

# Haberleşme Mühendisliği

Darbe Modülasyonu Teknikleri

Dr. Hakkı SOY

- Haberleşme sistemleri, gönderilen mesaj sinyalinin analog veya sayısal olması dikkate alınarak gruplanır. Burada temel farklılık, uygulanan modülasyon tekniğinden kaynaklanır.

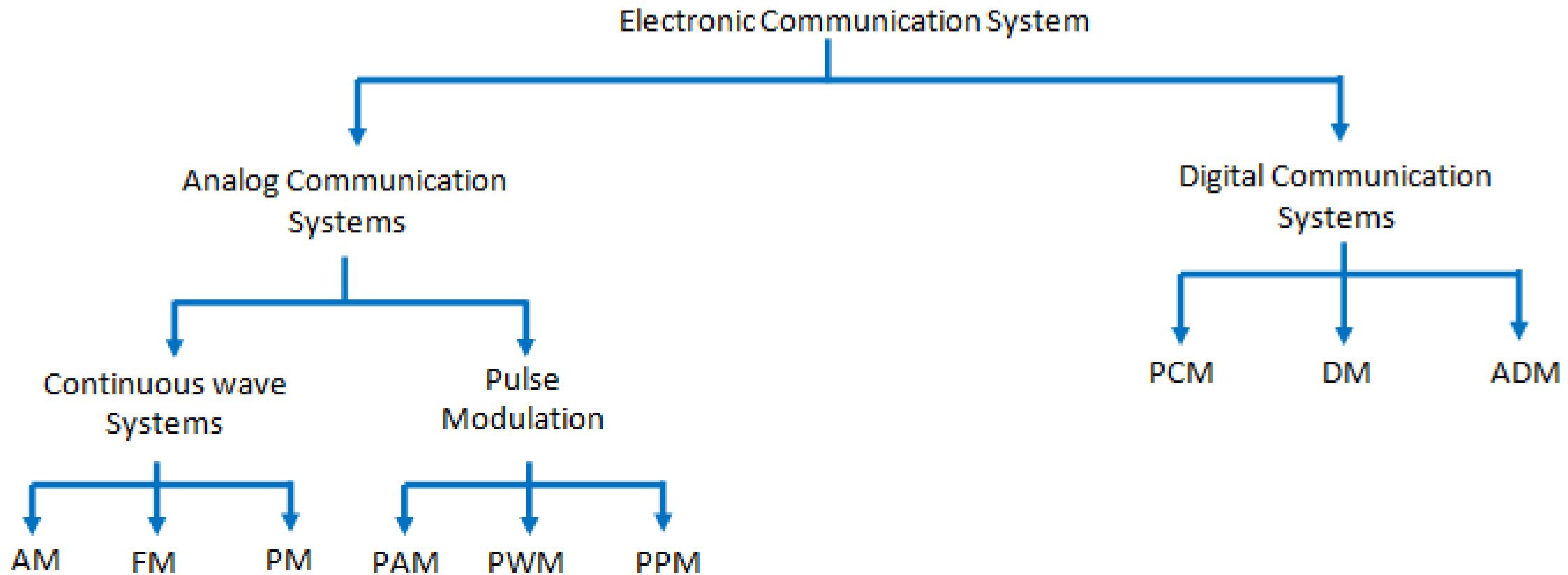


An analog signal is a continuous wave denoted by a sine wave and may vary in signal strength (amplitude) or frequency (time).



A digital signal is described as using binary (0s and 1s), and therefore, cannot take on any fractional values. This kind of signal denoted by digits that's why it is called Digital Signal.

- Haberleşme sistemlerinde kullanılan modülasyon teknikleri aşağıda verilmiştir.

