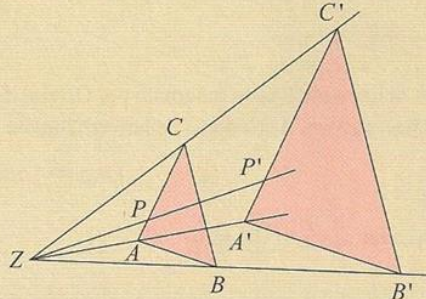


# Zentrische Streckung / Ähnlichkeit / Kongruenz / Strahlensätze / Flächenberechnungen

## 1) Zentrische Streckung / Ähnlichkeit / Kongruenz

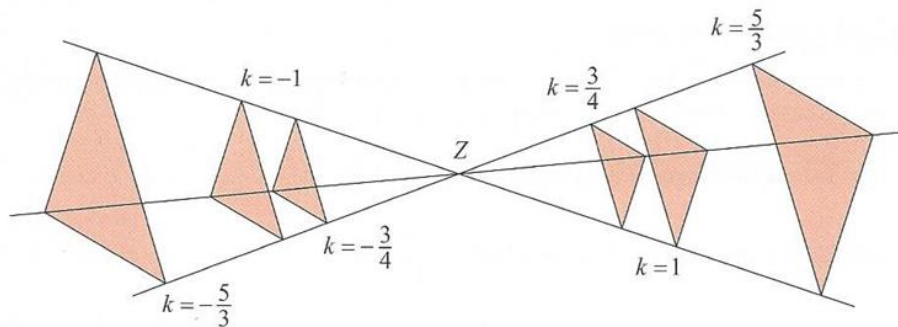
### Definition Zentrische Streckung

Eine Abbildung, die jedem Punkt  $P$  einen Bildpunkt  $P'$  zuordnet, heisst *zentrische Streckung* mit dem *Streckungszentrum*  $Z$  und dem *Streckungsfaktor*  $k$ , falls  $P' \in ZP$  und  $\overline{ZP'} = |k| \cdot \overline{ZP}$ .



### Eigenschaften des Streckfaktors

- Einfluss auf die Grösse der Bildfigur  
 $|k| > 1$ : Vergrösserung,  $|k| < 1$ : Verkleinerung
- Spezialfälle  
 $k = 1$ : Identische Abbildung (Bild = Original);  $k = -1$ : Rotation um  $180^\circ$ , Punktspiegelung
- Lage der Bildfigur  
 $k > 0$ : Bild und Original liegen auf der gleichen Seite vom Streckzentrum  $Z$ .  
 $k < 0$ : Bild und Original liegen auf entgegengesetzten Seiten vom Streckzentrum  $Z$ .



### Eigenschaften der zentrischen Streckung

<i>Gleichsinnige Abbildung</i>	Die Orientierung bleibt erhalten.
<i>Paralleltreue</i>	Parallele Geraden bleiben parallel.
<i>Winkeltreue</i>	Das Bild eines Winkels ist stets ein Winkel gleicher Grösse.
<i>Verhältnistreue</i>	Das Verhältnis der Längen sich entsprechender Seiten bleibt erhalten. So ist der Quotient aus der Länge der Bildstrecke und der Länge der Originalstrecke konstant und gleich dem Streckungsfaktor $k$ .

Ähnlichkeit: Geometrische Figuren unterscheiden sich in der Grösse, nicht aber in der Form.

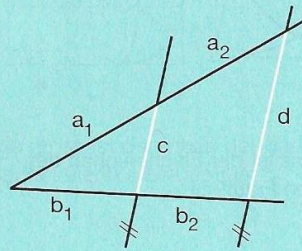
- Winkel sind gleich gross: Winkeltreue
- Streckenverhältnisse sind konstant
- Flächeninhalte verhalten sich wie die Quadrate entsprechender Streckenlängen

Kongruenz: Geometrische Figuren sind deckungsgleich.

