# 1.1

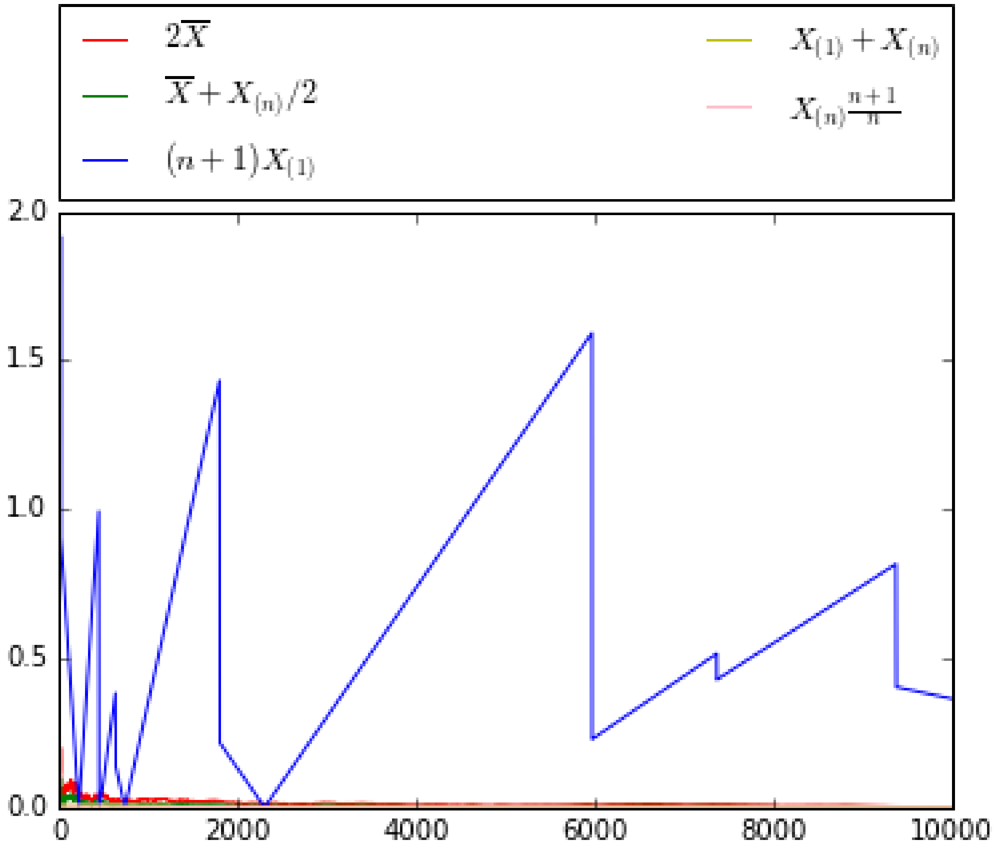
March 11, 2016

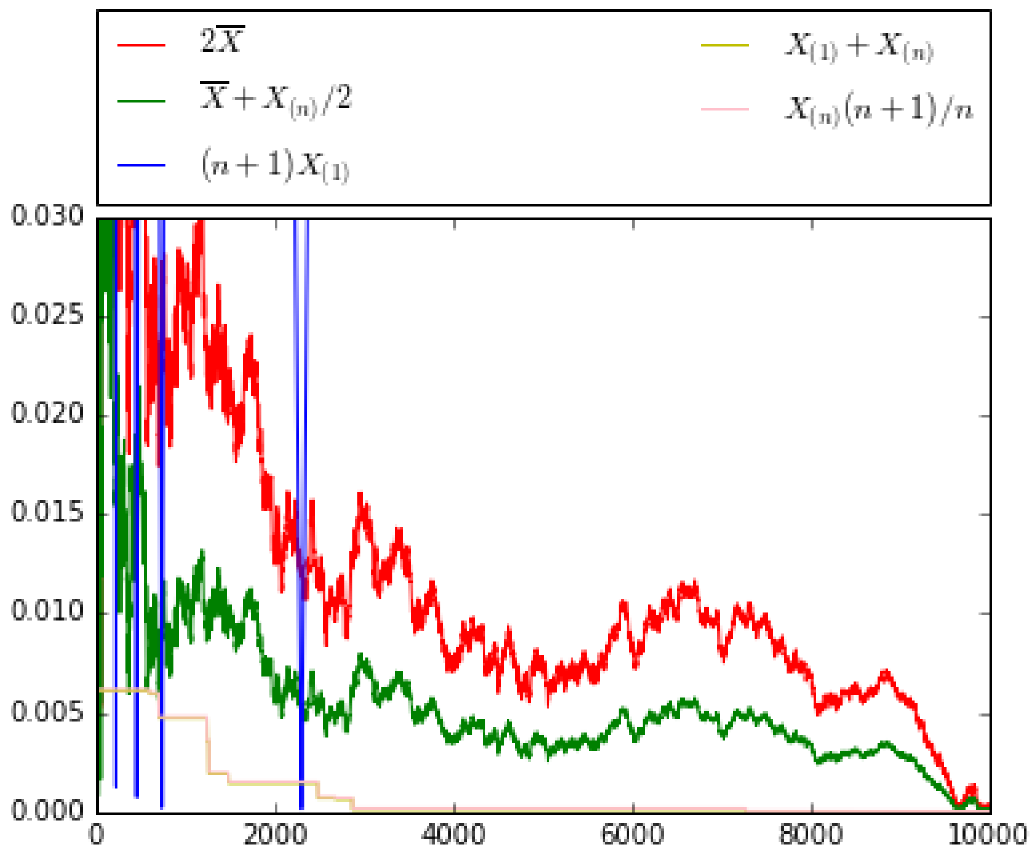
## 1 Задача 1

```
In [8]: %matplotlib inline
        import numpy as np
        import matplotlib
        import matplotlib.pyplot as plt
        from pylab import *

In [9]: def Uniform(theta):
            N = 10000

            # Генерирую выборку
            s = np.random.uniform(0,theta,N)

            # Заполняю массивы a,b,c,d,e соответствующими оценками параметра theta
            a = np.array([(2*sum(s[0:n]))/n for n in range(1,N)])
            b = np.array([(max(s[0:n])/2)+((sum(s[0:n]))/n) for n in range(1,N)])
            c = np.array([(n+1)*min(s[0:n]) for n in range(1,N)])
            d = np.array([min(s)+max(s[0:n]) for n in range(1,N)])
            e = np.array([((n+1)/n)*max(s[0:n]) for n in range(1,N)])

            # Строю график с обычным масштабом
            figure()
            plot(abs(a-theta), 'r', label='$2\overline{X}$')
            plot(abs(b-theta), 'g', label='$\overline{X}+X_{(n)}/2$')
            plot(abs(c-theta), 'b', label='$(n+1) X_{(1)}$')
            plot(abs(d-theta), 'y', label='$X_{(1)} + X_{(n)}$')
            plot(abs(e-theta), 'pink', label='$X_{(n)} \\frac{n+1}{n}$')
            legend(bbox_to_anchor=(0., 1.02, 1., .102), loc=3, ncol=2, \
                   mode="expand", borderaxespad=0.)
            show()

            # Строю график с увеличенным масштабом
            figure()
            ylim(0, 0.03)
            plot(abs(a-theta), 'r', label='$2\overline{X}$')
            plot(abs(b-theta), 'g', label='$\overline{X}+X_{(n)}/2$')
            plot(abs(c-theta), 'b', label='$(n+1) X_{(1)}$')
            plot(abs(d-theta), 'y', label='$X_{(1)} + X_{(n)}$')
            plot(abs(e-theta), 'pink', label='$X_{(n)} (n+1)/n$')
            legend(bbox_to_anchor=(0., 1.02, 1., .102), loc=3, ncol=2, \
                   mode="expand", borderaxespad=0.)
            show()
```

После первого же эксперимента видно, что оценка $(n+1)X_{(1)}$ является достаточно смещенной. Что и подтверждает теория.

