Лекція 24. Імовірнісний (статистичний) метод оцінки ризику

24.1. Основні поняття теорії вірогідності

Ризик — категорія ймовірнісна, тому в процесі оцінки невизначеності і кількісного визначення ступеня ризику використовують імовірнісні розрахунки.

Коливання можливого результату являє собою ступінь відхилення очікуваного значення від середньої величини.

24.2 Зв'язок математичного очікування і середньоквадратичного відхилення

Найбільш поширена точка зору, згідно з якою *мірою ризику* певного комерційного (фінансового) рішення чи операції слід вважати середньо квадратичне відхилення (позитивний квадратний корінь з дисперсії) значення показника ефективності цього рішення чи операції.

Оскільки ризик обумовлений недетермінованістю результату рішення (операції), то чим менший розкид (дисперсія) результату рішення, тим більше він передбачуваний, тобто менше ризик. Якщо варіація (дисперсія) результату дорівнює нулю, то ризик повністю відсутній.

Найчастіше показником ефективності фінансового рішення (операції) служить прибуток.

Розглянемо як ілюстрацію вибір певною особою одного з двох варіантів інвестицій в умовах ризику.

Приклад 24.1 **Оцінка ризику по господарських контрактах**

ТОВ «Ритм» необхідно оцінити ризик того, що покупець оплатить товар вчасно при укладенні договору про постачання продукції. Вихідні дані для аналізу зведені в таблицю 24.3, при цьому угоди з даним партнером укладалися протягом 10 місяців.

ВИХІДНІ ДАНІ

Місяці		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Термін оплати в днях	*A*	70	39	58	75	80	120	70	42	50	80
	B	50	63	32	89	61	45	31	51	55	50

Визначити термін оплати рахунка в аналізованому місяці.

Насамперед визначимо середньозважений термін оплати рахунка за формулою:

$$R = R_i \cdot P_i,$$

де R — середньозважений термін оплати; Ri — термін оплати по місяцях; Pi — імовірність настання i-го значення.

$$P_i = K_i / n,$$

де Pi визначаються за формулою: Ki — кількість значень ознаки, що повторилися; n — загальна кількість подій (див. табл. 24.4).

Підставляючи вихідні дані і підраховані імовірності у формулу $R = R_i \cdot P_i$, визначаємо середньозважений термін оплати рахунка. Ризикованість даної угоди визначається за допомогою стандартного відхилення, тобто можливе відхилення як у гірший, так і в кращий бік очікуваного значення, показника, що розраховується від його середнього значення. Чим більша величина стандартного відхилення, тим більший розкид можливого результату, тим вищий підприємницький ризик у даній угоді.

$$D = \sum \left(R - R_i\right)^2 \cdot P_i$$

де D — дисперсія.

Потім знайдемо σ — середньоквадратичне відхилення як корінь квадратний з дисперсії. Підставивши в дані формули значення змінних, обчислимо, що:

$D_A = 499$, $\sigma_A = 22{,}3$ дні; $D_B = 247{,}7$, $\sigma_У = 15{,}7$ дня.

З розрахованих значень стандартних відхилень можна зробити висновок, що укладення угод з фірмою В менш ризиковане, оскільки і середній термін оплати, і розкид результату для цієї фірми менші. У випадку, якщо необхідно порівняти два варіанти угоди з різними очікуваними результатами і різним ризиком, особливий інтерес становить показник, який називається коефіцієнтом варіації:

$$V = \sigma / R,$$

$R_a = \sum R_i \cdot P_i = 68{,}4 = 68$ днів;
$R_y = \sum R_i \cdot P_i = 52{,}7 = 53$ днів;
γ — коефіцієнт варіації;
σ — стандартне відхилення;
R — очікуваний результат.

Одержаний показник дає характеристику ризику на одиницю очікуваного результату. Завдяки порівнянню коефіцієнтів варіації двох проектів, вибирається проект із найменшим коефіцієнтом.

У нашому прикладі $V_A = 0{,}326$, а $V_B = 0{,}326$. У даному випадку видно, що укладення угоди з фірмою В менш ризиковане. Перевага статистичного методу — простота математичних розрахунків, а явний недолік — необхідність великої кількості вихідних даних, оскільки чим більший масив вихідних даних, тим точніший розрахунок.

