

Подбор параметров C_0 , k , ω с использованием `dde.Variable()`

Рассматривалась следующая задача:

$$\begin{aligned}iq_t + q_{xx} + |q|^2 q(1 - \alpha|q|^2 + \beta|q|^4) &= 0, \quad x \in [x_L, x_R], \quad t \in [0, t_{max}], \\q(x, 0) &= q_0(x), \\q(x_L, t) &= q(x_R, t), \\q_x(x_L, t) &= q_x(x_R, t),\end{aligned}\tag{1}$$

имеющая решение в виде светлого солитона:

$$\begin{aligned}q(x, t) &= \sqrt{\frac{\mu e^{(x-2kt-x_0)\sqrt{\mu}}}{\left(\frac{1}{2}e^{(x-2kt-x_0)\sqrt{\mu}} + 1\right)^2 - \frac{\alpha_0\mu}{3}e^{2(x-2kt-x_0)\sqrt{\mu}}}} e^{i(kx - \omega t + \theta_0)}, \\ \mu &= 4(k^2 - \omega).\end{aligned}\tag{2}$$

Для (1) была исследована область определения: $x \in [-50, 50]$. В качестве параметров для отладки были взяты: $\alpha = 0.3$, $\beta = 0$, $t_{max} = 30$, $\alpha_0 = 0.35$, $k_{true} = 1$, $\omega_{true} = 0.88$, $x_0 = -30$, $\theta_0 = 0$. C_0 , k , ω делались подбираемыми, их начальные значения принимались равными 1.95, 1.05, 0.9 соответственно.

Использовались 30 тыс. точек коллокаций, 3000 точек для начального условия и 500 точек для левой и правой границ по x . Для генерации точек коллокаций использовалось псевдослучайное распределение.

Нейронная сеть включала в себя следующие слои: один входной слой с 2 нейронами, четыре скрытых слоя, каждый из которых содержал 32 нейрона, и один выходной слой с 2 нейронами. Для первого слоя применялась линейная функция активации, а для остальных слоев был выбран гиперболический тангенс.

Сначала обучение проводилось на протяжении 50000 итераций. Использовался оптимизатор Adam с параметрами: $initial_learning_rate = 5 \times 10^{-3}$, $decay_steps = 100$, $decay_rate = 0.019$. Затем нейронная сеть обучалась в течение еще 10000 итераций с использованием оптимизатора L-BFGS. В качестве его параметров были выбраны: $maxcor = 50$, $ftol = 2.220446049250313 \times 10^{-16}$, $gtol = 1 \times 10^{-8}$, $maxiter = 10000$, $maxfun = 10000$, $maxls = 50$.

Рассматривался единственный метод обработки входных и выходных данных. Входные данные обрабатывались с использованием $z = x - C_0 t$. Этот вариант предобработки был выбран в силу схожести с аналитическим решением. Выходные данные обрабатывались с помощью $\cos(kx - \omega t)$ и $\sin(kx - \omega t)$.

Были получены следующие результаты:

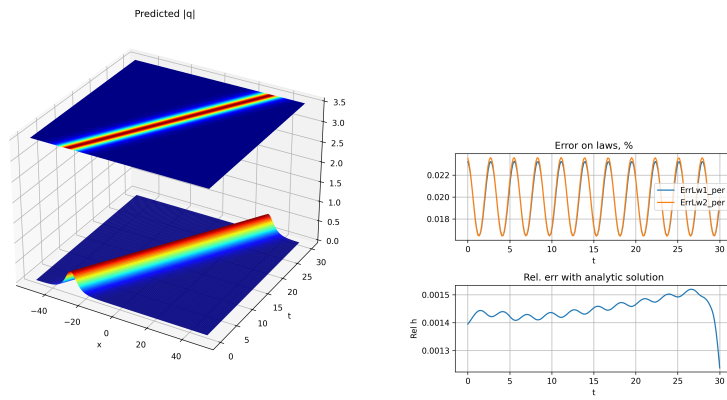


Рис. 1: Результаты обработки данных с использованием $x - C_0 t$ и $\cos(kx - \omega t)$, $\sin(kx - \omega t)$ для случая подбираемых параметров C_0 , k , ω

Обработка входа	Обработка выхода	Lw_1_{max}	Lw_1_{mean}	Lw_2_{max}	Lw_2_{mean}	Rel_h
$x - C_0 t$	$\cos(kx - \omega t)$, $\sin(kx - \omega t)$	0.0233	0.0198	0.0236	0.0200	0.0014

Таблица 1: Основные метрики