

Лабораторна робота № 1

Тема: “Основи роботи в програмі MathCad або аналогах”

Мета роботи: освоїти основні поняття та техніку роботи у програмі MathCad або її аналогах (WolframAlpha, NumPy&SciPy, Scilab, GNU Octave, fxSolver, SMath Studio та ін.).

Програма роботи

1. Ознайомитися з принципами роботи з документами в MathCad (або у програмах-аналогах): створення, збереження, відкриття і закриття.
2. Введення і редагування формул, в тому числі введення грецьких букв.
3. Введення тексту, в тому числі кириличного.
4. Використання змінних та функцій, функцій користувача.
5. Операції з числами, в тому числі комплексними.
6. Операції з векторами і матрицями: створення, відображення. Матрична алгебра.
7. Побудова графіку, тривимірного графіку і поверхні.

Зміст звіту

1. Мета і програма роботи.
2. Усі вправи щодо роботи з документами, формулами, текстом, використанням змінних та функцій, операції з числами, операції з векторами і матрицями, побудова графіків (**навести скріншоти власних прикладів**).

Примітка. Довідкові матеріали MathCad Prime за посиланням

https://support.ptc.com/help/mathcad/r8.0/ru/index.html#page/PTC_Mathcad_Help/about_the_mathcad_help_center.html

Теоретичні дані

Робота з документами

У Mathcad всі розрахунки організовуються на робочих областях, або "листах" (worksheets), спочатку порожніх, на яких можна додавати формули і текст. Тут і далі називатимемо робочий аркуш документом Mathcad. Це не зовсім точно передає сенс англійського терміну "worksheet", зате звичніше з точки зору термінології windows-додатків. Кожен документ є незалежною серією математичних розрахунків і зберігається в окремому файлі. Документ є одночасно і лістингом Mathcad-програми, і результатом виконання цієї програми, і звітом, який можна роздрукувати на принтері або опублікувати в Web.

Створення документу

Якщо Mathcad запускається з головного меню Windows (кнопкою Пуск), то вікно Mathcad з'являється з відкритим у ньому новим порожнім безіменним документом, названим системою Untitled:1.

Щоб створити новий порожній документ, вже працюючи в Mathcad, слід виконати одну з трьох еквівалентних дій:

- натиснення одночасно клавіш <Ctrl>+<n>;
- натиснення кнопки New (Створити) на панелі інструментів; клацнувши на команді верхнього меню File / New (Файл / Створити).

В Mathcad 11-15 кнопка New на стандартній панелі складається з двох частин (рис.1):

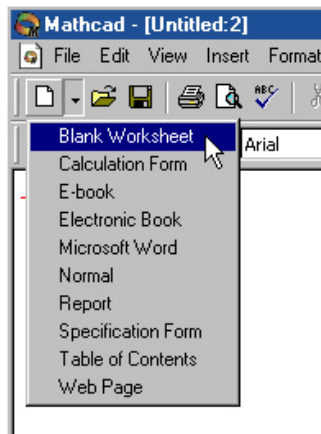


Рис.1. Створення нового документу кнопкою New

Вибір Blank Worksheet – створення пустого документу, інше – створення документу на основі того чи іншого шаблону (детальніше – в документації).

Збереження документу

Щоб зберегти документ у форматі Mathcad, виберіть File / Save (Файл / Сохранить), або натискайте клавіші <Ctrl>+<s> або кнопку Save на стандартній панелі інструментів. Якщо створений документ зберігається вперше, на екран буде виведено діалогове вікно Збереження (Save), в якому потрібно буде визначити його ім'я (мал. 2)