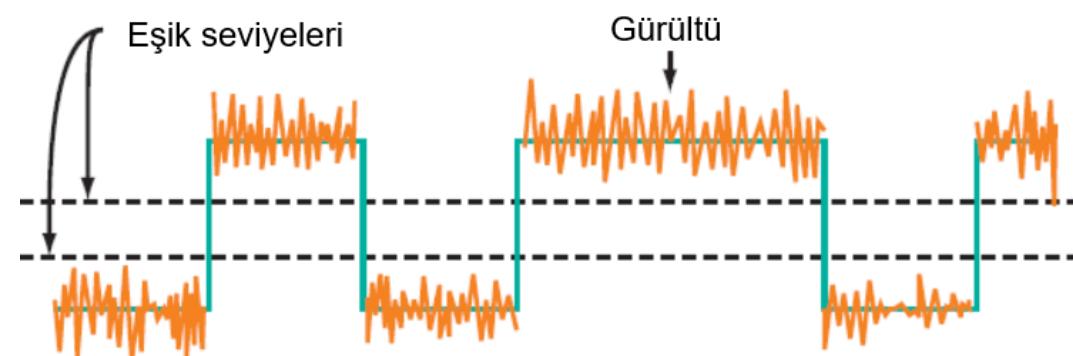


## Sayısal Haberleşme Sistemlerinin Avantajları

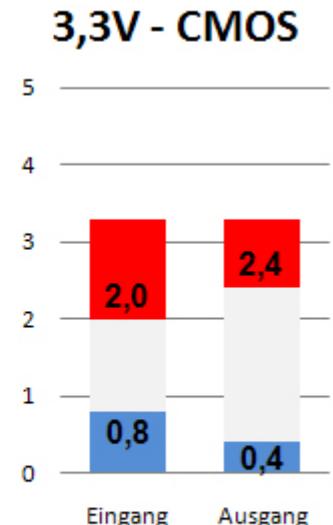
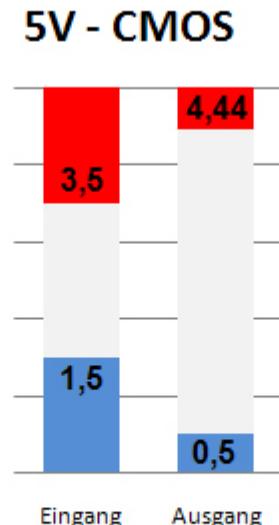
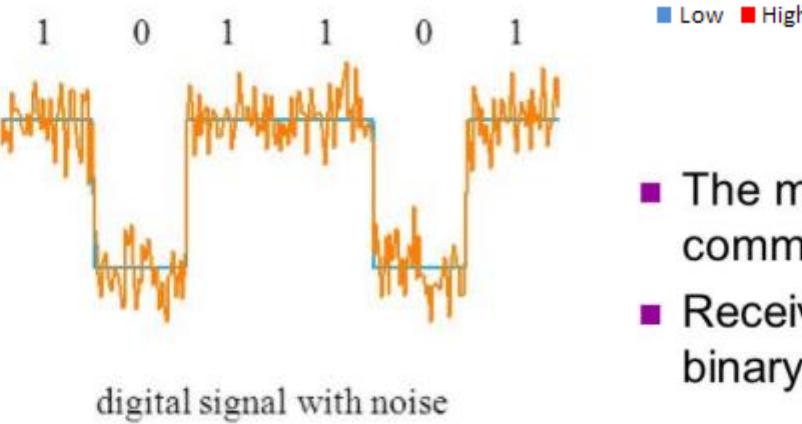
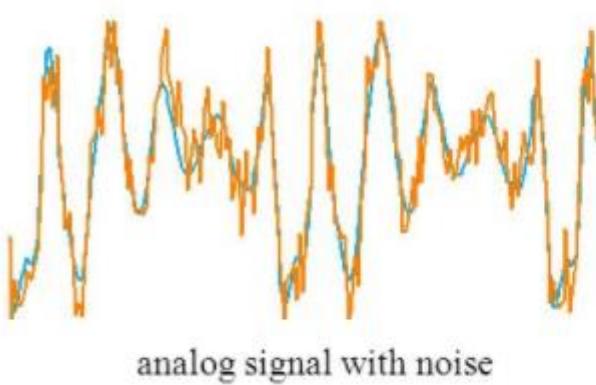
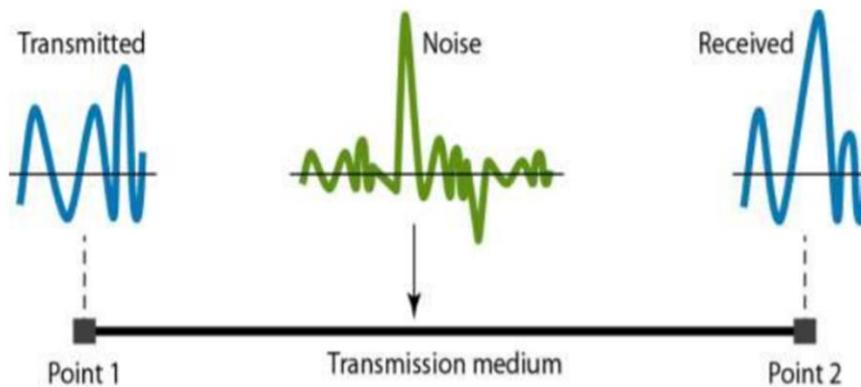
- Sayısal haberleşme sistemlerinde kullanılan sinyaller sayısal (digital) yani ikilik (binary) bit dizisi formatındadır. Entegre devrelerin hızlı gelişimine paralel olarak 1970'li yillardan itibaren analog haberleşme sistemleri zamanla yerini sayısal sistemlerine bırakmıştır.
- Sayısal haberleşme sistemleri pek çok avantaja sahiptir:
  - ✓ Görültü bağışıklığı
  - ✓ Sinyali yeniden üretilmesi
  - ✓ Düşük bit hata oranı
  - ✓ Hata algılama ve düzeltme
  - ✓ Zaman bölmeli çoğullama (TDM) ile uyumluluk
  - ✓ Sayısal sinyal işleme (DSP) ile yüksek hız

## Gürültü Bağışıklığı

- Bilgi taşıyan mesaj sinyali kanal üzerinden gönderilirken üzerine gürültü sinyali eklenir. Gürültü, genliği ve frekansı rasgele değişen gerilim biçiminde sinyaldir. Gürültüye maruz kalmış bir sinyal alıcıya ulaştığında, alınan sinyalin alıcı tarafından orijinal haliyle elde edilmesi zorlaşır.
- Sayısal sinyallerin gürültü bağışıklığı (noise immunity), analog sinyallere göre daha yüksektir. İkilik bit dizisi şeklinde gönderilen digital sinyaller için 0 ve 1 değerlerini gösteren genlik seviyeleri birbirinden yeterince ayrılsa, sinyale kanal üzerinde gürültü eklense bile alıcı tarafından bitlerin ayrılması mümkündür.



# Gürültü Bağısıklığı



© 2009 – www.ne555.at

- The most important advantage of digital communications is noise immunity.
- Receiver circuitry can distinguish between a binary 0 and 1 with a significant amount of noise.

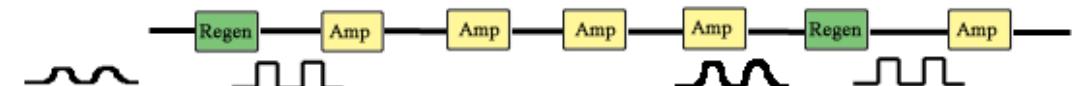
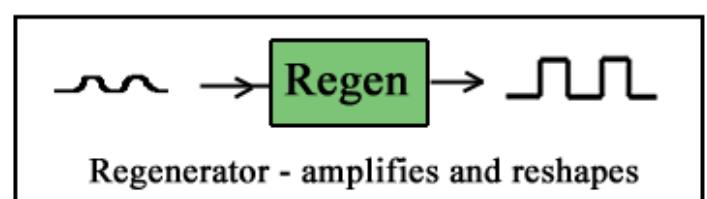
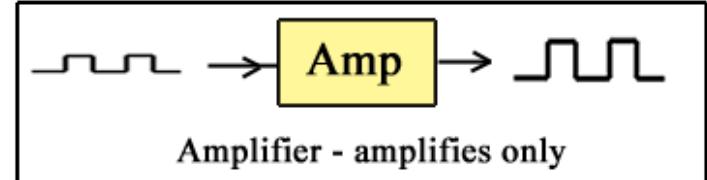
- Sayısal haberleşme sistemlerinde çok uzun mesafeler boyunca veri transferi gerçekleştirilebilmesi istendiğinde, sinyal genliğinin kuvvetlendirilmesi ve yeniden üretilmesi sağlanarak zayıflama ve gürültü etkisi azaltılabilir.

