



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICA
INSTITUTO DE ESTADÍSTICA
PROFESORA: REINALDO ARELLANO
AYUDANTES: YOSEPH BARRERA

Modelos Probabilísticos
Ayudantías
2025

Ayudantía 3

1. Cada vez que se realiza un experimento, la probabilidad de ocurrencia de un suceso particular A es igual a 0.2. El experimento se repite de forma independiente hasta que ocurre A . ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesaria una cuarta repetición?
2. Se dispone de 3 dados, D_1 , D_2 , D_3 . El dado D_1 es equilibrado, mientras que el dado D_2 está cargado hacia los números pares, con probabilidad de que salga número par $p > 1/2$, y el dado D_3 está cargado hacia los números impares, con probabilidad de que salga número par $q < 1/2$. El experimento consiste en elegir uno de los dados de acuerdo al siguiente mecanismo:
 - Se lanza una moneda no equilibrada con probabilidad de cara α .
 - Si sale cara, se selecciona el dado D_1 . Si sale sello, se selecciona uno de los dados D_2 o D_3 , cada uno con igual probabilidad.

Una vez elegido el dado, éste se lanza dos veces. Dibuje un diagrama de árbol para entender el problema propuesto.

- a) Calcule la probabilidad de que salga par en el primer lanzamiento del dado.
 - b) Calcule la probabilidad de que haya sido seleccionado el dado D_1 , dado que en los dos lanzamientos se obtuvo un número par.
3. Un sistema C está formado por dos partes A y B . La parte A tiene tres componentes A_1 , A_2 y A_3 , mientras que la parte B tiene solo dos componentes B_1 y B_2 . Cada una de estas partes funciona cuando todas sus componentes lo hacen, mientras que el sistema completo funciona si alguna de sus dos partes lo hace.

La probabilidad de que cada componente de A funcione es 0.90, y dichas componentes funcionan de manera independiente entre sí. Por otro lado, dado que A funciona, cada componente de B funciona con probabilidad 0.95; y dado que A no funciona, cada componente de B funciona con probabilidad 0.80. Además, dado que A funciona, las componentes B_1 y B_2 funcionan de manera independiente entre sí; lo mismo ocurre si A no funciona.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que A funcione?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que B funcione?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que C funcione?

4. Sea el espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{A}, P) , donde:

$$\Omega = \mathbb{R}^+, \quad \mathcal{A} = \{\emptyset, (0, \infty), (0, 1/4), [1/4, \infty)\}, \quad P(A) = \frac{2}{\pi} \int_A \frac{1}{1+x^2} dx, \quad A \in \mathcal{A}$$

a) Muestre que \mathcal{A} es efectivamente una σ -álgebra.

b) Muestre que P es una medida de probabilidad.

c) Si ahora se define:

$$\mathcal{A}_1 = \{\emptyset, (0, \infty), [1/2, \infty)\}, \quad \mathcal{A}_2 = \{\emptyset, (0, \infty)\}$$

¿Son $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ σ -álgebras de subconjuntos de \mathcal{A} ?