## Содержание

1	Раз	работ	ка имитационной модели ИФАП с токовым				
	дет	ектор	ом. Проведение вычислительного эксперимента и				
	обр	аботка	а его результатов	4			
	1.1 Разработка имитационной модели ИФАП						
		1.1.1	Передпосылки к разработке имитационной модели	4			
		1.1.2	Основные функциональные блоки модели	4			
		1.1.3	Блок инициализации входных данных	5			
		1.1.4	Блок функционирования петли ФАП	7			
		1.1.5	Блок обработки выходных данных	.0			
		1.1.6	Блок отображения результатов функционирования 1	.2			
		1.1.7	Общие принципы разработки имитационной модели				
			ИФАП с токовым детектором	.3			
	1.2 Проведение вычислительного эксперимента и обработка его						
результатов							
		1.2.1	Вычислительный эксперимент с фильтром 1-го порядка . 1	9			
		1.2.2	Вычислительный эксперимент с фильтром 2-го порядка. 2	21			
	1.3	Вывод	цы по главе	22			

### Определения, обозначения и сокращения

ФАП - фазовая автоподстройка частоты;

ИФАП - импульсная системы фазовой автоподстройки частоты;

ФД - фазовый детектор;

ЧФД - частотно-фазовый детектор;

ИФД - импульсный фазовый детектор;

ИЧФД - импульсный частотно-фазовый детектор;

ЭГ - эталонный генератор;

УГ - генератор управляемый напряжением;

ФНЧ - фильтр нижних частот;

ВЧ - высокие частоты;

ОВЧ - очень высокие частоты;

ДУ - дифференциальное уравнение;

СКО - среднеквадратическое отклонение;

МО - математическое ожидание.

# 1 Разработка имитационной модели ИФАП с токовым детектором. Проведение вычислительного эксперимента и обработка его результатов

### 1.1 Разработка имитационной модели ИФАП

### 1.1.1 Передпосылки к разработке имитационной модели

Алгоритм, представленный во второй главе решает основную проблему исследования ИФАП с токовым детектором, а именно отсутствие аналитической модели импульсной ФАП для петлевого фильтра произвольного порядка. Таким образом становится возможным создание инструмента, способного исследовать вопросы устойчивости систем синхронизации данного типа. А так же производить анализ тонкой структуры сигнала рассогласования.

### 1.1.2 Основные функциональные блоки модели

Воспользуемся модульным подходом для описания имитационной модели стохастической ФАП.

Модульный (блоковый) подход к разработке позволяет составить полную картину задач, которые необходимо решить для корректной работы конечного продукта. Так же, данный подход позволяет разделить всю программу на независимые блоки, что дает возможность производить тестирование и отладку в более удобном формате.

Разделим имитационную модель на 4 основных блока:

- 1. Инициализация входных данных и задание параметров ФАП;
- 2. Функционирование ФАП;
- 3. Обработка выходных данных;
- 4. Отображение результатов функционирования.

Для наглядности описания имитационной модели в приложении A представлена её блок-схема.

Рассмотрим более подробно каждый представленный блок.

#### 1.1.3 Блок инициализации входных данных

Данный блок выполняет функцию задания начальных условий и режима работы программы. Блок выполняет важнейшую функцию на начальном этапе запуска - определяет функционирование всей модели. От его реализации зависит быстрота и правильность выполнения эксперимента в целом. Блоксхема алгоритма задания начальных условий приведена на рис. 3.1.

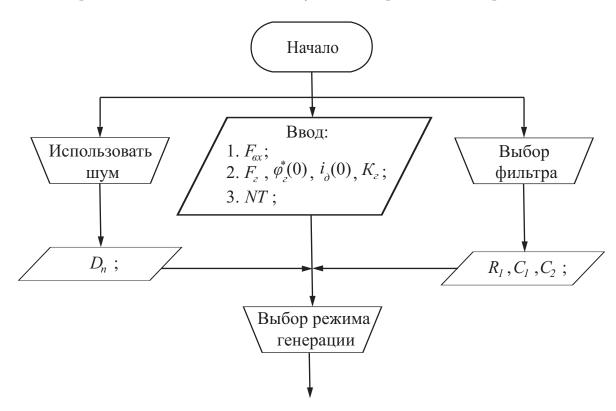


Рис. 3.1 Алгоритм задания начальных условий

Разберем подробнее каждый элемент представленной блок-схемы.

