

preparazione II compito

Programmazione ricorsiva: Data una lista concatenata L , i suoi nodi hanno posizione $0, 1, 2$, e così via. Il tipo dei nodi di L è la solita struttura `nodo` che trovate nel file `esercizio2.cpp`.

Con $L_ (k1, k2)$, se $0 \leq k1 \leq k2$ denoteremo la porzione di L dal nodo $k1$ al nodo $k2$ (compresi). Se $k2 < k1$, allora $L_ (k1, k2) = 0$. Anche se $k1$ è maggiore della posizione U dell'ultimo nodo di L , allora $L_ (k1, k2) = 0$ e se $k1 \leq U < k2$, allora $L_ (k1, k2) = L_ (k1, U)$.

Si richiede di scrivere una funzione ricorsiva
`nodo* cut(nodo*&L, int k1, int k2)`

che sia corretta rispetto alle seguenti PRE e POST:

PRE_cut=(L è una lista corretta, k1 e k2 sono definite e $0 \leq k1 \leq k2$)

POST_cut=(F restituisce $L_{(k1,k2)}$ attraverso il parametro L passato per riferimento e restituisce $L_{(0,k1-1)} @ L_{(k2+1,U)}$ col return).

Con U si indica la posizione dell'ultimo nodo di L. Nella POST_cut viene usato l'operatore @ che indica la concatenazione tra liste.

Esempio: sia $L=2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 0 \rightarrow 5$ e $k_1=0$ e $k_2=2$. Allora $L_{-}(0,2)=2 \rightarrow 3 \rightarrow 2$, $L_{-}(0,-1)=0$ e $L_{-}(3,5)=4 \rightarrow 0 \rightarrow 5$. Si noti che 5 in questo esempio è la posizione dell'ultimo nodo che in $POST_F$ abbiamo indicato con U . Quindi F dovrebbe restituire $L_{-}(0,2)=2 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ attraverso L e $L_{-}(0,-1)@L_{-}(3,5)=4 \rightarrow 0 \rightarrow 5$, col return. Se invece $k_1=3$ e $k_2=3$, allora $L_{-}(3,3)=4$ è quello che F restituisce attraverso L , mentre $L_{-}(0,2)@L_{-}(4,5)=2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 0 \rightarrow 5$ è la lista restituita da F col return. Se invece $k_1=0$ e $k_2=10$, allora F deve restituire 0 col return e tutto L attraverso L . Infine, se $k_1=6$ e $k_2=7$, allora F restituisce L col return e 0 attraverso L .

idea:

1) individuazione dell'inizio di $L_{-}(k1,k2)$

→ scorrere la lista diminuendo sia $k1$ che $k2$ finché
 $k1=0$

e se finisce? Beh allora niente cambia

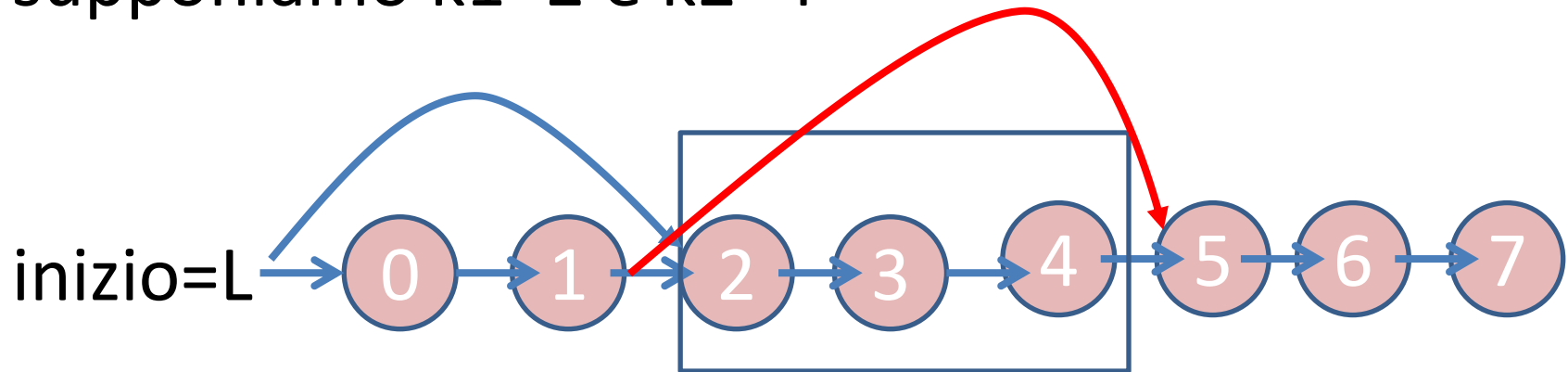
2) individuare la fine di $L_{-}(k1,k2)$

