

- (6 pt.) Si risolva il sistema di congruenze:

$$\begin{cases} x \equiv 0 \pmod{0} \\ x \equiv 0 \pmod{0} \end{cases}$$

- Dati $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $b(\alpha) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

1. (2 pt.) Si risolva il sistema lineare $A(\alpha)x = b(\alpha)$ dipendente dal parametro $\alpha \in \mathbb{C}$
2. (1 pt.) trovare una base B dello spazio delle colonne $C(A)$ di A
3. (2 pt.) trovare una base ortonormale C dello spazio delle colonne $C(A)$ di A

- Sia $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ e $T(0) \rightarrow (0)$

Trovare la matrice A associata a T rispetto alle basi ordinate:

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \text{ ed } D = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Non si richiede di dimostrare che è un'applicazione lineare.

- Sia $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

1. (1 pt.) Si provi che A è unitariamente diagonalizzabile
2. (5 pt.) Si trovi una matrice unitaria U ed una relativa matrice diagonale D tali che $A = UHU^H$

- (6 pt.) Quale delle seguenti affermazioni è vera? Motivare brevemente ogni risposta: se falsa dare un contro esempio.

1. Dato $G(V, E)$ se G è hamiltoniano allora G è 2-connesso ($K(G) \geq 2$).
2. Dato $G(V, E)$ se G è 2-connesso allora G è hamiltoniano.
3. Dato un grafo semplice $G(V, E)$ se $d^{min}(G) \geq 2$ allora G contiene un ciclo.
4. Dato un grafo semplice $G(V, E)$ se $d^{min}(G) \geq 2$ allora G è 2-connesso.
5. Un grafo $G(V, E)$ è euleriano se e solo se è connesso e non contiene nodi di grado dispari.

6. Dato un grafo semplice $G(V, E)$ se G è 2-connesso allora G è 2-arcoconnesso ($K^E(G) \geq 2$).
- (5 pt.) Quanti modi di disporre su una scacchiera 8 x 8:
1. Un re, una regina e un pedone (3 pezzi distinti).
 2. Due re e un pedone (2 pezzi uguali e il terzo distinto).
- (7 pt.) Si risolva il sistema lineare $A(\alpha)x = b(\alpha)$ dipendente dal parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } b(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Si consideri lo spazio vettoriale $V = M_2(\mathbb{C})$.

$$\text{Siano } W = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{C} \right\} \text{ ed } S = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

1. (4 pt.) Si provi che W è un sottospazio vettoriale di V .
 2. (4 pt.) Si dica se S è un insieme di generatori per W .
- (5 pt.) Nel grafo seguente $G(V, E)$ si determini la connettività $K(G)$, la connettività sugli archi $Ke(G)$ ed il grado minimo. Si evidenzino un taglio minimo ed un separatore minimo.
- Quale delle seguenti affermazioni è vera? Motivare brevemente ogni risposta: se falsa dare un contro esempio. Se vera dire perchè. (La sequenza dei gradi di un grafo è la lista di tutti i gradi dei vertici, ordinata in modo crescente).
1. (1 pt.) 3,3,3,3,3 è la sequenza di gradi di un grafo semplice?
 2. (1 pt.) 3,3,3,2,1 è la sequenza di gradi di un grafo semplice?
 3. (1 pt.) 3,3,3,3,3,3 è la sequenza di gradi di un grafo semplice?
 4. (1 pt.) 4,4,4,4,4 è la sequenza di gradi di un grafo planare semplice?
 5. (1 pt.) Se G_1 e G_2 sono isomorfi, allora le loro sequenze di gradi coincidono.
 6. (1 pt.) Dati i grafi G_1 e G_2 se le loro sequenze di gradi coincidono allora G_1 e G_2 sono isomorfi.