"Ввод" отвечает за задание параметров, которые являются обязательными при каждом запуске имитационного алгоритма. Такие параметры как частота входного сигнала  $(F_{ex})$ , частота ГУНа  $(F_{e})$ , начальная фазовая расстройка  $(\phi_{e}^{*}(0))$ , начальный ток детектора  $(i_{\partial}(0))$  и коэффициент генератора  $(K_{e})$  должны быть заданы однозначно на этапе инициализации входных данных.

"*Использовать шум* "определяет зашумление входного сигнала. В

качестве шума используется выборка случайных величин, распределенных по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и выборочной дисперсией. Данный элемент отвечает за задание дисперсии шума в вычислительном эксперименте.

### Генератор нормального распределения.

Для получения выборки с заданными параметрами необходимо использовать генератор нормального распределения. В Python присутствует множество реализаций генератора, однако особо остро стоит вопрос быстродействия генерации случайных чисел, распределённых по нормальному закону. Данная проблема рассматривалась в работе [5]. В статье, на основе исследования существующих алгоритмов, был предложен "модифицированный табличный метод" генерации чисел, который позволил ускорить процесс получения последовательности случайных величин более чем на 40 процентов. Так же был создан генератор на основе предложенного метода на языке C++ и собран в библиотеку.

Включение генератора в имитационную модель было выполнено с помощью библиотеки pybind11. Pybind11 позволяет включать в состав проекта программы, написанные на иных языках программирования. Эта функция значительно экономит время разработки и позволяет включать уже готовый продукт в состав своего проекта, не переписывая при этом код с другого языка.

"Выбор фильтра" отвечает за задание параметров выбранного фильтра. Изначально представлено три варианта фильтра первого и второго порядков, которые используются для имитации работы ИФАП. Функционирование фильтров описывается дифференциальными уравнениями (2.2), (2.8), (2.12). Различные порядки фильтров позволяют проанализировать отклик системы в зависимости от выбора фильтра. Это позволяет определить преимущества использования определенного вида фильтра в заданных

условиях.

"*Выбор режима генерации*"является элементом, определяющим конечную цель работы алгоритма. Имитационная модель предоставляет три режима генерации:

- 1. Одиночный;
- 2. Совместный;
- 3. Статистический.

Одиночный режим предполагает единоразовую имитацию подстройки частоты ГУНа при заданных параметрах. Данный режим служит для отслеживания правильности функционирования алгоритма, не производя анализ работы системы.

**Совместный** режим позволяет производить сравнительную характеристику системы при имитации работы ФАП с различным параметрам, при этом остальные параметры системы остаются одинаковыми.

Одиночный и совместный режимы строят динамические характеристики системы ФАПЧ с токовым детектором, позволяя проследить за функционированием системы на различных временных отрезках.

Статистический режим направлен на вычисление статистик по результатам работы системы, и дальнейшем сравнении статистических данных при различных значениях параметров системы ИФАП. Данный режим позволяет экспериментальным методом выявить особенности работы петли ФАП от значений задаваемых параметров. Так же этот режим может использоваться для исследования срыва слежения в ИФАП с токовым насосом.

### 1.1.4 Блок функционирования петли ФАП

Блок функционирования петли ФАП является основным блоком, используемым в имитационной модели. Он позволяет произвести моделирование работы петли при заданных начальных условиях. Алгоритм

функционирования ИФАП с ЧФД, представленный в главе 2 был взят за основу реализации системы синхронизации на языке Python. Блок-схема алгоритма представлена на рис. 3.2.