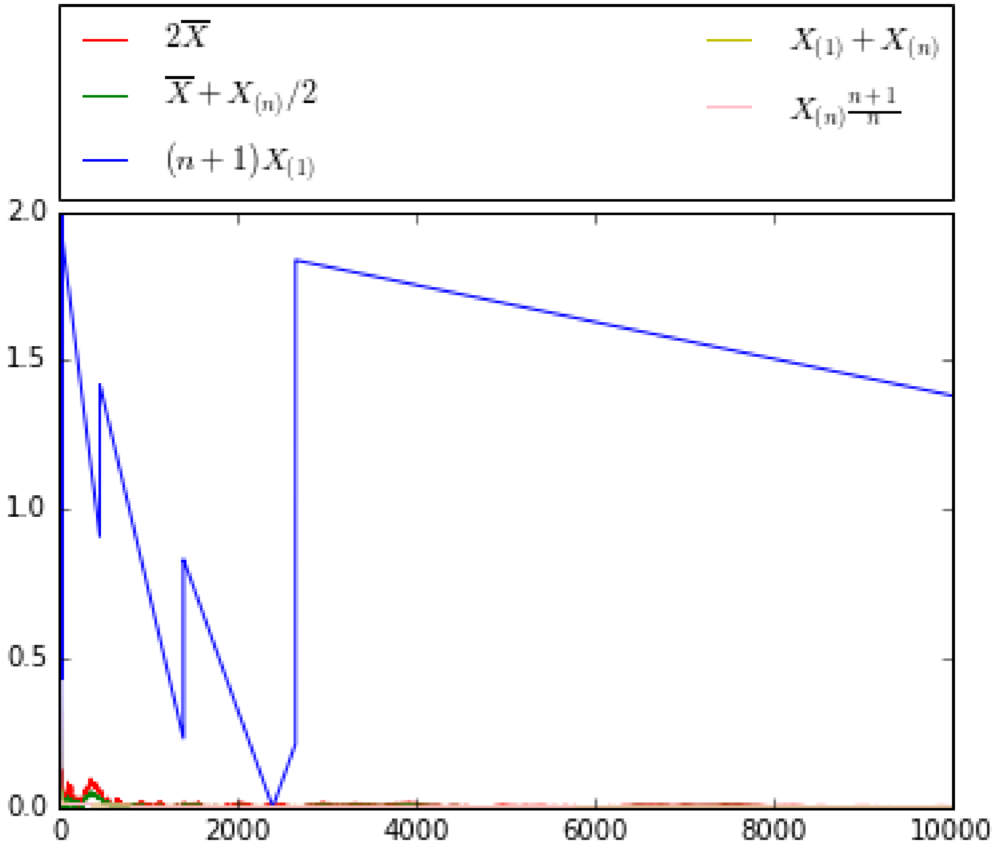
```
In [10]: Uniform(1)
```

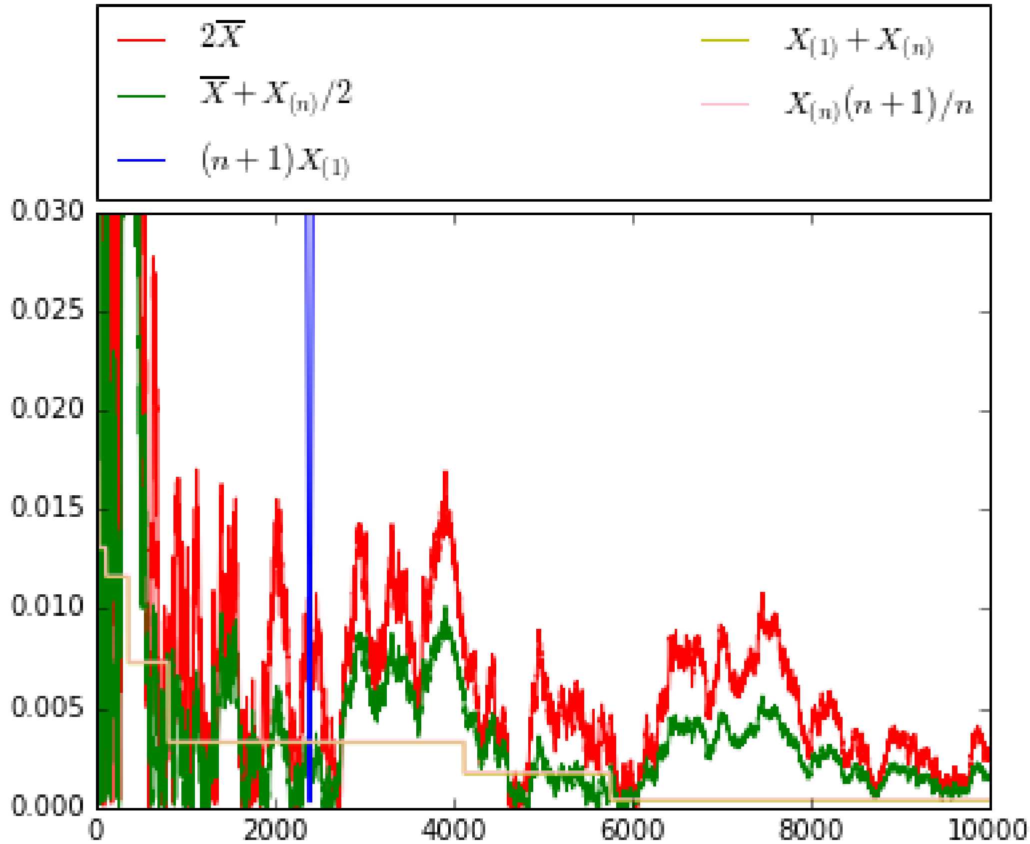




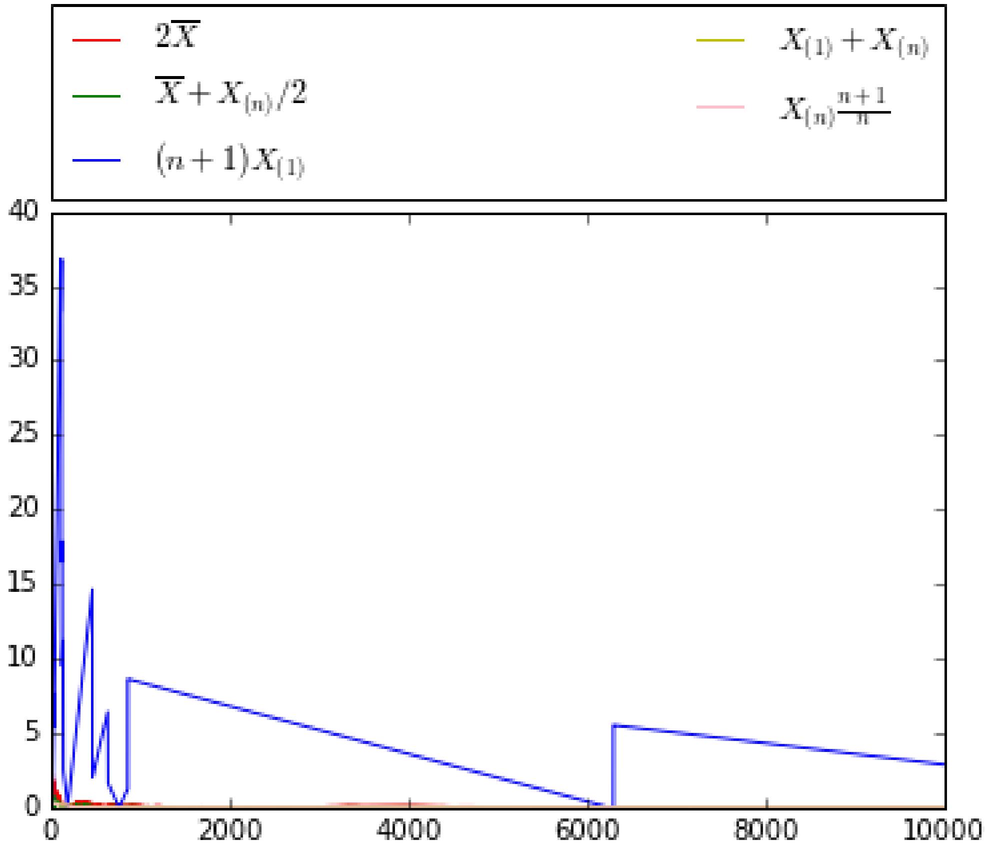

