

Strokovno poročilo pri predmetu elektrotehnika

Komunikacijska vezja in naprave

Uporaba matematike v digitalnih komunikacijah

Mentor: Anton Orehek, uni. dipl. inž., prof.

Avtor: Jaka Kovač S51JK, G 3. b

Ljubljana, december 2022 – februar 2023

Povzetek

Abstract

Kazalo

1	Uvod	5
2	Analogna komunikacija	6
2.1	Zgodovina radia	6
2.2	Analogni signali	6
2.3	Prednosti in slabosti analognih komunikacij	6
3	Digitalna komunikacija	7
3.1	Prednosti in slabosti digitalne komunikacije	7
3.2	Problemi digitalnih komunikacij	7
3.2.1	Bitflips	7
3.3	Pretvorba sporočila	7
3.4	Error correction	8
3.4.1	Cyclic redundancy check	8
4	Empirični del – Digitalna vezja	10
5	Viri in literatura	11

Slike

1	ASCII znaki	7
2	Vezje logičnih enot za računanje 16-bitnega CRC in polinomom $x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$	10

Tabele

1 Uvod

2 Analogna komunikacija

2.1 Zgodovina radia

Prav vsi poznamo radio. To je tista majhna naprava v avtu, ki voznikom (in potnikom) olajša čas, ki so ga prisiljeni preživeti za volanom. Veliko ljudi pa se ne zaveda, da je radio mnogo več. Slovar slovenskega knjižnega jezika s prvim pomenom definira radio kot *naprava za oddajanje in sprejemanje električnih impulzov, signalov po radijskih valovih*. [1]

Leta 1895 [2] je potekal prvi prenos sporočila s pomočjo radijskih valov, osem let kasneje pa prva uspešna (enosmerna) komunikacija iz ZDA v Združeno kraljestvo. Leta 1920 sta v ZDA in Veliki Britaniji pričeli delovati prvi radiodifuzni¹ postaji, leta 1928 pa je Radio Ljubljana postala prva radiodifuzna postaja v Sloveniji.

2.2 Analogni signali

Analogni signali so tisti signali, ki lahko zavzamejo vse vrednosti na določenem intervalu. Čas je primer analogne vrednosti, ker mu ne moremo odločiti najmanjše enote, za katero bi se spremenil. Urni kazalec se premika s stalno hitrostjo. To pomeni, da se v neskončno majhnem intervalu časa vseeno spremeni za nek delež stopinje, vendar pa ljudje tega navadno ne opazimo.

Digitalni signali pa so tisti signali, ki lahko zavzamejo samo določene vrednosti. Na primer digitalna ura. "Kazalci" na taki uri (številke) ne morejo zavzeti katerekoli pozicije med dvema številka, ampak samo celoštevilčne vrednosti med njima.

Če imamo torej dve uri, eno analogno in eno digitalno, ki prikazuje samo ure, lahko na analogni uri vseeno razberemo, kako blizu naslednje ure smo, na digitalni pa tega žal ne bomo mogli doseči.

2.3 Prednosti in slabosti analognih komunikacij

Analogni signali so močno nagnjeni k popačenju. Vsi signali so sicer dovzetni za motnje vendar lahko digitalne signale rekonstruiramo v prvotno obliko medtem ko tega pri analognih žal ne moremo. Glavna prednost analognih signalov pa je večja gostota podatkov v primerjavi z digitalnimi signali.

¹radiodifuzija – oddajanje radijskih signalov namenjenih poslušanju

3.4 Error correction

Odpravljanje napak (ang.: error correction) je skupek načeloma matematičnih algoritmov s katerimi lažje opazimo in popravimo napake pri prenosu sporočila. Eden izmed prvih načinov prepoznavne in odprave napak je Hammingov kod. Najprej je potrebno razdeliti sporočilo na dele velikosti $2^n - n - 1$, kjer večji n poveča učinkovitost, saj se zmanjša delež paritetnih bitov v oddanem sporočilu, hkrati pa se poveča verjetnost, da bo prišlo do nepopravljive napake.

3.4.1 Cyclic redundancy check

Cyclic redundancy check ali CRC je bolj napredna metoda. Da bi jo lažje razložil je najprej potrebno vpeljati nekaj matematičnih pojmov.

3.4.1.1 Končna polja V algebri je polje ali univerzalna množica, množica vseh števil s katerimi operiramo. Navadno so to realna števila morda tudi kompleksna. Moč obeh teh množic je neskončno, kaj pa, če bi uporabili končno množico. Definirajmo univerzalno množico tako da vsebuje le dva elementa $U = \{0, 1\}$.

