이산수학 PBL

- Sorting과 시간 복잡도 -

팀장님, 잠시만요

- ❖ 공대영
- ❖ 김용호
- ❖ 양원준
- ❖ 임승호
- ❖ 전지웅

현재 상황

• Bubble sort로 회사들의 Ticker를 sorting한 후 매매에 활용

• 우리 증권사가 sorting하는 주식의 수는 10개 이하



	А	В
1	Symbol	Name
2	005930	삼성전자
3	AAPL	애플(Apple)
4	TSLA	테슬라(Tesla)
5	005935	삼성전자우
6	005380	현대차
7	000660	SK하이닉스
8	KO	코카콜라
9	NFLX	넷플릭스
10	005385	현대차우

• 10개의 주식을 bubble sort로 sorting 하면

24 cat("Bubble Sort로 정렬된 주식 Ticker:\n", sorted_stock_tickers, "\n")

```
1 = bubble_sort <- function(stock_tickers) {</pre>
     n <- length(stock_tickers)</pre>
     for (i in 1:(n - 1)) {
      for (j in 1:(n - i)) {
       if (stock_tickers[j] > stock_tickers[j + 1]) {
           temp <- stock_tickers[j]</pre>
           stock_tickers[j] <- stock_tickers[j + 1]</pre>
           stock_tickers[i + 1] <- temp</pre>
10 -
                                                              Bubble Sort로 정렬된 주식 Ticker:
11 -
                                                               000660 005380 005385 005930 005935 AAPL KO NFLX TSLA
12 -
13
14
     return(stock_tickers)
15 - }
16
17 # 주어진 주식 ticker 벡터를 만듭니다.
  stock_tickers <- c("005930", "AAPL", "TSLA", "005935", "005380", "000660", "KO", "NFLX", "005385")
19
  # Bubble sort를 사용하여 주식 ticker를 정렬합니다.
21 sorted_stock_tickers <- bubble_sort(stock_tickers)</pre>
22
23 # 정렬된 주식 ticker를 출력합니다.
```

변경점

• 우리가 sorting하는 주식의 개수가 **수백**, **수천개**로 증가하였다.

Merge sort

◆ 목차

- ❖ Merge sort의 정렬 방식
- ❖ Merge sort의 시간 복잡도
- ❖ Merge Sort로 정렬한 국내주식
- ❖ Merge Sort로 정렬한 미국주식

1. Bubble sort 자체가 시간 복잡도가 높다.

2. 국내외 주식을 구분하지 않고 정렬하여 시간 복잡도가 더욱 증가하였다.



국내와 미국의 주식을 각각 구분하여 최적화된 sorting 방법을 찾았다.

초기 설정

```
In [67]:
              import pandas as pd
             limport FinanceDataReader as fdr
           3 | import time
              kospi = fdr.StockListing('KOSPI')
              kosdag = fdr.StockListing('KOSDAQ')
              nasdag = fdr.StockListing('NASDAQ')
             |# code = kospi['Code'].tolist()|
             # code1 = nasdag['Symbol'].tolist()
             |df = pd.concat([kospi, kosdaq])
          12 \mid df1 = df.copv()
          13 | df1 = df1.drop_duplicates('Code')
          14
          15 | K_Stock = df1['Code'].tolist()
          16 |US_Stock = nasdaq['Symbol'].tolist()
```

Merge Sort - 정렬 방식 -

주어진 숫자들을 더 작은 숫자들로 분할

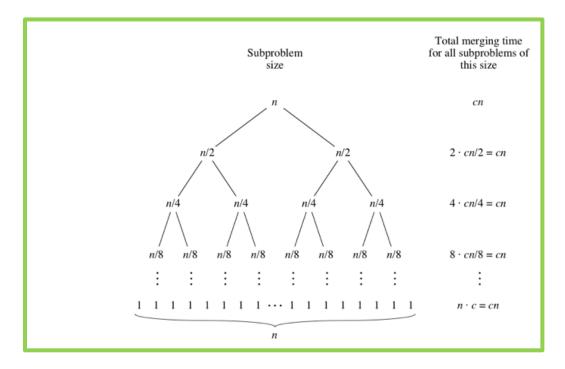


분할된 숫자들을 정렬한 뒤 합침

Merge Sort - pseudo code-

```
mergeSort(A[], p, r) ▷ A[p...r]을 정렬한다
   if (p < r) then {
      q ← (p+q)/2; ------ © ▷ p, q의 중간 지점 계산
      mergeSort(A, p, q); ----- ◎ ▷ 전반부 정렬
      mergeSort(A, q+1, r); ----- ® ▷ 후반부 정렬
      merge(A, p, q, r);----- ® ▷ 합병
merge(A[], p, q, r)
   정렬되어 있는 두 배열 A[p...q]와 A[q+1...r]을 합하여
   정렬된 하나의 배열 A[p...r]을 만든다.
```

Merge Sort - 시간 복잡도-



합병 단계의 수 × 각 단계에서의 비교 수 logN × N -> O(NlogN)

Merge Sort - 시간 복잡도(재귀함수)-

T(n) =
$$\begin{cases} 0 & (n=1) \\ T([n/2]+T(n/2) + n & (otherwise) \end{cases}$$

$$2(2T(n/4)+n/2)+n \rightarrow 4T(n/4)+2n$$

 $4(2T(n/8)+n/4)+2n \rightarrow 8T(n/8)+3n$
 $+$
 $n \times T(1)+ logn \times n \rightarrow O(NlogN)$

