

# Physique Moderne

M I 4 - E

---

Alessio Denon-Capovilla  
Matteo Roccia  
Gabriel Zahramane



# Introduction

## CONTEXTE DU PROJET

**Indiquez ici une brève description du contexte dans lequel le projet a émergé : Présentez de manière concise le contexte qui a conduit à la création du projet.**

**Le contexte du projet est essentiel pour comprendre son origine et sa pertinence. Il peut s'agir de défis spécifiques rencontrés, d'opportunités identifiées, ou de demandes du marché.**

Importance du projet dans le contexte actuel : mettez en avant les raisons pour lesquelles le projet est crucial en ce moment précis. Cela peut inclure des tendances du marché, des demandes croissantes des consommateurs, ou des changements dans l'environnement économique. Exposez clairement pourquoi le projet répond à des besoins actuels et futurs, démontrant ainsi sa pertinence et sa valeur.

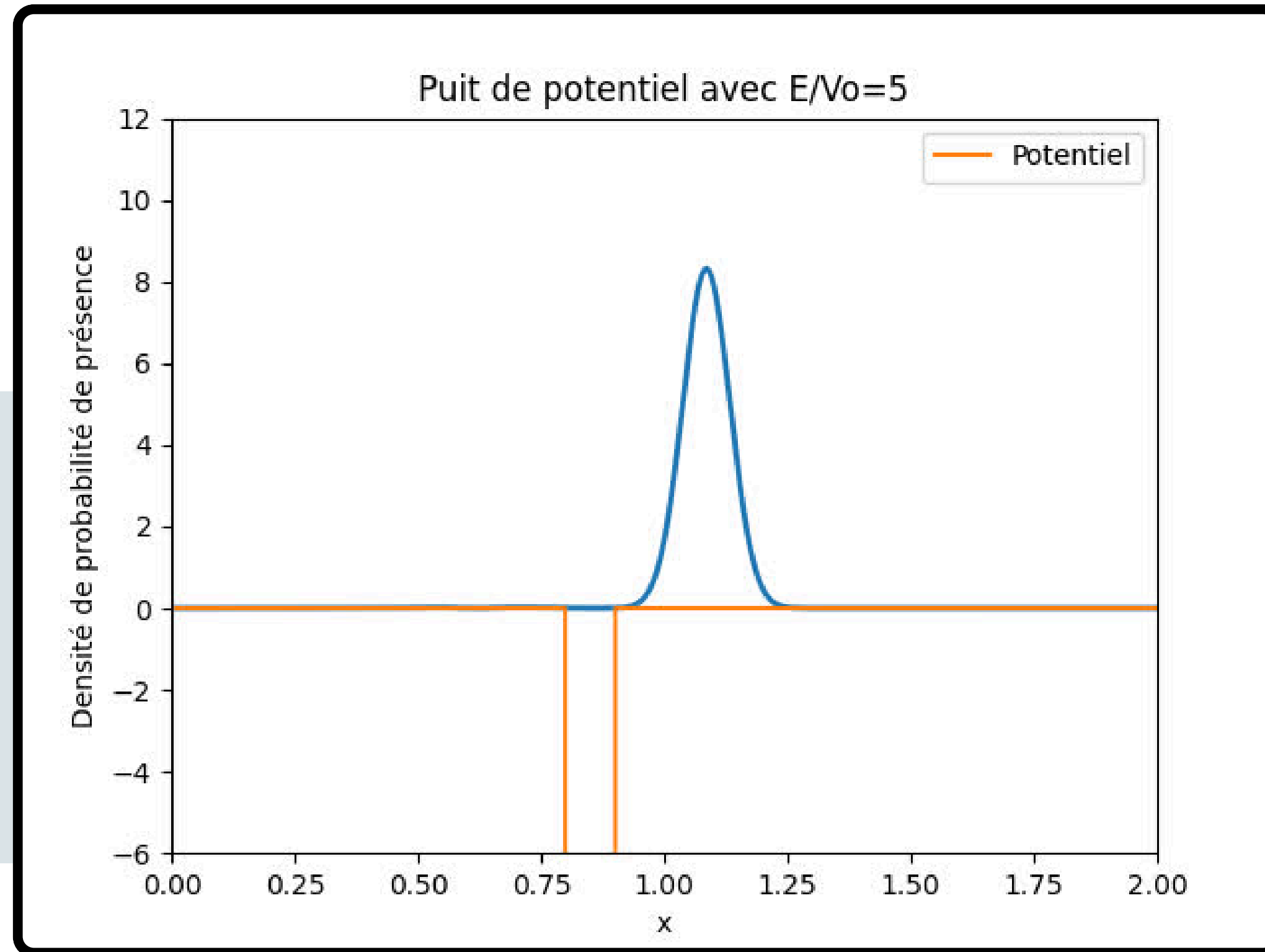


# Sommaire

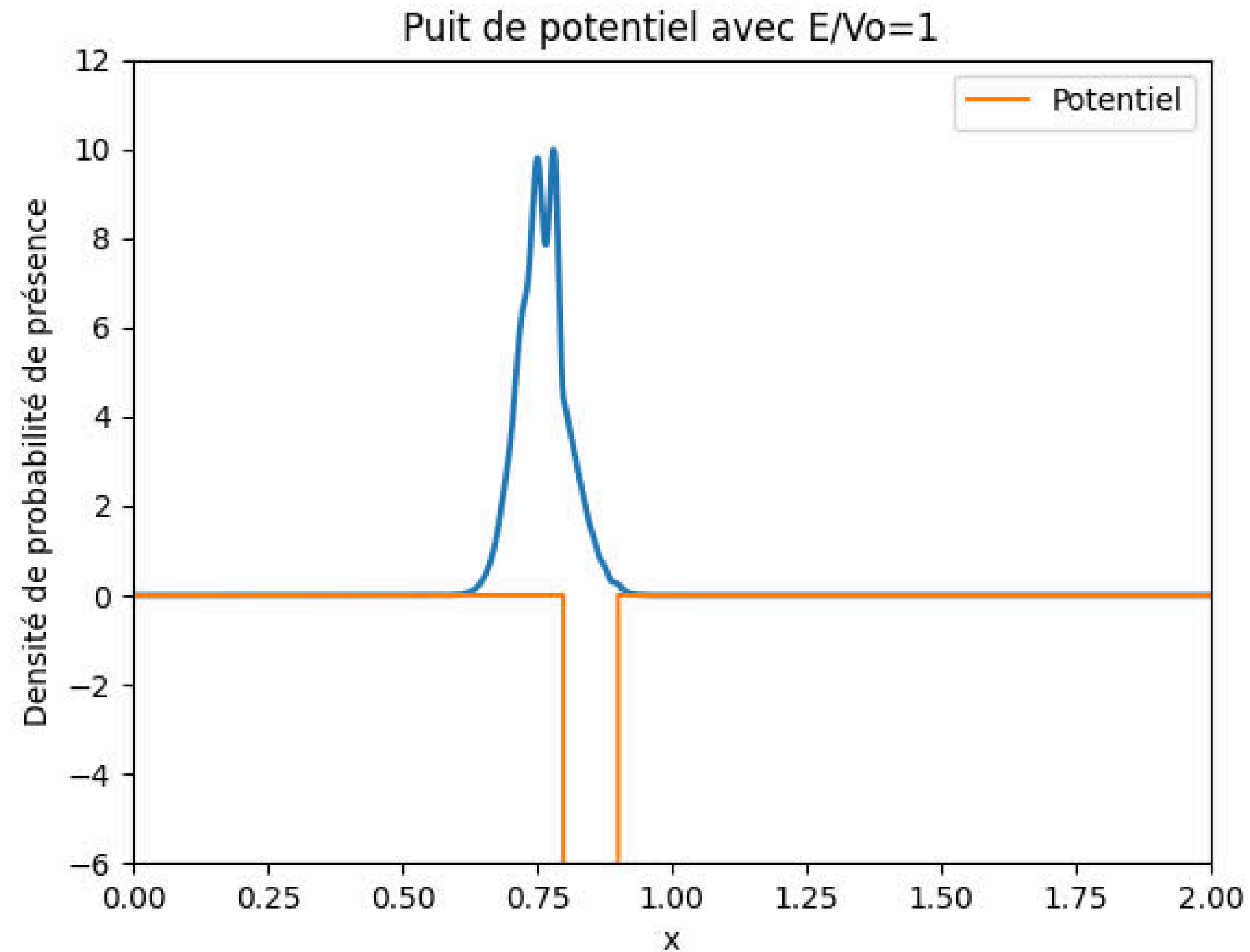
<b>4</b>	<b>PRESENTATION DU CODE</b>
<b>5</b>	<b>RESOLUTION ANALYTIQUE</b>
<b>7</b>	<b>COMPARAISON</b>
<b>10</b>	<b>CAS OU LA PARTICULE EST DECRITE PAR UN PAQUET D'ONDES</b>
<b>15</b>	<b>CONCLUSION</b>

