# 1. Muss man die Zinsformel auswendig können?

Um Zinsen, Verzinsungszeiten, Kapital etc. zu berechnen, bracht man die Zinsformel. Diese könnte man auswendig lernen. Da Ihnen dies aber weder viel bringt noch Spass macht, werden Sie hier lernen, diese Formel herzuleiten.

**Allgemeine Zinsformel**

Mit:

Zinsbetrag in z.B. CHF

Kapital in z.B. CHF

Zinssatz in %

Verzinsungszeit in Tagen

100%

360 Tage (kaufmännisches Jahr)

Zuerst berechnet man den Wert des Zinses mit dem Dreisatz:

100% = Kapital

p% = Zinsbetrag

Also

Damit ist man noch nicht fertig, denn man möchte das Geld über einen bestimmten Zeitraum anlegen, bzw. man möchte wissen wie lange es geht, bis man einen gewissen Betrag hat.

Daher wird der berechnete Zinsbetrag zuerst durch 360 gerechnet, (dann hat man den Wert für einen Tag), und im Anschluss wird er mit der Anzahl Tage multipliziert.

Diese Formel kann man dann nach den gewünschten Parametern umformen.

**Zinseszinsen**

Hat man z.B. ein Sparkonto, dann werden die Zinsen zum bisherigen Guthaben mit dazu gerechnet. Wenn man ein weiteres Mal Zinsen bekommt, dann werden diese aus dem Kapital sowie den bisher erhaltenen Zinsen berechnet. Man spricht von Zinseszinsen.

Beispiel:

Man hat CHF 300 und bekommt dreimal 5% Zinsen.

Nach den ersten Zinsen hat man:

Fr.

Die zweiten Zinsen werden jetzt auf das Kapital inkl. den ersten Zinsen, also , berechnet:

Und die dritten Zinsen:

Da die Reihenfolge bei der Multiplikation keine Rolle spielt, lässt man die Klammern weg.

Mit der Verwendung der Potenzschreibweise als Kurzschreibweise für die Multiplikation, schreibt man:

Dabei sind die 300 das Anfangskapital , und die 3 ist die Laufzeit . Die 1.05 entstehen, wie oben beschrieben, aus .

Damit bekommt man die Zinseszinsformel:

# 2. Wie löst man eine Zinseszinsformel nach der Laufdauer n auf?

Zinseszinsformel:

Endkapital zum Zeitpunkt

Anfangskapital

Zinssatz in %

Laufzeit (meist in Jahren)

Da man nach , also dem Exponenten umformen will, logarithmiert man beide Seiten der Gleichung. Die Basis des Logarithmus ist nicht wichtig, so lange Sie auf beiden Seiten die Gleiche verwenden. Da Sie auf Ihrem Taschenrechner die Taste LN (Logarithmus Naturalis) haben -vgl. Exkurs weiter unten, «Was hat die Basis des LN mit dem Zins zu tun?»- verwenden wir diesen. Wir starten mit der Zinseszinsformel:

Durch dividieren, um die Potenz zu isolieren.

Logarithmieren

Logarithmen Gesetze:

Umformen:

Zahlenwerte in den Taschenrechner eintippen.

Tipp: Berechnen Sie z.B. zuerst den Zähler und speichern diesen ab. Dann kommt es weniger zu einem Durcheinander beim Eintippen.

## 3. Exkurs: Was hat die Basis des LN (Logarithmus naturalis) mit dem Zins zu tun?

## (Nicht Prüfungsrelevant)

Um den Exponenten einer Gleichung zu berechnen braucht man den Logarithmus. Auf dem Taschenrechner findet man meistens nur zwei Tasten, den Logarithmus mit der Basis 10 und den LN mit der Basis e. (Das Symbol e steht für die Eulersche Zahl 2.718…). Bei der Berechnung der Laufdauer haben wir den LN verwendet.

Weshalb hat man ausgerechnet diese Zahl gewählt und was hat diese mit der Zinsberechnung zu tun?

Stellen Sie sich vor, Sie würden 1 Franken auf die Bank bringen und bekämen den sensationellen aber unrealistischen Zins von 100% pro Jahr.

ausklammern

Zahlen einsetzen

.

Man erhält in diesem Fall den Zins erst am Ende des Jahres. Dadurch gibt es auch keinen Zins auf das verzinste Kapital. (Zinseszins).

Hat man am Ende mehr Geld, wenn die Hälfte des Zinses schon nach der Hälfte der Laufzeit, also nach 6 Monaten, erhält?

Nach einem halben Jahr hat man durch den Zins bereits 1.5 Franken. Nach weiteren 6 Monaten kommt nochmals die Hälfte von diesen 1.5, also 0.75, dazu. Damit hat man 1.5 + 0.75 = 2.25 Fr. und somit mehr als wenn man den gesamten Zins erst am Ende bekommt.

Da das Anfangskapital = 1 ist, kann man schreiben: bzw. .

Wie sieht es aus bei 25% Zins, viermal im Jahr, also alle 3 Monate?

Man bekommt also immer mehr, wenn man die Abstände der Verzinsung verkürzt.

Allgemeine Formel:

Was ist der maximale Wert den man durch weiteres verkürzen der Zinsperioden erhalten kann? Um diesen zu bekommen erhöhen wir auf den maximalen Wert, (also unendlich), so dass nicht mehr nach einzelnen Abständen verzinst wird, sondern kontinuierlich. Man fährt dazu gegen unendlich. Schreibweise: lim steht für limes, was nicht etwa Zitronen bedeutet, sondern Grenzwert. Den Wert den man dann bekommt ist gerade e.

4. Aufgaben

1. Formen Sie die Gleichung nach

um.

1. Die zukünftige Kaufkraft einer Geldeinheit in

Jahren lässt sich mit der durchschnittlichen, jährlichen Inflationsrate berechnen.

* 1. Formen Sie die Gleichung nach der Inflationsrate um.
  2. Formen Sie die Gleichung nach um.

5. Lösungen