KANTON AARGAU

Berufsmaturitätsprüfungen 2017

Technik, Architektur, Life Sciences

Mathematik 4: Schwerpunkt

Prüfungsdauer: 90 Minuten

Kandidaten-Nr.: ____________________ Klasse: ____________________

Name: ____________________ Vorname: ____________________

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	**Total**
max. Punkte	3	3	3	3	3	3	**18**
erreichte Punkte							

Note

Examinator: ____________________ Koexaminator: ____________________

Allgemeine Hinweise

- Erlaubte Hilfsmittel:
  - Schreibzeug
  - Zeichendreieck, Massstab für Konstruktionsaufgaben
  - Formelsammlung
  - Netzunabhängiger CAS-Rechner (ohne Kommunikationsfunktion) oder Computer mit Mathematik-Software (ohne Kommunikationsmöglichkeiten)
- Schreiben Sie lesbar, symbolisch korrekt und deutlich. Unleserliches wird nicht korrigiert und nicht bewertet. Ergebnisse ohne oder mit nicht nachvollziehbaren Lösungswegen werden nicht bewertet. Die Verwendung von Blei- und Farbstiften ist nur zur Erstellung von Skizzen, geometrischen Konstruktionen und Diagrammen erlaubt.
- Die Grundmenge G ist gleich der Menge der reellen Zahlen ($G = \mathbb{R}$).
- Für jede Aufgabe muss zwingend ein neues Lösungsblatt verwendet werden. Jedes Lösungsblatt ist deshalb mit Name/Vorname/Klasse und Aufgabennummer zu beschriften. Lösungsblätter ohne diese Angaben werden nicht korrigiert und nicht bewertet.
- Streichen Sie Ungültiges durch, liegen zwei oder gar mehrere Lösungen für die gleiche Aufgabe vor, so wird keine der Lösungen korrigiert und bewertet.
- Jede Aufgabe wird mit maximal 3 Punkten bewertet, für korrekte Teillösungen werden je nach Aufgabe halbe Punkte vergeben. Die maximale Punktzahl dieser Prüfung beträgt somit 18 Punkte, für die Note 4 sind 7.5 Punkte erforderlich.
- Am Ende der Prüfung geben Sie die Aufgabenblätter und alle Lösungsblätter ab.
- Der Gebrauch unerlaubter Hilfsmittel hat den Ausschluss von der Prüfung zur Folge.

1. Folgende zwei Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar:

a) Eine Stiftung, die Stipendien an junge Studierende ausbezahlen möchte, besitzt CHF 1.4 Mio. Mit den jährlichen Ausschüttungen soll erst begonnen werden, wenn das Kapital auf CHF 2 Mio. angewachsen ist. Nach wie vielen Jahren kann mit der Auszahlung von Stipendien begonnen werden, wenn die durchschnittliche jährliche Rendite 3 % beträgt? Lösen Sie die Aufgabe mit einer Exponentialgleichung (Lösungen ohne Gleichung werden mit 0.5 Punkten bewertet.) (1.5 Punkte)

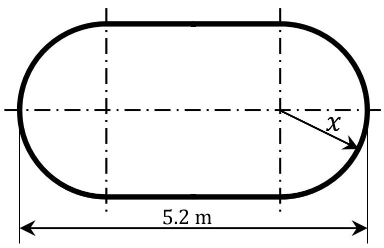
b) Das Bundesamt für Statistik der Schweiz hat folgende Daten für die Jahre 2014 und 2015 bekannt gegeben.

Jahreszahl	Geburten pro Jahr	Todesfälle pro Jahr
2014	85’287	63’938
2015	86’559	67’606

In welchem Jahr wird die Anzahl der Todesfälle die Zahl der Geburten überschritten haben, wenn angenommen wird, dass die jährliche exponentielle Entwicklung für die Folgejahre gleichbleibt?

(1.5 Punkte)

2. Für die Entwicklung eines neuen Druckbehälters werden die idealen Abmasse gesucht. Die Behälterform setzt sich aus einem Zylinder und zwei Halbkugeln zusammen. Der Zylinder und die beiden Halbkugeln haben den gleichen Radius x. Die Länge des Behälters beträgt 5.2 m.
Tipp: Erstellen Sie eine Skizze der Funktionsgleichung mit Ihrem CAS-System.



a) Geben Sie die zusammengefasste Funktionsgleichung der Abhängigkeit $x \rightarrow$ Behältervolumen V an. (1 Punkt)

b) Zwischen welchen Werten muss der Radius x liegen? (1 Punkt)

Bei einem anderen Druckbehälter berechnet sich das Volumen nach der folgenden Funktionsgleichung: $y = f(x) = -2x^3 + 13x^2 - 5x + 2$.

c) Wie muss x gewählt werden, damit der Behälter genau $25\ \mathrm{m}^3$ fasst? Runden Sie das Resultat auf 2 Stellen. (0.5 Punkte)

d) Mit welchem Radius x wird das Volumen am grössten? Runden Sie das Resultat auf 2 Stellen. (0.5 Punkte)

3. Bei der Herstellung von x Kugelschreibern entstehen Gesamtkosten von $K(x)$ Franken. Dabei ist $K(x) = \frac{3}{100} \cdot (x-10)^3 + 30$.

a) Der Artikel wird für CHF 3.-- pro Kugelschreiber verkauft. Bestimmen Sie die Erlösfunktion $E(x)$ in Abhängigkeit der Stückzahl x. (0.5 Punkte)

b) Bei welchen Stückzahlen wird ein Gewinn erzielt? (1 Punkt)

c) Bei welcher Stückzahl ist der Gewinn am grössten? (0.5 Punkte)

d) Bei welchen Stückzahlen wird ein Verlust gemacht? (1 Punkt)

4. Gegeben sind folgende zwei Geraden:

$g_1: \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ und $g_2: \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}$

a) Bestimmen Sie den Wert von a so, dass g_1 durch den Ursprung geht. (1 Punkt)

b) Wie muss a gewählt werden, damit eine Parallele zu g_1 senkrecht auf g_2 steht? (1 Punkt)

c) Berechnen Sie den Wert von a so, dass sich die beiden Geraden schneiden. Wie lauten die Koordinaten des Schnittpunkts? (1 Punkt)

5. Gegeben ist die Funktion $f(x)$ mit folgender Funktionsgleichung: $y = f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{-x}$.

$P(u, v)$ sei ein beliebiger Punkt des Graphen von $f(x)$ mit $u > 0$.

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung $A = f(u)$, die den Flächeninhalt des Dreiecks $O(0; 0)$, $P(u; v)$, $Q(u; 0)$ beschreibt. (1 Punkt)

b) Für welchen Wert von u wird der Flächeninhalt des Dreiecks maximal? (1 Punkt)

c) Berechnen Sie den maximalen Inhalt der Fläche des Dreiecks. (1 Punkt)

6. Ein trichterförmiges Gefäss hat die Form eines Kreiskegels mit Radius r und Höhe $h = r\sqrt{3}$. Der Trichter ist bis zur Höhe $7/8\ h$ mit Wasser gefüllt. Legt man eine Eisenkugel hinein, die vollständig eintaucht, so steigt der Flüssigkeitsspiegel exakt bis zum Rand des Trichters ohne Wasserüberlauf.

Berechnen Sie den Radius R der Kugel als Funktion von r. (3 Punkte)