

数据结构 hw15

9.8, 9.13

9.8 如果待排序的排序码序列已经按非递减次序有序排列, 试证明函数 `QuickSort()` 的计算时间将下降到 $O(n^2)$ 。

如果待排序的 n 个对象的程序已经按排序吗非递减次序有排序, 假设排序的时间代价为 $T(n)$ 。当第一个对象用作reference对象时, partition算法会用一次, 比较 $n-1$ 排序代码。整个序列只能分为两部分, 左子序列为空, 有子序列就是正确序列。 $n-1$ 个对象的非递减有序序列, 对于递归的quicksort, 成本为

$$\begin{aligned} T(n-1) &= (n-1) + T(n-1) \\ &= (n-1) + \{(n-2) + T(n-2)\} \\ &\quad \dots \\ &= (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 2 + 1 \\ &= n(n-1)/2 = O(n^2) \end{aligned}$$

9.13 将两个长度为 n 的有序表归并为一个长度为 $2n$ 的有序表, 最少需要比较 n 次, 最多需要比较 $2n-1$ 次, 请说明这两种情况发生时, 两个被归并的表有什么特征?

最少的比较次数: 若A表所有元素都小于 (或大于) B表元素, A[0]比较B[0]-B[n-1]直接并

最多的比较次数: A和B量表互相交错, 则A表的每一个元素需要和B的每一个元素比较。A[0]与B[1]比较, 能确定其中一个元素的位置, 然后, 剩下一个还要与另一表中下一个元素比较一次。除了最后一个元素外, 每个元素都要比较两次, 侧需要比较此等于 $2n-1$ 次