Kuvvetlendirici (Amplifier), Tekrarlayıcı (Repeater) ve Yeniden Üretici (Regenerator)

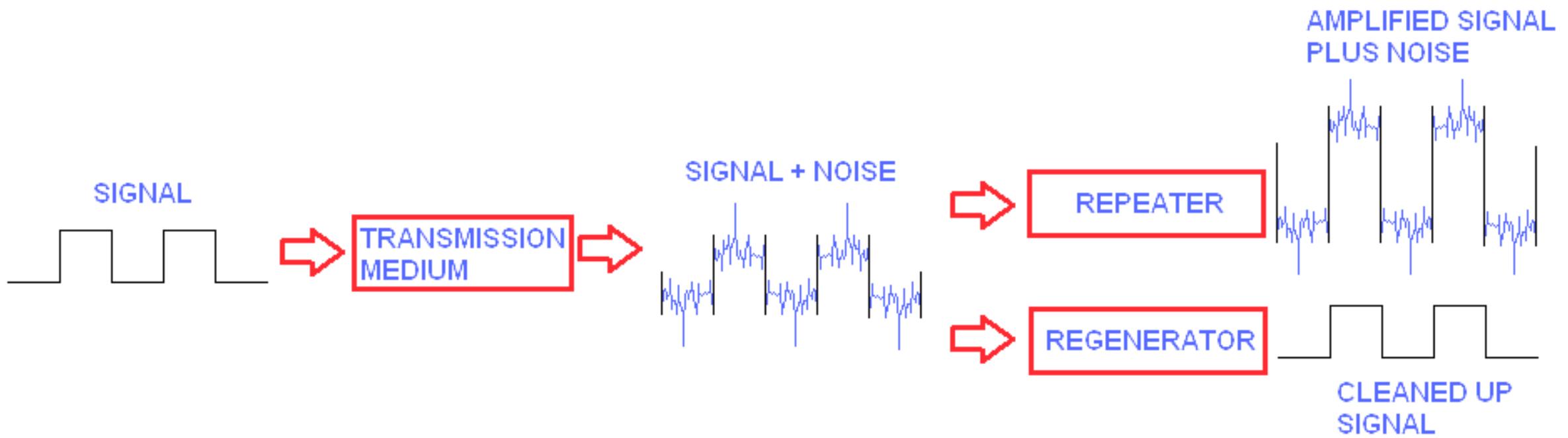
## Analog Transmission



## Digital Transmission



- Analog haberleşme sistemlerinde kuvvetlendirici çıkışında sinyal ile birlikte gürültüde kuvvetlendirilir. Sayısal haberleşme sistemlerinde tekrarlayıcı sinyali alındığı gibi gürültü ile birlikte yeniden gönderir. Yeniden üretici ise gürültüden arındırılmış olarak sinyali orijinal halinde tekrarlar.

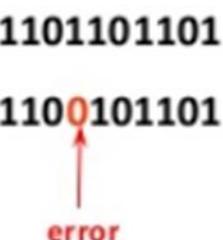


## Bit Hata Oranı

- Sayısal haberleşme sistemlerinin performansı Bit Hata Oranı (Bit Error Ratio, BER) olarak ölçülür. Bit hata oranı hatalı olarak alınan bit sayısının gönderilen toplam bit sayısına oranıdır.

Sent Bits	Received Bits
1101101101	1100101101

BER = No of bits in error/total bits transmitted  
Or  
wrong bits per sec/Data rate in bits per sec

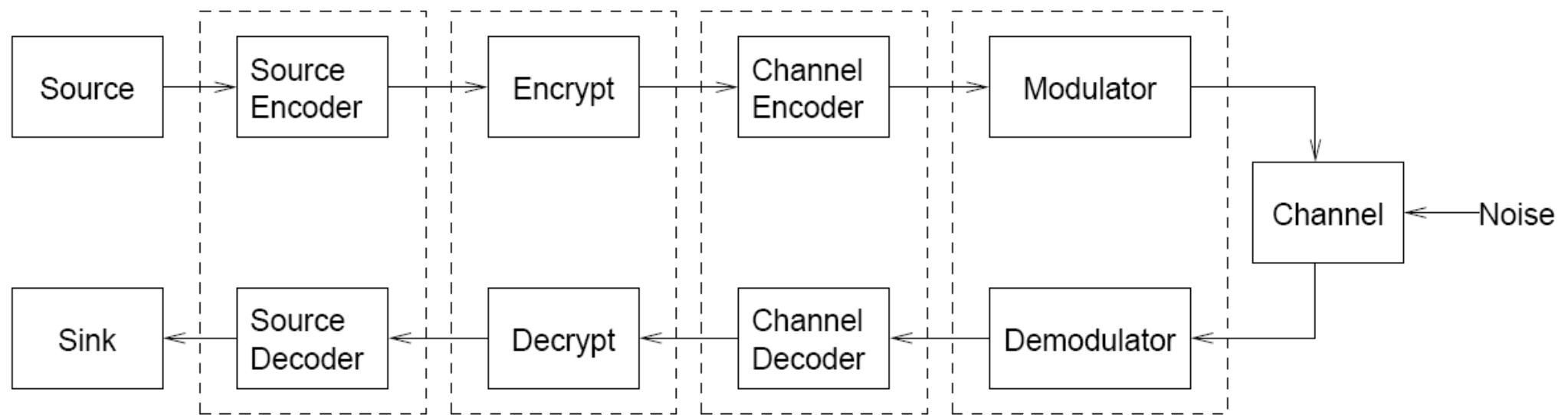


$$\frac{1}{10} = 0.1$$

“For a satisfactory performance the BER has to be less than  $10^{-9}$ ”