Полный алгоритм функционирования ИФАП с ЧФД представлен в пункте 2.4. Программный код, реализующий данный блок представлен в приложении Б. Опишем основные этапы работы петли ФАП.

Элемент "начало"на блок-схеме обозначает входную точку в блок функционирования петли автоподстройки с передачей в него входных данных, которые были инициализированы в предыдущем блоке. В первую очередь проверяется начальное значение тока детектора  $i_{\partial}(0)$ , знак тока детектора определяет знак фазового (временного) рассогласования входного сигнала и сигнала ГУНа. В зависимости от знака рассогласования принимается решение о уменьшении или увеличении полной фазы генератора. Так же в зависимости от знака рассогласования ток детектора принимает разные значения на периоде входного сигнала.

Следующим шагом является вычисление сигнала ошибки на периоде входного сигнала по формуле (2.13). На блок-схеме сигнал ошибки представляется в виде переменной "err". Сигнал ошибки является составной частью выражения, определяющего полную фазу сигнала управляемого генератора  $\phi_z$ . Так же в состав этого выражения входят частота входного сигнала  $F_{6x}$ , начальная частота ГУНа  $F_z$  и фаза генератора на предыдущем шаге вычислений  $\phi_z(-1)$ (при первом проходе это значение задается начальными условиями  $\phi_z(0)$ ). Далее фаза генератора сравнивается с величиной  $2\pi$ . По результатам сравнения определяется существование импульса ГУНа на рассматриваемом периоде входного сигнала. Если величина оказывается больше  $2\pi$ , тогда на рассматриваемом промежутке есть хотя бы один импульс генератора. В связи с этим встает вопрос о нахождении времени появления импульса генератора на данном периоде. Время определяется с помощью формулы полной фазы генератора, где

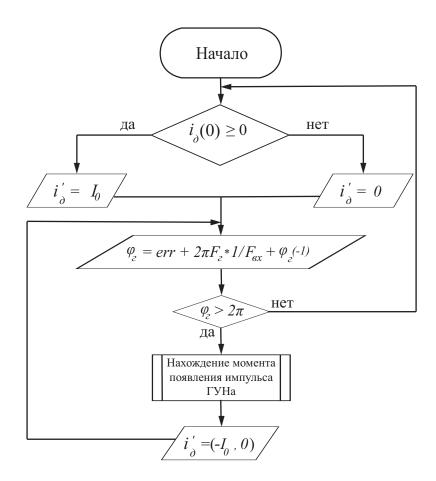


Рис. 3.2 Алгоритм функционирования ИФАП с ЧФД

вместо  $\phi_{\epsilon}$  ставится значение  $2\pi$ . Далее, полученное уравнение решается относительно времени появления импульса. После нахождения импульса генератора меняется значение тока детектора и снова вычисляется значение фазы генератора для определения еще одного импульса на периоде, если больше импульсов нет, то происходит переход к следующему периоду входного сигнала уже с обновленными метриками сигнала ошибки и фазы генератора. Если значение больше, чем  $2\pi$ , тогда снова вычисляется время появление импульса генератора и т.д.

Основными параметрами, которые возвращает блок ФАП после прохождения всех периодов входного сигнала являются: сигнал ошибки, сигнал на выходе детектора и время появления импульсов генератора. Эти данные используются для дальнейшего анализа и построения статистических и динамических характеристик.

### 1.1.5 Блок обработки выходных данных

В зависимости от выбора режима генерации обработка данных происходит по-разному. Опишем обработку данных при выборе одиночного или совместного режимов.

### Обработка данных в одиночном или совместном режимах

В данных режимах требуется построение динамических характеристик, наглядно демонстрирующих функционирование петли ФАП. Поэтому корректировка данных, возвращаемых от блока функционирования петли сводиться к построению сигнала тока детектора и сигнала генератора из последовательности временных отсчетов. Происходит это добавлением единичного уровня различного знака в моменты появления импульсов генератора и тока детектора. Таким образом, временные характеристики системы становятся пригодными для визуального анализа функционирования петли ФАП.

