

몬티홀 문제

코드의전설들

목차

01

몬티홀 문제란

02

베イズ 정리

03

몬티홀 일반화

04

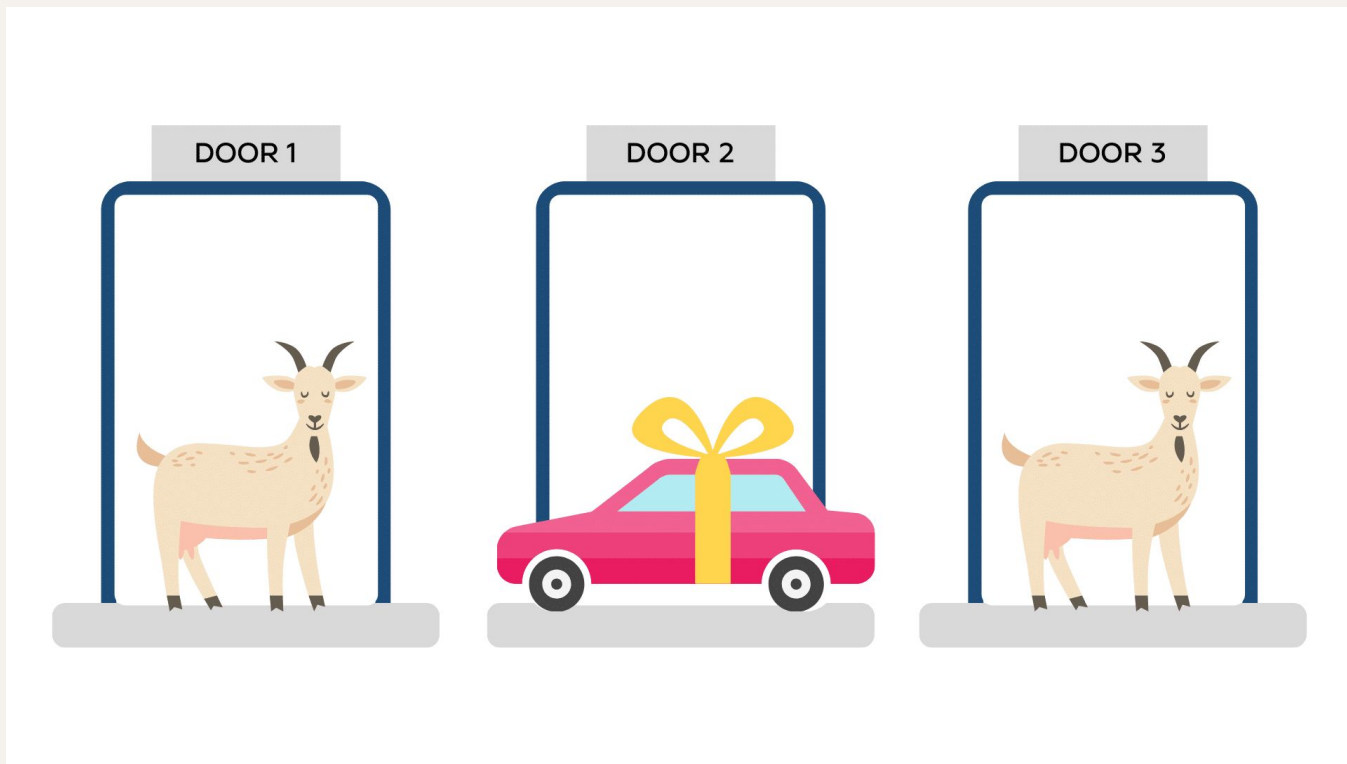
옵션 적용



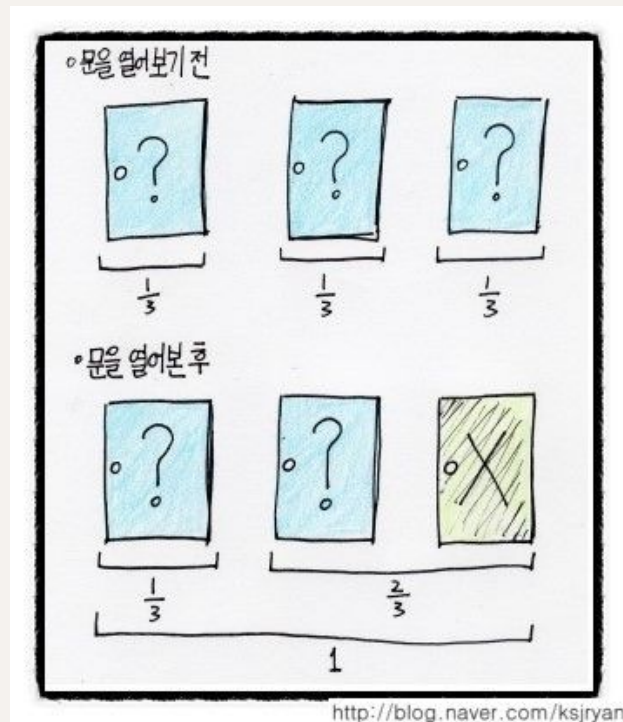
01

몬티홀 문제란

몬티홀 문제



몬티홀 문제 - 직감적 이해



문을 열기 전 문 뒤에 자동차가 있을 확률은 $\frac{1}{3}$ 로 같다.

사회자가 문을 여는 순간 달라진다.



02

베이지 정리

베이즈 정리란?

“어떤 사건이 서로 배반하는 원인 둘에 의해 일어난다고 할 때 실제 사건이 일어났을 때 이것이 두 원인 중 하나일 확률을 구하는 것”

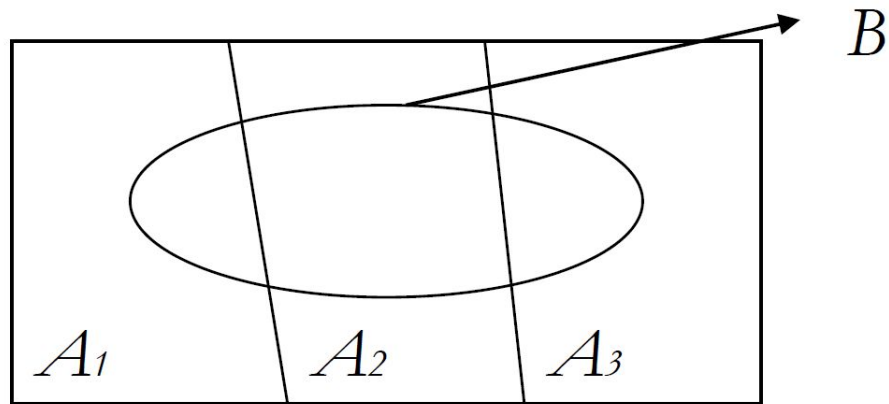
즉, **사전 확률**로 부터 **사후 확률**을 구하는 것

베이즈 정리란?

A가 일어날 확률 $P(A)$ 와, A가 일어났을 때 B가 일어날 확률 $P(B|A)$ 을 알고 있을 때, B가 일어났을 때 A가 일어날 $P(A|B)$ 를 구하는 방법

