1. Известно, что генеральная совокупность распределена нормально  
   со средним квадратическим отклонением, равным 16.  
   Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a с надежностью 0.95,  
   если выборочная средняя M = 80, а объем выборки n = 256.

Дано:

σгс = 16

p = 0.95

Mвыбр =80

n=256

Решение:

1. **Δ = Mвыборки±k\*se** (se - стандартная ошибка среднего)

Так как среднеквадратичное отклонение генеральной совокупности уже известно то k = Z критерий оценки есть критерий Фишера

1. α=1-p=1-0.95=0.05 поскольку доверительный интервала то + то – к среднему значению выборки то искомая значимость α/2 т.e **M+ Zα/2..; M- Zα/2..** в результате и будет α. ГС нормально распределена
2. **se = σгс/sqr(n)** стандартная ошибка среднего если известна среднеквадратичное отклонение генеральной совокупности

se = 16/sqrt(256) = 1

1. **Δ = Mвыборки±Za/2\*se** (стандартная ошибка среднего)

Используя таблицу, что меряют вероятность от среднего значения

<https://wiki5.ru/wiki/Standard_normal_table>

То нам нужно найти вероятность 0.5-0.025=0.4725

Для P=0.4725 => Z = 1.96

Δ = [80+1.96\*1;80-1.96\*1] = [78.04; 81.96]

Вывод: При заданном уровне p значимости 0.95 доверительный интервал [78.04; 81.96] покрывает матожидание генеральной совокупности

1. В результате 10 независимых измерений некоторой величины X, выполненных с одинаковой точностью,  
   получены опытные данные:  
   6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1  
   Предполагая, что результаты измерений подчинены нормальному закону распределения вероятностей,  
   оценить истинное значение величины X при помощи доверительного интервала, покрывающего это  
   значение с доверительной вероятностью 0,95.

Дано:

Выборка - 6.9, 6.1, 6.2, 6.8, 7.5, 6.3, 6.4, 6.9, 6.7, 6.1

p=0.95 --> α=0.05

n=10

Mвыбор=6.59 среднее выборки

Решение:

1. **Δ = Mвыборки±k\*se** (se -стандартная ошибка среднего)

Стандартное отклонение генеральной совокупности неизвестно, следовательно, k критерий Стьюдента t, а стандартная ошибка по выборке

se = σ/sqrt(n), s=sqrt(**Dнесмещен**) т.к n < 100

1. Поскольку измерения выполнены с одинаковой точность считаем гс распределеной нормально

3**)**

σ=sqrt(D)=0.45080

se = σ/sqrt(n)=0.14255

4) поскольку доверительный интервала то + то – к среднему выборки то искомая значимость α/2 т.e M+ α/2; M- α/2 в результате и будет α

t=2.262 Коэффициент Стьюдента для k = (n-1) = 9 измерений и α = 0.025 или p=0.975

<http://math-hse.info/f/2017-18/ps-ms/all-tables.pdf>

1. **Δ = Mвыборки±t\*se**
2. Δ = 6.59±2.262\*0.14256= = 6.59±0.3225 = [6.2675;6.9125]

Вывод: При заданном уровне p значимости = 0.95 в доверительный интервал [78.04; 81.96] входит истинное значение случайной величины (оно же покрывает мат ожидание ген совокупности)

1. Утверждается, что шарики для подшипников, изготовленные автоматическим станком, имеют средний диаметр 17 мм.  
   Используя односторонний критерий с α=0,05, проверить эту гипотезу, если в выборке из n=100 шариков средний диаметр  
   оказался равным 17.5 мм, а дисперсия известна и равна 4 мм^2.

Дано:

Mгс = 17.0 среднее гс

Mвыбр = 17.5 мм

n = 100

α = 0,05 --> p=0.95

σгс = 4 мм

Решение:

1. **Построение гипотез**

H0 – гипотеза о равенстве средних гс и выборки **Mвыб = Mгс**

H1 – гипотеза о неравенстве среднего ГС и Выборки **Mвыб ≠ Mгс**

1. **Сравнение Критериев**

Если критерий расчетный меньше критерия табличного, то принимаем 0 гипотезу, если наоборот, то альтернативную гипотизу.

1. **Выбор критерия сравнения**

Поскольку ГС уже проанализирована σгс известно, а то наш критерий это критерий фишера Z. Значение Z находим по таблице распределений Лапласа x>0

1. При анализе гипотез α не делим пополам так мы не интервал ищем, а сравниваем критерии.

**Zрасчет = (Mвыб-Mгс)/ se**

se = σгс/sqrt(n)=2/sqrt(100)=0.2 т.к дана σ генеральной совокупности

Zрасчет = (17.5-17.0)/0.2 = 2,5

Zтабл = 1.65 (при p=0.95)

**Zрасче> Zтабл**

**Вывод**: мы отвергаем H0 и принимаем H1 так как критерий расчетный больше табличного **Mвыб ≠ Mгс**)

1. Продавец утверждает, что средний вес пачки печенья составляет 200 г.  
   Из партии извлечена выборка из 10 пачек. Вес каждой пачки составляет:  
   202, 203, 199, 197, 195, 201, 200, 204, 194, 190.  
   Известно, что их веса распределены нормально.  
   Верно ли утверждение продавца, если учитывать, что доверительная вероятность равна 99%?

**Дано:**

Выборка – 202.0, 203.0, 199.0, 197.0, 195.0, 201.0, 200.0, 204.0, 194.0, 190.0.

Mгс = 200.0

N=10

Mвыбор=198.5

**Решение:**

1. **Построение гипотез**

H0 – гипотеза о равенстве средних ГС и выборки **Mвыб = Mгс**

H1 – гипотеза о неравенстве среднего ГС и Выборки **Mвыб ≠ Mгс**

1. **Сравнение Критериев**

Если критерий расчетный меньше критерия табличного, то принимаем 0 гипотезу, если наоборот, то альтернативную гипотезу

1. **Выбор критерия сравнения**

Поскольку ГС не была полностью проанализирована и σгс не известна то наш критерий критерий Стьюдентf

**4)** **Расчет Дисперсии и стандартного квадратичного отклонения**

Так как ГС не была полностью проанализирована (σгс не известна) то дисперсию и стандартное отклонение будем рассчитывать, как несмещённые т.е n-1

Dнесмещ = 19.83 не смещённая дисперсия выборки

σвыб = sqrt(D)=4.453

1. **Расчет стандартной ошибки среднего**

se = σ/sqrt(n) = 4.453/sqrt(10)=1.408

1. **Расчет и сравнение критериев**

tрасч = | Mвыбор - Mгс |/se

tрасч = (|200.0-198.5|)/1.408=1.065

tтабл = 2.821 при p=0.99

**Вывод**: tрасч < tтабл следовательно не отвергаем гипотезу H0 при заданом p уровне p=0.99