### Обработка данных в статистическом режиме

В статистическом режиме представляет интерес анализ сигнала ошибки, а точнее его математического ожидания и дисперсии от значений параметров системы. Таким образом, обработка данных в статистическом режиме сводится к нахождению неизвестных параметров сигнала ошибки по выборке, полученной в результате имитации работы петли ФАПЧ.

Формулы для расчета математического ожидания и среднеквадратического отклонения полученной выборки представлены ниже.

$$M(x_n) = \frac{\sum_{i=0}^{n} x_i}{n}, \quad \sigma(x_n) = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n} (x_i - M(x_n))^2}{n-1}};$$

Данные выражения позволяют получить параметры для выборки сигнала ошибки, однако представляет интерес узнать значения параметров для всего множества значений сигнала ошибки (генеральной совокупности) при одинаковых начальных условиях. К сожалению нельзя абсолютно точно найти значение параметров генеральной совокупности, однако можно построить оценки для неизвестных параметров. В данном случае будет использован метод построения доверительных интервалов для неизвестных параметров множества значений сигнала ошибки.

Интервальная оценка позволяет получить вероятностную характеристику точности оценивания неизвестного параметра.

Введем определение интервальной оценки неизвестного параметра.

Пусть  $X_n$  - случайная выборка объема n из генеральной совокупности X с функцией распределения  $F(x;\theta)$ , зависящей от параметра  $\theta$ , значение которой неизвестно. Предположим, что для параметра  $\theta$  построен интервал  $(\underline{\theta}(X_n), \overline{\theta}(X_n))$ , где  $\underline{\theta}(X_n)$  и  $\overline{\theta}(X_n)$ ) являются функциями случайной выборки  $X_n$ , такими, что выполняется равенство

$$\mathbf{P}\Big\{\underline{\theta}(X_n) < \theta < \overline{\theta}(X_n)\Big\} = \gamma.$$

В этом случае интервал ( $\underline{\theta}(X_n), \overline{\theta}(X_n)$ ) называют *интервальной оценкой* для параметра  $\theta$  с коэффициентом доверия  $\gamma$ . Чаще всего коэффициент доверия  $\gamma$  выбирают равным 0.9, 0.95 или 0.99, т.е. близким к единице.

# Построение доверительного интервала для математического ожидания сигнала ошибки

За основу построения доверительного интервала для  $M(x_n)$  возьмем центральную предельную теорему, которая говорит о том, что выборочные средние любой генеральной совокупности имеют распределение близкое к нормальному, а стандартная ошибка среднего определяется как

$$SE = \frac{\sigma(x_n)}{\sqrt{n}},$$

где  $\sigma(x_n)$ , является среднеквадратическим отклонением для выборки размера n из генеральной совокупности. Тогда, по правилу трёх сигм, 95 процентный доверительный интервал для  $M(x_n)$  будет вычисляться по формуле  $\underline{\theta}(X_n)=\overline{\theta}(X_n)=1.96SE$ 

# Построение доверительного интервала для среднеквадратического отклонения сигнала ошибки

Нижняя и верхняя границы интервальной оценки параметра  $\sigma$  с коэффициентом доверия  $\gamma=1-\alpha-\beta$  определяются как

$$\underline{\sigma} = \frac{\sigma(x_n)\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{1-\beta}^2(n-1)}}, \quad \overline{\sigma} = \frac{\sigma(x_n)\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi_{\alpha}^2(n-1)}},$$

где  $\chi_q^2(n-1)$  - квантиль уровня q для  $\chi^2$  - распределения с n-1 степенями свободы.

Таким образом, для того, чтобы построить 95 процентный доверительный интервал для  $\sigma$  нужно чтобы  $1-\beta=0.975$  и  $\alpha=0.025$ .

