5 Statik

Glocken, Räder, Türen, Brücken sind Beispiele (ausgedehnter) starrer Körper, auf die im Allgemeinen mehrere Kräfte einwirken. Es ist offensichtlich unangemessen, solche Körper als Massenpunkte zu behandeln; zur Begründung genügt es, darauf hinzuweisen, dass sich ein Massenpunkt nicht drehen kann. Aber gerade Drehungen wollen wir in diesem Kapitel nicht ausser Acht lassen. Als Modellvorstellung eines ausgedehnten, drehbaren Körpers versteht man einen starren Körper, der um eine feste Achse drehbar gelagert ist. In diesem Sinne gehören also Glocken, Räder, Türen zu den Hebeln.

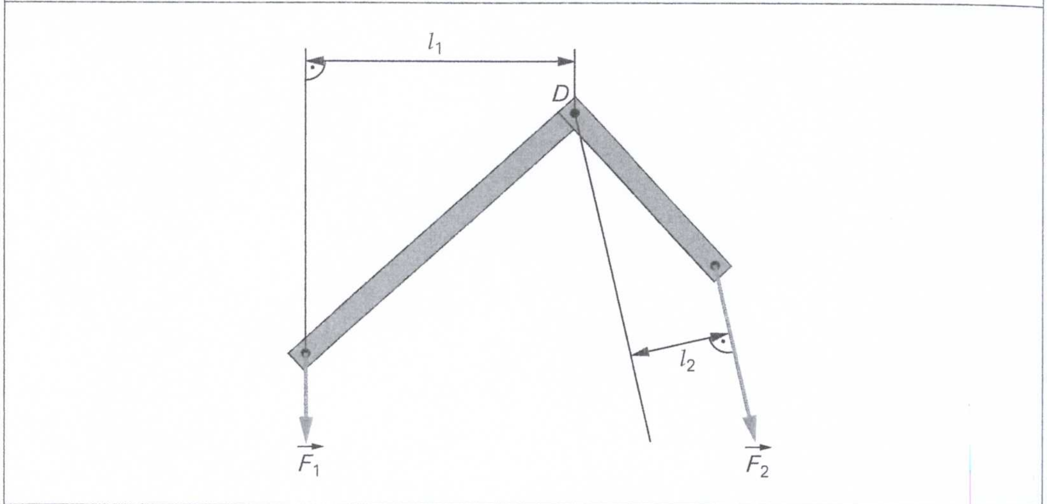
5.1 Hebel, Hebelgesetz und Drehmoment

Hebelgesetz

Das **Hebelgesetz** besagt, dass sich der (masselose) Hebel im Gleichgewicht befindet, wenn «Last mal Lastarm = Kraft mal Kraftarm» gilt:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

Hebelarm: Man versteht unter dem «Hebelarm einer Kraft» den Abstand ihrer Wirkungslinie vom Drehpunkt (also nicht den Abstand des Angriffspunkts der Kraft vom Drehpunkt).



Hebelarm

Statt von Lastarm und Kraftarm spricht man oft einfach von **Hebelarm**; man versteht darunter den Abstand einer Wirkungslinie von der Drehachse. Die Wirkungslinie der Kraft ist dabei die Gerade, auf der der Kraftvektor liegt.

Die Einzelkräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ versuchen, den Hebel um seine Drehachse zu drehen. Das Hebelgesetz sagt, dass das Produkt aus Kraft und Hebelarm ein Mass für die Drehwirkung einer Kraft ist. Man bezeichnet es als **Drehmoment**. Drehmomente werden also durch Kräfte verursacht, die im Abstand l zum Drehpunkt D an einem starren Körper angreifen.

Wir beschränken uns auf Kräfte, die in einer Ebene senkrecht zur Drehachse liegen. Zeichnerisch identifizieren wir diese Ebene im Allgemeinen mit der Blattebene. Auf der Zeichnung erscheint dann die Drehachse als Punkt. Daher sprechen wir hie und da auch von Drehpunkt anstelle von Drehachse.

Drehmoment

Wir werden später sehen, dass das Drehmoment ein Vektor ist. Merken wir uns vorläufig die Definitionsgleichung für den Betrag des Drehmoments:

Unter dem **Drehmoment** M einer Kraft $\vec{F}$ verstehen wir das Produkt aus dem Betrag F der Kraft und dem zugehörenden Hebelarm l:

$$M = F \cdot l$$

Aus der Definitionsgleichung folgt für die Einheit des Drehmoments: 1 Nm.

