

Esercizio 2 del 10 Aprile 2017 (Le Frazioni Egizie)

Una *frazione egizia* è una frazione scritta come somma di frazioni unitarie distinte:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots \quad \text{con } a \neq b \neq c$$

Ogni frazione propria (cioè minore di 1) e positiva può essere espressa come frazione egizia, come dimostrato da Fibonacci nel *Liber Abaci* del 1202. Il metodo di Fibonacci consiste nel sottrarre dal numero da rappresentare la massima frazione unitaria possibile, ripetendo il procedimento sulla differenza finché necessario, ossia fino a restare con una frazione unitaria. Per esempio, per rappresentare $\frac{7}{9}$ si sottrae la massima frazione unitaria possibile, ossia $\frac{1}{2}$, e si resta con $\frac{5}{18}$; la massima frazione unitaria che si può sottrarre da $\frac{5}{18}$ è $\frac{1}{4}$: si sottrae e si resta con $\frac{1}{36}$, ottenendo la rappresentazione voluta:

$$\frac{7}{9} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{36}$$

Estendere la libreria per gestire numeri razionali dell'Esercizio 1 con una nuova funzione `bool less_than(Rational a, Rational b)` che ritorna `true` se e solo se `a < b`. Utilizzare le funzioni della libreria per scrivere un programma che prende in input una coppia di `int` `n` ed `m` e calcola la rappresentazione di $\frac{n}{m}$ come frazione egizia usando il metodo di Fibonacci. Il programma deve scrivere la sequenza di frazioni unitarie separate dal simbolo `+` su una sola riga. Se `n/m` non è una frazione propria e positiva, il programma scrive `Input non corretto`.

Esempio: dato l'input

7 9

il programma produce come output:

1/2 + 1/4 + 1/36

Correttezza: Trovare un invariante per tutti i cicli che implementano il metodo di Fibonacci e dimostrarne la correttezza.