### 1.1.6 Блок отображения результатов функционирования

В зависимости от выбора режима генерации меняются отображаемые величины. Перечислим основные графические отображения в каждом из режимов.

### Одиночный режим

В одиночном режиме представляет интерес рассмотреть динамические характеристики, такие как: сигнал тока детектора от времени, сигнал генератора от времени, сигнал ошибки и полная фаза генератора на каждом периоде. Данные характеристики позволяют отследить корректность работы системы при заданных начальных условиях.

### Совместный режим

В совместном режиме имеет смысл рассматривать сравнительные динамические характеристики системы при различных начальных параметрах, таких как сопротивление или ёмкость. Данный режим позволяет сравнить функционирование системы ФАП при изменении параметра. Сравнение производится на основе сигнала ошибки.

### Статистический режим

В статистическом режиме имеет смысл выводить рассчитанные параметры сигнала ошибки, такие как:  $M(x_n)$  и  $\sigma(x_n)$ , а так же рассчитанные для них доверительные интервалы. Так же, построение значения МО и СКО от изменяемого параметра представляет практический интерес. С помощью построения подобных характеристик можно экспериментальным путём подобрать такие значения параметров петли ФАП, при которых M(x) и  $\sigma(x)$  стремятся к нулю.

# 1.1.7 Общие принципы разработки имитационной модели ИФАП с токовым детектором

Реализация блочной структуры, представленной в предыдущих частях создает трудности при консольной версии приложения, однако отличается большим удобством и гибкостью при визуальной реализации подобной программы. Использование графического интерфейса позволяет сократить время на задание начальных параметров и их редактирование.

За основу построения имитационной модели была взята библиотека PyQt5 (основы разработки графических приложений представлены в [10]), которая позволяет создавать многофункциональный интерфейс взаимодействия пользователя с программой. На рисунке 3.3 представлен снимок главного экрана приложения, которое связывает основные функциональные блоки модели ИФАП.

Model PLL X								
Input data  Frequency: 100 KHz *  Noise:  Add  Not add	Parameters system  Frequency VCO: 100 Phase VCO:  0 Filter:  Current detector:	Run  KHz   Coefficient VCO:  1  1  2  3  0  •						
Select mode								
<ul><li>Standart:</li><li>Statistic:</li></ul>								

Рис. 3.3 Главный экран имитационной модели ФАП

Главное меню разделено на три основные секции: входные данные, параметры системы и выбор режима работы. Рассмотрим подробнее каждую секцию.

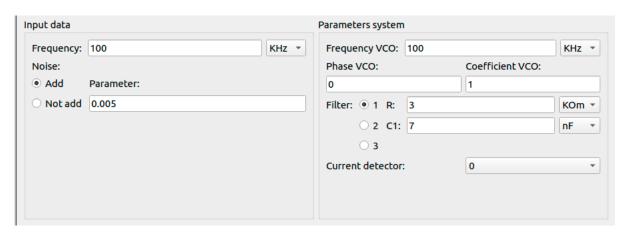


Рис. 3.4 Секции входных данных и задания парамеров системы имитационной модели

На рисунке 3.4 представлены секция входных данных и задания параметров системы. Некоторые параметры задаются автоматически, для более быстрой подготовки приложения к работе.

На рисунке 3.5 представлена секция выбора режима работы модели. Напомним, что модель предполагает три режима работы: одиночный, совместный и статистический. С помощью данной секции осуществляется



Рис. 3.5 Секция выбора режима работы

выбор того или иного режима.

Одиночный режим не предполагает никаких дополнительных настроек, так как при его выборе не производится аналитических действий. Он ограничивается построением динамических характеристик системы ИФАП. Результаты работы одиночного режима представлены на рисунке 3.6. Характеристики сигнала генератора и сигнала тока детектора от времени представлены на рисунке 3.6(а). Динамика изменения сигнала ошибки и фазы генератора от периода входного сигнала представлена на рисунке 3.6(б). Построение динамических характеристик происходит сразу после завершения имитации работы петли ФАП.

