

全国青少年信息学奥林匹克竞赛

NOIP2023模拟

时间：7:50-12:20

| 题目名称 | 区间逆序对 | 排列 | 有向图最小环 | 二分图最大匹配 |
|---------|--------------|-----------------|-----------|--------------|
| 题目类型 | 传统型 | 传统型 | 传统型 | 传统型 |
| 目录 | interval | permutation | cycle | matching |
| 可执行文件名 | interval | permutation | cycle | matching |
| 输入文件名 | interval.in | permutation.in | cycle.in | matching.in |
| 输出文件名 | interval.out | permutation.out | cycle.out | matching.out |
| 每个测试点时限 | 2.0秒 | 1.0秒 | 1.0 秒 | 2.0秒 |
| 内存限制 | 512 MB | 512 MB | 512MB | 512 MB |
| 子任务数目 | 20 | 20 | Subtask | 20 |
| 测试点是否等分 | 是 | 是 | 否 | 是 |

提交源程序文件名

| | | | | |
|---------|--------------|-----------------|-----------|--------------|
| 对于C++语言 | interval.cpp | permutation.cpp | cycle.cpp | matching.cpp |
|---------|--------------|-----------------|-----------|--------------|

编译选项

| | |
|---------|--------------------|
| 对于C++语言 | -lm -std=c++14 -O2 |
|---------|--------------------|

注意事项与提醒 (请选手务必仔细阅读)

- 1.文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C++ 中主函数的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值必须是 0。
- 3.提交的程序代码文件的放置位置请参照各省的具体要求。
- 4.因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
- 5.若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
- 6.程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。
- 7.全国统一评测时采用的机器配置为：Intel(R) Core(TM) i7-8700K CPU @ 3.70GHz，内存32GB。上述时限以此配置为准。
- 8.评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以其为准。
- 9.终评测时所用的编译命令中不含编译选项之外的任何优化开关。

区间逆序对 (interval)

【问题描述】

有一个长度为 n 的序列 a 。进行 m 次询问，每组询问中给定 l, r ，求有多少组 i, j 满足 $l \leq i < j \leq r, a_i > a_j$ 。

【输入格式】

第一行，共两个整数，表示 n, m 。

第二行，共 n 个整数，表示 a_1, a_2, \dots, a_n 。

接下来 m 行，每行两个整数，表示一组询问中的 l, r 。

【输出格式】

输出共 m 行，每行一个整数，表示答案。

【样例输入1】

```
4 6
1 4 2 3
1 2
1 3
1 4
2 3
2 4
3 4
```

【样例输出1】

```
0
1
2
1
2
0
```

【样例2】

见选手目录下的 *interval/interval2.in* 与 *interval/interval2.ans*。

【数据范围及约定】

对于 100% 的数据， $1 \leq n, m \leq 10^6, 1 \leq l \leq r \leq n, \forall i \in [1, n], 1 \leq a_i \leq 50$ 。

测试点 1 ~ 4 满足： $n, m \leq 10^3$ 。

测试点 5 ~ 12 满足： $n, m \leq 10^5$ 。

测试点 13 ~ 20 满足：无特殊限制。

本题输入输出量较大，请使用较快的输入输出方式。

2.排列 (permutation)

【题目描述】

给定一个 $1 \sim n$ 的排列 a 。

有一个初始为空的序列 b 。你可以进行任意多次操作，每次操作为以下三种之一：

- 设 a' 满足 $\forall i \in [1, n], a'_i = a_{(i \bmod n)+1}$ ，将 a 替换为 a' 。相当于将 a 向左循环移位一格。
- 设 a' 满足 $\forall i \in [1, n], a'_i = a_{((i+n-2) \bmod n)+1}$ ，将 a 替换为 a' 。相当于将 a 向右循环移位一格。
- 选择一个 $i \in [1, m]$ ，并将 a_i 加入到 b 的末尾。

