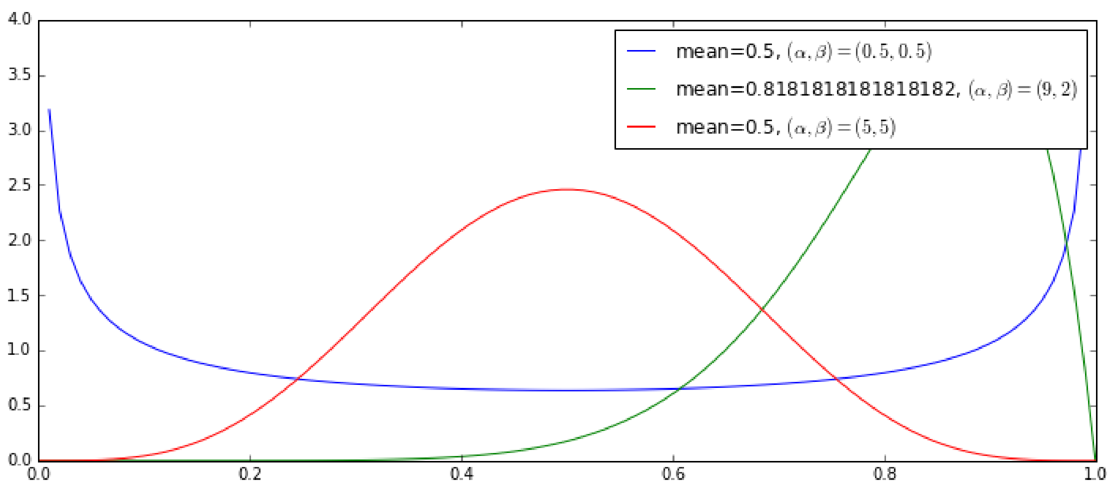
7.2

3 мая 2016 г.

1 Задача 2

In [3]:
```
%matplotlib inline
import numpy as np
import math as mt
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from pylab import *
from scipy.stats import *
```

In [55]:
```
# Массив параметров бета распределения - априорного для Бернулли
my_pr = [(0.5,0.5), (9,2), (5,5)]

plt.figure(figsize=(12,5))
# Набор значений от 0 до 1
x = linspace(0,1,100)
# Строю графики для трёх параметров
for pp in my_pr:
    plt.plot(x, beta.pdf(x,a=pp[0],b=pp[1]), \
             label='mean={}, $(\\alpha,\\beta)=({},{})$'.format(pp[0]/(pp[0]+pp[1]), pp[0], pp[1]))
plt.legend()
plt.show()
```



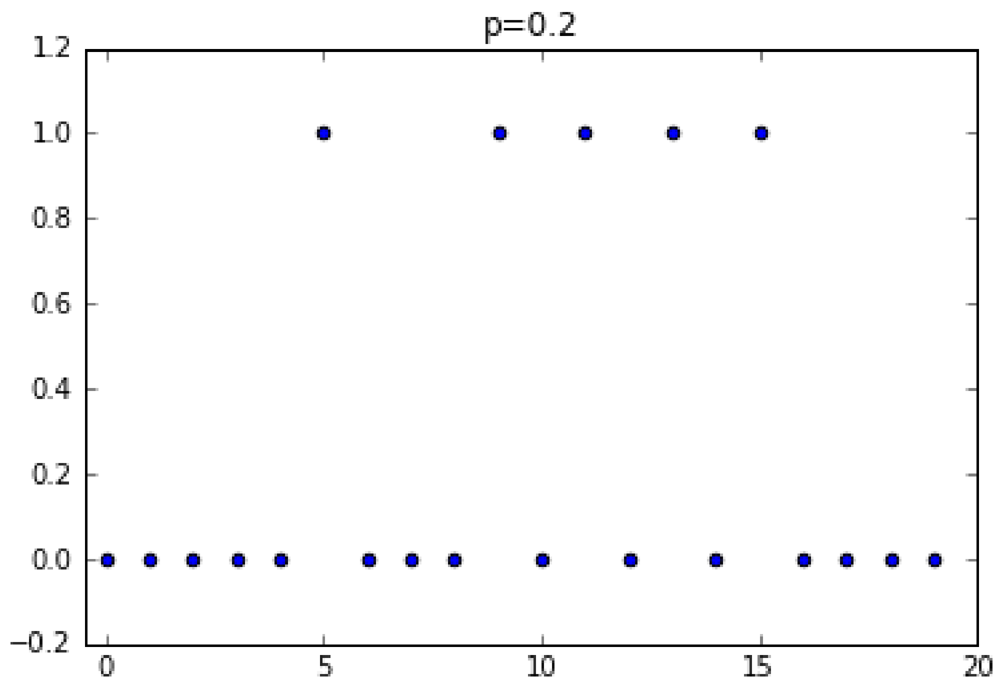
Параметры априорного распределения:

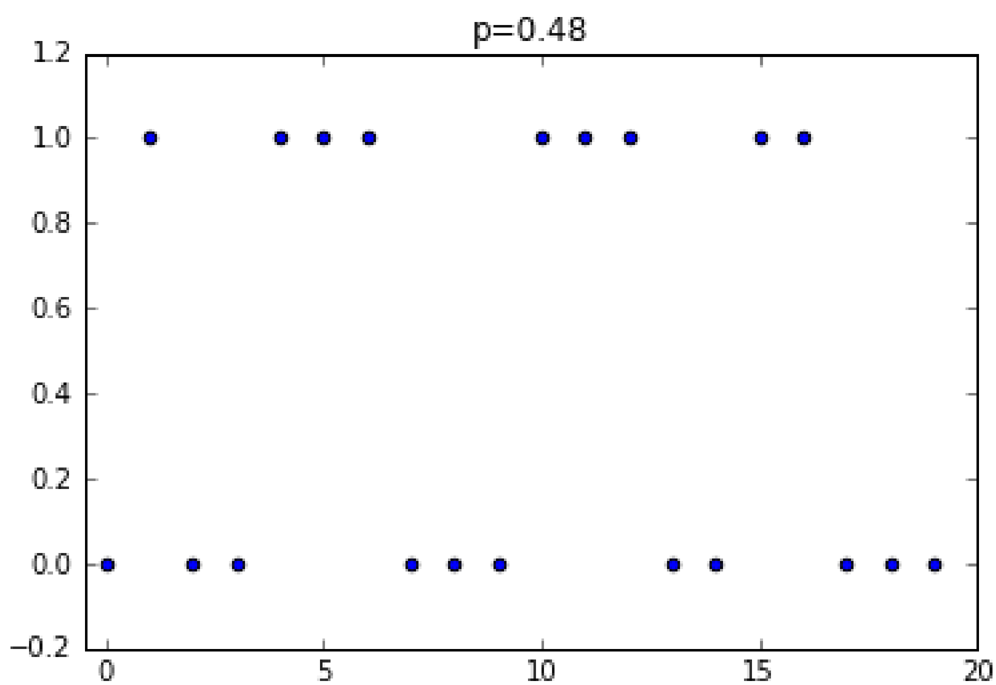
(0.5,0.5) - монета нечестная (наименее вероятны значения в окрестности 0.5)