Однак статистичним методом неможливо користуватися, якщо досліджуваний об'єкт — нова, недавно зареєстрована компанія. Відзначимо, що дисперсія сигналізує про наявність ризику, але при цьому приховує напрямок відхилення від очікуваного значення. Підприємцю часто потрібно знати, що найбільш імовірно: втрати чи прибуток у результаті здійснення угоди.

Приклад 24.2 *Побудова матриці прибутку*

Компанія «Смачний сир» — невеликий виробник різних продуктів із сиру. Один із продуктів — сирна паста — поставляється в країни ближнього зарубіжжя. Генеральний директор повинен вирішити, скільки ящиків сирної пасти слід виробляти протягом місяця.

Імовірності того, що попит на сирну пасту протягом місяця буде 6, 7, 8 чи 9 ящиків, рівні відповідно 0,1; 0,3; 0,5; 0,1. Витрати на виробництво одного ящика дорівнюють 45 дол. Компанія продає кожен ящик за ціною 95 дол. Якщо ящик із сирною пастою не продається протягом місяця, то вона псується і компанія не одержує доходу. Скільки ящиків треба робити протягом місяця?

Розв’язання:

МАТРИЦЯ ПРИБУТКУ

Попит на ящики / Вир-во ящиків	6	7	8	9	Середня	Диспер-сія	Середньо-квадратичне відхилення	Коефіцієнт варіації
	(0,1)*	(0,3)	(0,5)	(0,1)	Очікуваний прибуток			
6	300	300	300	300	300	0	0	0
7	255	350	350	350	340,5	812,5	28,5	0,08
8	210	305	400	400	352,5	4061,25	63,73	0,18
9	165	260	355	450	317	5776	76	0,24

* ***У дужках наведена ймовірність попиту на ящики.***

На практиці найчастіше в подібних випадках рішення приймаються, виходячи з критерію максимізації середнього очікуваного прибутку чи мінімізації очікуваних витрат. Дотримуючись такого підходу, можна зупинитися на рекомендації виробляти 8 ящиків, і для більшості ОПР рекомендація була б обґрунтованою.

Однак залучаючи додаткову інформацію у формі розрахунку середньоквадратичного відхилення як індексу ризику, ми можемо уточнити прийняте на основі максимуму прибутку чи мінімуму витрат рішення.

6 ящиків

$D(x) = (300 - 300)^2\,(0,1 + 0,3 + 0,5 + 0,1) = 0;$

$\sigma = 0;$

$\gamma = \sigma / R = 0.$

7 ящиків

$D(x) = 0,1 \cdot (255 - 340,5)^2 + (0,3 + 0,5 + 0,1) \cdot (350 - 340,5)^2 = 812,5;$

$\sigma = \sqrt{812,5} = 28,5;$

$\gamma = \sigma / R = 28,5 / 340,5 = 0,08.$

8 ящиків

$D(x) = 0,1 \cdot (210 - 352,5)^2 + 0,3 \cdot (305 - 352,5)^2 + (0,1 + 0,5) \cdot (305 - 352,5)^2 = 4061,25;$

$\sigma = \sqrt{4061,25} = 63,73;$

$\gamma = \sigma / R = 63,73 / 352,5 = 0,18.$

9 ящиків

$D(x) = 0,1 \cdot (165 - 317)^2 + 0,3 \cdot (360 - 317)^2 + 0,5 \cdot (355 - 317)^2 + 0,1 \cdot (450 - 317)^2 = 5776;$

$\sigma = \sqrt{5776} = 76;$

$\gamma = \sigma / R = 76 / 317 = 0,24.$

Висновок: З поданих результатів розрахунків з урахуванням отриманих показників ризиків — середньоквадратичних відхилень — очевидно, що виробляти 9 ящиків за будь-яких обставин недоцільно, тому що середній очікуваний прибуток дорівнює 317 — менше, ніж для 8 ящиків (352,5), а середньоквадратичне відхилення (76) для 9 ящиків більше аналогічного показника для 8 ящиків (63,73).