# Presentation des graphiques

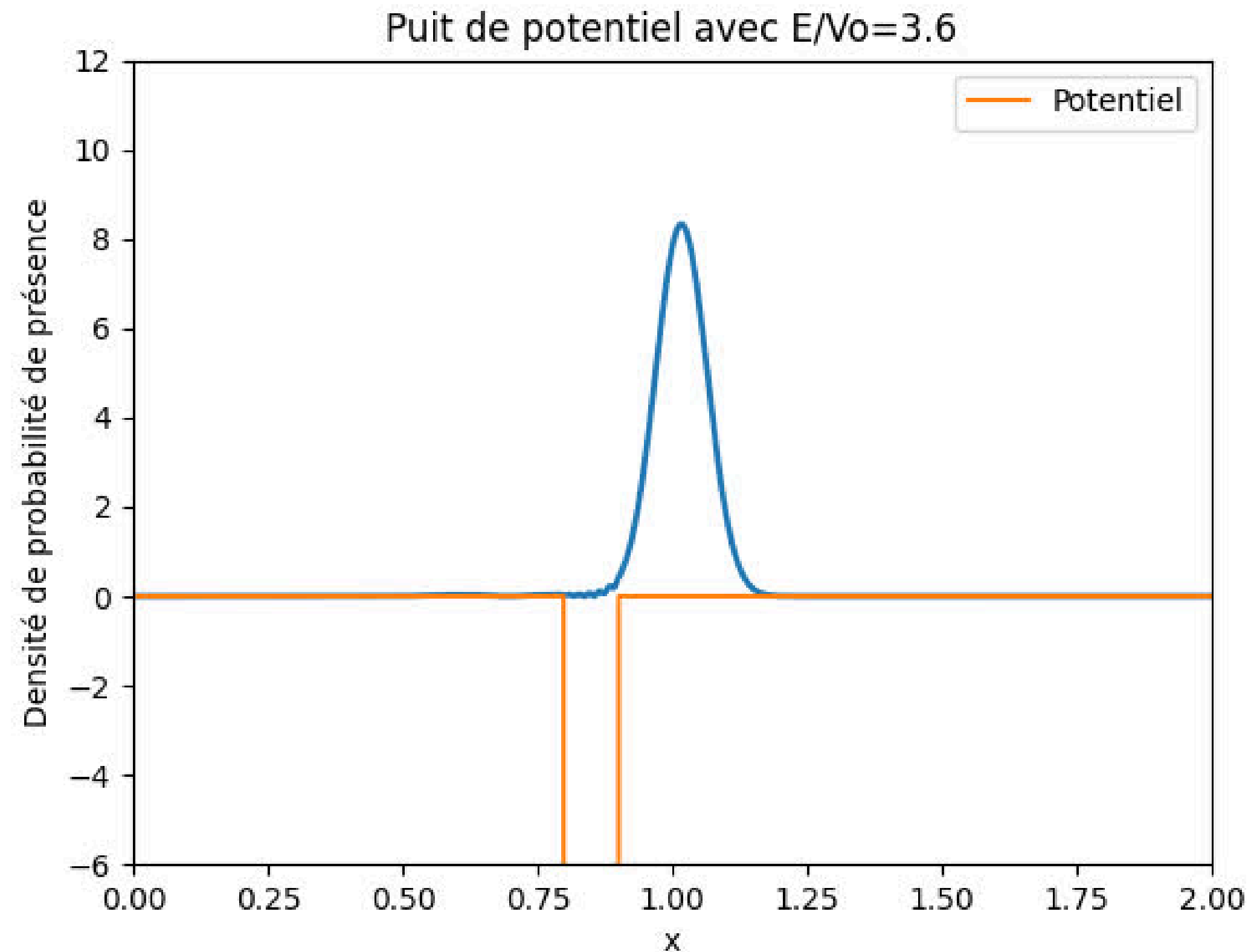
Valeur par défaut (  $e = 5$  )



