PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICA
INSTITUTO DE ESTADÍSTICA
PROFESORA: REINALDO ARELLANO
AYUDANTES: YOSEPH BARRERA

Modelos Probabilisticos
Ayudantía 1
2025

1. Demuestre las siguientes igualdades

   a) $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$.
   b) $A^c - B^c = B - A$.
   c) $A \cap B^c = A - (A \cap B)$.

2. Se lanza un dado n veces Sea el evento "En el i-ésimo lanzamiento sale 2" denotado por A_i, con $i = 1, \ldots, n$. Describa los siguientes eventos usando los conjuntos A_i y las operaciones usuales:

   a) $B =$ "En ninguno de los n lanzamientos sale 2".
   b) $C =$ "En al menos un lanzamiento sale 2".
   c) $D =$ "En exactamente un lanzamiento sale 2".
   d) $E =$ "En a lo más un lanzamiento sale 2".

3. Sea $\Omega = \{a, b, c\}$ decida si F y G son σ-álgebras, donde:

   - $F = \{\{a, b, c\}, \{a\}, \{b\}, \emptyset\}$.
   - $G = \{\Omega, \emptyset, \{a, b\}, \{c\}\}$.

   Además, muestre que $F \cup G$ no es una σ-álgebra pero $F \cap G$ sí lo es.

4. Sean F_i, con $i = 1, 2, 3$, σ-álgebras de subconjuntos de Ω tales que $F_3 \subseteq F_2 \subseteq F_1$.
   Analice si los siguientes conjuntos son σ-álgebras:

   a) $F_1 \cup F_2$.
   b) $F_3 \cap (F_1 - F_2)$.
   c) $F_1 \cap (F_2 \cup F_3)$.

5. Sea Ω un espacio muestral y $A_1, A_2, \ldots, A_k$ una secuencia de eventos.
   Demuestre lo siguiente:

   a) $\bigcup_{i=1}^{k} A_i = \bigcup_{i=1}^{k} B_i$, donde $B_i = A_i - (A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_{i-1})$, para $i = 2, 3, \ldots, k$, y $B_1 = A_1$.
   b) Con lo anterior, deduzca que $B_i \cap B_j = \emptyset$ y además que $B_i \subseteq A_i$ para todo i, j.

6. Sean P una medida de probabilidad y A y B eventos tales que $P(A) = \frac{1}{3}$ y $P(B^c) = \frac{1}{4}$. ¿Pueden ser disjuntos los eventos A y B?