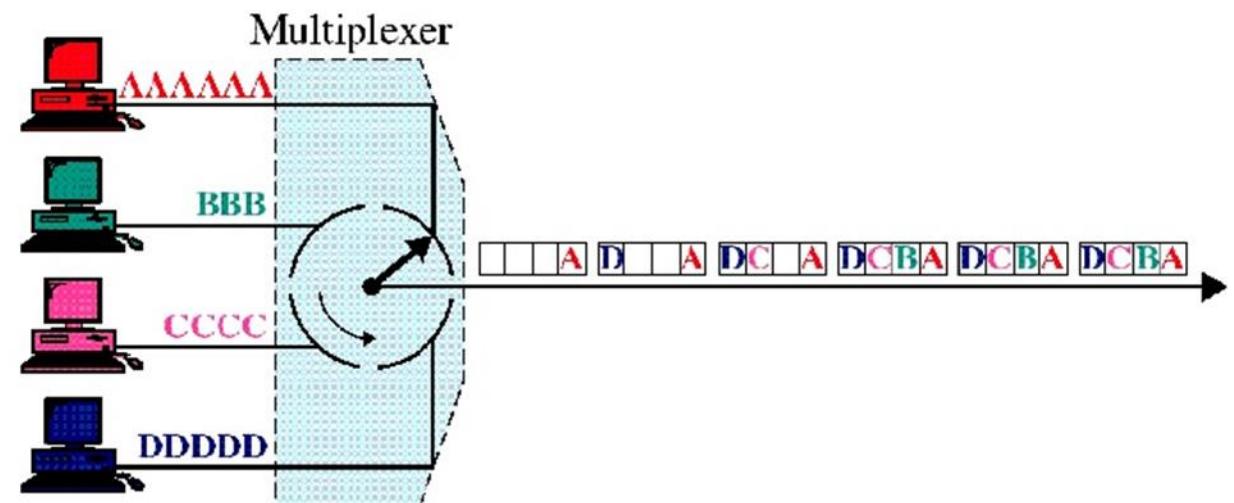
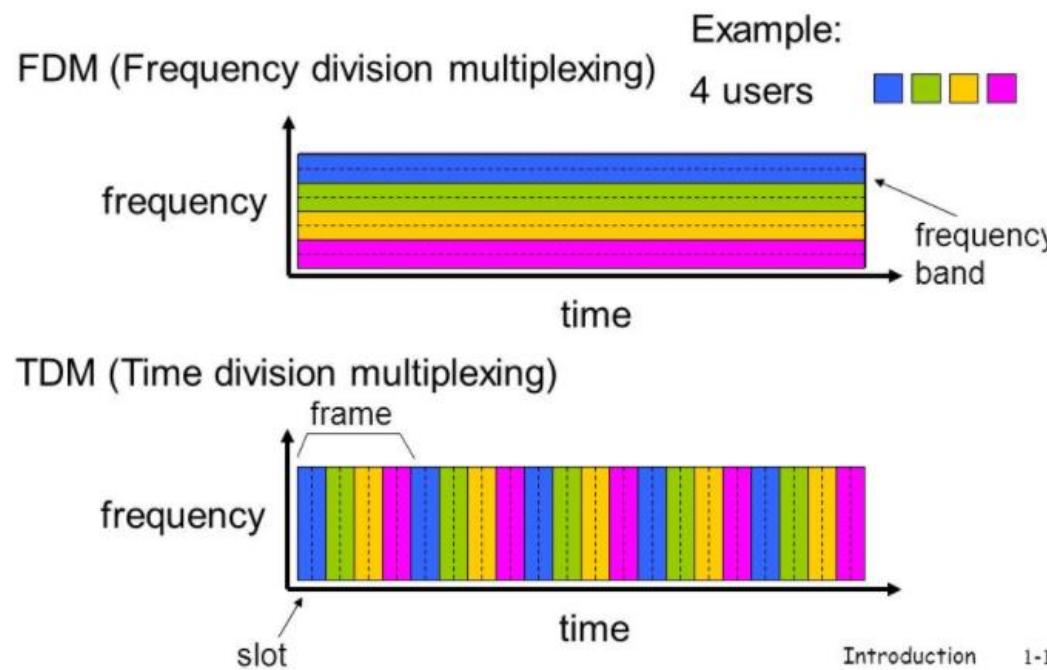
## Hata Algılama ve Düzeltme

- Vericide kanal kodlama yapılarak alıcıda hatalı olarak alınan bitlerin algılanması ve hatta yeniden gönderilmesine gerek kalmadan düzelttilmesi sağlanabilir. Bunun için gönderilen bit dizisi içerisinde kodlama yapılarak fazladan bitler eklenir.



## Zaman Bölmeli Çoğullama

- Çoğullama ile birden fazla kaynak tarafından üretilen mesajlar kanal üzerinden eş zamanlı olarak gönderilebilir. Sayısal haberleşme zaman bölmeli çoğullama (TDM) yapmaya oldukça elverişlidir.



## Sayısal Sinyal İşleme

- Sayısal sinyal işleme (DSP) tekniği, sayısal yöntemler ile sinyal işlemeye olanak sağlar. Analog sinyaller sayısal formata dönüştürüldükten sonra hızlı DSP çipleri tarafından filtreleme (filtering), denkleştirme (equalization), faz kaydırma (phase shifting), karıştırma (mixing) gibi işlemlere tabi tutulur. Ayrıca sıkıştırma teknikleri kullanılarak veri transfer hızı artırılır, veri depolama kapasitesi azaltılır. Analog formda sinyallerin depolanması oldukça zordur. Buna karşın dijital veriler RAM, ROM, flash bellek üzerinde kolayca saklanabilir. Modülasyon ve demodülasyon işlemleri yine DSP teknikleri ile kolayca yapılabilir.