小 L 希望通过进行一些操作使得 b 的长度为 n 且从前往后依次为 $1 \sim n$ 。

你需要求出最少需要进行多少次前两种操作。

【输入格式】

第一行，共两个整数，表示 n, m 。

第二行，共 n 个整数，表示排列 a 。

【输出格式】

输出共一行，一个整数，表示答案。

【样例输入1】

```
5 2
3 5 1 4 2
```

【样例输出1】

```
6
```

【样例1解释】

一次操作一，此时 $a = (5, 1, 4, 2, 3)$ 。

一次操作三，选择 $i = 2$ ，此时 $b = (1)$ 。

两次操作二，此时 $a = (2, 3, 5, 1, 4)$ 。

两次操作三，依次选择 $i = 1, i = 2$ ，此时 $b = (1, 2, 3)$ 。

一次操作二，此时 $a = (4, 2, 3, 5, 1)$ 。

一次操作三，选择 $i = 1$ ，此时 $b = (1, 2, 3, 4)$ 。

两次操作二，此时 $a = (5, 1, 4, 2, 3)$ 。

一次操作三，选择 $i = 1$ ，此时 $b = (1, 2, 3, 4, 5)$ 。

共使用 6 次前两种操作。

【样例2】

见选手目录下的 *permutation/permutation2.in* 与 *permutation/permutation2.ans*。

【数据范围及约定】

对于 100% 的数据， $1 \leq m \leq n \leq 5 \times 10^5$ 。

测试点 1 ~ 4 满足： $n \leq 100$ 。

测试点 5 ~ 12 满足： $n \leq 10^4$ 。

测试点 13 ~ 20 满足：无特殊限制。

温馨提示：某些 STL 真的非常非常慢，使用前请谨慎考虑。

3.有向图最小环 (cycle)

【题目描述】

有一个有向图 G 。 $\forall u, v \in [1, n], u \neq v$, 如果 $a_{u,v} \neq 0$, 那么 G 中存在一条 $u \rightarrow v$ 的边权为 $a_{u,v}$ 的边, 否则 G 中不存在 $u \rightarrow v$ 的边。

小 L 想从点 1 沿着 G 中的边走到点 n , 然后再走回点 1。

你需要求出所有至少经过一次的边的边权和的最小值。保证有解。

【输入格式】

第一行, 共一个整数, 表示 n 。

接下来 n 行, 每行 n 个整数, 第 i 行的第 j 个数表示 $a_{i,j}$ 。

当 $i = j$ 时 $a_{i,j}$ 没有意义, 保证此时 $a_{i,j} = 0$ 。

【输出格式】

输出共一行, 一个整数, 表示答案。

【样例输入1】

```
4
0 1 0 0
0 0 1 0
1 0 0 1
0 1 0 0
```

【样例输出1】

```
5
```

【样例2】

见选手目录下的 $cycle/cycle2.in$ 与 $cycle/cycle2.ans$ 。

【数据范围及约定】

对于 100% 的数据, $1 \leq n \leq 200, \forall i, j \in [1, n], 0 \leq a_{i,j} \leq 10^9$ 。

Subtask1(30%): $n \leq 10$ 。

Subtask2(10%): $\forall i, j \in [1, n], a_{i,j} = a_{j,i}$ 。

Subtask3(40%): $n \leq 60$ 。

Subtask4(20%): 无特殊限制。

4.二分图最大匹配 (matching)

【题目描述】

有一个二分图 G , 左右两边各有 n 个点, 有不超过 m 条边, 允许有重边。

左边的点标号为 $1 \sim n$, 右边的点标号为 $n + 1 \sim 2n$ 。

设 \deg_i 为点 i 的度数, 即 G 中与 i 相连的边数。

定义 $\text{match}(G)$ 表示 G 的最大匹配。

你需要对于每个 $k \in [1, n]$ 求出 $\text{match}(G) = k$ 时 $\sum_{i=1}^{2n} a_{i,\deg_i}$ 的最大值。

【输入格式】

第一行, 共两个整数, 表示 n, m 。

接下来 $2n$ 行, 每行共 $m + 1$ 个整数, 第 i 行的第 j 个整数表示 $a_{i,j-1}$ 。

【输出格式】

共一行, n 个整数, 第 i 个数表示 $\text{match}(G) = i$ 时的答案。

【样例输入1】

```
2 2
0 1 1
1 0 0
0 1 0
0 1 0
```

【样例输出1】

```
4 3
```

【样例2】

见选手目录下的 $\text{matching}/\text{matching2.in}$ 与 $\text{matching}/\text{matching2.ans}$ 。

【数据范围及约定】

对于 100% 的数据, $1 \leq n \leq 30, 1 \leq m \leq 60, n \leq m, \forall i \in [1, 2n], j \in [0, m], 0 \leq a_{i,j} \leq 10^7$ 。

测试点 1 ~ 4 满足: $n \leq 4, m \leq 8$ 。

测试点 5 ~ 8 满足: $n \leq 8, m \leq 16$ 。

测试点 9 ~ 16 满足: $n \leq 20, m \leq 40$ 。

测试点 17 ~ 20 满足: 无特殊限制。