Самые лучшие оценки параметра $\theta$: $X_{(1)} + X_{(n)}$ и $X_{(n)}\frac{n+1}{n}$.

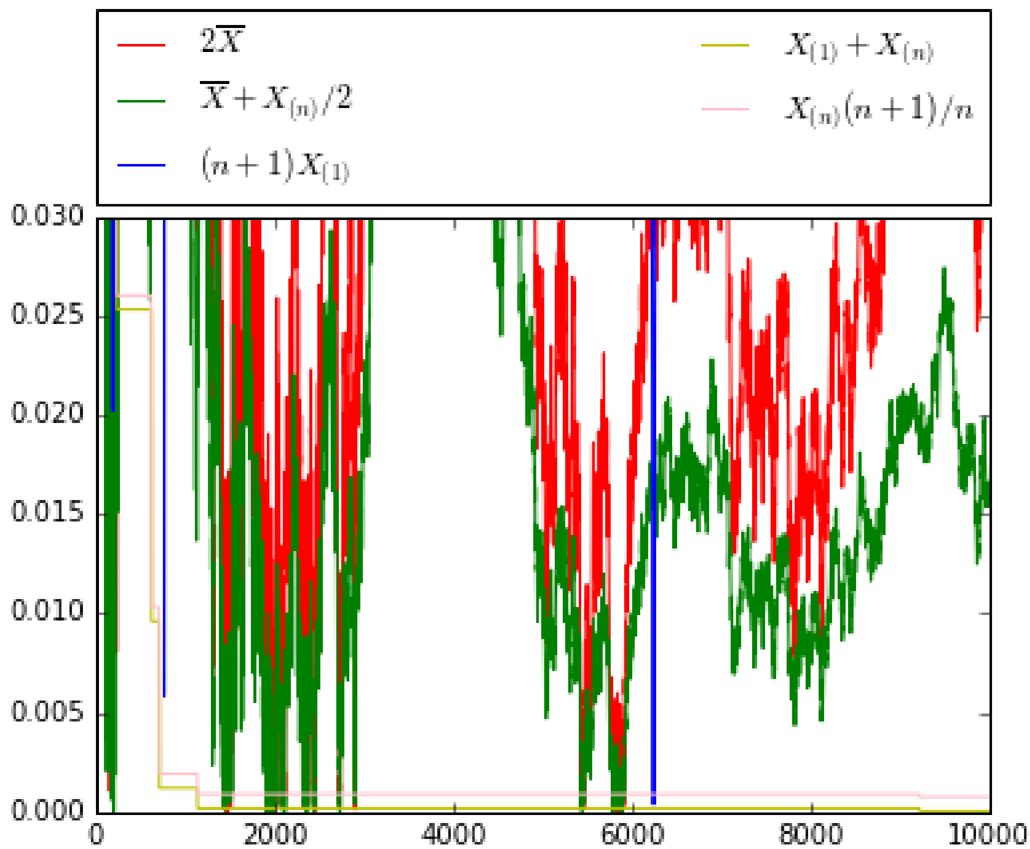
```
In [11]: Uniform(2)
```


$2\overline{X}$
$\overline{X}+X_{(n)}/2$
$(n+1)X_{(1)}$
$X_{(1)}+X_{(n)}$
$X_{(n)}\frac{n+1}{n}$
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
0
2000
4000
6000
8000
10000