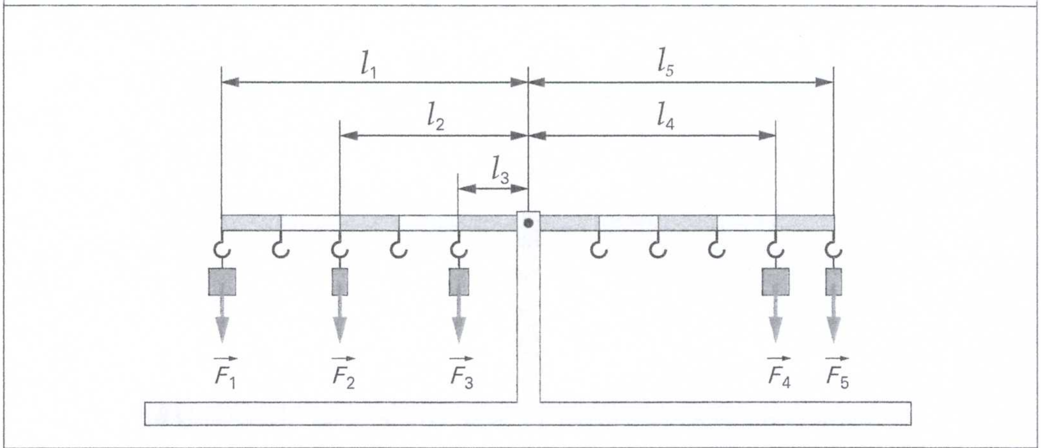
Das Drehmoment $M_1 = F_1 \cdot l_1$ versucht, den Hebel in unserem Beispiel im Gegenuhrzeigersinn zu drehen. Das Drehmoment $M_2 = F_2 \cdot l_2$ dagegen versucht, den Hebel im Uhrzeigersinn zu drehen. Das Hebelgesetz kann deshalb auch wie folgt formuliert werden:

Am Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn das im Gegenuhrzeigersinn wirkende Drehmoment gleich dem im Uhrzeigersinn wirkenden Drehmoment ist:

$$M_1 = M_2$$

Das Gesetz behält sinngemäss seine Gültigkeit, wenn am Hebel mehrere Kräfte angreifen: Es ist dann einfach, die Summe der Drehmomente zu bilden (separat für den Uhrzeigersinn und den Gegenuhrzeigersinn).

Fünf Drehmomente: Bei mehreren Kräften am Hebel ist die Summe der Drehmomente zu bilden.



Gleichgewicht

Der abgebildete Hebel ist im **Gleichgewicht**, wenn die folgende Drehmomentengleichung erfüllt ist: Summe der Drehmomente im Gegenuhrzeigersinn = Summe der Drehmomente im Uhrzeigersinn:

$$M_1 + M_2 + M_3 = M_4 + M_5$$

$$F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2 + F_3 \cdot l_3 = F_4 \cdot l_4 + F_5 \cdot l_5$$

Allgemeiner können wir formulieren: An einem Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn die Summe aller im Uhrzeigersinn wirkenden Drehmomente gleich der Summe aller gegen den Uhrzeigersinn wirkenden Drehmomente ist.

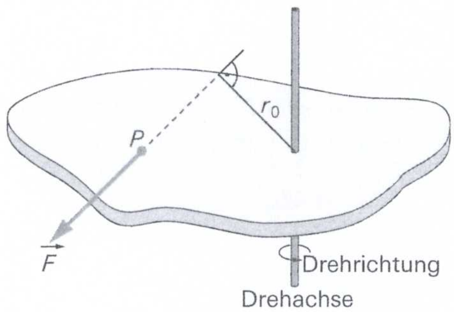
Hinweis

Die Einheit 1 Nm für das Drehmoment 1 Nm ist auch die Einheit der Arbeit. Trotzdem sind das Drehmoment M und die Arbeit W zwei völlig verschiedene physikalische Grössen. Um den Unterschied zu verdeutlichen, wird die Bezeichnung 1 J (Joule) = 1 Nm nur für die Arbeit — nicht aber für das Drehmoment — verwendet.

5.2 Das Drehmoment als Vektor

Der für den Hebel entwickelte Begriff des Drehmoments soll jetzt verallgemeinert werden. Wir betrachten dazu einen starren Körper, der um eine feste Achse, die Drehachse, drehbar sein soll; es handelt sich also um einen Hebel!

Eine Kraft wirkt auf einen starren Körper: Der Kraftvektor erzeugt ein Drehmoment.

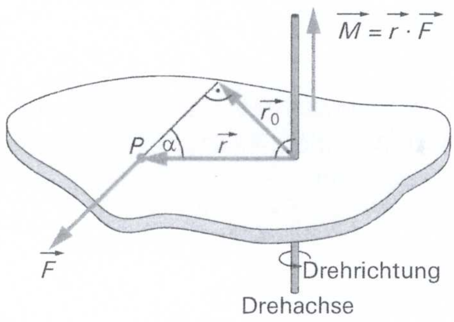


An diesem Körper greife im Punkt P eine Kraft $\vec{F}$ an, die in einer zur Drehachse senkrecht verlaufenden Ebene liegt. Diese Kraft bewirkt eine Dreh- oder Rotationsbewegung des Körpers. Die Drehwirkung hängt nicht nur von dem Betrag der Kraft $\vec{F}$, sondern auch von dem Abstand r_0 der Drehachse von der Wirkungslinie der Kraft ab. $\vec{F}$ erzeugt ein Drehmoment mit dem Betrag:

$$M = F \cdot r_0$$

Wir können M aber auch durch den Abstand r des Angriffspunkts P von der Drehachse ausdrücken. Die Abbildung zeigt uns, wie r_0 und r zusammenhängen.