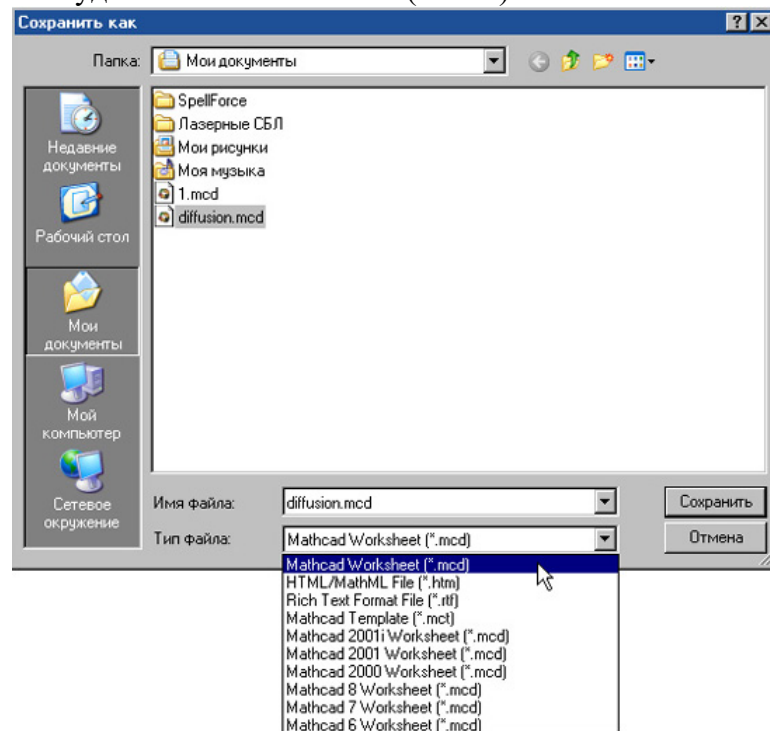


Рис.2. Збереження документу

Щоб перейменувати документ, збережіть його під іншим іменем командою File / Save As (Файл / Сохранить как).

Можливі формати файлів, що зберігаються:

- Mathcad 11 Worksheet (*.mcd) — найбільш потужний формат, використовується за замовчуванням,
- Html/mathml File (*.htm) — формат web-сторінки. Починаючи з версії Mathcad 11, всі атрибути документа Mathcad можуть зберігатися в html-файлі (з додатковою xml-розміткою). З одного боку, такі файли можуть бути видимими звичайним браузером, а з іншої — без збитку для функціональності — відкриватися і редагуватися в Mathcad як звичайні (*.mcd) документи.
- Mathcad Template (*.mct) — формат шаблону;
- Rich Text Format (*.rtf) — зберігайте файли в цьому форматі лише для подальшого редагування в текстових редакторах з метою створення звітів. Зокрема, зберігши документ

в rtf-файлі, можна завантажити його в Microsoft Word або іншому текстовому процесорі, більшість з яких підтримує цей формат;

- Mathcad 6...20011 Worksheet (*.mcd) — формати колишніх версій Mathcad.

Відкриття існуючого документу

Щоб відкрити існуючий документ для редагування, виконаєте команду File / Open (Файл / Открыть) або натискуйте клавіші <Ctrl>+<o> (або кнопку Open на стандартній панелі інструментів). У діалоговому вікні Open виберіть файл і натискуйте кнопку ОК.

Крім того, відкрити файл можна і в оглядачі Windows, клацнувши двічі на його імені з розширенням .mcd.

Відкрити документ Mathcad, що знаходиться в мережі Інтернет, можна за допомогою вікна Ресурсів Mathcad:

- Викличте один з Ресурсів Mathcad, наприклад, Швидкі шпаргалки (Help / Quicksheets)
- Натискуйте кнопку із зображенням глобуса і двох стрілок на панелі інструментів вікна Mathcad Resources, що з'явилося (мал. 2.7).
- Введіть url-адресу сторінки в мережі Інтернет, де знаходиться документ Mathcad, наприклад <http://www.mathsoft.com> — в полі для введення адреси у вікні. Натискайте клавішу <Enter>.