Merge Sort (국내주식)

```
In [69]:
           def merge_sort(arr):
               if len(arr) <= 1:
                  return arr
            mid = len(arr) // 2
            left = merge_sort(arr[:mid])
              right = merge_sort(arr[mid:])
               return merge(left, right)
        11 def merge(left, right):
               result = []
               i = i = 0
        14
               while i < len(left) and i < len(right):</pre>
                  if left[i] <= right[j]:</pre>
                      result.append(left[i])
                      i += 1
                  else:
                      result.append(right[j])
                                                   걸린 시간:
                      i += 1
            result.extend(left[i:])
            result.extend(right[i:1)
              return result
                                                  0.013961076736450195 초
        27 | start_time = time.time()
        28 | sorted_data = merge_sort(K_Stock)
        29 end_time = time.time()
        31 print(end_time - start_time)
       0.013961076736450195
```

Merge Sort (미국주식)

```
In [71]:
         1 def merge_sort(arr):
                if len(arr) <= 1:
                   return arr
               mid = len(arr) // 2
               left_half = arr[:mid]
               right_half = arr[mid:]
               left_half = merge_sort(left_half)
               right_half = merge_sort(right_half)
        11
               return merge(left half, right half)
         13
         14 def merge(left, right):
               merged = []
               left_index, right_index = 0, 0
               while left_index < len(left) and right_index < len(right):</pre>
                   if left[left_index] < right[right_index]:</pre>
                       merged.append(left[left_index])
                       left_index += 1
                       merged.append(right[right_index])
         24
                       right_index += 1
         26
               merged += left[left_index:]
               merged += right[right_index:]
                                                    걸린 시간:
               return merged
         31 | start_time = time.time()
         32 data = merge_sort(US_Stock)
                                                    0.019945144653320312 초
         33 end_time = time.time()
         35 print(end_time - start_time)
       0.019945144653320312
```

Quick sort

◆ 목차

- ❖ Quick sort의 정렬 방식
- ❖ Quick sort의 시간 복잡도
- ❖ Quick sort의 종류 2가지
- ❖ Quick Sort로 정렬한 국내주식
- ❖ Quick Sort로 정렬한 미국주식

Quick Sort (정렬 방법)

피벗을 설정



피벗을 기준으로 두개의 영역으로 분할



피벗을 기준으로 큰 수와 작은 수를 교환

Quick Sort (시간복잡도)

피벗을 설정



피벗과 n - 1개의 숫자들을 차례대로 비교



비교연산을 총 n-1 번 수행 → O(n)

Quick Sort (Blanced partitioning)

피벗이 중간에 위치



피벗을 기준으로 좌우 양변이 계속 이등분

시간 복잡도: T(n) ≤ 2T(n/2) + O(n) = O(nlogn)

Binary search와 유사함.

Quick Sort (Unblanced partitioning)

n개의 ticker가 계속 나뉘어짐



매번 1개씩 분할 → 전체 연산 횟수는 n번

매번 O(n)걸림 & n번 쪼개짐 → n * O(n) = O(n^2)

시간 복잡도: T(n) = T(n-1) + O(n) = O(n^2).

Quick Sort (Average complexity)

$$E[X] = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \frac{2}{j-i+1}$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=1}^{n-i} \frac{2}{k+1}$$

$$< \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=1}^{n} \frac{2}{k}$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} O(\lg n)$$

$$= O(n \lg n)$$

Quick Sort (국내주식)

```
In [68]:
                def quick_sort(arr):
                     if len(arr) <= 1:
                         return arr
                  else
                         pivot = arr[0]
                         less = [x \text{ for } x \text{ in } arr[1:] \text{ if } x \leq pivot]
                         greater = [x \text{ for } x \text{ in } arr[1:] \text{ if } x > pivot]
                         return quick sort(less) + [pivot] + quick sort(greater)
                start time = time.time()
                sorted_data = quick_sort(K_Stock)
                end time = time.time()
            14 | print(end_time - start_time)
          0.008976459503173828
```

걸린 시간:

0.008976459503173828 초

Quick Sort (미국주식)

```
In [70]:
               def quick_sort(arr):
                    if len(arr) <= 1:
                        return arr
                   else:
                        pivot = arr[0]
                        less = [x \text{ for } x \text{ in } arr[1:] \text{ if } x \le pivot]
                        greater = [x \text{ for } x \text{ in } arr[1:] \text{ if } x > pivot]
                        return quick_sort(less) + [pivot] + quick_sort(greater)
               start_time = time.time()
               a = quick sort(US Stock)
               end_time = time.time()
           14 | print(end_time - start_time)
                                                    걸린 시간:
         0.01196742057800293
```

0.01196742057800293 초

국내주식을 Sorting 하는데 걸린 시간:

미국주식을 Sorting 하는데 걸린 시간:

Bubble Sort: 0.62812초

Bubble Sort: 1.73347 초

VS

VS

Merge Sort: 0.01396 초

Merge Sort: 0.01994 초

VS

VS

Quick Sort: 0.00897 초

Quick Sort: 0.01196 초

Quick Sort

국내 주식, 미국 주식 모두

Quick sort가 빠르다!!!