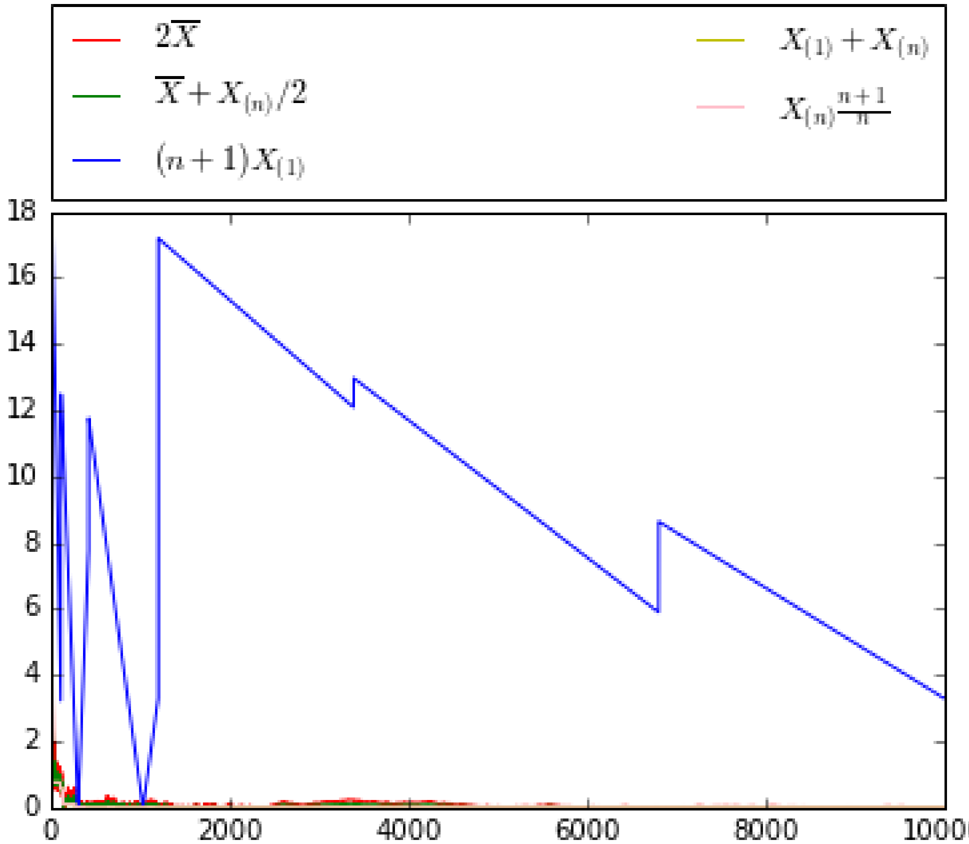



```
In [12]: Uniform(10)
```

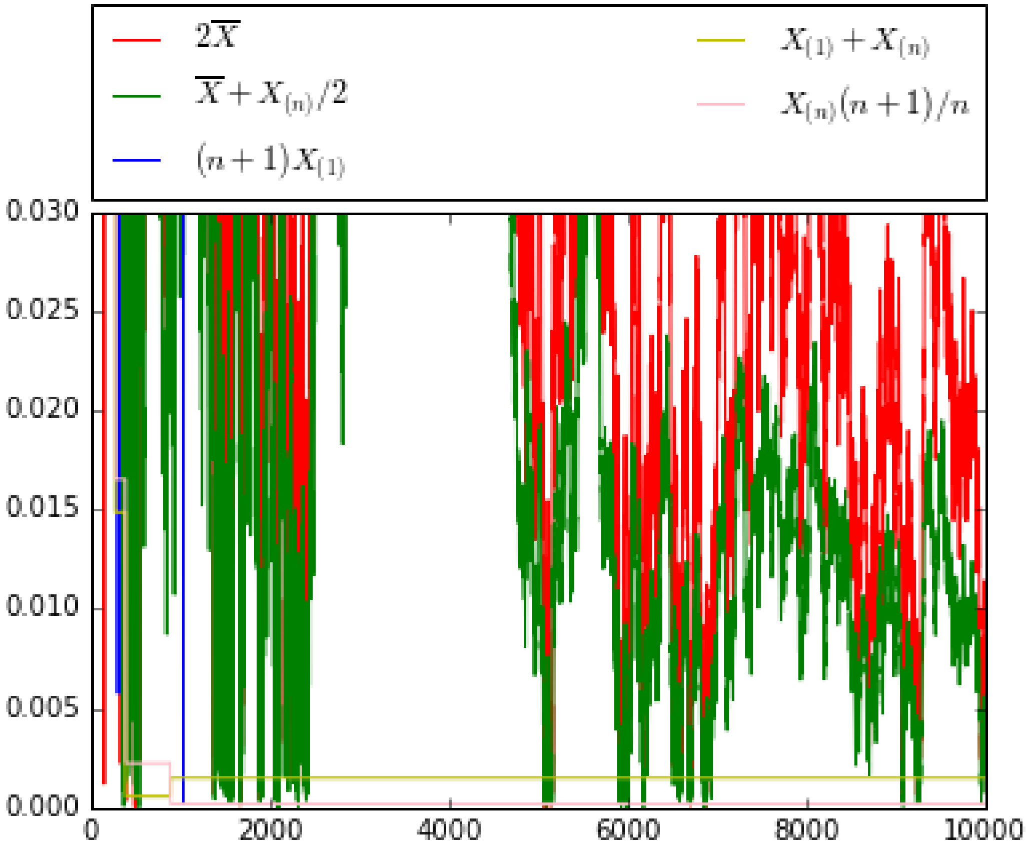

$2\overline{X}$
$\overline{X}+X_{(n)}/2$
$(n+1)X_{(1)}$
$X_{(1)}+X_{(n)}$
$X_{(n)}\frac{n+1}{n}$
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
2000
4000
6000
8000
10000