**Совместный режим** предоставляет построение сравнительной характеристики работы системы ФАП при изменении параметров. Окно настройки совместного режима представлено на рисунке 3.7.

Настройка предполагает задание изменяемого параметра из предоставляемого списка. После завершения функционирования системы в нижнем списке появятся названия, проведенных экспериментов. Кнопка "plot"строит сравнительную характеристику работы петли, при различных значениях параметра. Пример построения такой характеристики представлен на рисунке 3.8.

Так же предоставляется функция построения динамических характеристик (рис 3.6) каждой отдельной генерации. Для этого необходимо

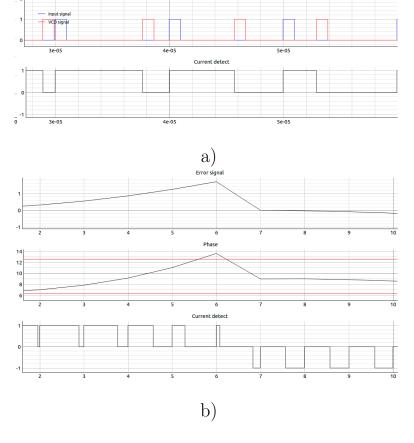


Рис. 3.6 Динамические характеристики петли ФАП



Рис. 3.7 Параметры настройки совместного режима имитационной модели

выбрать генерацию из списка и нажать кнопку "Print single". Для удаления результатов работы совместного режима нужно нажать кнопку "Reset".

Статистический режим производит полный анализ сигнала ошибки и производит сравнение его параметров при нескольких имитациях работы петли ФАП. На рисунке 3.9 представлено окно настройки статистического режима.

Данный режим позволяет загружать и сохранять проводимые

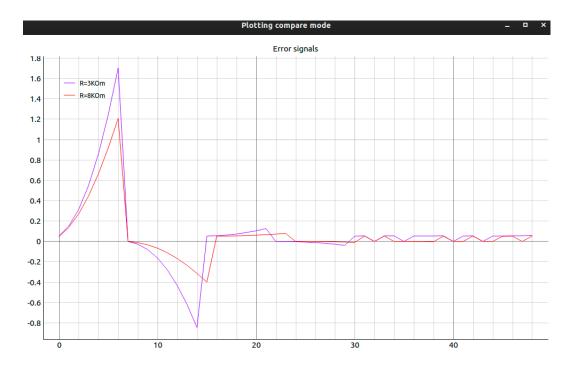


Рис. 3.8 Сравнительная характеристика сигналов ошибки при разных параметрах системы



Рис. 3.9 Создание нового эксперимента в статистическом режиме

эксперименты, для их дальнейшего анализа. При начальной инициализации необходимо создать новый эксперимент в окне "New experiment задать ему имя и выбрать относительно какого параметра будет происходить вычисление сравнительных характеристик работы системы ФАП. После проведения эксперимента он появится в окне "Continue experiment" (рис. 3.10).

В окне отображается выбранный эксперимент и относительно каких значений параметра было произведена имитация работы петли ФАП. Кнопка "Reset experiment"позволяет удалить результаты выбранного эксперимента. Кнопка "Calculate experiment"производит обработку выходных данных системы ФАП и выводит результаты в отдельное окно (рис. 3.11).