Drehmoment mit Ortsvektor



Aus $\sin\alpha = r_0/r$ folgt:

$$r_0 = r\sin\alpha$$

Dabei bezeichnet α den Winkel, den die Vektoren $\vec{r}$ und $\vec{F}$ miteinander einschliessen. Somit gilt:

$$M = rF\sin\alpha$$

Drehmomentvektor

Es fällt uns auf, dass die rechte Seite der Gleichung ($Fr\sin\alpha$) den Betrag des Vektors $\vec{r} \times \vec{F}$ (= Vektorprodukt von $\vec{r}$ und $\vec{F}$) darstellt. Schon aus diesem Grund ist es naheliegend, das Drehmoment gerade als diesen Vektor zu definieren, als Drehmomentvektor:

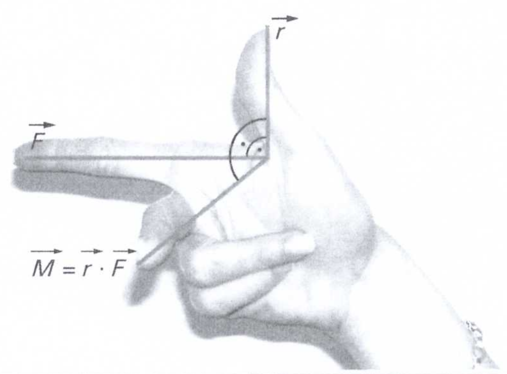
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Diese Definition hat aber auch noch einen weiteren wesentlichen Vorteil: Der Vektor $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ hat nicht nur den «richtigen» Betrag ($Fr\sin\alpha$), sondern ändert je nach der Drehwirkung der Kraft $\vec{F}$ seinen Richtungssinn. Aufgrund der mathematischen Definition des Vektorprodukts gilt nämlich:

- Der Vektor $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ steht senkrecht auf $\vec{r}$ und $\vec{F}$. Da wir vorausgesetzt haben, dass $\vec{F}$ in einer zur Drehachse senkrechten Ebene liegt, ist $\vec{M}$ parallel zur Drehachse. Zeigt er nach oben oder nach unten?
- Der Richtungssinn von $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ ist durch die Dreifingerregel der rechten Hand festgelegt: Wenn der Daumen in Richtung des Vektors $\vec{r}$ und der Zeigefinger in Richtung des Vektors $\vec{F}$ zeigt, gibt der Mittelfinger die Richtung des Vektors $\vec{M}$ an.

Dreifingerregel

Die Dreifingerregel der rechten Hand: Für den gezeichneten Fall ergibt sich ein nach oben gerichteter Vektor. Blickt man in dieser Richtung, so dreht sich der Körper rechts herum, also im Uhrzeigersinn.



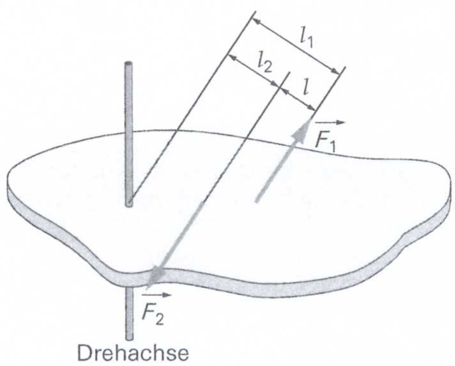
5.3 Das Kräftepaar

Wirkungslinie

Zwei antiparallele Kräfte mit dem gleichen Betrag und verschiedenen Wirkungslinien werden als **Kräftepaar** bezeichnet.

Was ist die Wirkung eines Kräftepaars auf einen Hebel? Die Kräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ des Kräftepaars seien in einer zur Hebelachse senkrechten Ebene.

Ein Kräftepaar erzeugt ein Drehmoment



Die Kräfte $\vec{F_1}$ und $\vec{F_2}$ bewirken die Drehmomente $\vec{M_1}$ und $\vec{M_2}$ mit den Beträgen:

$$M_1 = F_1 \cdot l_1$$

$$M_2 = F_2 \cdot l_2$$

Die Vektoren $\overrightarrow{M_1}$ und $\overrightarrow{M_2}$ stehen auf der Zeichenebene und damit auf der Ebene des Kräftepaars senkrecht, und zwar ist $\overrightarrow{M_1}$ nach oben und $\overrightarrow{M_2}$ nach unten gerichtet, d. h., $\overrightarrow{M_1}$ und $\overrightarrow{M_2}$ sind antiparallel.

Das resultierende Drehmoment $\vec{M}$ ist:

$$\vec{M} = \overrightarrow{M_1} + \overrightarrow{M_2}$$

Der Vektor $\vec{M}$ steht auf der von dem Kräftepaar bestimmten Ebene senkrecht.

Für den Betrag dieses Vektors, d. h. für den Betrag des von dem Kräftepaar bewirkten Drehmoments $\vec{M}$, ergibt sich (weil $\overrightarrow{M_1}$ und $\overrightarrow{M_2}$ antiparallel sind):

$$M = M_1 - M_2 = l_1F_1 - l_2F_2 = l_1F_1 - l_2F_1 = (l_1 - l_2)F_1 = lF_1$$

Die Grösse l wird als der Arm des Kräftepaars bezeichnet; es handelt sich dabei um den Abstand der Wirkungslinien der beiden Kräfte.