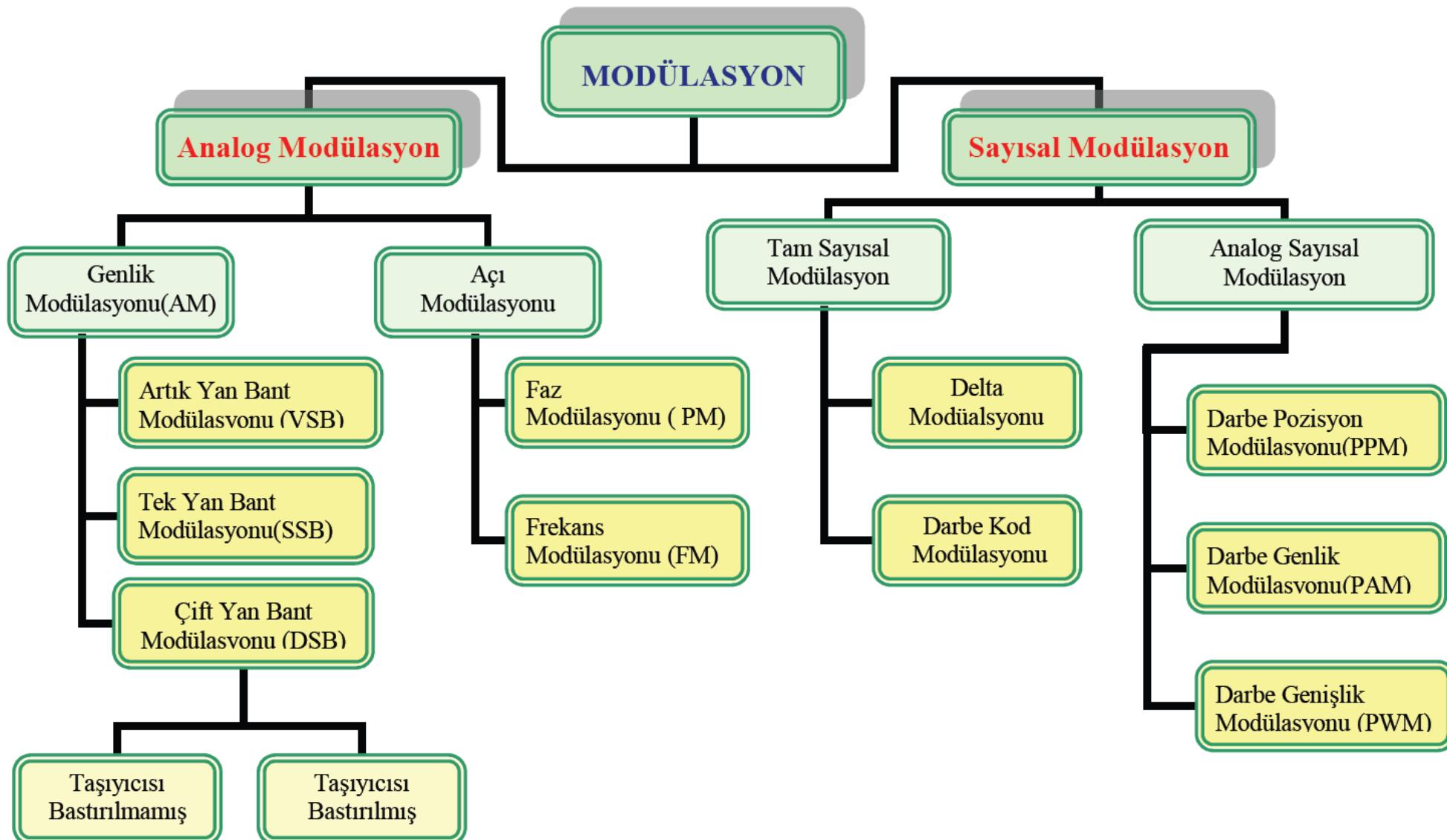
## Sayısal Haberleşme Sistemlerinin Dezavantajları

- Sayısal haberleşme sistemlerinin en önemli dezavantajı, sayısal sinyallerin analog sinyallere göre daha fazla bant genişliği gerektirmesidir. Sayısal hale dönüştürülmüş bir sinyalin bant genişliği örneklemeye sebebiyle analog sinyale göre en az 2 kat artar.
- Sayısal haberleşme sistemleri, analog sistemlere göre çok daha karmaşıktır. Entegre devrelerin zamanla gelişimiyle birlikte, sayısal haberleşme sistemlerinde kullanılan cihazlar giderek daha düşük maliyetle üretilmektedir.
- Sayısal haberleşme sistemlerinde veri transferi yapmak için verici ile alıcı arasında senkronizasyon gereklidir. Bu sebepten sayısal haberleşme sistemlerinde özellikle alıcı tasarıımı daha karmaşıktır.

## Analog ve Sayısal Haberleşme

Digital Communication System	Analog Communication System
<b>Advantage :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• inexpensive digital circuits</li><li>• privacy preserved (data encryption)</li><li>• can merge different data (voice, video and data) and transmit over a common digital transmission system</li><li>• error correction by coding</li></ul>	<b>Disadvantages :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• expensive analog components : L&amp;C</li><li>• no privacy</li><li>• can not merge data from diff. sources</li><li>• no error correction capability</li></ul>
<b>Disadvantages :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• larger bandwidth</li><li>• synchronization problem is relatively difficult</li></ul>	<b>Advantages :</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• smaller bandwidth</li><li>• synchronization problem is relatively easier</li></ul>

# Analog ve Sayısal Modülasyon Teknikleri



## Darbe Modülasyonu

- Analog haberleşme sistemlerinde mesaj sinyali sürekli dalga şekline sahiptir. AM ve FM gibi analog modülasyon teknikleri kullanılarak haberleşme yapıldığında taşıyıcı sinyal sinüzoidal dalga formundadır. Bu sebepten verici ile alıcı arasında kesintisiz olarak veri transferi sürdürülür.
- Darbe dizisi şeklinde taşıyıcı sinyalin genlik, uzunluk ve konum gibi özelliklerinin mesaj sinyalinin anlık durumuna göre değiştirilmesi işlemi darbe modülasyonu (pulse modulation) olarak isimlendirilir. Genel anlamda darbe modülasyonu analog modülasyon tekniklerinde olduğu gibi frekans yükseltme işlemi değil, mesaj sinyalinden alınan örneklerin darbe formunda şekillendirilmesidir.

