

## Использование замены $q = ue^{iv}$

Рассматривалась следующая задача:

$$\begin{aligned} iq_t + q_{xx} + |q|^2 q(1 - \alpha|q|^2 + \beta|q|^4) &= 0, \quad x \in [x_L, x_R], \quad t \in [0, t_{max}], \\ q(x, 0) &= q_0(x), \\ q(x_L, t) &= q(x_R, t), \\ q_x(x_L, t) &= q_x(x_R, t), \end{aligned} \quad (1)$$

имеющая решение в виде светлого солитона:

$$\begin{aligned} q(x, t) &= \sqrt{\frac{\mu e^{(x-2kt-x_0)\sqrt{\mu}}}{(\frac{1}{2}e^{(x-2kt-x_0)\sqrt{\mu}} + 1)^2 - \frac{\alpha_0\mu}{3}e^{2(x-2kt-x_0)\sqrt{\mu}}}} e^{i(kx - \omega t + \theta_0)}, \\ \mu &= 4(k^2 - \omega). \end{aligned} \quad (2)$$

Ранее для (1) использовалась замена комплексной функции  $q = u + iv$ , теперь же исследовался вариант  $q = ue^{iv}$ .

$$\begin{aligned} \text{Пусть } q &= ue^{iv} = u \cos v + iu \sin v, \text{ тогда} \\ q_t &= u_t \cos v - u \sin v v_t + i(u_t \sin v + u \cos v v_t) = (u_t + iuv_t)e^{iv}, \\ q_{xx} &= u_{xx} \cos v - 2u_x v_x \sin v - u \cos v v_x^2 - u \sin v v_{xx} + \\ &+ i(u_{xx} \sin v + 2u_x v_x \cos v - u \sin v v_x^2 + u \cos v v_{xx}) = \\ &= (u_{xx} - uv_x^2 + i(uv_{xx} + 2u_x v_x))e^{iv}. \end{aligned} \quad (3)$$

Формулы (3) были подставлены в (1), после чего производилось разделение выражения на реальную и мнимую части. Замена потребовала изменения начальных условий, граничные условия в силу периодичности менять не пришлось. Область определения осталась прежней:  $x \in [-25, 25]$ . В качестве параметров для отладки были взяты:  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 0$ ,  $t_{max} = 1$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $k = 1$ ,  $\omega = 0.88$ ,  $x_0 = 0$ ,  $\theta_0 = 0$ .

Использовались 10 тыс. точек коллокаций, 200 точек для начального условия и 20 точек для левой и правой границ по  $x$ . Для генерации точек коллокаций использовалось псевдослучайное распределение.

Нейронная сеть включала в себя следующие слои: один входной слой с 2 нейронами, два скрытых слоя, каждый из которых содержал 100 нейронов, и один выходной слой с 2 нейронами. В качестве функции активации был выбран синус.

Сначала обучение проводилось на протяжении 10000 итераций. Использовался оптимизатор Adam с параметром  $learning\_rate = 10^{-3}$ . Затем нейронная сеть обучалась в течение еще 10000 итераций с использованием оптимизатора L-BFGS. В качестве его параметров были выбраны:  $maxcor = 50$ ,  $ftol = 2.220446049250313 \times 10^{-16}$ ,  $gtol = 1 \times 10^{-8}$ ,  $maxiter = 10000$ ,  $maxfun = 10000$ ,  $maxls = 50$ .

Входные и выходные данные не подвергались дополнительной обработке.

Были получены следующие результаты:

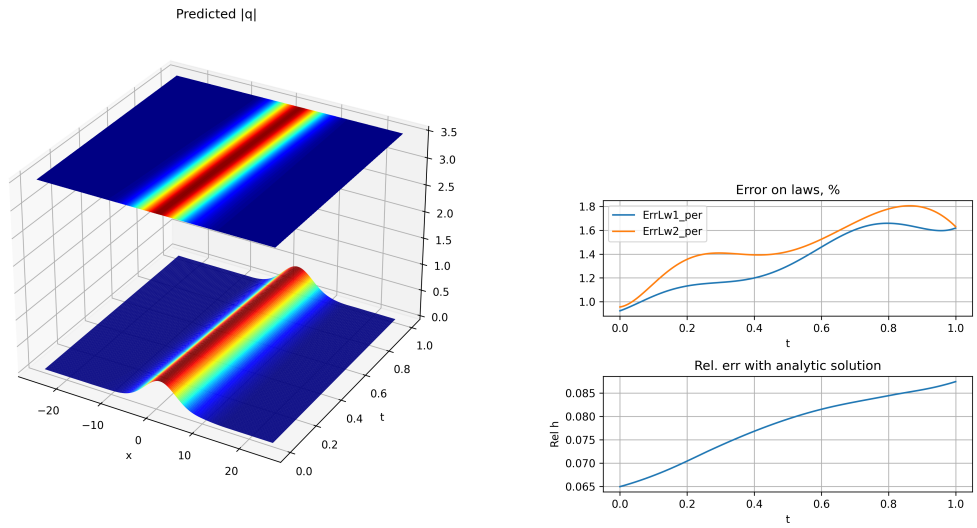


Рис. 1: Результаты обработки данных с использованием замены  $q = ue^{iv}$

$Lw1_{max}$	$Lw1_{mean}$	$Lw2_{max}$	$Lw2_{mean}$	$Rel_h$
1.6585	1.3447	1.8054	1.4805	0.0782

Таблица 1: Основные метрики

Величина ошибок свидетельствует о том, что идея с новой заменой себя не оправдала, результат получился хуже, чем для  $q = u + iv$ .