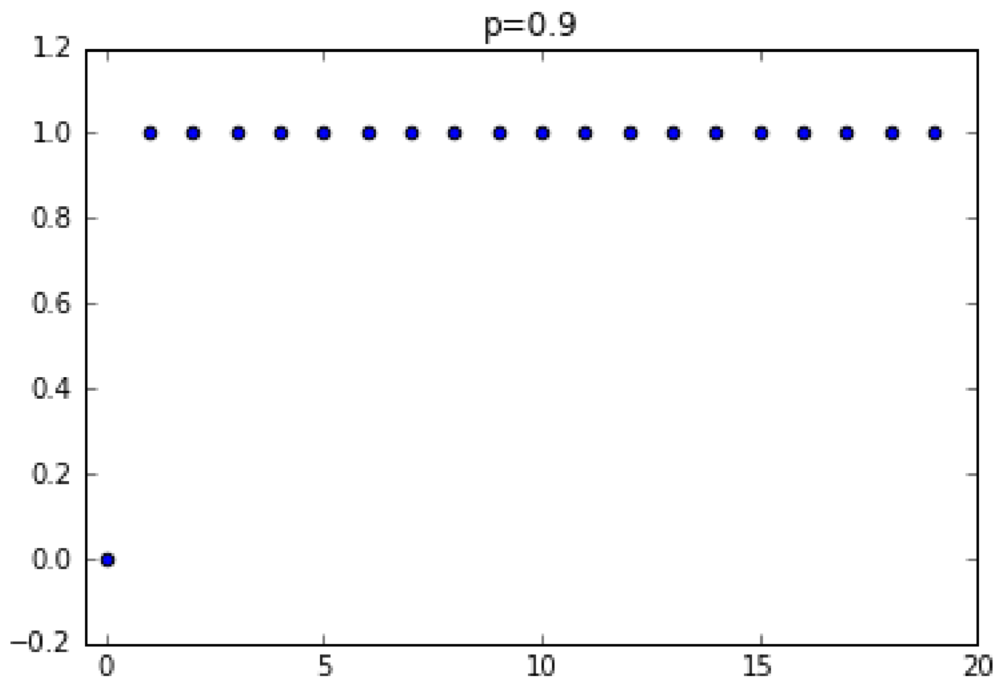
(7,2) - монета, скорее всего, нечестная, перевес в сторону герба (наиболее вероятны значения в окрестности 1)

(5,5) - монета, скорее, честна (наиболее вероятны значения в окрестности 0.5)

```
In [56]: # Набор различных p - параметров бернуллиевского распределения
         my_p = [0.2, 0.48, 0.9]
         assert len(my_p) == len(my_pr), "Длины не совпадают"

         # Количество бросков монет
         num = 20
         x = np.zeros((len(my_p), num))

         # Записываю в X исходы 20 подбрасываний монет
         # для каждого из параметров p
         for i in range(len(my_p)):
             x[i] = binom.rvs(n=1, p=my_p[i], size=num)

         # Строю графики для демонстрации подбрасывания монет
         # для разных p
         for i, it in zip(x, arange(len(x))):
             figure()
             scatter(arange(num), i)
             xlim((-0.5,num))
             title('p={}'.format(my_p[it]))
             show()
```


p=0.2
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
0
5
10
15
20


p=0.48
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
0
5
10
15
20



Математическое ожидания у распределения $Beta(\alpha, \beta)$: mean$=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$.

$\alpha = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i$, $\beta = \beta_0 + n - \sum_{i=1}^{n} x_i$.

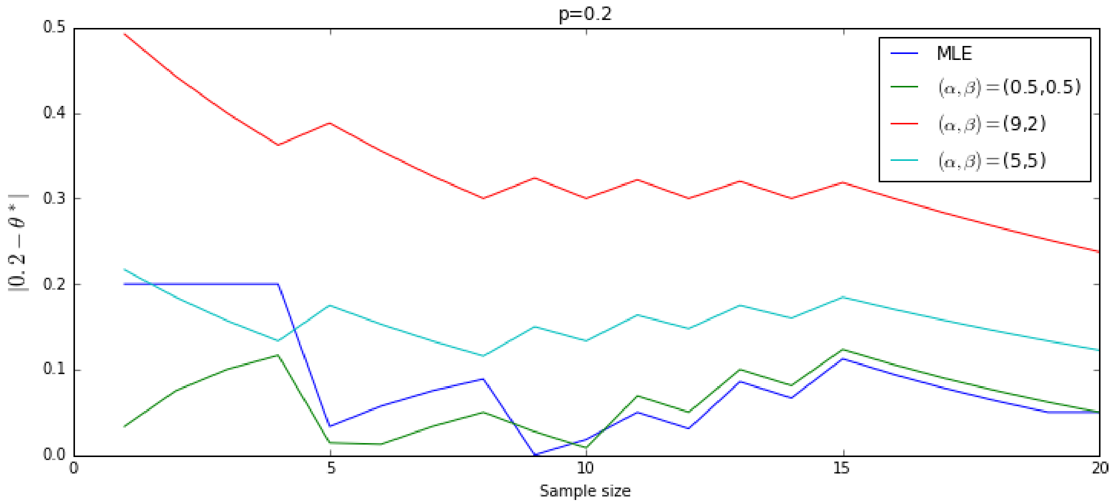
Следовательно, байесовская оценка параметра p: $\theta^* = \frac{\alpha_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i}{\alpha_0 + \beta_0 + n}$.