Aus den vorstehenden Überlegungen geht hervor, dass der Betrag des resultierenden Drehmoments unabhängig ist von der Lage des Kräftepaars bezüglich der dazu senkrechten Drehachse; ferner können die Kräfte $\overrightarrow{F_1}$ und $\overrightarrow{F_2}$ längs ihrer Wirkungslinie beliebig verschoben werden, ohne dass das Drehmoment sich ändert.

5.4 Starrer Körper und Drehmoment

Starrer Körper

Bis jetzt haben wir nur Körper mit einer Drehachse, sog. Hebel, betrachtet. Wir haben gesehen, dass hier die drehende Wirkung der angreifenden Kräfte durch ihr Drehmoment bezüglich der Drehachse erfasst werden kann.

Eine Brücke auf ihren Pfeilern, eine angestellte Leiter sind Beispiele von Körpern, die keine (erkennbare) Drehachse haben und die sich daher nicht ohne Weiteres unter die Hebel einreihen lassen. Wir wollen nun auch solche Körper betrachten. Da wir voraussetzen, sie sollen nicht deformierbar sein, nennen wir sie kurz «starre Körper».

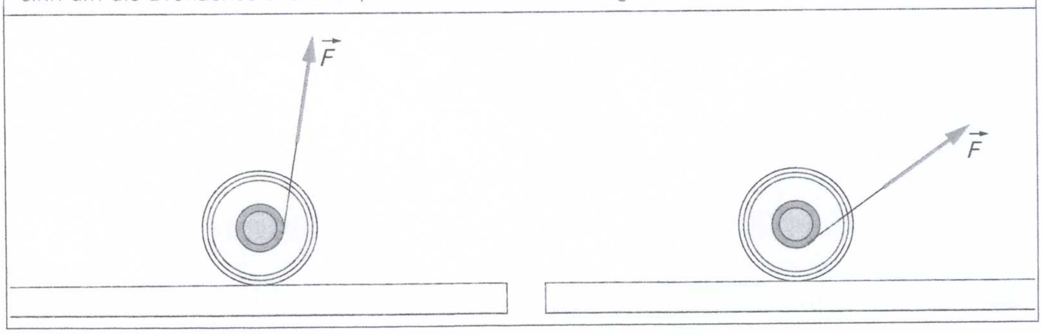
Unter einem **starren Körper** verstehen wir einen nicht deformierbaren Körper, der im Allgemeinen keine Drehachse hat.

Es fragt sich nun, wie sich ein starrer Körper unter dem Einfluss von Kräften bewegt.

Beispiel

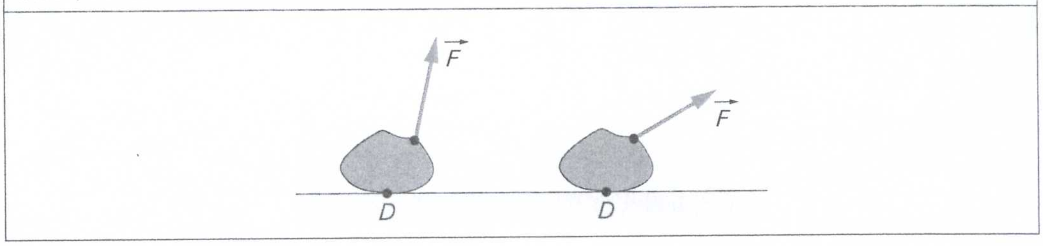
Eine Garnrolle wird auf einen Tisch gelegt und dann wird in verschiedenen Richtungen am Faden gezogen. Versuche zeigen, dass für die beiden abgebildeten Zugrichtungen die Garnrolle auf verschiedene Seiten rollt.

Die Garnrolle rollt auf verschiedene Seiten: Im Fall links wird sich die Rolle gegen den Uhrzeigersinn um die Drehachse D drehen, im Fall rechts im Uhrzeigersinn.

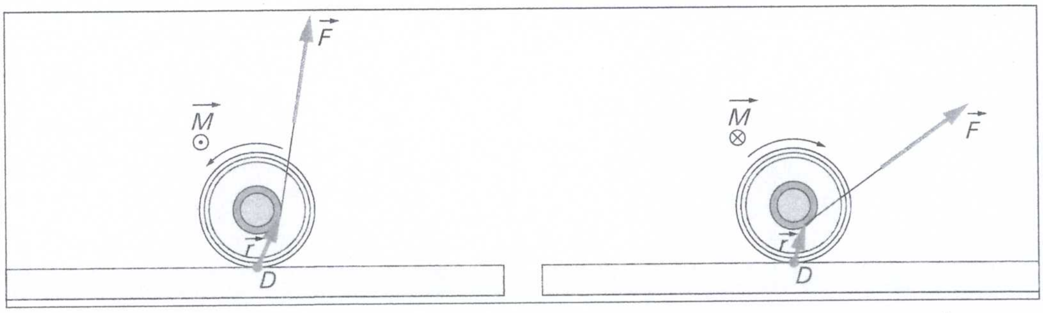


Wir sind natürlich sehr erstaunt über diesen Versuchsausgang, sind wir doch gefühlsmässig überzeugt, die Kraft erzeuge beide Male ein Drehmoment im Gegenuhrzeigersinn. Die Erklärung ergibt sich aus der Tatsache, dass hier die Drehachse nicht – wie irrtümlich angenommen wird – die Symmetrieachse der Rolle, sondern die Berührungslinie der Rolle mit dem Boden ist. Wir erkennen unseren Irrtum sofort, wenn wir die Garnrolle z. B. durch einen unregelmässig geformten Stein ersetzen:

Betrachten wir das Drehmoment der Kraft $\vec{F}$ bezüglich der Drehachse D, so erhalten wir im Fall links einen Drehmomentvektor, der senkrecht aus der Blattebene heraus gegen uns schaut, rechts einen, der senkrecht in die Blattebene hinein schaut.