## Darbe Modülasyonu

- Darbe modülasyonu ile analog sinyalin tamamen gönderilmesi yerine sadece örnekleme (sampling) işlemiyle alınan örnek değerler gönderilir. Analog sinyalin yeteri kadar yüksek frekansta örneklenmesi durumunda orijinal dalga şekli alınan örnekler ile tanımlanabilir ve alıcıda orijinal mesaj sinyali yeniden elde edilebilir. Örnekleme frekansı Nyquist tarafından açıklandığı gibi analog sinyalin maksimum frekanslı bileşeninden en az 2 kat fazla olmalıdır.

$$F_{\text{sample}} \geq 2 * F_{\text{max frequency component}}$$

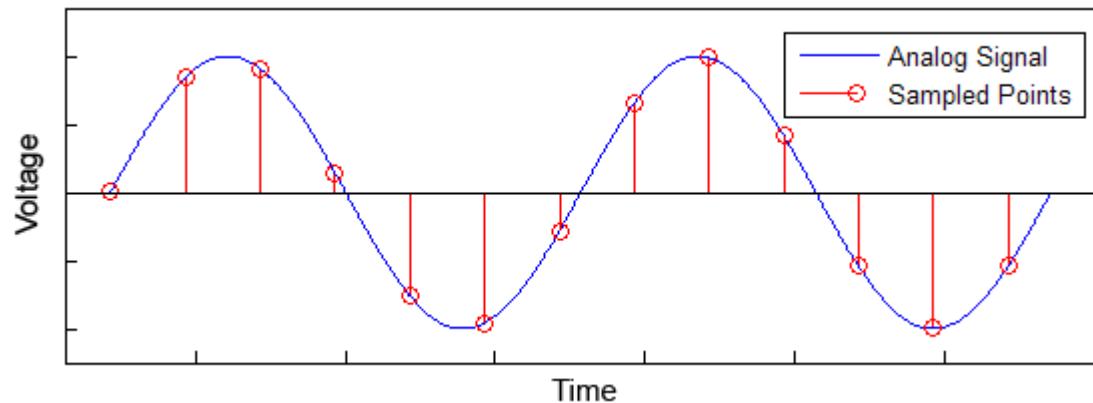
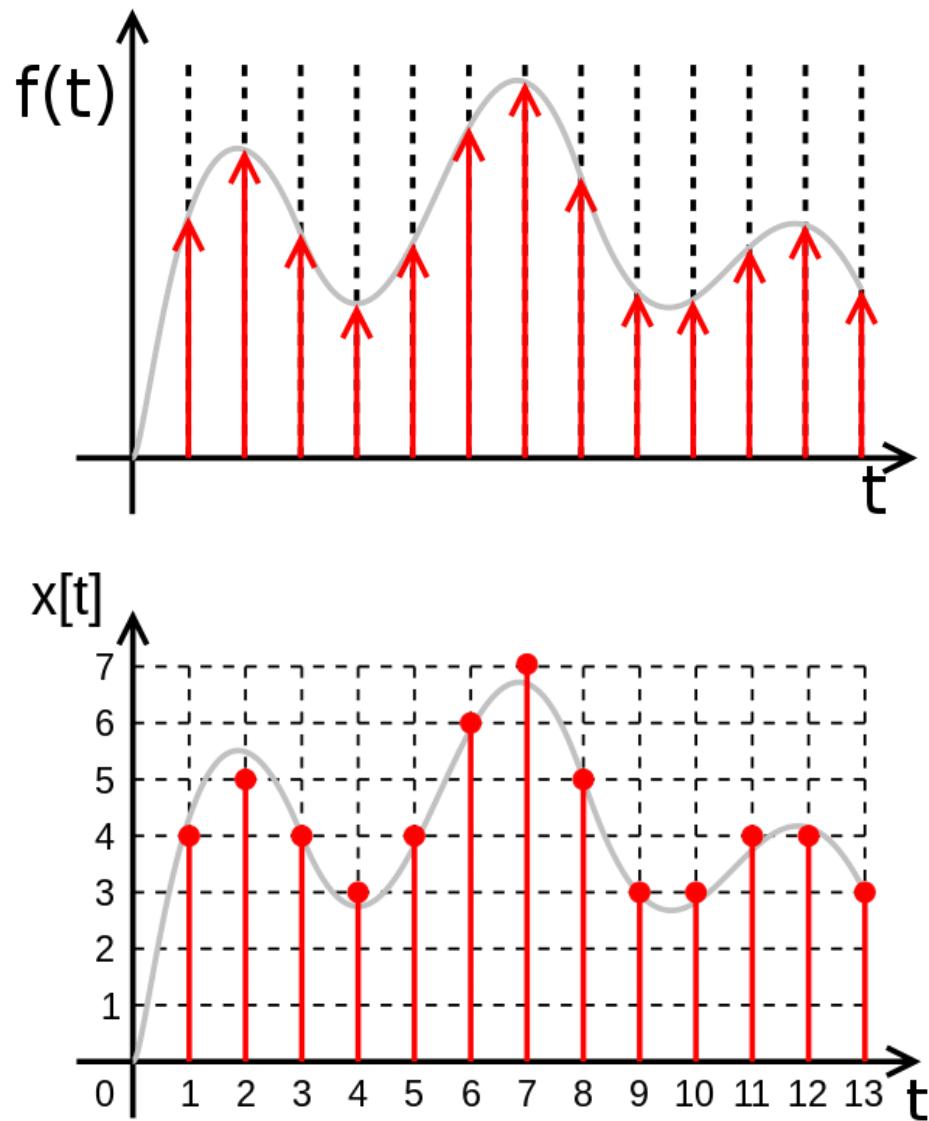


Harry Nyquist

- Aşağıdaki sinyal için Nyquist kriterine göre örnekleme hızının minimum değeri nedir?