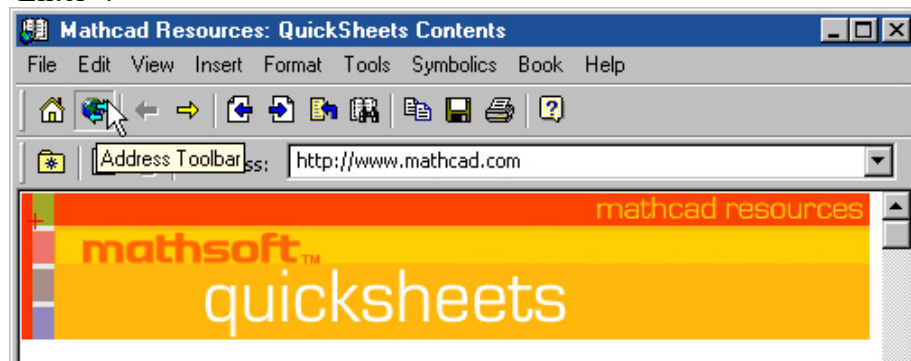


Рис.3. Відкриття документу в Інтернет

Закриття документу

Активний документ закривають одним із способів:

- натисненням кнопки закриття вікна документа (хрестика) в його правій верхній частині ;
- за допомогою команди File / Close (Файл / Закреть);
- натисненням клавіш <Ctrl>+<w>;
- при завершенні сеансу роботи з Mathcad: за допомогою або команди File / Exit (Файл / Выход), або кнопки управління вікном, або панелі завдань Windows, — будуть закриті всі відкриті документи, включаючи і неактивні.

Якщо внесені зміни не були збережені, Mathcad запропонує зробити це.

Елементи інтерфейсу Mathcad

- Курсор миші (mouse pointer) — грає звичайну для додатків Windows роль, слідуючи за рухами миші;
- курсор — обов'язково знаходиться усередині документа в одному з трьох видів:
 - курсор введення (crosshair) — хрестик червоного кольору, який відзначає порожнє місце в документі, куди можна вводити текст або формулу;
 - лінії введення (editing lines) — горизонтальна (underline) і вертикальна (insertion line) лінії синього кольору, що виділяють в тексті або формулі певну частину;
 - лінія введення тексту (text insertion point) — вертикальна лінія, аналог ліній введення для текстових областей.
- місцезаповнювачі (placeholders) — з'являються усередині незавершених формул в місцях, які мають бути заповнені символом або оператором: місцезаповнювач символу — чорний прямокутник; місцезаповнювач оператора — чорна прямокутна рамка.

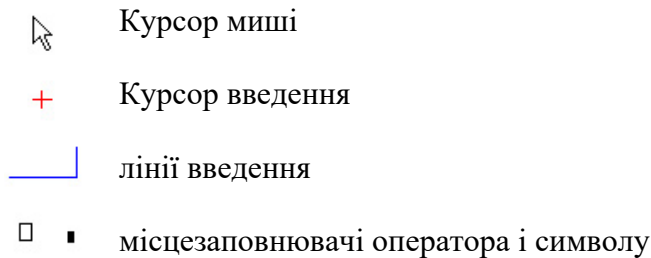
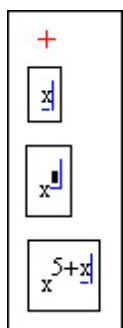


Рис.4. Елементи інтерфейсу

Введення формул

Ввести математичний вираз можна в будь-якому порожньому місці документа Mathcad. Для цього розташуйте курсор введення в бажане місце документа, клацнувши в нім мишею, і просто починайте вводити формулу, натискаючи клавіші на клавіатурі. При цьому в документі створюється математична область (math region), яка призначена для зберігання формул, що інтерпретуються процесором Mathcad. Продемонструємо послідовність дій на прикладі введення виразу x^{5+x} :



- Клікніть мишею, позначивши місце введення. Натискуйте клавішу <x> — в цьому місці замість курсора введення з'явиться регіон з формулою, що містить один символ x, причому він буде виділений лініями введення.
- Введіть оператор піднесення до ступеня, натискаючи клавішу <A>, або вибравши кнопку піднесення до ступеня на панелі інструментів Calculator — у формулі з'явиться місцезаповнювач для введення значення ступеня, а лінії введення виділять цей місцезаповнювач.
- Послідовно введіть останні символи <5>, <+>, <x>.