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$$

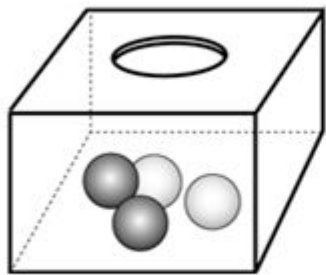
베이지 정리란?



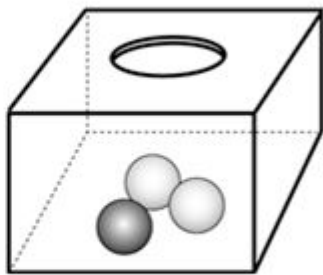
$$\begin{aligned} P(A_1|B) &= \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)} \\ &= \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3)} \end{aligned}$$

베이즈 정리란?

두 개의 상자 중 임의로 하나를 선택한 다음, 상자에서 공을 하나 꺼낸다고 할 때, 흰 공이 나왔다면, 상자 A를 선택했을 확률은?

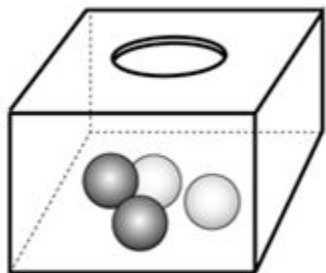


상자 A

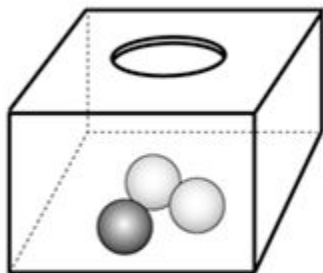


상자 B

베이즈 정리란?