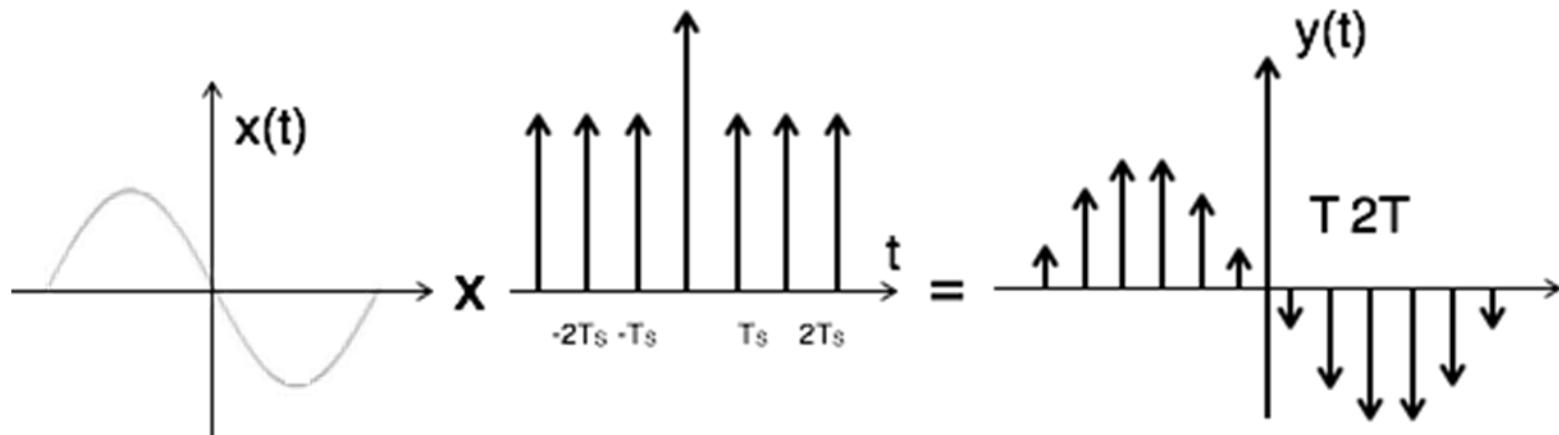
$$x(t) = 3\cos(50\pi t) + 100\sin(300\pi t) - \cos(100\pi t)$$

## Örnekleme

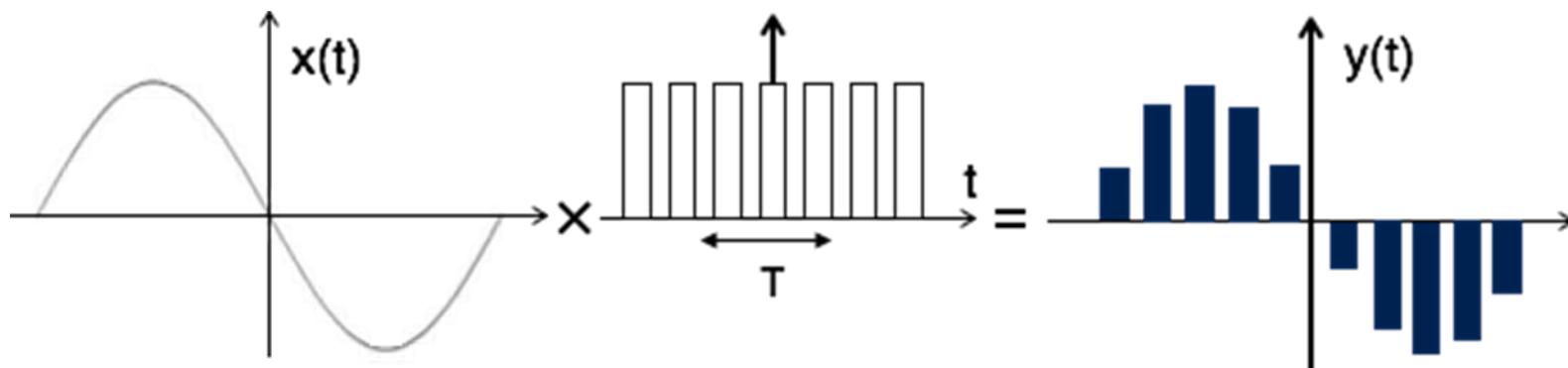


## Örnekleme

- Örnekleme yapılırken mesaj sinyali teorik olarak ideal darbe dizisi,实践中 ise darbe katarı ile çarpılır. Darbe dizisi frekansı, örneklemeyi belirler.