Рис.5. Введення формули

Якщо користувач починає введення формули з оператора (мал. 2.11), залежно від його типу, автоматично з'являються і місцезаповнювачі, без заповнення яких формула не сприйматиметься процесором Mathcad.

Послідовність вставки оператора у формулу така:

- Посуньте лінії введення на частину формули, яка повинна стати першим операндом.
- Введіть оператор, натискаючи кнопку на панелі інструментів або комбінацію клавіш.

Щоб вставити оператора не після, а перед частиною формули, виділеної лініями введення, натискуйте перед його введенням клавішу <Ins>, яка пересуне вертикальну лінію введення вперед. Це важливо, зокрема, для вставки оператора заперечення.

Зміна операторів

Щоб видалити оператор, розмістіть його перед вертикальною лінією введення і натисніть клавішу <Backspace>. В результаті оператор або зникне (а операнди зліва і справа зіллються в одне ім'я), або (у складних формулах) з'явиться місцезаповнювач оператора у вигляді чорної рамки. За бажання можна видалити і цей місцезаповнювач повторним натисненням <Backspace>.

Резюме. Для вставки символів в документи доступні наступні інструменти:

- Більшість символів, наприклад латинські букви або цифри, для визначення імен змінних і функцій набираються на клавіатурі;
- грецькі букви найлегше вставляються за допомогою панелі інструментів Greek (Грецькі символи) (мал. 2.19). Можна також ввести відповідну латинську букву і натискувати клавіші <Ctrl>+<g> (після цього, наприклад, з латинської буква "a" виходить грецька α);

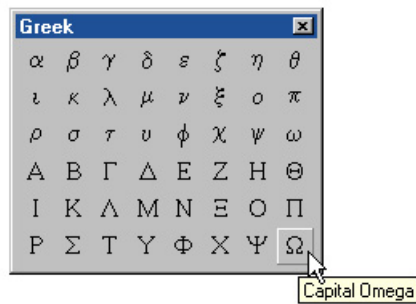



Рис.6. Панель інструментів Greek

- оператори можуть бути вставлені або з різних математичних панелей інструментів, або відповідною комбінацією клавіш. Наприклад, оператори (див. мал. 2.15), що найбільш часто вживаються, згруповані на панелі Calculator (Калькулятор);
- імена функцій вводяться або з клавіатури, або, надійніше, за допомогою команди Insert/Function (Вставка/ Функція) . Дужки можуть бути вставлені з клавіатури. Проте, для того, щоб виділити дужками вже введену частину формули, краще помістити її між лініями введення і натискувати клавішу <'> (апостроф).

Введення тексту

Щоб до початку введення вказати програмі, що потрібно створити не формульний, а текстовий регіон, досить, перш ніж ввести перший символ, натиснути клавішу <">. В результаті на місці курсора введення з'являється новий текстовий регіон, який має характерне виділення. Курсор набирає при цьому вигляду вертикальної лінії червоного кольору , яка називається лінією введення тексту і аналогічна за призначенням лініям введення у формулах.

Відправлення документу електронною поштою

Відправити активний документ електронною поштою легко, і не виходячи з Mathcad. Для цього виберіть команду File / Send (Файл / Отправить), внаслідок чого відразу з'явиться вікно New Message (Новое сообщение), змальоване на мал. 2.38 з автоматично приєднаним до нього файлом Mathcad. Користувачеві треба ввести у відповідні поля вікна електронну адресу отримувача, тему і текст листа і відіслати листа.