А от чи доцільне виробництво 8 ящиків у порівнянні з 7 і 6 — не очевидно, тому що ризик при виробництві 8 ящиків (σ=63,73) більший, ніж при виробництві 7 ящиків (σ=28,5) і, тим більше, 6 ящиків, де σ=0. Вся інформація з урахуванням очікуваних прибутків і ризиків у наявності. Рішення повинен приймати генеральний директор компанії з урахуванням свого досвіду, схильності до ризику і ступеня вірогідності показників імовірностей попиту: 0,1; 0,3; 0,5; 0,1. Автори, з огляду на всі наведені числові характеристики випадкової величини — прибутку, схиляються до рекомендації виробляти 7 ящиків (не 8, що випливає з максимізації прибутку без урахування ризику!). Пропонується зробити свій вибір.

Приклад 24.3 Побудова матриці збитків

Є наступні дані про кількість і ціни вугілля, необхідного взимку для опалювання будинку (табл. 24.6). Вірогідність зим: м’якої — 0,35; звичної — 0,5; холодної — 0,15.

ПОЧАТКОВІ ДАНІ

Зима	Кількість вугілля, т	Середня ціна за 1 т в ф ст
М’яка	4	7
Звична	5	7,5
Холодна	6	8

Ці ціни відносяться до купівлі вугілля взимку. Влітку ціна вугілля — 6 фунтів ст. за 1 т. У вас є місце для зберігання запасу вугілля до 6 т, заготовлюваного влітку. Якщо потрібно буде взимку докуповувати вугілля, то воно буде за зимовими цінами. Передбачається, що все вугілля, яке збережеться до кінця зими, влітку пропаде.

Скільки вугілля влітку купувати на зиму? Яка очікувана вартісна цінність цього рішення.

Рішення: Побудуємо платіжну матрицю (табл. 24.7).

ПЛАТІЖНА МАТРИЦЯ

Вірогідність / Зима	0,35	0,5	0,15
	м'яка	звична	холодна
М'яка (4 т)	–(4 · 6)	–(4 · 6 + 1 · 7,5)	–(4 · 6 + 2 · 8)
Звична (5 т)	–(5 · 6)	–(5 · 6 + 0 · 7,5)	–(5 · 6 + 1 · 8)
Холодна (6 т)	–(6 · 6)	–(6 · 6 + 0 · 7,5)	–(6 · 6 + 0 · 8)

Таблиця 8

РОЗРАХУНОК ОЧІКУВАНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ПЛАТНІ ЗА ВУГІЛЛЯ

Зима	Середня очікувана платня
М'яка	–(24 · 0,35 + 31,5 · 0,5 + 40 · 0,15)= –30,15
Звична	–(30 · 0,35 + 30 · 0,5 + 38 · 0.15)= –31,2
Холодна	–(36 · 0,35 + 36 · 0,5 + 36 · 0,15)= –36

Якщо продовжити дослідження процесу ухвалення рішення і обчислити середні квадратичні відхилення платні за вугілля для м'якої, звичної і холодної зими, то відповідно одержимо:

- для м'якої зими σ =5,357;
- для звичної зими σ =2,856;
- для холодної зими σ =0.

Мінімальний ризик, природно, буде для холодної зими, проте при цьому очікувана середня платня за вугілля виявляється максимальною — 36 ф ст.

Відношення середнього квадратичного відхилення до математичного очікування (середній ризик на той, що витрачається 1 ф ст) для звичної зими складає 2,856 / 31,2 = 0,0915 проти аналогічного показника для м'якої зими, рівного 5,357 / 30,15 = 0,1777, тобто знов відмінність майже в 2 рази.

Ці співвідношення і дозволяють нам рекомендувати закупівлю вугілля, орієнтуючись не на м'яку, а на звичну зиму.

Висновок: Ми схиляємося до варіанта купівлі вугілля для звичної зими, оскільки згідно з табл. 24.3 очікувана середня платня за вугілля, в порівнянні з варіантом для м'якої зими, зростає на 3,5 %, а ступінь ризику при цьому виявляється майже в 2 рази меншим (σ = 2,856 проти 5,357).