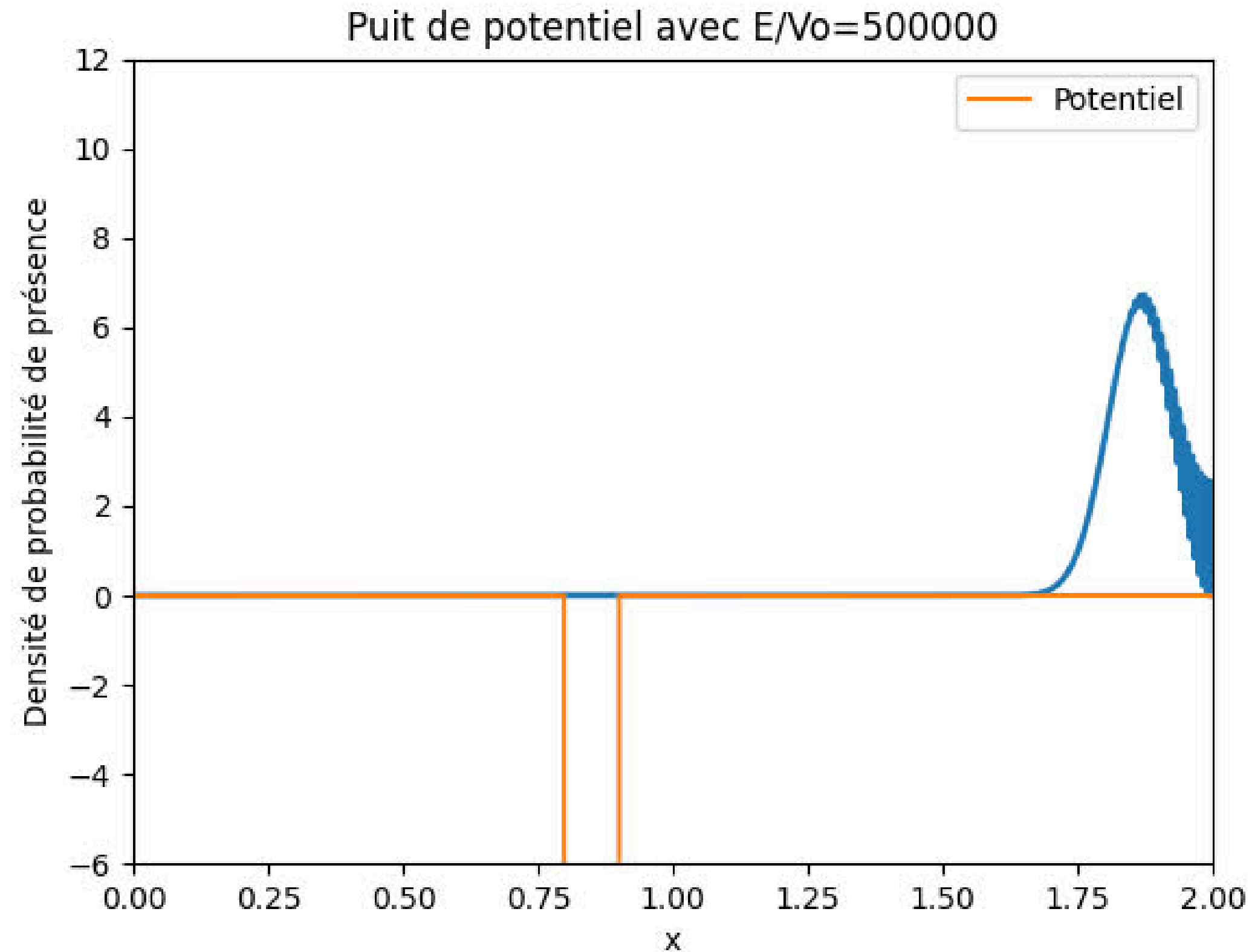
# Presentation des graphiques



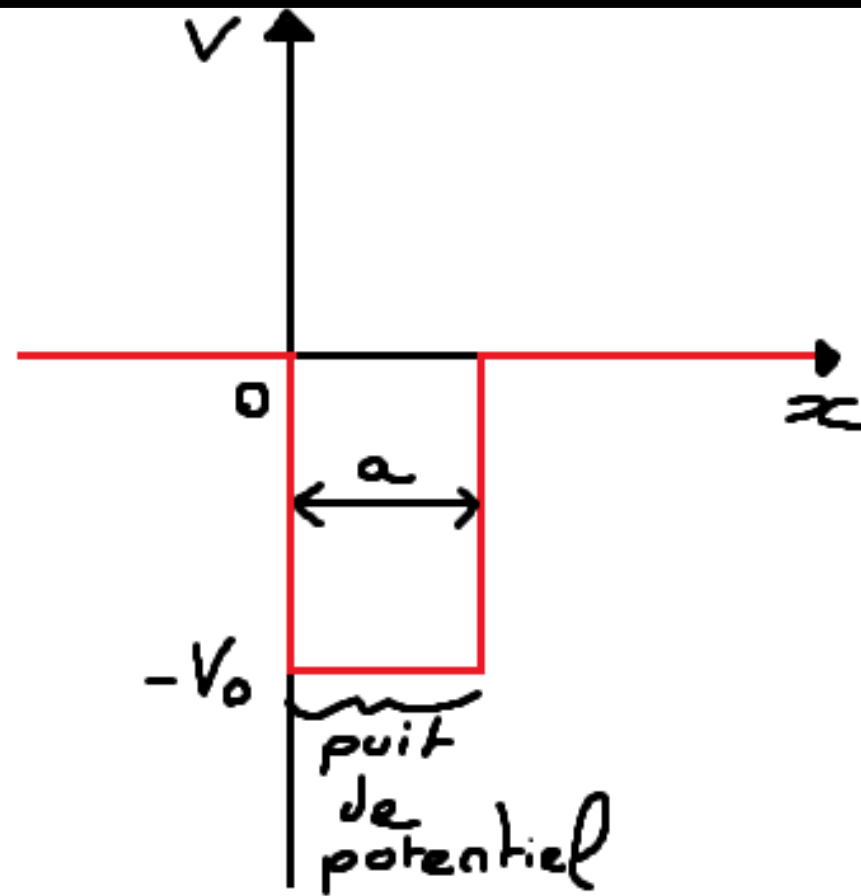
# Presentation des graphiques



# Presentation des graphiques



# RESOLUTION ANALYTIQUE



on déduit le système suivant:

$$\begin{cases} V(x) = 0, & x \in ]-\infty, 0[ \cup ]a, +\infty[ \\ V(x) = -V_0, & x \in [0, a] \end{cases}$$



