

## 1 2.1

**题目1.** 设 $m$ 位正整数,  $(a, m) = 1$ . 我们用 $a^{-1}$ 表示同余方程 $ax \equiv 1 \pmod{m}$ 的任何一个整数解(即 $a^{-1} \in \mathbb{Z}, aa^{-1} \equiv 1 \pmod{m}$ ). 证明

解答.

**题目2.** 设正整数 $n$ 的十进制表示为

$$n = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \cdots + a_k \cdot 10^k$$

证明

解答.

**题目6.** (1) 证明：当 $n \geq 3$ 时， $\phi(n)$ 为偶数

解答.

**题目7.** 设 $m$ 和 $n$ 是正整数， $n = nt(t \in \mathbb{Z})$ . 证明：模 $n$ 的每个同余类都是模 $m$ 的 $t$ 个同余类之并。

解答.

题目10. 设 $a, m \in \mathbb{Z}, m \geq 2, (a, m) = 1$ , 计算

$$\sum_{x=0}^{m-1} \left[ \frac{ax}{m} \right]$$

解答.

## 2 2.2

**题目1.** 设 $a$ 是环 $\mathbb{Z}_m$ 中非零元素, 如果存在 $\mathbb{Z}_m$ 中非零元素 $\beta (\neq 0')$ , 使得  $\alpha\beta = 0'$ , 称 $a$ 零因子, 证明

解答.

**题目2.**

- (1) 对与环 $\mathbb{Z}_m$ 中任何元素 $\alpha$ ,  $m$ 个 $\alpha$ 相加为 $0'$
- (2) 设 $p$ 为素数, 对于域 $\mathbb{Z}_p$ 中非零元素 $\alpha$ 和正整数 $n$ , 证明:  $n$ 个 $\alpha$ 相加为 $0'$ 当且仅当 $p \mid n$

解答.

**题目3.** 证明当 $p$ 为奇素数时

解答.

**题目4.** 对于整数 $m \geq 2$ 证明:  $(m-1)! \equiv -1 \pmod{m}$ 当且仅当 $m$ 为素数

解答.

**题目5.** 证明, 若  $Z_m^* = a_1, \dots, a_{\phi(m)}$ , 则  $Z_m^* = a_1^{-1}, \dots, a_{\phi(m)}^{-1}$ . 如何将它转述成同于的语言?

解答.