Dieses Ergebnis wird nun bei der Garnrolle auch durch die Dreifingerregel bestätigt: Grafisch erfassen wir diesen Sachverhalt durch das Symbol ⊙ (mit dem Punkt deuten wir die gegen uns gerichtete Pfeilspitze an).



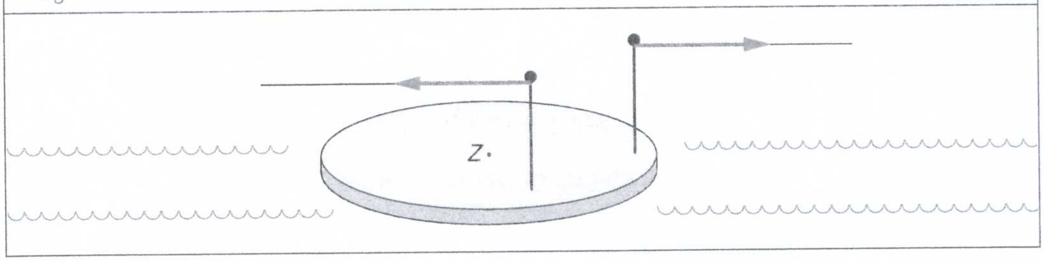
Im Fall rechts ist es gerade umgekehrt: Unser Mittelfinger, d. h. der Drehmomentvektor $\vec{M}$, schaut von uns weg, senkrecht in die Blattebene hinein (wir zeichnen ⊗, die Hinterseite eines Pfeils); die Rolle dreht bezüglich der Richtung von $\vec{M}$ im Uhrzeigersinn, also nach rechts.

Beispiel

Eine Korkscheibe schwimmt auf Wasser und ist daher auf der Wasseroberfläche nahezu frei beweglich.

Korkscheibe auf Wasser: Zwei Fäden sind an eingesteckten Stecknadeln auf der Scheibe befestigt. Aus Erfahrung wissen wir, dass sich die Scheibe dreht, falls man an den beiden Fäden kurze Zeit in entgegengesetzter Richtung gleich stark zieht.

Frage: Um welche Achse dreht sich die Scheibe?



Aus dem vorangehenden Abschnitt wissen wir: Die beiden Kräfte bilden ein Kräftepaar. Hätte die Scheibe irgendwo eine feste, lotrechte Drehachse, so würde das Kräftepaar – unabhängig von der Lage dieser Drehachse – ein Moment mit dem Betrag $M = lF$ bezüglich dieser Drehachse erzeugen. Für unseren Fall zeigt nun das Experiment, dass sich die Scheibe um eine Drehachse durch ihren Schwerpunkt dreht, ganz egal, wo die Nadeln eingesteckt sind.

Allgemeingültiges Resultat

Wenn ein Kräftepaar an einem frei beweglichen starren Körper angreift, so erfolgt die Drehung immer um die durch den Schwerpunkt des Körpers gehende, auf der Ebene des Kräftepaars senkrecht stehende Achse.

5.5 Die Bewegung eines starren Körpers

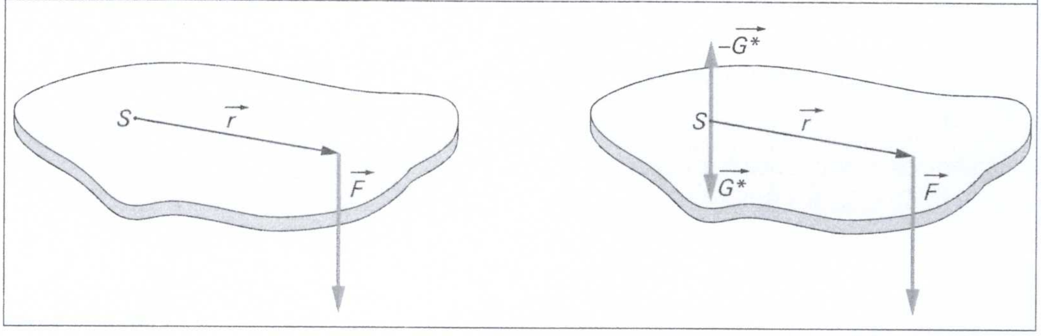
Bewegung starrer Körper

Wie bewegt sich ein starrer Körper unter dem Einfluss einer oder mehrerer Kräfte?

