# Control 3

## EYP 1025-1027: Modelos Probabilísticos

**Profesor:** Reinaldo Arellano.
**Ayudante:** Daniel Gálvez.

**Primer semestre 2024**

1. Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ variables aleatorias iid provenientes de una $Beta(\alpha, 1)$. Esto es

$$F_X(x) = x^\alpha, \quad 0 < x < 1$$

Encuentre la fdp de $Y = max\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ y reconozca la distribución obtenida.

$$\begin{aligned} f_{X_{(n)}}(x) &= n[x^\alpha]^{n-1} \frac{d}{dx} x^\alpha \\ &= n x^{\alpha n - \alpha} \alpha x^{\alpha - 1} \\ &= n\alpha x^{\alpha n - 1} \end{aligned}$$

Luego, $Y \sim Beta(\alpha n, 1)$.

2. Si el recorrido conjunto de $X, Y, Z$ es de la forma $0 < y < x < z$. Entonces $X, Y, Z$ son independientes.

Falso, pues el recorrido tiene dependencia entre las variables. Además de que claramente el producto cartesiano entre el recorrido conjunto y las marginales nunca será igual.

3. Si se tiene $M_{X,Y}(t, s)$, para encontrar $M_X(t)$ se debe derivar $(n)$ veces la fgm conjunta y luego evaluar en $s = 0$.

Falso, simplemente se debe evaluar en $s = 0$.

$$M_X(t) = M_{X,Y}(t, 0)$$

4. ¿Es cierto que $\mathbb{E}\left(\frac{X}{Y}\right) = \frac{\mathbb{E}(X)}{\mathbb{E}(Y)}$?

Falso, considere el caso $X, Y \overset{iid}{\sim} U(0, 1)$. La conjunta en este caso es

$$f_{X,Y}(x, y) = 1, \quad 0 < x, y < 1$$

De modo que

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(X/Y) &= \int_0^1 \int_0^1 \frac{x}{y} dy dx \\ &= \infty \end{aligned}$$

Mientras que

$$\mathbb{E}(X) = \mathbb{E}(Y) = 1/2$$

De modo que en genreal

$$\mathbb{E}\left(\frac{X}{Y}\right) \neq \frac{\mathbb{E}(X)}{\mathbb{E}(Y)}$$