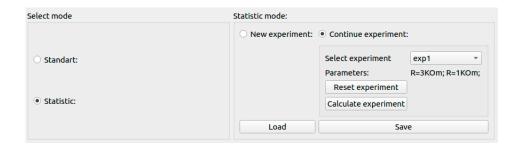


Рис. 3.10 Окно продолжения существующего эксперимента

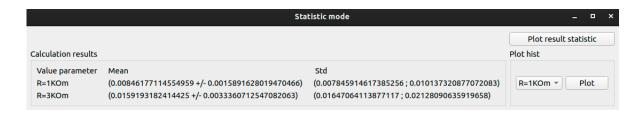


Рис. 3.11 Окно результатов статистического эксперимента

Здесь отображаются вычисленные значения математического ожидания и среднеквадратического отклонения сигнала ошибки, а так же их доверительные интервалы от изменяемого параметра. Построение гистограммы значений сигнала ошибки происходит при нажатии кнопки "Plot". Для построения сравнительной характеристики изменения параметров сигнала ошибки от изменения параметров системы необходимо нажать кнопку "Plot result statistic". Результат представлен на рисунке 3.12. На графиках предоставляется сравнительная характеристика значений математического ожидания и среднеквадратического отклонения от значений изменяемого параметра. Так же выводится график сравнения сигналов ошибок.

Данные графики позволяют сделать выводы о стабильности работы петли ФАП при различных параметрах.

# 1.2 Проведение вычислительного эксперимента и обработка его результатов

Заключительной частью создания инструмента анализа систем ФАПЧ с токовым детектором, является проверка его работоспособности, а именно проведение вычислительного эксперимента и построение статистических характеристик, которые бы позволили определить значения параметров

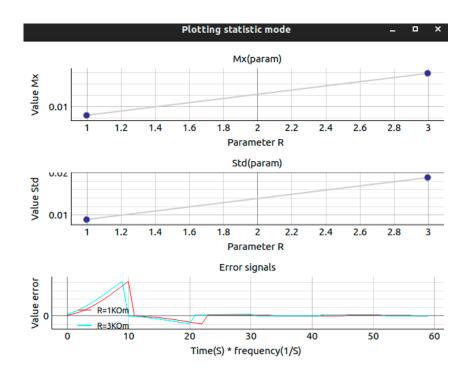


Рис. 3.12 Статистические характеристики системы ИФАП с ЧФД

системы при которых достигается устойчивый режим работы петли ФАП.

### 1.2.1 Вычислительный эксперимент с фильтром 1-го порядка

Данный эксперимент будет заключаться в исследовании влияния значения постоянной времени фильтра 1-го порядка на параметры сигнала ошибки, а именно его математического ожидания и среднеквадратического отклонения.

Начальные параметры функционирования системы автоподстройки (рис 3.13).

Вычисления производятся при следующих значениях постоянной времени  $T_0 = [3, 15, 30, 55] \quad 10^{-6} sec.$ 

Результаты проведения эксперимента представлены на рис 3.14.

По полученным графикам можно заключить, что наименьшие значения  $M(x_n)$  и  $\sigma(x_n)$  сигнала ошибки достигаются при наибольшем значении постоянной времени, т.е. значения параметров сигнала ошибки имеют обратную зависимость с постоянной времени фильтра 1-го порядка. Однако, из графика значений сигнала ошибки можно заметить следующую

зависимость - при увеличении значения постоянной времени увеличивается время переходного процесса.