An einem frei beweglichen starren Körper mit dem Schwerpunkt S soll eine Kraft $\vec{F}$ angreifen, deren Wirkungslinie nicht durch den Schwerpunkt geht. Um übersehen zu können, welche Bewegung der starre Körper unter dem Einfluss dieser Kraft ausführt, nehmen wir zwei im Punkt S angreifende Hilfskräfte $\vec{G}$ und $-\vec{G}$ hinzu, die so beschaffen sind, dass:

- $\vec{G}$ parallel zu $\vec{F}$
- $G = F$

Hilfskräfte: Die beiden Hilfskräfte heben einander auf und beeinflussen deshalb die von dem starren Körper ausgeführte Bewegung nicht.



Die beiden Kräfte $\vec{F}$ und $-\vec{G}$ bilden ein Kräftepaar; sie bewirken eine Drehbewegung des starren Körpers um eine Achse durch S, die senkrecht auf der durch $\vec{G}$ und $-\vec{G}$ gebildeten Ebene steht. Das vom Kräftepaar erzeugte Drehmoment $\vec{M}$ ist gleich dem Drehmoment von $\vec{F}$ bezüglich dieser Achse, denn $-\vec{G}$ hat ja bezüglich dieser Achse das Drehmoment $\vec{0}$.

Also gilt: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Die im Schwerpunkt S angreifende Kraft $\vec{G}$ verursacht eine beschleunigte, fortschreitende Bewegung des Schwerpunkts.

Es ergibt sich also: Wenn an einem frei beweglichen starren Körper eine nicht durch den Schwerpunkt gehende Kraft angreift, so führt der Körper eine Bewegung aus, die sich zusammensetzt aus

- einer Drehung um eine Achse durch den Schwerpunkt und
- einer gleichzeitigen fortschreitenden Bewegung des Schwerpunkts.

Nun kann auch gesagt werden, wie sich ein frei beweglicher starrer Körper, an dem mehrere Kräfte angreifen, bewegt. Dabei wollen wir nur den Fall betrachten, bei dem alle angreifenden Kräfte komplanar sind, d. h., in der gleichen Ebene liegen. Jede dieser Kräfte kann, wie oben gezeigt, durch ein Kräftepaar und eine am Schwerpunkt angreifende Einzelkraft ersetzt werden. Die sich dabei ergebenden Kräftepaare lassen sich zu **einem einzigen resultierenden Kräftepaar** vereinigen, und die sich ergebenden Einzelkräfte können ebenfalls zu einer resultierenden, durch den Schwerpunkt gehenden **Einzelkraft** zusammengesetzt werden.

Es gilt daher: Wenn an einem frei beweglichen starren Körper mehrere komplanare Kräfte angreifen, so können diese im Allgemeinen durch ein resultierendes Kräftepaar und eine resultierende Einzelkraft ersetzt werden:

- Das Kräftepaar bewirkt eine Drehbewegung des Körpers um eine Achse durch seinen Schwerpunkt.
- Die Einzelkraft verursacht eine fortschreitende beschleunigte Bewegung des Schwerpunkts.

Es kann in Sonderfällen vorkommen, dass nur ein Kräftepaar oder nur eine Einzelkraft entstehen. Dann führt der Körper eben nur eine Drehbewegung oder nur eine fortschreitende beschleunigte Bewegung aus.

5.6 Die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen

Gleichgewichtsbedingungen

Am Schluss des vorangehenden Kapitels haben wir untersucht, wie sich ein starrer Körper unter der Einwirkung von komplanaren Kräften bewegt. Damit haben wir natürlich gleichzeitig die Bedingungen für Gleichgewicht, d. h. für Ruhe, hergeleitet: Wir müssen einfach dafür sorgen, dass der Schwerpunkt des Körpers in Ruhe bleibt und dass der Körper sich nicht um eine Achse durch den Schwerpunkt dreht.

Das ergibt die zwei folgenden Bedingungen:

- Damit der Schwerpunkt in Ruhe bleibt, muss die Summe aller angreifenden, in den Schwerpunkt parallel verschobenen Kräfte $\vec{0}$ sein. Bezeichnen wir die angreifenden Kräfte mit $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, ... und die entsprechenden in den Schwerpunkt verschobenen mit $\vec{G_1}$, $\vec{G_2}$, ..., so lautet diese erste Bedingung: $\vec{G_1} + \vec{G_2} + \ldots = 0$, kurz:

$$\sum \vec{G_i} = \vec{0}$$

- Damit sich der Körper nicht um seinen Schwerpunkt dreht, muss die Summe aller Drehmomente bezüglich des Schwerpunkts $\vec{0}$ sein. Bezeichnen wir die durch $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, ... erzeugten Drehmomente mit $\vec{M_1}$, $\vec{M_2}$, ..., so lautet die zweite Bedingung $\vec{M_1} + \vec{M_2} + \ldots = \vec{0}$, kurz:

$$\sum \vec{M_i} = \vec{0}$$

Zu dieser Bedingung ist noch die folgende Bemerkung wichtig: Die Drehmomente $\vec{M_1}$, $\vec{M_2}$, ... sind aus Kräftepaaren $\vec{F_1}$ und $-\vec{G_1}$, $\vec{F_2}$ und $-\vec{G_2}$, ... entstanden und daher unabhängig von der Bezugsachse. Ist daher die Summe der Drehmomente aller angreifenden Kräfte bezüglich des Schwerpunkts $\vec{0}$, so ist auch die Summe der Drehmomente bezüglich einer beliebigen anderen Achse $\vec{0}$.