→ continuare a scorrere la lista diminuendo $k2$
fino a che anche $k2$ diventa 0

anche qui L può finire...è caso $L_{-}(k1,U)$ + semplice

ma dobbiamo staccare i nodi attraversati nella fase
(1) e collegarli a quello che resta dopo (2)

supponiamo $k1=2$ e $k2=4$



(1)	k1	2	1	0
	k2	4	3	2
(2)	k2		1	0

in (1) devo staccare L dai nodi 0 e 1 che vanno restituiti col return e poi assegno 2 a L
quando finisce (2) devo chiudere 4 e ritornare 5,6 e 7 col return in modo che si attacchi a 0,1

```

nodo* cut(nodo*&L, int k1, int k2)
{ if(!L) return 0;
  if(k1) // fase (1)
  {nodo*x =L;
    L=L->next; //stacco il nodo e porto L nella ric.
    x->next=cut(L,k1-1,k2-1);
    return x;
  }
  else //fase(2)
  { if(k2)
    { return cut(L->next,k1,k2-1);
    }
    else
    {nodo*x=L->next; //x è il resto
      L->next=0; //chiudo la lista
      return x; }
  }
}
```

dimostrazione induttiva:

casi base:

!L) non c'è lista e quindi $L_ (k1,k2)=0$, restituisco due 0,
con L e col return \Rightarrow POST_cut

$k1=k2=0$) $L_ (0,0)$ = primo nodo di L, quindi restituisco
quel nodo (dopo aver messo a zero il suo campo next)
e col return restituisco $L \rightarrow next$

passo induttivo:

$k_1 > 0$) stacco il primo nodo (x) e porto avanti L , poi a $x \rightarrow \text{next}$ assegno il risultato di $\text{cut}(L, k-1, k_2-1)$ che per ipotesi induttiva restituisce $L_{-}(0, k_1-1-1) @ L(k_2, U)$ col return e $L_{-}(k_1-1, k_2-1)$ con L

naturalmente devo dimostrare che vale PRE_cut_ric

PRE_cut=(L è una lista corretta, k_1 e k_2 sono definite e $0 \leq k_1 \leq k_2$

POST_cut=(F restituisce $L_{-}(k_1, k_2)$ attraverso il parametro L passato per riferimento e restituisce $L_{-}(0, k_1-1) @ L_{-}(k_2+1, U)$ col return).

$k_1=0$ e $k_2>0$) devo restituire $L_ (0,k_2)$ con L e $L_ (k_2+1,U)$ col return
l'invocazione ricorsiva restituisce $L_ (0,k_2-1)$ in $L \rightarrow next$ e $L \rightarrow next_ (k_2,U)$ col return
basta osservare che $L_ (k_2+1,U)=L \rightarrow next_ (k_2,U)$ visto che $L \rightarrow next$ ha il primo nodo in meno

$k_1=0$ e $k_2=0$) devo restituire con L $L_ (0,0)$, cioè il primo nodo, mentre $L_ (1,U)$ lo restituisco col return

Attenzione che metto a 0 il campo next del primo nodo

Dotare la seguente funzione ricorsiva di adeguate pre- e post-condizioni:

```
int F(nodo*R)
{ if(!R->left && !R->right) return 1;
  if(!R->left) return F(R->right);
  if(!R->right) return F(R->left);
  return F(R->left)+F(R->right);
}
```

esercizio 1 di questa settimana:

(F1) eliminare gli ultimi k nodi con campo info1=y se ce ne sono almeno k in tutto

(F2) eliminare i primi k nodi se ce ne sono almeno k in tutto

nodo* F1(nodo*&L, int y, int k, int & v) e lo stesso per F2

Idea per F1 : all'andata usare v per contare il n. totale di nodi con $\text{info1}=y$

i) alla fine della lista se $v \geq k$, si può rimettere v a 0 e ritornare su aumentando v ad ogni eliminazione fino a che $v=k$

se invece alla fine della lista $v < k$ allora non si deve cambiare la lista e basta mettere $v=k$, per (i) risalendo nella ricorsione questo valore previene qualsiasi cambiamento nella lista.

Idea per F2 è simile, ma anche + facile:
all'andata v serve a contare i nodi con $\text{info1}=y$, come prima, ma i primi k nodi con $\text{info1}=y$ già “sanno” di essere i nodi eventualmente chiamati ad essere staccati da L

alla fine della ricorsione, se $v \geq k$ basta inviare un “messaggio” verso l'alto per informare i nodi che “sanno” che devono staccare o no il loro nodo, questo lo si può fare con v , per esempio basta fare $v=1$ se devono staccare e $v=0$ se non devono staccare

nota: non importa arrivare in fondo alla lista