Soluzioni quarto appello di calcolo numerico
11 settembre 2019

Sara Righetto [AkaiSara]

18 settembre 2019

1 Esercizio 1

1. $\alpha_1 \in [-1.25, -0.75]$, $\alpha_2 \in [-2, -1.5]$
2. $f'(x) = 2x + 2 - \frac{1}{x}$
3.

x	f(x)	f'(x)	-f(x)/f'(x)	|xn- xn-1|
-0.800000000	0.263143551	1.650000000	-0.159480940	0.159480940
-0.959480940	0.043004622	1.123268307	-0.038285263	0.038285263
-0.997766203	0.002241286	1.006706392	-0.002226355	0.002226355
-0.999992558	0.000007442	1.000022327	-0.000007442	0.000007442

4. $\epsilon_R = \frac{|\alpha - x_3|}{|\alpha|} = \frac{|-1-(-0.999992558)|}{|-1|} \simeq 0.000007442 \simeq 0.74 \cdot 10^{-5}$
   [Nda: la prof. non aveva specificato un certo α per cui calcolare l'errore quindi durante la correzione ha deciso di usare come α la soluzione determinabile analiticamente]
5. $x = \sqrt{-2x - 1 + \log(-x)}$, $x = \frac{-x^2 - 1 + \log(-x)}{2}$
6. $p_3 = \frac{\log(|x_3 - x_2|/|x_2 - x_1|)}{\log(|x_2 - x_1|/|x_1 - x_0|)} \simeq \frac{-2.8446993250487926}{-1.4268593725791503} \simeq 1.9936788303859232$

2 Esercizio 2

1. $U = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & -1 & 1 \end{pmatrix}$

2. Verificato.

3. $\det(A) = \det(L) \cdot \det(U) = 1 \cdot 2 \cdot -\frac{1}{2} \cdot 2 = -2$ quindi, $\det(A^2) = (-2)^2 = 4$

4. $x = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^T$

5. Per rispondere alla domanda suggerisco le pagine del libro di teoria p.137 - 138 e gli esempi 4.7 (Gauss con pivoting) - 4.3 (Gauss senza pivoting)

3 Esercizio 3

1. $m_0 = 2, h_0 = \frac{1}{4}$, $T(h_0) \simeq 0.558\overline{3}$

2. $m_1 = 4, h_1 = \frac{1}{8}$, $T(h_1) \simeq 0.551605339$

3. 0.549306144 [Nda: la prof rende già noto sulla consegna la formula per l'integrazione, quindi basta sostituire i valori di a e b dell'intervallo]

4. $\epsilon_A = |\alpha - T(h_0)| = |-0.009027189| \simeq 0.9 \cdot 10^{-2}$
   $\epsilon_A = |\alpha - T(h_1)| = |-0.002299195| \simeq 0.23 \cdot 10^{-2}$