상자 A



상자 B

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{흰}|\text{상자A}) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{흰}|\text{상자B}) = \frac{2}{3}$$

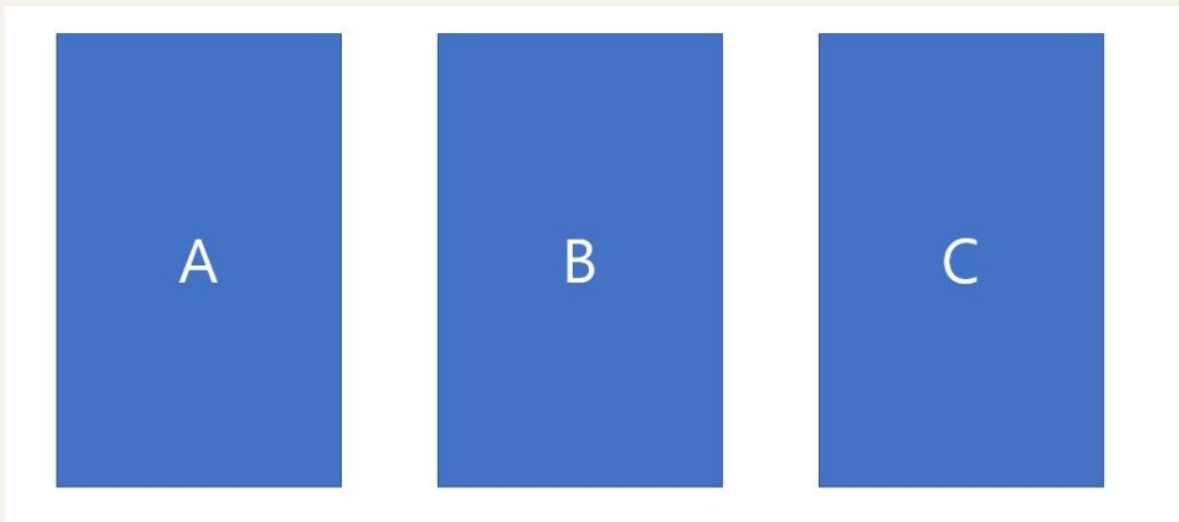
$$P(\text{상자A}|\text{흰}) = \frac{P(\text{상자A}) * P(\text{흰}|\text{상자A})}{P(\text{흰})} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}} = \frac{3}{5}$$

몬티홀 문제에 적용

참가자가 고른 문을 A

나머지 두 문을 B와 C

사회자가 C 문을 여는 사건 D



베이즈 정리 적용

자동차가 A에 있다면? $P(D|A) = \frac{1}{2}$

자동차가 B에 있다면? $P(D|B) = 1$

자동차가 C에 있다면? $P(D|C) = 0$

$$P(A|D) = \frac{P(D|A)}{P(D|A) + P(D|B) + P(D|C)} = \frac{0.5}{0.5 + 1 + 0} = \frac{1}{3}$$
$$P(B|D) = \frac{P(D|B)}{P(D|A) + P(D|B) + P(D|C)} = \frac{1}{0.5 + 1 + 0} = \frac{2}{3}$$

03

몬티홀 일반화

몬티홀 일반화

가정 : 문 n 개, 자동차가 있는 문 k 개, 사회자가 열어주는 문 m 개

1. 선택을 바꾸지 않을 때 당첨된 경우 : $k \div n$
2. 선택을 바꿨을 때 당첨된 경우
 - (1) 자동차 선택 후 다른 자동차 선택 : $k(k-1) \div n(n-m-1)$
 - (2) 염소 선택 후 자동차 선택 : $k(n-k) \div n(n-m-1)$