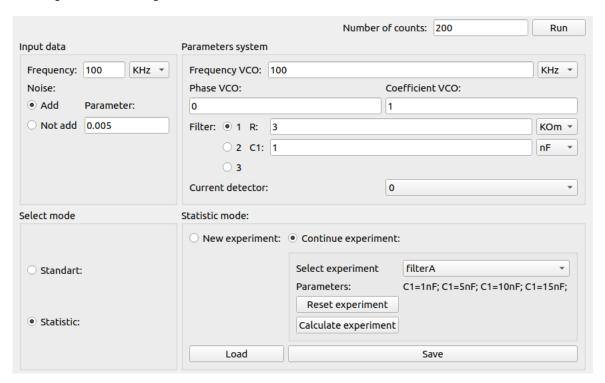


Рис. 3.13 Начальные параметры функционирования имитационной модели

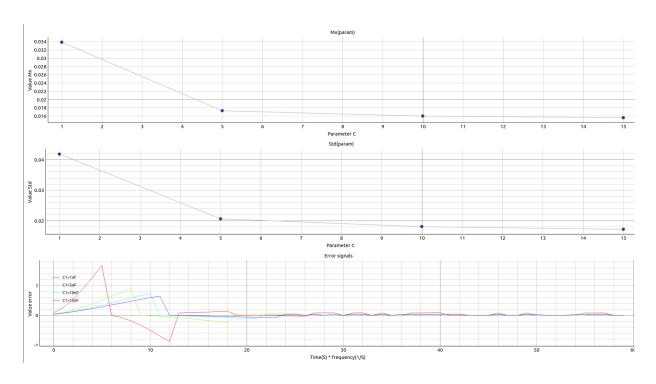


Рис. 3.14 Результаты проведения эксперимента

Таким образом, становится очевидным, что выбор оптимального значения параметров фильтра 1-го порядка не является однозначным и может

принимать различные значения в зависимости от задач, которые ставятся перед импульсной системой  $\Phi A\Pi$  с токовым детектором.

### 1.2.2 Вычислительный эксперимент с фильтром 2-го порядка

Данный эксперимент будет заключаться в исследовании влияния одной из постоянных времени фильтра 2-го порядка на параметры сигнала ошибки, а именно его математического ожидания и среднеквадратического отклонения.

		Number of	counts: 200	Run
nput data	Parameters system			
Frequency: 100 KHz •	Frequency VCO: 10	00		KHz *
Noise:	Phase VCO:		Coefficient VCO:	
Add Parameter:	0	1		
○ Not add 0.005	Filter: 0 1 R: 3			KOm *
	O 2 C1: 5	0		mkF *
	● 3 C2: 3			
	Current detector:		)	-
elect mode	Statistic mode:			
	O New experiment	:   Continue experimen	t:	
O Standart:		Select experiment	filterC	•
		Parameters:	C1=50mkF; C1=100mkF; C	C1=150mkF;
		Reset experiment		
Statistic:		Calculate experiment	t	
	Load	Save		

Рис. 3.15 Начальные параметры функционирования имитационной модели

Начальные параметры функционирования системы автоподстройки (рис 3.15).

Вычисления производятся при следующих значениях постоянной времени  $T_1 = [15, 30, 45] \ 10^{-2} sec$ , при этом значение  $T_2$  остается постоянным.

Результаты проведения эксперимента представлены на рис 3.16.

По полученным графикам можно заключить, что наименьшие значения  $M(x_n)$  и  $\sigma(x_n)$  сигнала ошибки достигаются при наибольшем значении постоянной времени, т.е. диапазон значений сигнала ошибки имеет обратную зависимость с постоянными времени фильтра 2-го порядка.

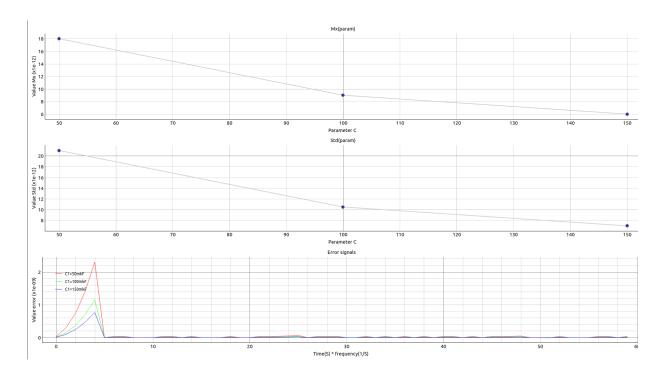


Рис. 3.16 Результаты эксперимента

### 1.3 Выводы по главе

В данной части была представлена имитационная модель ИФАП с ЧФД, разработанная на основе аналитической математической модели данного типа систем, которая может быть использована в вопросах исследования устойчивости систем синхронизации данного типа.

Проведены эксперименты для фильтров различных порядков, были построены статистические характеристики, анализирующие поведение сигнала рассогласования при различных значениях постоянной времени.

По результатам исследований можно заключить, что выбор значений параметров фильтра не является однозначным и должен определяться в зависимости от задач, решаемых автоматической системой регулирования.