

## Домашнее задание 5.

Построить бифуркационную диаграмму динамической системы, описываемой *неавтономным* обыкновенным дифференциальным уравнением. Для нескольких значений параметра из заданного промежутка посчитать спектр показателей Ляпунова аттрактора, соотнести с полученными на диаграмме результатах. Для тех же нескольких аттракторов рассчитать спектр частот и размерность. Размерность посчитать двумя способами: (1) покрытие кубами сечения Пуанкаре (см. box-counting dimension) (2) по формуле Каплана-Йорка.

1.  $\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta e^{-x}(1 - e^{-x}) = f \cos \omega t$ ,  $\alpha = 0.8$ ,  $f = 3.07$ ,  $\beta = 8$ ,  $\omega \in [0.8, 1.2]$ .
2.  $\ddot{x} + \frac{1}{q}\dot{x} + \sin x = f \cos \omega t$ ,  $q = 2$ ,  $\omega = 2/3$ ,  $f \in [1, 1.5]$ .
3.  $\ddot{x} + d(x^2 - 1)\dot{x} + x = a \cos \omega t$ ,  $d = 5$ ,  $a = 40$ ,  $\omega \in [2, 2.4]$ .
4.  $\dot{x} = x - \frac{x^3}{3} - y + f \cos \omega t$ ,  $\dot{y} = c(x + a - by)$ ,  $a = 0.7$ ,  $b = 0.8$ ,  $c = 0.1$ ,  $\omega = 1$ ,  $f \in [0.7, 0.8]$ .
5.  $\ddot{x} + d(x^2 - 1)\dot{x} + x = a \cos \omega t$ ,  $d = 5$ ,  $a = 2.5$ ,  $\omega \in [5, 5.6]$ .
6.  $(1 + \lambda x^2)\ddot{x} + \lambda x \dot{x}^2 + \omega_0^2 x + \alpha \dot{x} = f \cos \omega t$ ,  $\lambda = 0.5$ ,  $\omega_0^2 = 0.25$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $\omega = 1$ ,  $f \in [2, 3]$
7.  $\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta e^{-x}(1 - e^{-x}) = f \cos \omega t$ ,  $\alpha = 0.8$ ,  $f = 2.5$ ,  $\beta = 8$ ,  $\omega \in [1.5, 2]$ .
8.  $\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} - \alpha x + \beta x^3 = f \cos \omega t$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $f = 0.14$ ,  $\omega \in [0.45, 0.6]$ .
9.  $\ddot{x} + \frac{1}{q}\dot{x} + \sin x = f \cos \omega t$ ,  $q = 4$ ,  $\omega = 2/3$ ,  $f \in [0.95, 1.5]$ .
10.  $\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} - \alpha x + \beta x^3 = f \cos \omega t$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $f = 0.19$ ,  $\omega \in [0.45, 0.6]$ .
11.  $\ddot{x} + d(x^2 - 1)\dot{x} + x = a \cos \omega t$ ,  $d = 5$ ,  $a = 5$ ,  $\omega \in [2.4, 2.5]$ .
12.  $(1 + \lambda x^2)\ddot{x} + \lambda x \dot{x}^2 + \omega_0^2 x + \alpha \dot{x} = f \cos \omega t$ ,  $\lambda = 0.5$ ,  $\omega_0^2 = 0.25$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $\omega = 1$ ,  $f \in [2.75, 3.15]$
13.  $\ddot{x} + \alpha\dot{x} + \beta e^{-x}(1 - e^{-x}) = f \cos \omega t$ ,  $\alpha = 0.8$ ,  $f = 3.3$ ,  $\beta = 8$ ,  $\omega \in [2.2, 2.6]$ .
14.  $\dot{x} = x - \frac{x^3}{3} - y + f \cos \omega t$ ,  $\dot{y} = c(x + a - by)$ ,  $a = 0.7$ ,  $b = 0.8$ ,  $c = 0.1$ ,  $\omega = 1$ ,  $f \in [1, 1.3]$ .
15.  $\ddot{x} + \frac{1}{q}\dot{x} + \sin x = f \cos \omega t$ ,  $q = 2$ ,  $f = 1.5$ ,  $\omega \in [0.1, 0.6]$ .