04

옵션 + 베이지 정리

원금비보장 조기상환형 스텝다운형 ELS



조기상환 조건을
주기적 관찰시점에
달성하면 조기 상환

&



상환관찰가격이
시기에 따라
단계적으로 하향 조정

예시

기초자산

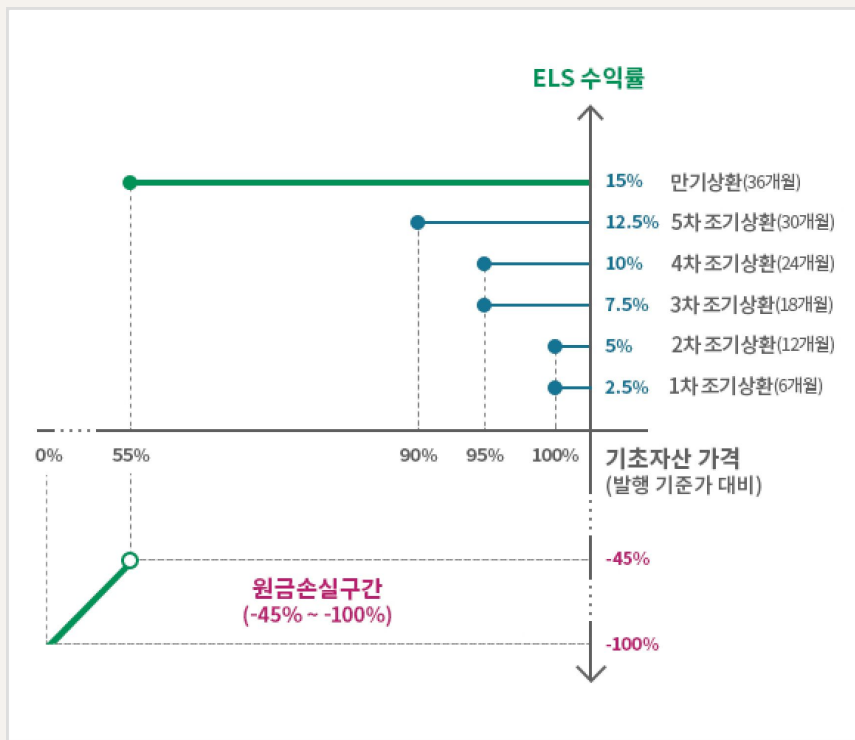
- 코스피200 & HSCEI, 만기 3년/
매 6개월마다 관찰
- 상환가격 충족시 연 6% 수익

상환조건

90% 85% 80% 75% 70% 65%
6개월마다 조건을 충족하면 상환

원금손실

하나의 기초자산이라도
종가가 최초 기준가격의
55%미만인 적이 있는 경우 → 만기상환 시
- 100% ~ -15%



조기상환...에 몬티홀 퀴즈 게임쇼...?

퀴즈 맛있겠다....

코*전 증권 els 상품

- 1. 기초자산: S&P500
- 2. 만기: 6개월

구매 시점: 투자자께서는 기초자산의 3개월 누적 수익률 변화(θ)를 예측하시고 선택하세요!
3개월 후, 결과를 보시고 다시, 다음 3개월의 누적 수익률 변화(θ)를 예측하세요!
맞히시면 연 4% 수익을 보장합니다.

- ① ~-5%
- ② -5% ~ 0%
- ③ 0%~5%
- ④ 5%~

3. 3개월 후 선택을 바꾸실 기회를 드립니다!

(힌트)

3개월 후 누적수익률
상승
하락

당신의 선택은? (change or not)

4. 3개월 뒤 결과를 확인합니다!

```
import yfinance as yf
import pandas as pd
import datetime
import numpy as np

start_date = datetime.datetime.now() - datetime.timedelta(days=88*365)
end_date = datetime.datetime.now()

sp500 = yf.download('^GSPC', start=start_date, end=end_date)

# 월별 누적 수익률 계산

sp500_monthly_returns = sp500['Adj Close'].resample('M').ffill()
sp500_log_rtn = np.log(sp500_monthly_returns/sp500_monthly_returns.shift(1)) # 로그 수익률
three_accumulated_return = sp500_log_rtn.rolling(window=3).sum() # 3개월 누적수익률

print(sp500_log_rtn.head()) # 첫 5개의 결과.
print(sp500_log_rtn.tail())

print(three_accumulated_return.head())
print(one_accumulated_return.head())
```

#3개월 누적 수익률이 5% 보다 클 확률

```
cond1 = three_accumulated_return >0.05
```

```
p1 = len(three_accumulated_return[cond1])/len(three_accumulated_return)
```

```
print(p1)
```

3개월 누적 수익률이 0~5% 일 확률 (p1)

```
cond2 = three_accumulated_return >0
```

```
p2 = (len(three_accumulated_return[cond2])/len(three_accumulated_return)) - p1
```

```
print(p2)
```

3개월 누적 수익률이 -5% 보다 작을 확률

```
cond3 = three_accumulated_return <-0.05
```

```
p3 = len(three_accumulated_return[cond3])/len(three_accumulated_return)
```

```
print(p3)
```

3개월 누적 수익률이 -5%~0% 일 확률

```
cond4 = three_accumulated_return <0
```

```
p4 = (len(three_accumulated_return[cond4])/len(three_accumulated_return)) - p3
```

```
print(p4)
```