In [57]:
```
"""
est - массив байесовских оценок для каждого параметра априорного
распределения и для каждого параметра p

mle - массив ОМП для каждого параметра p
"""
est = np.zeros((len(my_p),len(my_p),num))
mle = np.zeros((len(my_p),num))

for i in range(len(my_p)):
    # Записываю байесовские оценки
    for k in range(len(my_p)):
        est[i][k] = [(my_pr[k][0] + sum(x[i][:(j+1)]))/(my_pr[k][0] + my_pr[k][1] + j+1)\
                    for j in range(1, num+1)]
    # Записываю ОМП, то есть выборочное среднее
    mle[i] = [mean(x[i][:(j+1)]) for j in range(1, num+1)]
```

Строю графики:

In [58]:
```
i = 0
```

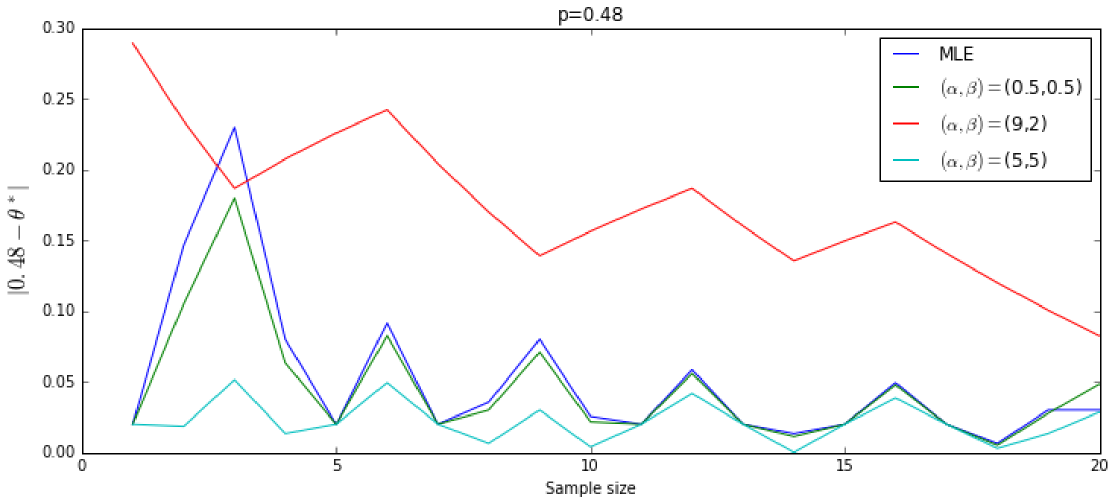
```
figure(figsize=(12,5))
# Модуль разности ОМП и истинного значения параметра p
plot(np.arange(1,num+1),abs(my_p[i]-mle[i]), label='MLE')
for j in range(len(my_p)):
    xlabel('Sample size')
    ylabel('$|{} - \\theta^*|$'.format(my_p[i]), fontsize=15)
    title('p={}'.format(my_p[i]))
    # Модуль разности байесовской оценки и истинного значения параметра p
    plot(np.arange(1,num+1),abs(my_p[i]-est[i][j]),\
        label='$(\\alpha,\\beta)=$({},{})'.format(my_pr[j][0], my_pr[j][1]))
legend()
show()
```



Монета нечестная: лучше всего параметр p оценен ОМП и априорным распределением с параметром (0.5,0.5) (монета нечестная).