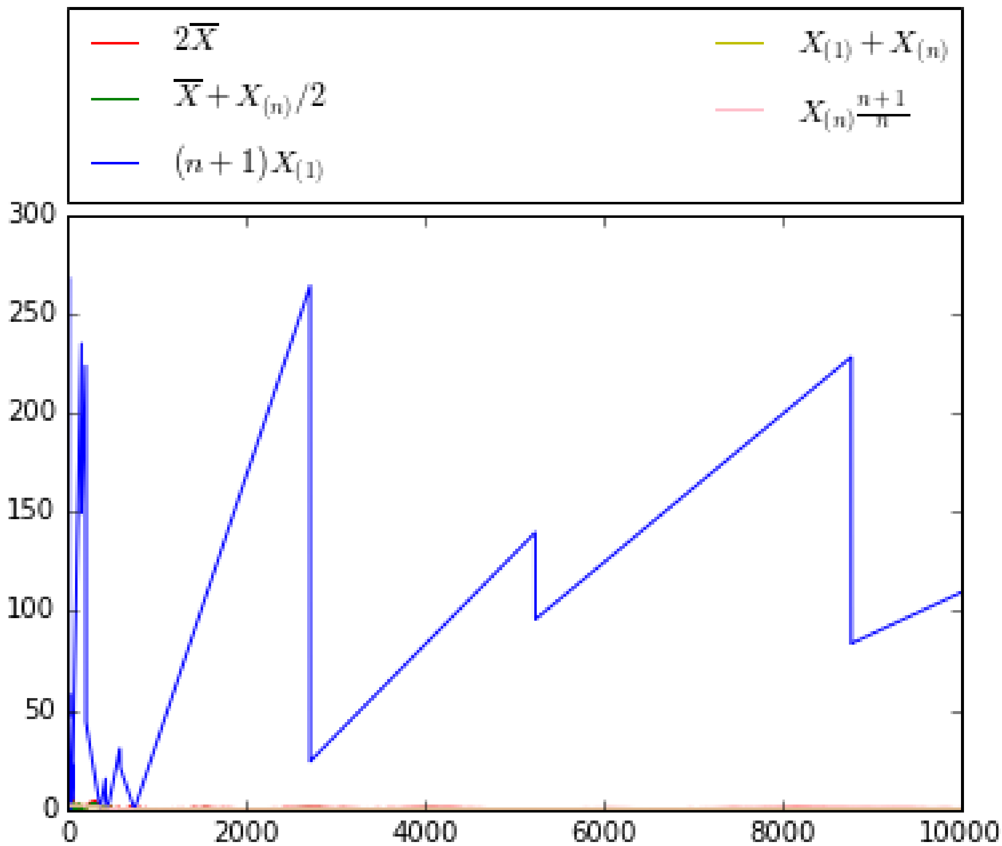

```
In [13]: Uniform(20)
```



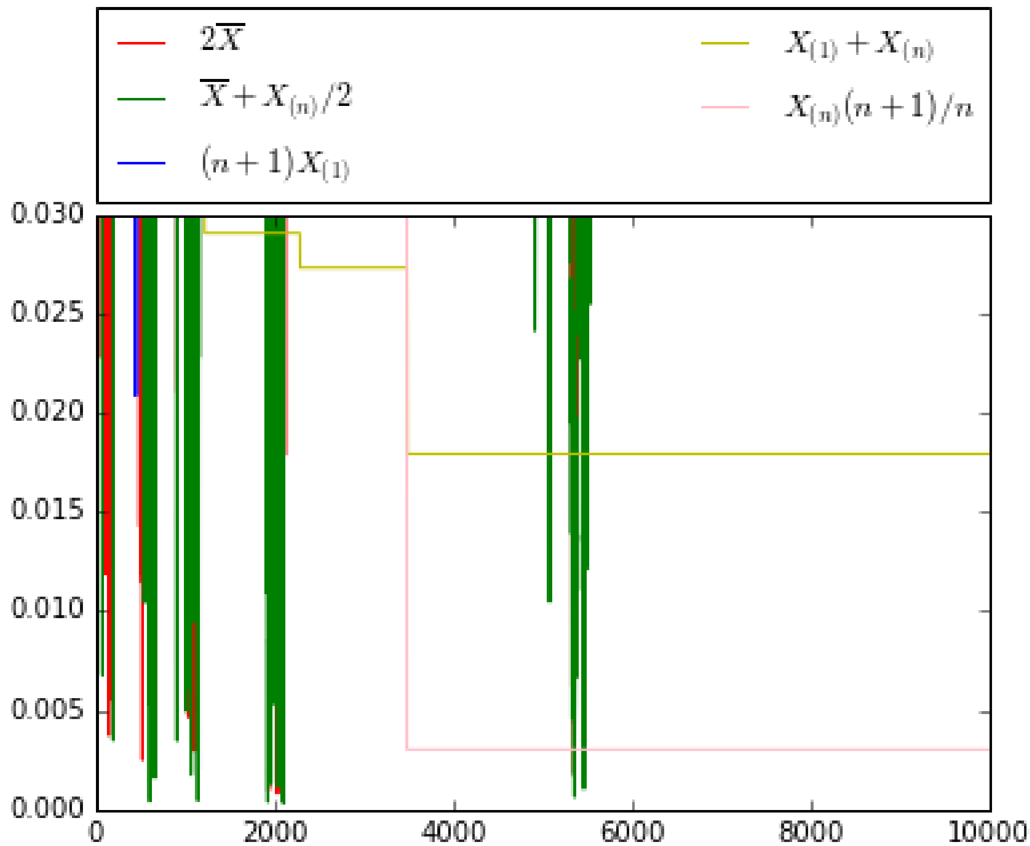
$2\overline{X}$
$\overline{X} + X_{(n)}/2$
$(n+1)X_{(1)}$
$X_{(1)} + X_{(n)}$
$X_{(n)}\frac{n+1}{n}$
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
0
2000
4000
6000
8000
10000



