

Практические задачи по курсу «Вычислительная математика»

26 ноября 2016 г.

Задание 3

В программе нельзя использовать функции из стандартных библиотек кроме случаев, оговоренных в условии

Задача

Написать программу для решения задачи Коши для произвольного скалярного ОДУ:

$$\begin{aligned}u_x &= f(x, u) \\ u(0) &= u_0\end{aligned}$$

Функции $f(x, u)$ и $f_u(x, u)$ задаются в программе явно.

Требования к программе:

- Программа должна вычислять приближенное решение на заданном интервале с помощью численного метода (см. ниже) на равномерной сетке с заданным числом узлов
- Для решения нелинейного уравнения в неявном методе нужно реализовать какой-либо численный метод решения нелинейного уравнения
- Программа должна строить график численного решения и график точного решения (если оно известно)
- Программа должна вычислять ошибку численного решения в норме $\|\cdot\|_\infty$
- Программа должна делать расчёты на последовательности вложенных сеток с уменьшением шага вдвое, вычислять «фактический» порядок аппроксимации и строить график зависимости ошибки от шага сетки (или от числа узлов) в логарифмическом масштабе. Фактический порядок должен быть близок к теоретическому.

Варианты методов:

1. Метод Р-К 3-го порядка с таблицей Бутчера:

0			
2/3	2/3		
2/3	-1/3	1	
	1/4	1/2	1/4

2. Метод Р-К 3-го порядка с таблицей Бутчера:

0			
1/2	1/2		
1	-1	1	
<hr/>			
	1/6	2/3	1/6

3. Метод Р-К 4-го порядка с таблицей Бутчера:

0				
1/3	1/3			
2/3	-1/3	1		
1	1	-1	1	
<hr/>				
	1/8	3/8	3/8	1/8

4. Метод Р-К 2-го порядка с таблицей Бутчера:

0	0	0
1	1/2	1/2
<hr/>		
	1/2	1/2