

Calcolo Numerico
TEST del 11 LUGLIO 2017

Cognome e nome _____ Matricola _____

Informatica

Postazione _____

FIRMA PER CONSEGNARE _____

FIRMA PER RITIRARSI _____

SI RACCOMANDA AGLI STUDENTI DI **commentare adeguatamente** SCRIPT E FUNCTION MATLAB.

- Si scriva una function `gauss_seidel.m` che implementi il metodo di Gauss-Seidel per la risoluzione di un sistema lineare $Ax = b$. La function dovrà avere la seguente intestazione:

```
function [x,k,steps,flag] = gauss_seidel (A,b,x0,toll,kmax)
% GAUSS_SEIDEL Metodo di Gauss-Seidel per la risoluzione di un sistema lineare
% con test di arresto sulla norma 2 della differenza di due iterate successive.
%
% Uso:
% [x,k,steps,flag] = gauss_seidel (A,b,x0,toll,kmax)
%
% Dati di ingresso:
% A matrice dei coefficienti;
% b vettore colonna dei termini noti;
% x0 vettore colonna iniziale;
% toll tolleranza per il test di arresto;
% kmax numero massimo di iterazioni.
%
% Dati di uscita:
% x array che contiene per colonne le iterate (vettori) del metodo;
% k numero delle iterazioni effettuate;
% steps vettore contenente ||x(:,j+1)-x(:,j)||_2 per j=1,...,k;
% flag vale
% 2 se sono state svolte kmax iterazioni senza che il test d'arresto sia verificato,
%. 1 se qualche elemento sulla diagonale di A e' nullo ed in tal caso si ponga
%. x=[], k=0, steps=[],
%. 0 altrimenti.
```

In uscita, la variabile `x` sarà una matrice le cui colonne corrispondono alle iterate del metodo. Pertanto `x(:,1)` conterrà x_0 , `x(:,2)` conterrà x_1 , e così via. In caso di convergenza, l'ultima colonna di `x`, ovvero la $k+1$ -sima, estraibile con `x(:,end)`, conterrà la soluzione approssimata. Il test di arresto del ciclo while relativo alle iterate deve essere basato sulla norma 2 della differenza tra due iterate successive $\|x(:,j+1) - x(:,j)\|_2$. Se vengono effettuate k iterazioni, si determini il vettore colonna `steps` di lunghezza k avente quale j -sima componente $\|x(:,j+1) - x(:,j)\|_2$, $j = 1, \dots, k$.

Il parametro di uscita `flag` risulti essere uguale ad

- 1 se per qualche indice i si abbia $a_{i,i} = 0$ ed in tal caso si ponga `k=0`, `x=[]`, `steps=[]`,
- 2 se il numero di iterazioni è strettamente maggiore di `kmax`,
- 0 altrimenti.

- Si scriva una function `gauss_seidel_script.m` in cui dopo aver definito la matrice quadrata $A = (a_{i,j})_{i,j=1,\dots,5}$ di ordine 5 tale che $a_{i,j} = \min(i,j)$ e il vettore colonna $b = (1, \dots, 1)^T \in \mathbb{R}^5$, risolva il sistema $Ax = b$ mediante il metodo di Gauss-Seidel, ponendo quale vettore colonna iniziale $x_0 = (1, \dots, 1)^T \in \mathbb{R}^5$, `toll=10-8`, `kmax=1000`.

Per la soluzione numerica $x^* = x(:,\text{end})$, si valuti la norma 2 del residuo $b - A * x^*$ e ne stampi il risultato mediante `fprintf`, con 1 cifra prima della virgola e 4 dopo la virgola, in notazione esponenziale.

Se il metodo effettua k iterazioni, si determini il grafico in scala semilogaritmica delle coppie $(j, \text{steps}(j))$, per $j = 1, \dots, k$ e lo si salvi come `grafico.jpg`.

Infine si salvi nel file `soluzione.txt`, la matrice 5×2 , avente quale prima colonna gli indici delle componenti da 1 a 5 del vettore `x(:,end)` e come seconda colonna le corrispondenti componenti del vettore `x(:,end)` $\in \mathbb{R}^5$ descritte in notazione esponenziale con 1 cifra prima della virgola e 15 dopo la virgola.