# RESOLUTION ANALYTIQUE

Région ① :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + 0 \right] \psi_1(x) = E \psi_1(x) \Leftrightarrow \frac{d^2 \psi_1(x)}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi_1(x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 \psi_1(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \psi_1(x) = 0$$

avec  $k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$   
 $k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 \psi_1(x)}{dx^2} + k_1^2 \psi_1(x) = 0$$

Solution de la forme :  $\psi_1(x) = A e^{ik_1 x} + \cancel{B e^{-ik_1 x}}$

# RESOLUTION ANALYTIQUE

Region ②:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} - V_0 \right] \psi_2(x) = E \psi_2(x) \Leftrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_2}{dx^2} = \psi_2(x) [E + V_0]$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 \psi_2(x)}{dx^2} = -\psi_2(x) \left[ \frac{2m(E + V_0)}{\hbar^2} \right]$$

$$\text{avec } K_2^2 = \frac{2m(V_0 + E)}{\hbar^2}$$

$$K_2 = \sqrt{\frac{2m(V_0 + E)}{\hbar^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 \psi_2(x)}{dx^2} + K_2^2 \psi_2(x) = 0$$

Solution de la forme :  $\psi_2(x) = C e^{iK_2 x} + D e^{-iK_2 x}$

# RESOLUTION ANALYTIQUE

Region ③:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + 0 \right] \psi_3(x) = E \psi_3(x) \Leftrightarrow \frac{d^2 \psi_3(x)}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi_3(x)$$

$$\text{avec } k_3^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d^2 \psi_3(x)}{dx^2} + k_3^2 \psi_3(x) = 0$$
$$k_3 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

Solution de la forme :  $\psi_3(x) = \cancel{E} \cancel{e^{ik_3x}} + F e^{-ik_3x}$

# RESOLUTION ANALYTIQUE

Conditions pour la continuité en 0 et a

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \psi_1(0) = \psi_2(0) \\ \psi_1'(0) = \psi_2'(0) \\ \psi_2(a) = \psi_3(a) \\ \psi_2(a) = \psi_3(a) \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A + B = C + D \\ k_1(A - B) = k_2(C - D) \\ C e^{ik_2 a} + D e^{-ik_2 a} = E e^{ik_1 a} \\ k_2 C e^{ik_2 a} - k_2 D e^{-ik_2 a} = k_1 E e^{ik_1 a} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} C = A + B - D \\ k_1(A - B) = k_2(A + B - 2D) \\ k_2 C e^{ik_2 a} + k_2 D e^{-ik_2 a} = k_2 E e^{ik_1 a} \\ \cancel{k_2 C e^{ik_2 a}} - \cancel{k_2 D e^{-ik_2 a}} - \cancel{k_2 C e^{ik_2 a}} - \cancel{k_2 D e^{-ik_2 a}} = (k_1 - k_2) E e^{ik_1 a} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} C = A + B - D \\ (k_1 - k_2)A = k_1 B + k_2(A + B - 2D) \\ k_2 C e^{ik_2 a} + k_2 D e^{-ik_2 a} = k_2 E e^{ik_1 a} \\ -2k_2 D e^{-ik_2 a} = (k_1 - k_2) E e^{ik_1 a} \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{B(k_1 + k_2)}{(k_1 - k_2)} - \frac{2Dk_2}{(k_1 - k_2)} \\ E = \frac{-2k_2 D e^{-ik_2 a}}{(k_1 - k_2)} \end{array} \right.$$

