Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemática
Instituto de Estadística
Profesor: Reinaldo Arellano
Ayudante: Yoseph Barrera

Modelos Probabilisticos
Ayudantías
2025

Ayudantía 9

1. Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} k \cdot \max\{x,y\}, & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

   a) Determine la constante k.
   b) Calcule $P(Y > \sqrt{2}X)$.
   c) Determine la marginal de Y. ¿Qué distribución reconoce?
   d) Determine la marginal de X.
   e) ¿Son X, Y variables aleatorias independientes?
   f) Determine la densidad de $Z = \sin(-\ln(X))$.

2. Sea X, Y variables aleatorias independientes.

   a) Muestre que $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$.
   b) Muestre que $h(X)$ y $g(Y)$ son también independientes.

3. Sea (X, Y) un vector aleatorio tal que la distribución conjunta está dada por la siguiente tabla:

$X \backslash Y$	0	1	3
1	0.1	0.2	0.1
2	0.15	0.25	0.2

   a) Calcule $P(Y > X)$.
   b) Calcule $\mathbb{E}(\cos(XY))$.
   c) Determine la marginal de X.
   d) ¿Son X, Y variables aleatorias independientes?

4. Sea X, Y variables aleatorias tales que

$$p_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{e^2 y!(x-y)!}, \quad x \in \{0,1,\dots\},\ y \in \{0,1,\dots,x\}.$$

   Determine cómo distribuyen X e Y.

5. Sea $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ y $Y \sim \text{Geom}(p)$ independientes. Calcule $P(Y > X)$.