Poskusimo definirati seštevanje in odštevanje:

$$\begin{array}{ll} 0 + 0 = 0 & 0 - 0 = 0 \\ 0 + 1 = 1 & 0 - 1 = 1 \\ 1 + 0 = 1 & 1 - 0 = 1 \\ 1 + 1 = 0 & 1 - 1 = 0 \end{array}$$

ter množenje in deljenje:

$$\begin{array}{ll} 0 * 0 = 0 & \\ 0 * 1 = 0 & 0/1 = 0 \\ 1 * 0 = 0 & 1/1 = 1 \\ 1 * 1 = 1 & \end{array}$$

Lahko se je prepričati, da sta tako seštevan kot množenje asociativna in komutativna. Prav tako veljata identiteti (0 je nevtralni element za seštevanje, 1 za množenje). Še vedno velja zakon o združevanju, prav tako pa lahko določimo nasprotno in obratne vrednosti.

3.4.1.2 Polinomi Polinom je linearna kombinacija potenčnih funkcij, ki imajo nenegativne cele eksponente.

$$p_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$$

Med polinomi lahko izvajamo matematične operacije. Za izračun CRC bomo potrebovali seštevanje in deljenje.

3.4.1.3 Kodiranje sporočila kot polinom Začnimo s primerom. Predpostavimo, da želimo poslati sporočilo: "Oj!". Najprej ga je potrebno pretvoriti v binarni zapis kar lahko storimo s tabelo na sliki 1.

Naše sporočilo sedaj zgleda:

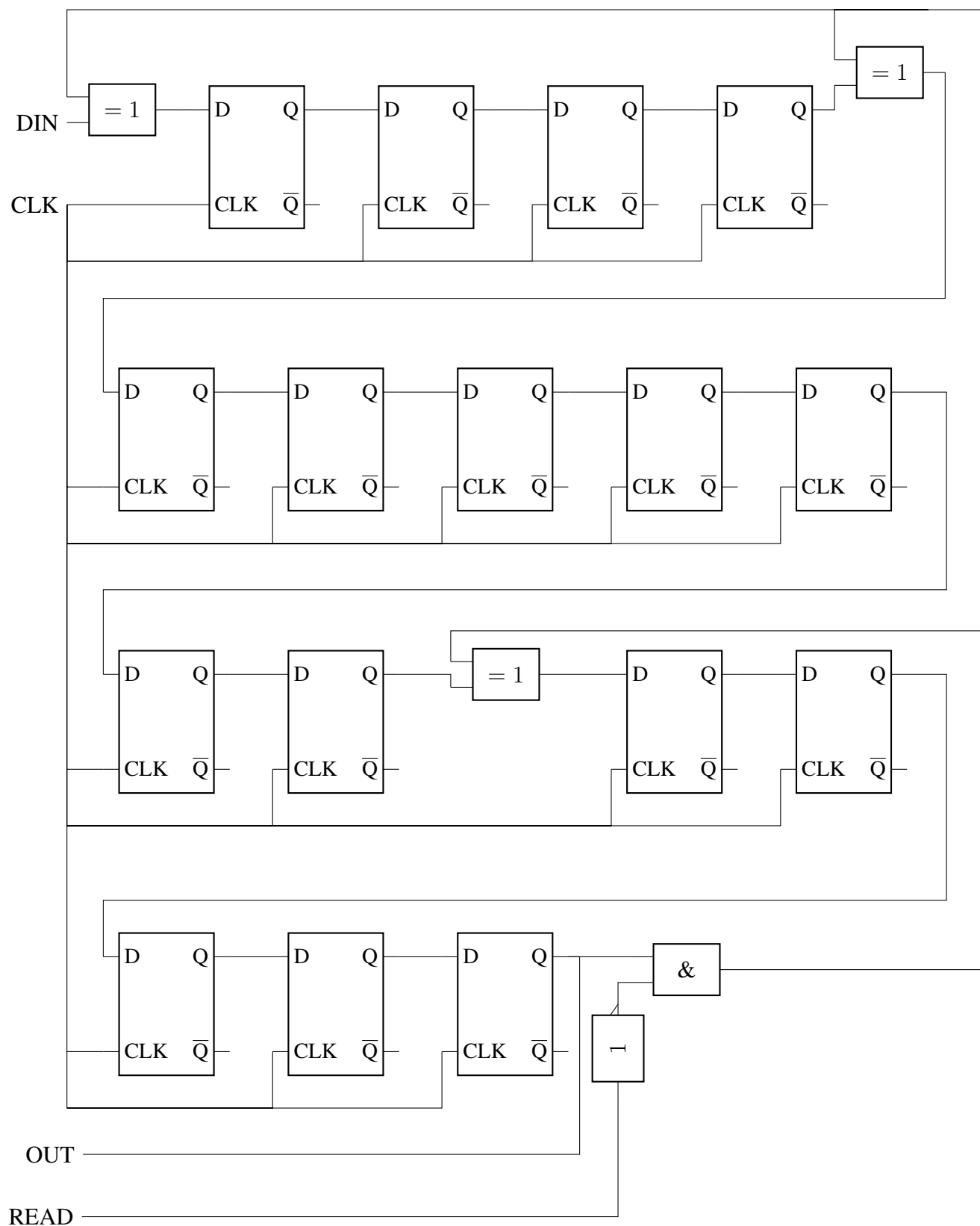
O	j	!
01001111	01101010	00100001

Vendar pa še vedno potrebujemo polinom. Za koeficiente uporabimo binarne številke. Polinom $m(x)$ za naše sporočilo bi torej bil:

$$m(x) = 0 \cdot x^{23} + 1 \cdot x^{22} + 0 \cdot x^{21} + 0 \cdot x^{20} + 0 \cdot x^{19} + 0 \cdot x^{18} + 0 \cdot x^{17} + 0 \cdot x^{16} + 0 \cdot x^{15} + 0 \cdot x^{14} + 0 \cdot x^{13} + 0 \cdot x^{12} + 0 \cdot x^{11} + 0 \cdot x^{10} + 0 \cdot x^9 + 0 \cdot x^8 + 0 \cdot x^7 + 0 \cdot x^6 + 0 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 0 \cdot x^0$$

$$m(x) = x^{22} + x^{19} + x^{18} + x^{17} + x^{16} + x^{14} + x^{13} + x^{11} + x^9 + x^5 + x^0$$

4 Empirični del – Digitalna vezja



Slika 2: Vezje logičnih enot za računanje 16-bitnega CRC in polinomom $x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$

5 Viri in literatura

- [1] *eSSKJ: radio*, (2016/), spletni naslov: <https://fran.si/133/sskj2-slovar-slovenskega-knjiznega-jezika-2/4523492/radio?FilteredDictionaryIds=133&View=1&Query=radio> (dostopano: 26. 12. 2022).
- [2] J. Kordež S52KJ, P. Vovk S54UNC in Ž. Kralj S50ZK. *Radioamaterski tečaj 2022*, (2022/2023), spletni naslov: <http://tecaj.jkob.cc/> (dostopano: 26. 12. 2022–5. 1. 2023).
- [3] *The Universe is Hostile to Computers*, (31. avg. 2021), spletni naslov: https://www.youtube.com/watch?v=AaZ_RSt0KP8 (dostopano: 15. 2. 2023).
- [4] *How to send a self-correcting message (Hamming codes)*. (4. sep. 2020), spletni naslov: <https://www.yxoutube.com/watch?v=X8jsijhllIA> (dostopano: 17. 1. 2023).
- [5] J. Vraničar et. al., *Priročnik za radioamaterje*, 3. dopolnjena izd. Pekre: Zveza radioamaterjev Slovenije, 2019.
- [6] *How to send a self-correcting message (Hamming codes)*, (4. sep. 2020), spletni naslov: https://www.youtube.com/watch?v=AaZ_RSt0KP8 (dostopano: 15. 2. 2023).
- [7] *How do CRCs work?* (28. apr. 2019), spletni naslov: <https://www.youtube.com/watch?v=izG7qT0EpBw> (dostopano: 7. 11. 2022–5. 3. 2023).
- [8] *Hardware build: CRC calculation*. (2. jun. 2019), spletni naslov: <https://www.youtube.com/watch?v=sNkERQlK8j8> (dostopano: 20. 2. 2023–5. 3. 2023).
- [9] *Modulacija*, (2019), spletni naslov: <https://sl.wikipedia.org/wiki/Modulacija> (dostopano: 28. 12. 2022).
- [10] *What is Reed-Solomon Code?*, (24. feb. 2022), spletni naslov: <https://www.geeksforgeeks.org/what-is-reed-solomon-code/> (dostopano: 26. 12. 2022).
- [11] *How Cell Service Actually Works*, (26. jan. 2022), spletni naslov: <https://www.youtube.com/watch?v=0faCad2kKeg> (dostopano: 29. 12. 2022).