# RESOLUTION ANALYTIQUE

Transmission:

$$T = \frac{\text{sortant}}{\text{entrant}} = \frac{(E e^{ik_1 x})^2}{(A e^{ik_2 x})^2} = \frac{E^2}{A^2} = \frac{1}{1 + (k_1^2 + k_2^2)^2 \sin^2(k_2 a)}$$

$$T = 1 \Rightarrow \frac{1}{1 + (k_1^2 + k_2^2)^2 \sin^2(k_2 a)} = 1$$

$$\Rightarrow (k_1^2 + k_2^2)^2 \sin^2(k_2 a) = 1$$

$$\Rightarrow \sin(k_2 a) = 1$$

$$\Rightarrow k_2 a = n\pi$$

$$\Rightarrow k_2 = \frac{n\pi}{a} \quad (\text{quantification de } k_2)$$

# RESOLUTION ANALYTIQUE

Quantification de  $E$

$$k_2 = \frac{n\pi}{a} = \sqrt{\frac{2m(V_0 + E_n)}{\hbar^2}}$$

$$k_2^2 = \frac{n^2 \pi^2}{a^2} = \frac{2m(V_0 + E_n)}{\hbar^2} \Leftrightarrow (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{a^2 2m} - V_0 = E_n$$

# COMPARAISON

## Mesures Expérimentales

Dans les mesures expérimentales on remarque que plus l'énergie est faible et plus l'onde va être impactée et avoir du mal à traverser le puits tandis que si elle est trop importante on constate un état non lié et c'est comme si l'onde ignorait le puit de potentiel

Avec la résolution analytique on trouve toujours des valeurs de  $E$  aux alentours de  $-4000\text{J}$  du au fait que l'onde est moins énergétique que le potentiel cela est sûrement lié aux valeurs choisies

## Partie Numériques

Avec le graphique généré par python on constate que l'onde n'est jamais parfaitement transmise cela est sûrement lié à des limitations informatiques du au fait que l'on doit simplifier les calculs ce qui fait qu'on a moins de précision

# CAS DU PAQUET D'ONDES

Paquet d'ondes gaussien :

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) e^{i(kx - \omega(k)t)} dk$$

avec :

$\sim A(k)$  l'amplitude

$\sim \omega(k) = \frac{\hbar k^2}{2m}$  la relation de dispersion

$\sim$  chaque composante  $e^{i(kx - \omega(k)t)}$  est une onde stationnaire



# CAS DU PAQUET D'ONDES

transmission totale ( $T=1$ )  $\rightarrow$  valeurs précises d'énergie  
paquet d'ondes  $\rightarrow$  spectre en énergie

sinon,  
il est partiellement  
réfléchi



si le pic du paquet est au  
bon endroit, le paquet traverse  
presque sans réflexion

# CAS DU PAQUET D'ONDES

paquet d'ondes initial ( $t=0$ ):

$$\psi(x, 0) = \int A(k) e^{ikx} dk = e^{ik_0 x} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}}$$

dans le domaine de Fourier :

$$A(k) = e^{-\frac{(k-k_0)^2 \sigma^2}{2}}$$

$T(k)$  : transmission des composantes  $k$

↳ amplitude transmise :

$$\psi_T(x, t) = \int A(k) \cdot \sqrt{T(k)} \cdot e^{i(kx - \omega(k)t)} dk$$

$T(k)$  dépend de  $k$  mais comme le paquet est centré autour de  $k_0$

↳ la transmission du paquet dépend du profil de  $T(k)$  autour de  $k_0$

# CAS DU PAQUET D'ONDES

donc :

Si le spectre  $A(k)$  du paquet est centré autour d'un  $k_0$  tel que  $T(k_0) \approx 1$ , et que le paquet est assez étroit, alors la particule est presque entièrement transmise



# CONCLUSION



On a reussie grace a ce projet a simuler la tragectoire d'une onde au contact d'un puit de potentiel cependant on le code a ses limites on trouve qu'il y a toujours une petite ondes réfléchies qui ne devrait pas etre la c'ets pourquoi on pourrait imaginer un modele plus pousser qui arriverait a bien simuler l'effet Ramsauer-Townsend



## **Avec la collaboration du discord “équation de heimerdinger”**

**Vidéo :**

**Couche "anti-reflet" quantique- Effet Ramsauer- simulation/explication, E-learning physique**

**Document :**

**Chapter 17: Resonant transmission and Ramsauer–Townsend, B. Zwiebach**