

1 2.1

题目3. 解下列同余方程

(1) $8x \equiv 5 \pmod{23}$

(2) $2x \equiv 7 \pmod{37}$

解答.

题目4. 对每个整数 n 证明:

(1) $n^2 \not\equiv 2 \pmod{3}$

(2) $n^2 \equiv 0, 1 \pmod{4}$

(3) $n^3 \equiv 0, 1, -1 \pmod{9}$

(4) $n^4 \equiv 0, 1 \pmod{16}$

解答.

题目5. 设 a 为奇数, $n \geq 1$, 证明 $a^{2^n} \equiv 1 \pmod{2^{n+2}}$

解答.

2 2.4

题目1. 解下列同余方程

(1) $32x \equiv 12 \pmod{8}$

(2) $28x \equiv 124 \pmod{116}$

(3) $5x \equiv 44 \pmod{8}$

解答.

题目2. 解下列同余方程组

$$(1) \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3}, \\ x \equiv 1 \pmod{5}, \\ x \equiv 1 \pmod{7} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x \equiv 2 \pmod{4}, \\ x \equiv 3 \pmod{5}, \\ x \equiv 7 \pmod{9} \end{cases}$$

解答.

题目3. 用中国剩余定理解同余方程 $37x \equiv 31 \pmod{77}$

解答.

题目4. 求 2^{400} 被 319 除的余数

解答.

题目5. 设 m_1, m_2 是正整数 $b_1, b_2 \in \mathbb{Z}$. 证明: 同余方程组

$$(1) \begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3}, \\ x \equiv 1 \pmod{5}, \\ x \equiv 1 \pmod{7} \end{cases}$$

有整数解的充分必要条件是 $(m_1, m_2) \mid b_1 - b_2$, 并且在次条件成立时, 解为模 $[m_1, m_2]$ 的同余类。

解答.