



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICA  
INSTITUTO DE ESTADÍSTICA  
PROFESORA: REINALDO ARELLANO  
AYUDANTES: YOSEPH BARRERA

**Modelos Probabilísticos**  
**Ayudantías**  
**2025**

## Ayudantía 2

1. Sean  $(P_n)_{n \in \mathbb{N}}$  una sucesión de medidas de probabilidad sobre un espacio medible  $(\Omega, \mathcal{F})$ , y  $(\alpha_n)_{n \in \mathbb{N}}$  una sucesión de números reales no negativos tales que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = 1$$

y sea  $P : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$  definido por

$$P(A) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n P_n(A), \quad \forall A \in \mathcal{F}.$$

Pruebe que  $P$  es una medida de probabilidad sobre  $(\Omega, \mathcal{F})$ .

2. Sea  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  un espacio de probabilidad.

a) Sean  $A$  y  $B$  en  $\mathcal{A}$ , pruebe que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

b) Sea  $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$  una sucesión decreciente de eventos en  $\mathcal{A}$ , muestre que

$$P\left(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n).$$

3. Se lanza un dado dos veces.

a) Defina un modelo de probabilidad  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ .

b) Calcule la probabilidad de que la suma de ambos dados sea 8.

c) Defina los eventos

$A$  = La suma de ambos dados es 8, cuando salen uno o dos primos.

$B$  = La suma de ambos dados es 8, cuando salen dos pares.

Calcule la probabilidad de que ocurra al menos uno de los dos eventos.

4. Suponga que en una canasta hay 7 manzanas, de las cuales 3 son verdes y el resto rojas. Se extraen 5 manzanas al azar. Defina el evento  $A =$  "se extraen 2 manzanas rojas". Determine  $P(A)$ ,
- a) cuando las extracciones son con reemplazo.
  - b) cuando las extracciones son sin reemplazo.
5. Un número de cuatro dígitos es seleccionado al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el número líder sea mayor que el segundo dígito, que el segundo sea mayor que el tercero, y que el tercero sea mayor que el cuarto dígito?
- Nota:** El número líder de un grupo es siempre distinto de 0.
- Hint:** ¿Realmente importa el orden en que se seleccionen los dígitos?
6. Un hombre posee cinco monedas, dos de las cuales tienen dos caras de cara, una tiene dos caras de cruz y dos son normales. Cierra los ojos, elige una moneda al azar y la lanza.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido cara?
  - b) Si el hombre abre sus ojos y visualiza una cara, ¿cuál es la probabilidad de que el otro lado de la moneda sea también cara?
7. La fábrica A produce el 65 % de una marca especial de chips con una tasa de defectuosos del 6 %. La fábrica B produce el 35 % restante de los mismos chips con una tasa de defectuosos del 5 %.
- a) ¿Cuál es la tasa de defectuosos de un chip seleccionado al azar de esta marca de este producto?
  - b) Dado que un chip de esta marca es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la fábrica A?