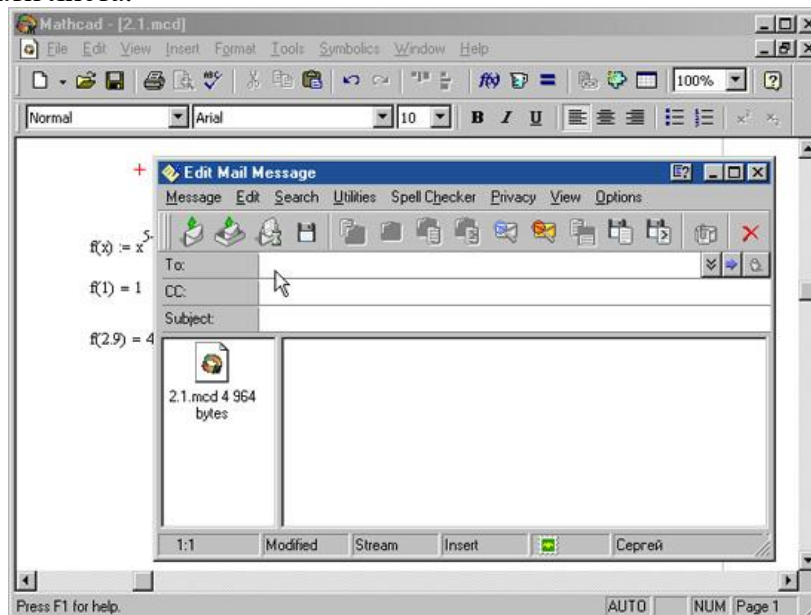


Рис.7. Відсилення листа по Email

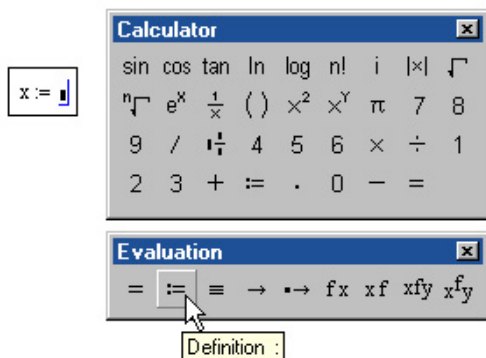
Для використання цієї опції комп'ютер має бути підключений до Інтернету і на ній має бути заздалегідь встановлене відповідне поштове застосування.

Визначення змінних та присвоєння їм значень

Щоб визначити змінну, досить ввести її ім'я і надати їй певне значення, для чого служить оператор присвоєння.

Щоб надати змінній нове значення, наприклад змінну x зробити рівною 10:

- Введіть в бажаному місці документа ім'я змінної, наприклад x .



- Введіть оператор присвоєння за допомогою клавіші $<:=>$ або натисканням відповідної кнопки Definition (Присвоєння) на панелі інструментів Calculator або Evaluation (Вирази), як показано на мал. 3.1.
- Введіть в місцезаповнювач, що з'явився, нове значення змінної (10).

Рис.8. Присвоєння значення змінній

Визначення функції користувача

Для того, щоб визначити функцію користувача, наприклад $f(x,y) = x^2 - \cos(x+y)$:

- Введіть в бажаному місці документа ім'я функції (f). Введіть ліву дужку "(", імена змінних через кому x , y і праву дужку ")". При введенні лівої дужки і коми автоматично з'являтимуться відповідні місцезаповнювачі.
- Введіть оператор присвоєння з панелі інструментів або натисканням клавіші $<:=>$.
- Введіть у новий місцезаповнювач вираз, що визначає функцію $x^2 - \cos(x+y)$, користуючись клавіатурою або панелями інструментів.

Всі змінні, присутні справа у виразі визначення функції, або повинні входити в список аргументів функції (у дужках, зліва після імені функції), або мають бути визначені раніше. Інакше буде виведено повідомлення про помилку.

Обчислення виразів

Значення змінної або виразу обчислюється після знаку $<=>$. Перш ніж обчислити значення математичного виразу, Ви зобов'язані визначити значення всіх змінних, що в нього входять (два перші рядки лістингу 1). Обчислюваний вираз може містити будь-яку кількість змінних, операторів і функцій.

$$x := 10$$

$$y := (x - 3)^2 + 1$$

$$x^y = 1 \times 10^{50}$$

$$x = 10$$

Лістинг 1. Обчислення виразу.

