

1 2.1

题目1. 设 m 位正整数, $(a, m) = 1$. 我们用 a^{-1} 表示同余方程 $ax \equiv 1 \pmod{m}$ 的任何一个整数解(即 $a^{-1} \in \mathbb{Z}, aa^{-1} \equiv 1 \pmod{m}$). 证明

解答.

题目2. 设正整数 n 的十进制表示为

$$n = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \cdots + a_k \cdot 10^k$$

证明

解答.

题目6. (1) 证明：当 $n \geq 3$ 时， $\phi(n)$ 为偶数

解答.

题目7. 设 m 和 n 是正整数， $n = nt(t \in \mathbb{Z})$. 证明：模 n 的每个同余类都是模 m 的 t 个同余类之并。

解答.

题目10. 设 $a, m \in \mathbb{Z}, m \geq 2, (a, m) = 1$, 计算

$$\sum_{x=0}^{m-1} \left[\frac{ax}{m} \right]$$

解答.

2 2.2

题目1. 设 a 是环 \mathbb{Z}_m 中非零元素, 如果存在 \mathbb{Z}_m 中非零元素 $\beta (\neq 0')$, 使得 $\alpha\beta = 0'$, 称 a 零因子, 证明

解答.

题目2.

- (1) 对与环 \mathbb{Z}_m 中任何元素 α , m 个 α 相加为 $0'$
- (2) 设 p 为素数, 对于域 \mathbb{Z}_p 中非零元素 α 和正整数 n , 证明: n 个 α 相加为 $0'$ 当且仅当 $p \mid n$

解答.

题目3. 证明当 p 为奇素数时

解答.

题目4. 对于整数 $m \geq 2$ 证明: $(m-1)! \equiv -1 \pmod{m}$ 当且仅当 m 为素数

解答.

题目5. 证明, 若 $Z_m^* = a_1, \dots, a_{\phi(m)}$, 则 $Z_m^* = a_1^{-1}, \dots, a_{\phi(m)}^{-1}$. 如何将它转述成同于的语言?

解答.