,1 }

B = { 10,9,8,7,6,5,4 }

$\cap$

C = { 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 10, 9, 8 }

Get result

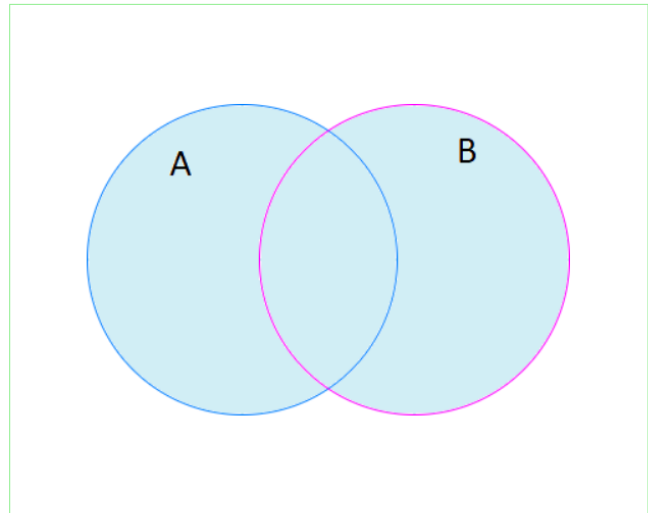


Рис 5.Результат виконання програми

Пункт б):

$$1) A \setminus C = \{7,6,5,4,3,2,1\} \setminus \{9,7,5,3,1\} = \{6,4,2\}$$

A = { 7,6,5,4,3,2,1 }

B = { 9,7,5,3,1 }

$\setminus$

C = { 6, 4, 2 }

Get result

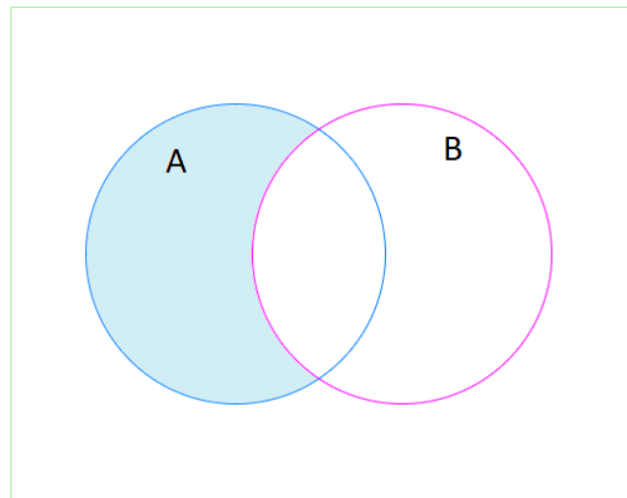


Рис 6. Результат виконання програми

Блок-схема

Блок схема відображає роботу анонімної функції, яка викликається при надсиланні форми.

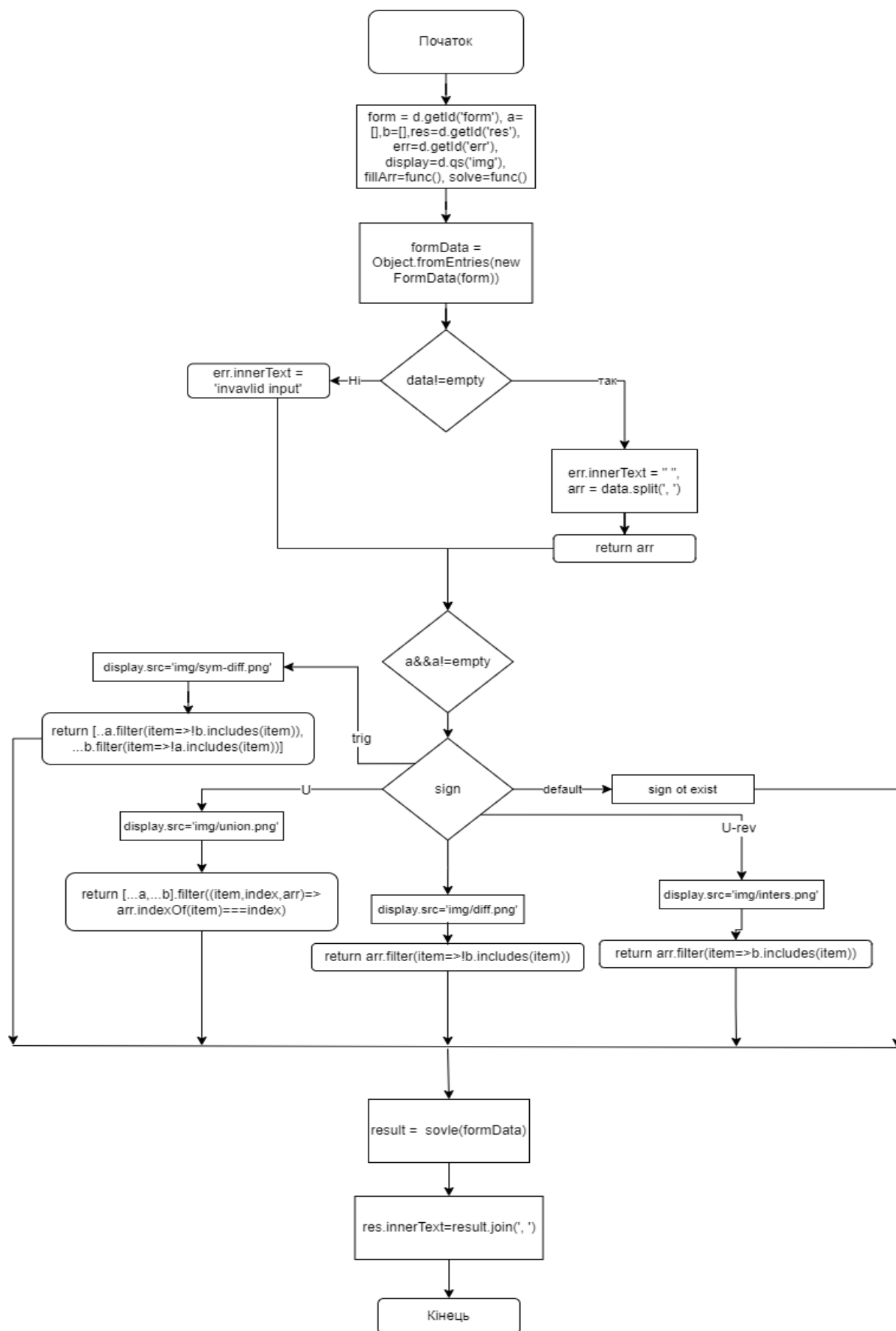


Рис 7. Блок-схема

|      |      |             |        |      |
|------|------|-------------|--------|------|
|      |      | Колос К.Р.  |        |      |
|      |      | Беккер М.М. |        |      |
| Змн. | Арк. | № докум.    | Підпис | Дата |