Символьні обчислення

У Mathcad є можливість символьного, або аналітичного, обчислення значення вираження. амос просте з них — це оператор символьного виводу (symbolic evaluation). Він позначається символом \rightarrow . Робота символьного процесора полягає в аналізі самого тексту математичних виразів. Звичайно, набагато вужчий круг формул можна розрахувати символьно, хоч би тому, що не така велика частина математичних задач допускає аналітичне рішення.

Наприклад, є вираз: $B \cdot \sin(\arcsin(C \cdot X))$, где B, C, X — деякі змінні. Для символьного обчислення (перетворення) цього виразу:

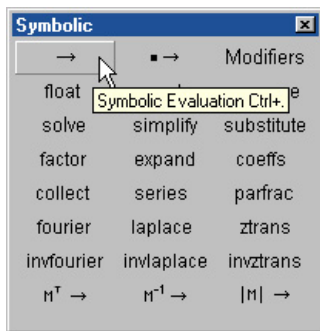


Рис.9. Панель символічних обчислень

- Введіть цей вираз: $B \cdot \sin(\arcsin(3 \cdot X))$.
- Введіть оператора символічного виводу натисненням відповідної кнопки (рис. 9) на панелі Symbolic (Символіка) або Evaluation (Вирази).

Арифметичні оператори

Оператори, що позначають основні арифметичні дії, вводяться з панелі Calculator (Калькулятор) – рис.10.

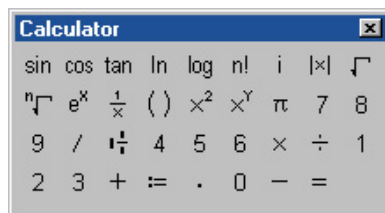


Рис.10. Панель арифметичних операторів

Панель містить:

- складання і віднімання: + — (лістинг 2);
- множення і ділення: • / + (лістинг 3);
- факторіал: ! (лістинг 4);
- модуль числа: |x| (лістинг 4);
- квадратний корінь: (лістинг 5);
- корінь n-й міри: (лістинг 5);
- піднесення x до ступеня в: x^y (лістинг 5);
- зміна пріоритету: дужки (лістинг 6);
- чисельний вивід: = (всі лістинги).

$$1 + 3 - 7 = -3$$

$$-(-2) = 2$$

Лістинг 2. Складання, віднімання, заперечення

$$\frac{5}{2} = 2.5$$

$$5 \div 2 = 2.5$$

$$2 \frac{3}{4} = 2.75$$

Лістинг 3. Ділення і множення

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$5! = 120$$

$$|-10| = 10$$

Лістинг 4. Факторіал та модуль

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$e^{\ln(3)} = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$10^{0.2} = 1.585$$

Лістинг 5. Корені і ступінь

$$(1 + 2) \cdot 3 = 9$$

$$1 + 2 \cdot 3 = 7$$

Лістинг 6. Дужки

Обчислювальні оператори

Обчислювальні оператори вставляються в документи за допомогою панелі інструментів Calculus (Обчислення). При натисненні будь-якої з кнопок в документі з'являється символ відповідної математичної дії, забезпечений декількома місцезаповнювачами. Кількість і розташування місцезаповнювачів визначається типом оператора і в точності відповідає їх загальноприйнятому математичному запису.

$$\sum_{i=1}^{10} i = 55$$

$$\prod_{i=1}^{10} i = 3.629 \times 10^6$$

Лістинг 7. Обчислювальні оператори

Комплексні числа

Mathcad обробляє також комплексні числа. По замовчанню уявну одиницю представляє символ i , або j .

$$x := 2i \quad x \cdot x = -4$$

Лістинг 8. Комплексне число.

$$x^2 = -4$$

Комплексне число можна ввести у вигляді звичайної суми дійсної і уявної частин або у вигляді будь-якого виразу, що містить уявне число. Для роботи з комплексними числами є декілька простих функцій і операторів, дія яких показана в лістингу 9.

$$y := 19.785j + 0.1$$

$$\text{Im}(y) = 19.785 \quad \text{Re}(y) = 0.1$$

$$z := 23 \cdot e^{0.1i}$$

$$|z| = 23 \quad \arg(z) = 0.1$$

Лістинг 9. Функції та оператори для комплексних чисел.