Fassen wir zusammen: Damit ein starrer Körper im Gleichgewicht ist, müssen die folgenden zwei Bedingungen erfüllt sein:

- Die Summe aller in den Körperschwerpunkt parallel verschobenen Kräfte ist null:

$$\sum \vec{G_i} = \vec{0}$$

- Die Summe der Drehmomente aller angreifenden Kräfte bezüglich einer beliebigen Achse ist null:

$$\sum \vec{M_i} = \vec{0}$$

Spezialfälle:

- Ein Hebel ist schon im Gleichgewicht, wenn die Summe aller Drehmomente bezüglich der Drehachse $\vec{0}$ ist (wenn also die 2. Bedingung allein erfüllt ist):

$$\sum \vec{M_i} = \vec{0}$$

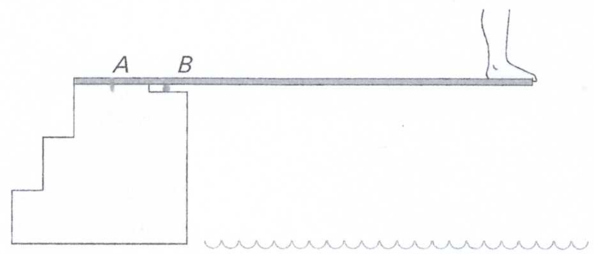
- Ein Massenpunkt ist in Ruhe (oder in gleichförmiger Bewegung!), wenn die 1. Bedingung erfüllt ist:

$$\sum \vec{G_i} = \vec{0}$$

Lösungsschema für Gleichgewichtsbedingung

Beispiel

Belastetes Sprungbrett: Die Abbildung zeigt uns ein einfaches Sprungbrett von der Seite.



An der Stelle B liegt es auf einer (evtl. verstellbaren) Walze auf; an der Stelle A ist es mit Schrauben oder dgl. auf der Unterlage befestigt. Steht nun eine Springerin C auf dem ausragenden Brettende, so müssen die Schrauben eine gewisse Kraft $\vec{F_A}$ auf das Brett ausüben, damit es nicht um B dreht. Und die Walze muss das Brett mit einer gewissen Kraft $\vec{F_B}$ unterstützen, damit es sich nicht umgekehrt um A dreht. Für den Konstrukteur des Sprungbretts ist es nun wichtig zu wissen, wie gross $\vec{F_A}$ und $\vec{F_B}$ sind; denn danach muss er die Abmessungen der Schrauben und der Walze ausrichten.

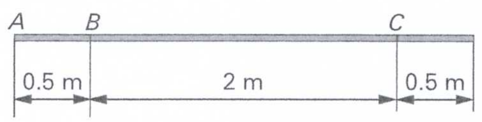
Lösung (Musterlösung eines statischen Problems am starren Körper):

Gewisse Aufgaben werden vorteilhafterweise mit einem einheitlichen Lösungsschema bearbeitet. Das ist auch bei den Statikaufgaben möglich: Zuerst muss man sich allerdings entscheiden, mit welchem Modell der fragliche Körper behandelt werden soll. Beim Sprungbrett sind die Modelle «Massenpunkt» und «Hebel» offensichtlich unangemessen; wir betrachten daher das Sprungbrett als «starren Körper».

Lösungsschema:

1. Zeichnung

Die Zeichnung soll alle belangvollen Einzelheiten, z. B. die Abmessungen, enthalten.

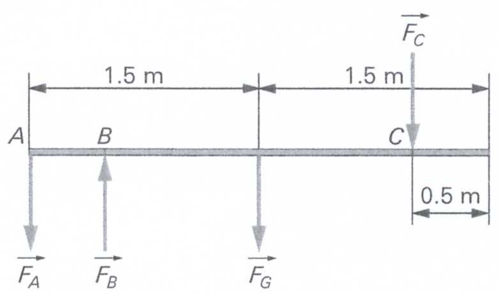


Ferner wollen wir hier die gegebenen Grössen zusammenstellen:

- Masse des Bretts: $m = 50\,\text{kg}$
- Masse des Springers: $m_C = 65\,\text{kg}$
- Abmessungen des Bretts in m

2. Kräfte einzeichnen

Sodann zeichnen wir den prinzipiellen Verlauf der Kraftvektoren ein; auf Massstäblichkeit müssen wir in diesem Lösungsstadium naturgemäss verzichten.



Gegeben sind die Lage und der Betrag von Gewichtskraft $\vec{F_G}$ des Bretts und des Springers $\vec{F_C}$: $F_G = mg = 500\,\text{N}$, $F_C = m_C g = 650\,\text{N}$. Gesucht sind F_A und F_B.