Ähnliche Dreiecke: Zwei Dreiecke sind ähnlich zueinander wenn sie

- in zwei Winkeln übereinstimmen
- im Verhältnis zweier Seiten und dem Zwischenwinkel übereinstimmen
- im Verhältnis entsprechender Seiten übereinstimmen

## 2) Strahlensätze (gehen aus der Ähnlichkeit hervor)



$a_n, b_n$  heissen **Strahlenabschnitte**

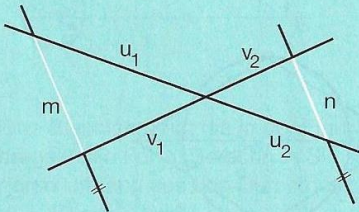
$c, d$  heissen **Parallelensegmente**

**Erster Strahlensatz** (ohne Parallelensegmente)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \quad \text{oder} \quad \frac{a_1}{a_1 + a_2} = \frac{b_1}{b_1 + b_2}$$

**Zweiter Strahlensatz** (mit Parallelensegmenten)

$$\frac{c}{d} = \frac{a_1}{a_1 + a_2} \quad \text{oder} \quad \frac{c}{d} = \frac{b_1}{b_1 + b_2}$$



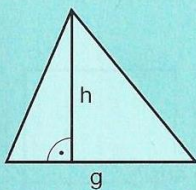
**Erster Strahlensatz** (ohne Parallelensegmente)

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

**Zweiter Strahlensatz** (mit Parallelensegmenten)

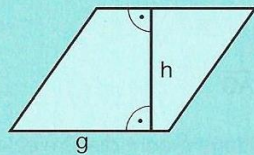
$$\frac{m}{n} = \frac{u_1}{u_2} \quad \text{oder} \quad \frac{m}{n} = \frac{v_1}{v_2}$$

## 3) Flächenberechnungen (aus Buch Frommenweiler)



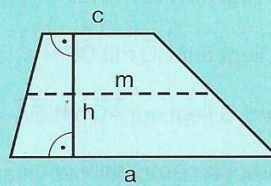
Dreieck

$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$



Parallelogramm

$$A = g \cdot h$$

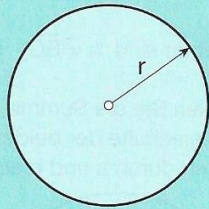


Trapez

$$A = m \cdot h \quad ; \quad m = \frac{a + c}{2}$$



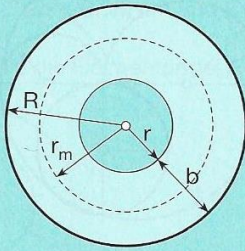
### Kreis



Umfang:  $u = 2 \pi r$

Flächeninhalt:  $A = \pi r^2$

### Kreisring



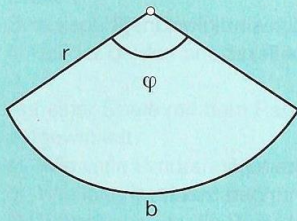
Ringbreite:  $b = R - r$

Flächeninhalt:  $A = \pi (R^2 - r^2)$

$A = 2 \pi r_m \cdot b$

$r_m = r + \frac{b}{2}$

### Sektor



r Radius

b Bogenlänge

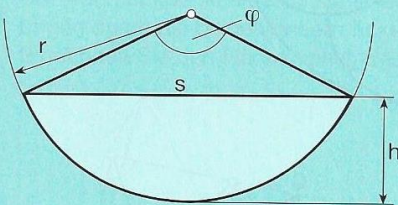
φ Zentriwinkel;  $0 < \widehat{\varphi} < 2\pi$

$A_{SK}$  Flächeninhalt

$$b = \widehat{\varphi} r$$

$$A_{SK} = \frac{1}{2} \widehat{\varphi} r^2 ; A_{SK} = \frac{1}{2} b r$$

### Segment



r Radius

φ Zentriwinkel;  $0 < \widehat{\varphi} < 2\pi$

s Sehnenlänge

h Segmenthöhe

$A_{SG}$  Flächeninhalt

$$A_{SG} = \begin{cases} A_{SK} - A_{Dreieck} , & \text{falls } \widehat{\varphi} < \pi \\ A_{SK} + A_{Dreieck} , & \text{falls } \widehat{\varphi} > \pi \end{cases}$$