Масиви, вектори, матриці

Масивами (arrays) називають впорядковані послідовності чисел або елементів масиву. Доступ до будь-якого елементу масиву можливий по імені векторної змінної та його індексу, тобто номеру в послідовності чисел.

У Mathcad є і оператори, і вбудовані функції, які діють на вектори і матриці цілком, наприклад, транспонування, матричне множення і так далі. Над елементами масиву можна здійснювати дії як над звичайними числами. Потрібно лише правильно задати відповідний індекс або поєднання індексів масиву.

ORIGIN – глобальна змінна, початковий номер індексів масивів, по замовчанню 0.

ORIGIN= 1

$$a := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot a = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \quad B \cdot a = \begin{pmatrix} 30 \\ 36 \\ 42 \end{pmatrix} \quad B^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Множення вектора на число, матриці на вектор, транспонування матриці.

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$D := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad |D| = -9$$

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{9} & \frac{4}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{4}{9} & \frac{5}{9} & -\frac{2}{9} \\ \frac{5}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad B^3 = \begin{pmatrix} 468 & 1062 & 1656 \\ 576 & 1305 & 2034 \\ 684 & 1548 & 2412 \end{pmatrix}$$

$$D^{-1} \cdot D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Визначник матриці, обернена матриця, піднесення матриці у ступінь.

$$f := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad f \cdot f = 14$$

Скалярний добуток векторів.

Лістинг 10. Операції над векторами і матрицями

Побудова графіку, тривимірного графіку і поверхні.

Нехай є функція $f(x)$. Щоб побудувати її графік, показаний на рис. 11, слід натискати на панелі Graph кнопку з потрібним типом графіка і в заготівці графіка, що з'явилася, визначити значення, які будуть відкладені по осях. У нашому випадку потрібно було ввести x в місцезаповнювач біля осі x і $f(x)$ (або відповідний вираз в нашому випадку) — біля осі Y .

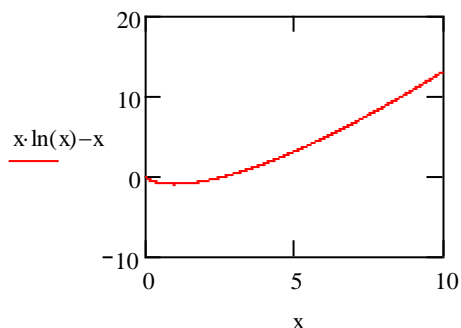


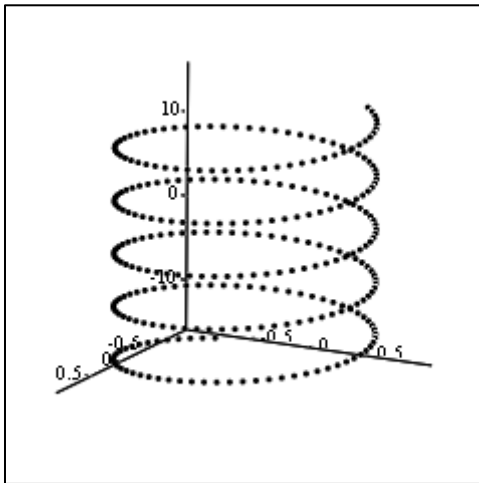
Рис.11. Графік функції одного аргумента

Тривимірну криву можна побачити за допомогою функції

- Createspace(F(або f1, f2, f3), t0, t1, tgrid, fmap) — створення вкладеного масиву, що представляє x-, y- і z-координати параметричної просторової кривої, заданої функцією p;
- F(t) — векторна функція від трьох аргументів, задана параметрично відносно єдиного аргументу t;
- f1(t), f2(t), f3(t) — скалярні функції;
- t0 — нижня межа t (за умовчанням -5);
- t1 — верхня межа t (за умовчанням 5);