3. Gleichgewichtsbedingungen

$\Sigma\vec{G}_i = \vec{0}$: Da alle Kräfte parallel sind, können wir diese Bedingung gleich betragsmässig formulieren:

$$F_A - F_B + F_G + F_C = 0$$

$$F_A - F_B + 500\ \text{N} + 650\ \text{N} = 0$$

$$F_A - F_B = -1150\ \text{N}$$

$\Sigma\vec{M}_i = \vec{0}$: Es ist natürlich, aber nicht obligatorisch, die Drehmomente bezüglich B zu betrachten. Auch hier können wir uns auf die Beträge der Drehmomente konzentrieren, denn die Drehmomentvektoren stehen ja alle auf der Blattebene senkrecht; die Vektoren der links- und rechtsdrehenden Momente unterscheiden sich einfach durch ihren Richtungssinn.

- $\vec{F}_A$ erzeugt ein Drehmoment mit dem Betrag: $M_A = 0.5\ \text{m} \cdot F_A$
- $\vec{F}_B$ erzeugt ein Drehmoment mit dem Betrag 0
- $\vec{F}_G$ hat bezüglich B ein Drehmoment mit dem Betrag:
- $M_G = 1\ \text{m} \cdot F_G = 1\ \text{m} \cdot 500\ \text{N} = 500\ \text{Nm}$

Schliesslich hat das Drehmoment:

- $M_C = 2\ \text{m} \cdot F_C = 2\ \text{m} \cdot 650\ \text{N} = 1300\ \text{Nm}$

In der Drehmomentensumme müssen wir jetzt einfach die links- und rechtsdrehenden Momente durch ein Vorzeichen voneinander unterscheiden:

$$M_A - M_G - M_C = 0$$

$$0.5\ \text{m} \cdot F_A - 500\ \text{Nm} - 1300\ \text{Nm} = 0$$

$$0.5\ \text{m} \cdot F_A = 1800\ \text{Nm}$$

4. Gleichgewichtsbedingungen auswerten

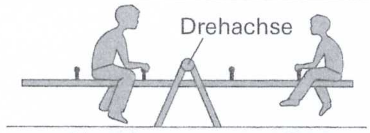
Die beiden Gleichgewichtsbedingungen haben uns auf zwei einfache lineare Gleichungen für die beiden gesuchten Grössen F_A und F_B geführt. Aus der zweiten Gleichung ergibt sich unmittelbar:

$$F_A = \frac{1800\ \text{Nm}}{0.5\ \text{m}} = 3600\ \text{N}$$

Dieses Ergebnis können wir in der ersten Gleichung einsetzen, nachdem wir sie nach F_B aufgelöst haben:

$$F_B = F_A + 1150\ \text{N} = 4750\ \text{N}$$

183 Auf einer Wippe sitzen Matthias (links) und Gregor (rechts); Matthias wiegt $m_1 = 20\,\text{kg}$ und Gregor $m_2 = 15\,\text{kg}$. Der Schwerpunkt Gregors ist $l_2 = 2\,\text{m}$ vom Drehpunkt entfernt.



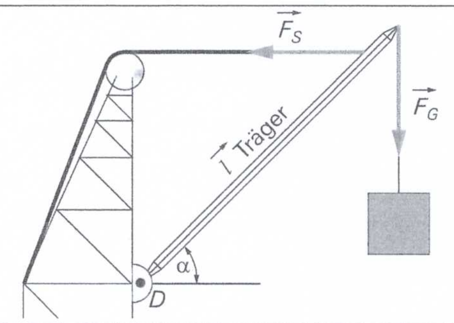
A] Welcher der beiden erzeugt ein Drehmoment im Uhrzeigersinn?

B] Welchen Betrag hat dieses Drehmoment? (Haben Sie die Einheit nicht vergessen?)

C] In welchem Abstand vom Drehpunkt muss Matthias seinen Schwerpunkt platzieren, damit die Wippe im Gleichgewicht ist?

184 Der abgebildete Kranträger ist um die (feste) Achse D drehbar. Seine augenblickliche Position kann durch den Vektor $\vec{l}$ gekennzeichnet werden: $\vec{l}$ hat gegen die Horizontale den Winkel α.

Am Ende des Trägers greift eine Gewichtskraft $\vec{F_G}$ an, in der Mitte (die Abb. ist nicht massstäblich) die Seilkraft $\vec{F_S}$. Wir bezeichnen die von diesen Kräften erzeugten Drehmomente bezüglich D mit $\vec{M_G}$ und $\vec{M_S}$.



A] Wie lautet die Formel für $\vec{M_G}$?

B] Welchen Betrag hat $\vec{M_G}$?

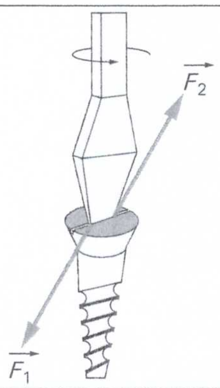
C] $\vec{M_G}$ steht senkrecht auf der Blattebene. Zeigt $\vec{M_G}$ nach oben oder nach unten?

D] Ist $\vec{M_G}$ links- oder rechtsdrehend?

E] Beantworten Sie die analogen Fragen für $\vec{M_S}$.

185 Können zwei senkrecht aufeinander stehende Kräfte ein Kräftepaar bilden?

186 Beim Ausdrehen einer Schlitzschraube mithilfe eines Schraubenziehers erzeugt man mit den Kanten des Schraubenziehers ein Kräftepaar und damit ein Drehmoment auf die Schraube.



A] Was versteht man unter dem Arm dieses Kräftepaars?