옵션

- 투자자에게 앞으로 3개월 누적 수익률 변화 (θ) 예측하도록 (사전확률)

i) $P(\theta < -0.5) = 0.158$

ii) $P(-0.5 < \theta < 0) = 0.2$

iii) $P(0 < \theta < 0.5) = 0.29$

iv) $P(0.5 < \theta) = 0.35$

- 3개월 뒤 상승,하락 정보 제공 후 θ 예측 바꿀지 선택하도록(사후확률)

I) 1개월 후 하락

II) 1개월 후 상승

전제: **3**개월 뒤 주식이 하락했다.

(전제: 투자자가 **case i** 선택) 안바꾸는 경우

$P(i|I)$: 3개월 후 주식이 하락할 때, 누적수익률이 -5%

미만으로 떨어질 확률

$P(I)$: 3개월 후 주식이 상승할 확률

$$P(i | I) = \frac{p(I | i) * p(i)}{p(I | i) * p(i) + p(I | ii) * p(ii) + p(I | iii) * p(iii) + p(I | iv) * p(iv)}$$

$$\frac{0.158^2}{0.158^2 + 0.2^2} = 0.38$$

(전제: 투자자가 **case i** 선택) 바꾸는 경우

$$P(ii \mid I) + P(iii \mid I) + P(iv \mid I) = P(ii \mid I)$$

$$P(ii \mid I) = \frac{p(I \mid ii) * p(ii)}{p(I \mid i) * p(i) + p(I \mid ii) * p(ii) + p(I \mid iii) * p(iii) + p(I \mid iv) * p(iv)}$$

$$\frac{0.2^2}{0.158^2 + 0.2^2} = 0.64$$

대략 1/3 : 2/3 확률로 바꾸는 경우가 유리!

(전제: 투자자가 **case ii** 선택) 안바꾸는 경우

P(iii | I): 3개월 후 주식이 하락할 때, 누적수익률이
-5%~0% 일 확률

P(I): 3개월 후 주식이 상승할 확률

$$P(ii | I) = \frac{p(I | ii) * p(ii)}{p(I | i) * p(i) + p(I | ii) * p(ii) + p(I | iii) * p(iii) + p(I | iv) * p(iv)}$$

$$\frac{0.2^2}{0.158^2 + 0.2^2} = 0.64$$

(전제: 투자자가 **case ii** 선택) 바꾸는 경우

$$P(i \mid I) + P(iii \mid I) + (iv \mid I) = P(i \mid I)$$

$$P(i \mid I) = \frac{p(I \mid i) * p(i)}{p(I \mid i) * p(i) + p(I \mid ii) * p(ii) + p(I \mid iii) * p(iii) + p(I \mid iv) * p(iv)}$$

$$\frac{0.158^2}{0.158^2 + 0.2^2} = 0.38$$

대략 2/3 : 1/3 확률로 안바꾸는 경우가 유리!

(전제: 투자자가 **case iii** 선택) 안바꾸는 경우

$P(iii | I)$: 3개월 후 주식이 하락할 때, 누적수익률이
0~5% 으로 상승 할 확률

$P(I)$: 3개월 후 주식이 상승할 확률

$$P(iii | I) = \frac{p(I | iii) * p(iii)}{p(I \cap i) * p(i) + p(I \cap ii) * p(ii) + p(I \cap iii) * p(iii) + p(I \cap iv) * p(iv)}$$

확률 계산 불가 -> 사후 조건을 더 복잡하게 제작할
필요.

[단독] '손실 유력' 홍콩 H지수 투자자, 은행 상대 집단소송한다...

내년 홍콩 H지수 연계증권(ELS) 상품 투자자의 대규모 손실이 예상되는 가운데, 투자자 10여명이 시중은행을 상대로 집단 소송을 준비 중인 것으로 확인됐다. 은행 측이 투자자 보호 의무를 소홀히 해 금전적 피해를 ...

‘재각재각 시한폭탄 된 홍콩 ELS’...4조 원 손실 우려? [뉴스in뉴스]

이런 식으로 주가 연계증권 ELS에 투자했다가 낭패를 보게 됐다는 원성이 요즘 들어 자자합니다. 어떤 상품이 왜 문제가 된 건지 임승창 해설위원과 알아보겠습니다. 위원님 어서 오십시오. 여의도 증권가에서 이야기..

감사합니다