- `tgrid` — число точок сітки по змінній t (за умовчанням 20);
- `fmap` — векторна функція від трьох аргументів, задаюча перетворення координат.

$$\underline{F}(t) := \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$$



`CreateSpace (F, -15, 15, 300)`

`CreateSpace (F, -15, 15, 300) = ({3,1})`

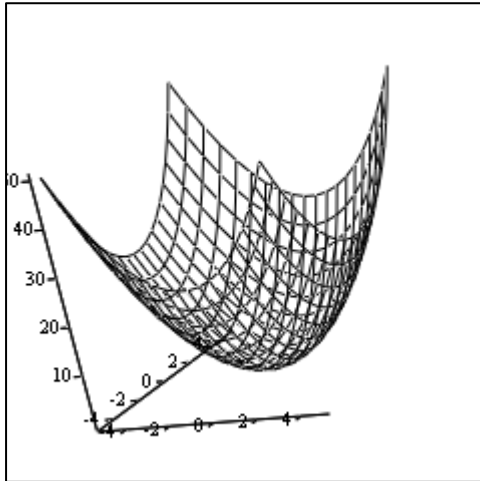
Рис.12. Графік тривимірної кривої

Функція для задання тривимірної поверхні є функцією від функції двох аргументів. Ці аргументи та значення останньої функції разом утворюють тривимірну поверхню.

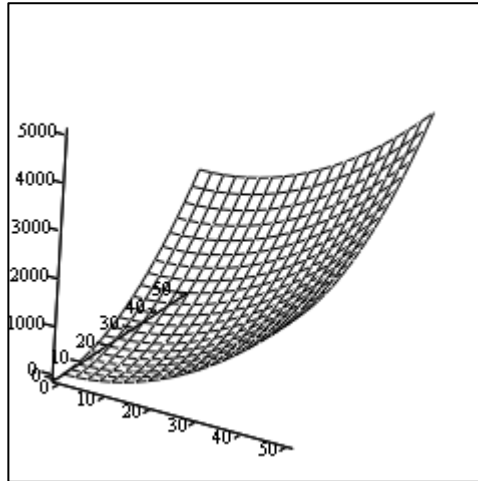
- `Createmesh(F(або g, або f1, f2, f3), s0, s1, t0, t1, sgrid, tgrid, fmap)` - створення вкладеного масиву, представляючого x -, y - і z -координати параметричної поверхні, заданої функцією F ;
- $F(s,t)$ — векторна функція з трьох елементів, задана параметрично відносно двох аргументів s і t ;
- $g(s, t)$ — скалярна функція; $f1(s,t), f2(s,t), f3(s,t)$ — скалярні функції;
- $s0, t0$ — нижні межі аргументів s, t (за умовчанням -5);
- $s1, t1$ — верхні межі аргументів s, t (за умовчанням 5);
- `sgrid, tgrid` — число точок сітки по змінних s і t (за умовчанням 20);
- `fmap` — векторна функція з трьох елементів від трьох аргументів, що задає перетворення координат.

Для побудови графіку треба створити в документі вікно графіку відповідного типу за допомогою панелі *Графіки* та заповнити місце заповнювач викликом функції створення графіку (в нашому випадку це *Cgeatespace* або *Cgeatemesht*).

$$\underline{g}(s, t) := s^2 + t^2$$



CreateMesh (g)



CreateMesh (g, 0, 50, 0, 50)

Рис.12. Побудова тривимірної поверхні

Завдання

Виконати всі вправи відповідно до програми роботи.

Контрольні питання

1. Як створити, зберегти та відкрити документ?
2. Як визначати змінні та присвоювати їм значення в документі?
3. Як використати грецькі букви для назв змінних і функцій?
4. Як виконати символічне обчислення виразу?
5. Що таке обчислювальні оператори?
6. Як звернутись до елементу масива?
7. Які існують основні операції над векторами і матрицями?
8. Як побудувати графік функції одного аргумента?
9. Як побудувати графік функції у тривимірному просторі?
10. Як побудувати поверхню у тривимірному просторі?