

# Resumen de Distribuciones de Probabilidad

Akira

## 1 Función de Distribución Acumulada (FDA)

Sea  $X$  una variable aleatoria. La FDA se define como:

$$F_X(x) = P(X \leq x).$$

- No decreciente: si  $x \leq y$ , entonces  $F_X(x) \leq F_X(y)$ .

- Límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1.$$

- Continua por la derecha:  $\lim_{h \downarrow 0} F_X(x+h) = F_X(x)$ .

- Usos prácticos:

$$\begin{aligned} P(X = a) &= F_X(a) - F_X(a^-), \\ P(a < X \leq b) &= F_X(b) - F_X(a). \end{aligned}$$

- Igualdad en distribución:  $X \stackrel{d}{=} Y$  si comparten la misma FDA.

## 2 Variables Discretas vs Continuas

**Discretas:** FDA escalonada con saltos en los puntos de soporte.

**Continuas:** FDA es función continua.

## 3 Función de Masa de Probabilidad (FMP)

Para variables discretas:

$$f_X(x) = P(X = x),$$

con:

- $f_X(x) \geq 0$ .  $\sum_x f_X(x) = 1$ .
- $F_X(x) = \sum_{t \leq x} f_X(t)$ .

## 4 Función de Densidad de Probabilidad (FDP)

Para variables continuas existe  $f_X(x) \geq 0$  tal que:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f_X(t) dt = 1.$$

Además,

$$P(a < X < b) = \int_a^b f_X(t) dt.$$

## 5 Ejemplos Clave

### Moneda justa (3 lanzamientos)

Variable discreta  $X = \# \text{caras} \in \{0, 1, 2, 3\}$ . La FDA presenta saltos de tamaño  $\binom{3}{k}/8$ .

### Distribución Geométrica

Para  $x = 1, 2, \dots$ :

$$P(X = x) = (1 - p)^{x-1}p, \quad F_X(x) = 1 - (1 - p)^x.$$

### Distribución Logística

FDA:

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}},$$

FDP:

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}.$$

## 6 Tips para Memorizar y Aplicar

- Pensemos en FDA como "probabilidad acumulada hasta  $x$ ".
- Los saltos de la FDA indican masa puntual en el caso discreto.
- Usar sumas para variables discretas (FMP) e integrales para continuas (FDP).
- En problemas, primero identifique si la variable es discreta o continua, luego aplique FMP o FDP según corresponda.