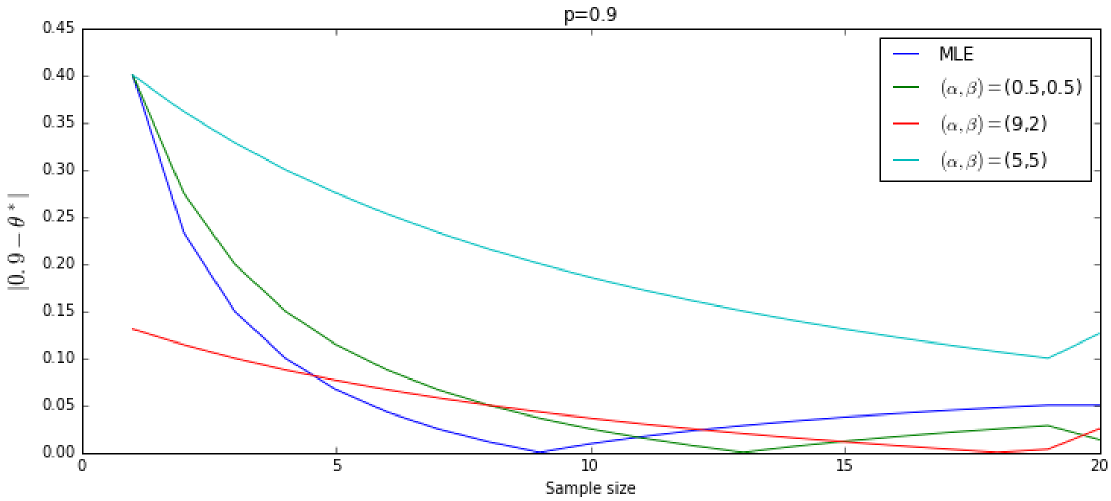
In [59]: i = 1

```
figure(figsize=(12,5))
# Модуль разности ОМП и истинного значения параметра p
plot(np.arange(1,num+1),abs(my_p[i]-mle[i]), label='MLE')
for j in range(len(my_p)):
    xlabel('Sample size')
    ylabel('$|{} - \\theta^*|$'.format(my_p[i]), fontsize=15)
    title('p={}'.format(my_p[i]))
    # Модуль разности байесовской оценки и истинного значения параметра p
    plot(np.arange(1,num+1),abs(my_p[i]-est[i][j]),\
        label='$(\\alpha,\\beta)=$({},{})'.format(my_pr[j][0], my_pr[j][1]))
legend()
show()
```



Монета скорее честная: лучше всего показали себя ОМП вместе с параметрами априорного распределения (0.5,0.5) (монета нечестная) и (5,5) (монета, скорее, честна).

In [60]:
```
i = 2

figure(figsize=(12,5))
# Модуль разности ОМП и истинного значения параметра p
plot(np.arange(1,num+1),abs(my_p[i]-mle[i]), label='MLE')
for j in range(len(my_p)):
    xlabel('Sample size')
    ylabel('$|{} - \\theta^*|$'.format(my_p[i]), fontsize=15)
    title('p={}'.format(my_p[i]))
    # Модуль разности байесовской оценки и истинного значения параметра p
    plot(np.arange(1,num+1),abs(my_p[i]-est[i][j]),\
         label='$(\\alpha,\\beta)=$({},{})'.format(my_pr[j][0], my_pr[j][1]))
legend()
show()
```



Монета, скорее всего, нечестная, перевес в сторону герба: лучшей оценкой оказалось математическое ожидание априорного распределения с параметрами (0.5,0.5) (монета нечестная) и (9,2) (монета, скорее всего, нечестная, перевес в сторону герба).

В целом, удалось правильно оценить параметр p и сделать верные выводы о честности монеты.