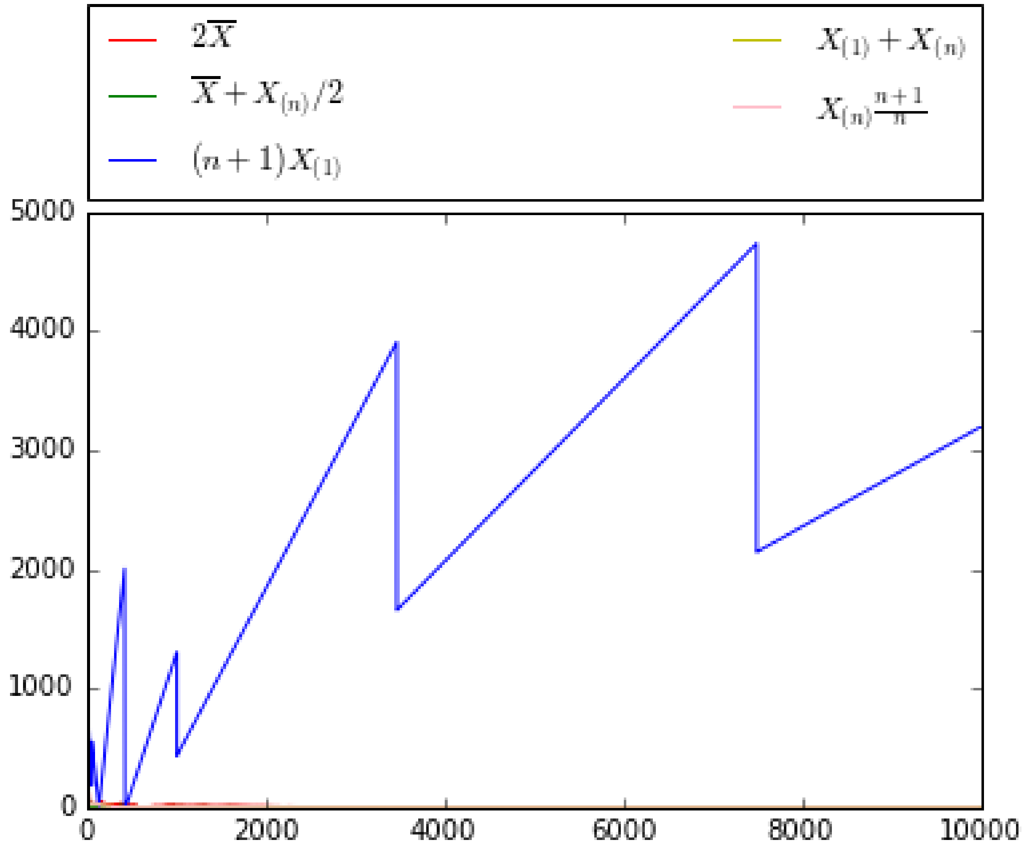

```
In [14]: Uniform(100)
```

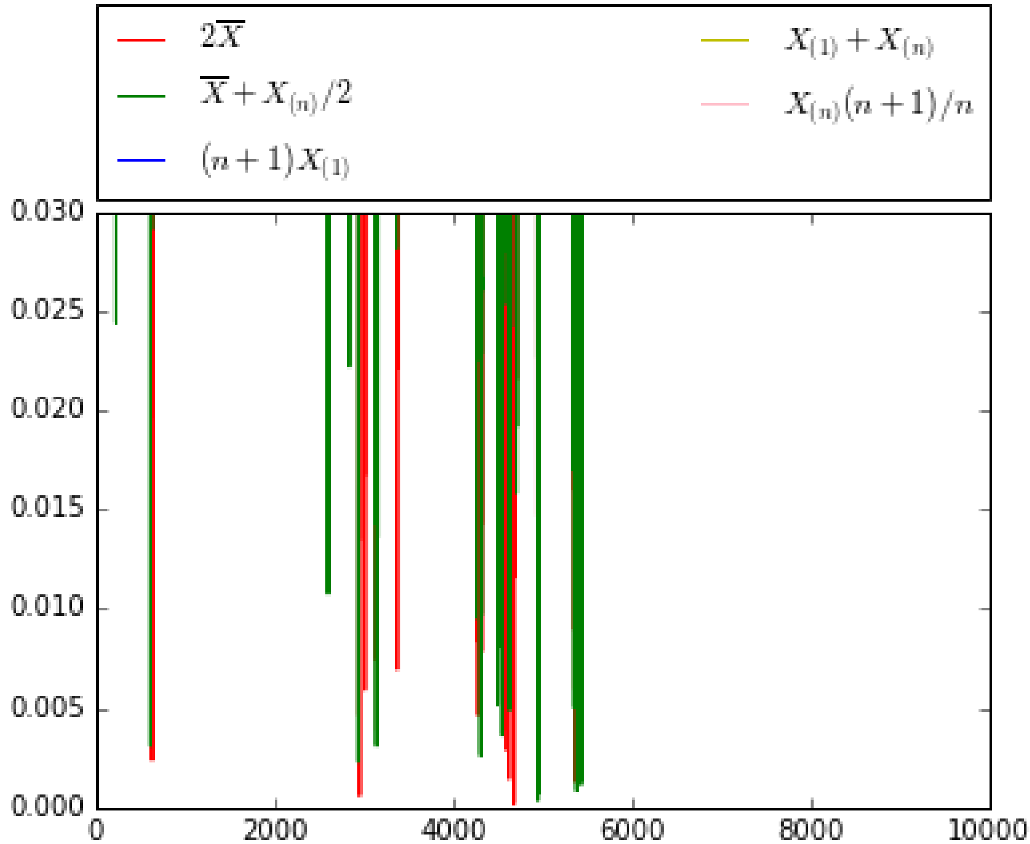


$2\overline{X}$
$\overline{X}+X_{(n)}/2$
$(n+1)X_{(1)}$
$X_{(1)}+X_{(n)}$
$X_{(n)}\frac{n+1}{n}$
300
250
200
150
100
50
0
0
2000
4000
6000
8000
10000




```
In [17]: Uniform(1000)
```


$2\overline{X}$
$\overline{X} + X_{(n)}/2$
$(n+1)X_{(1)}$
$X_{(1)} + X_{(n)}$
$X_{(n)}\frac{n+1}{n}$
5000
4000
3000
2000
1000
0
0
2000
4000
6000
8000
10000




При $\theta < 1000$ разность $\theta$ и оценки из $\{X_{(1)} + X_{(n)},\ X_{(n)}\frac{n+1}{n}\}$ на полном размере выборки всегда находится в малой окрестности нуля. При больших значениях параметра $\theta$ (порядка 1000) разность $\theta$ и оценки не всегда стремится к нулю.