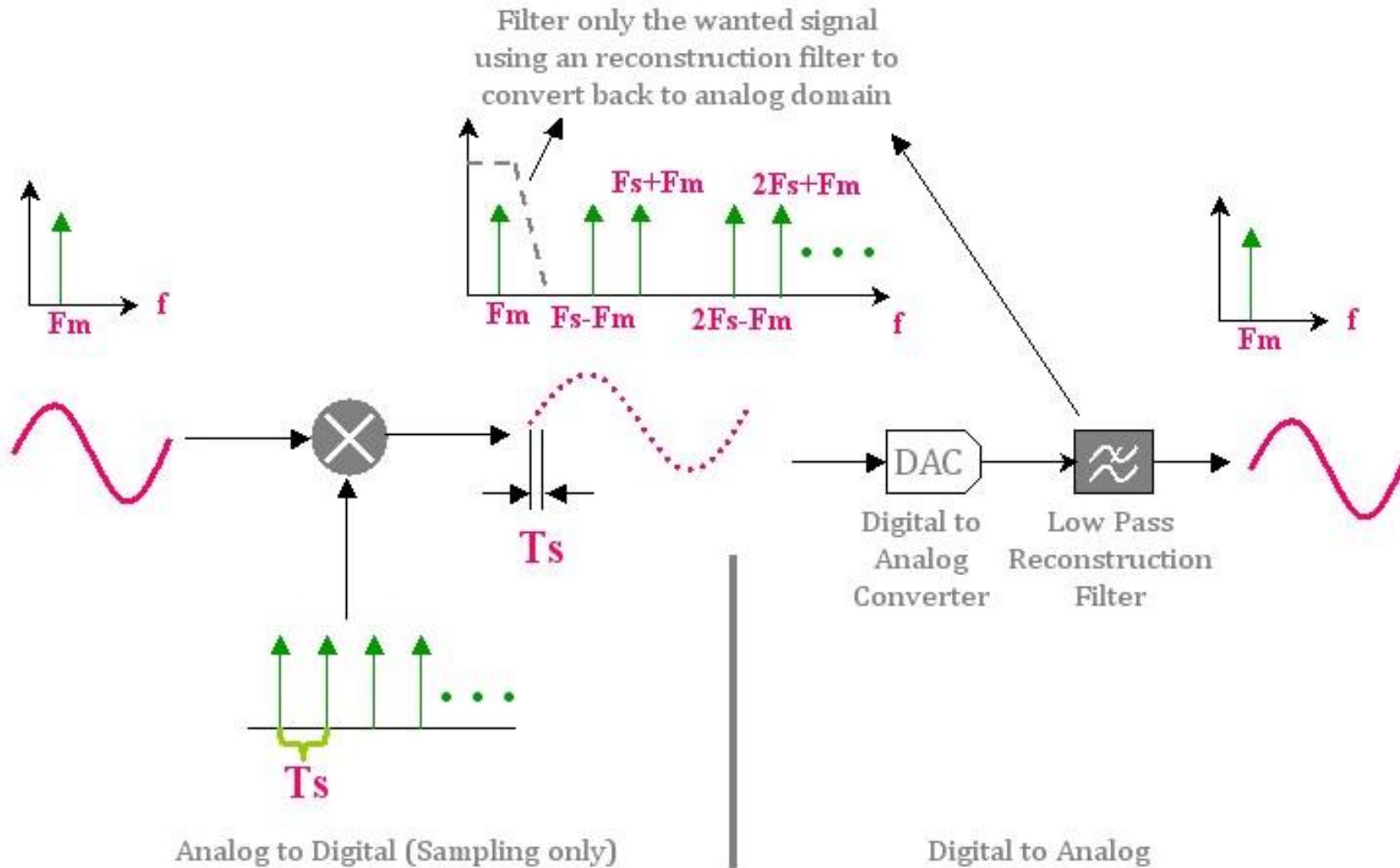


Teorik Örnekleme



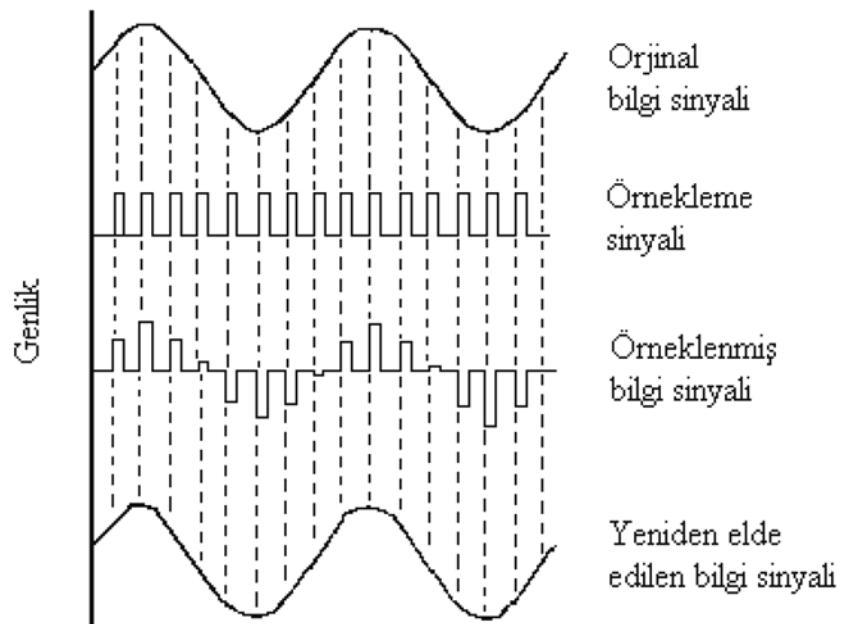
Pratik Örnekleme

# Örnekleme

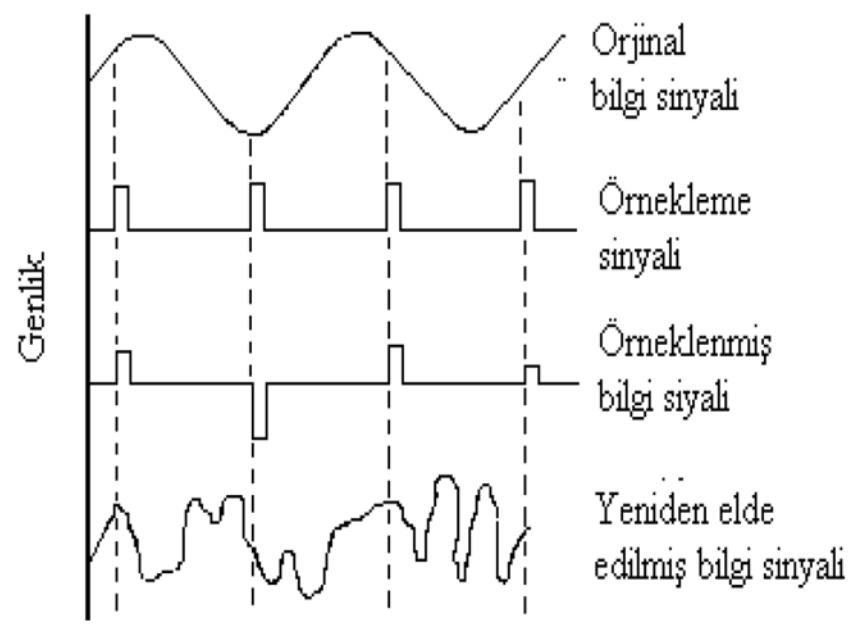


## Örnekleme

- Örnekleme frekansı mesaj sinyali frekansının iki katından daha düşük olduğu durumda örnekleme yapılırsa, mesaj sinyali alıcıda yeniden oluşturulduğunda elde edilen dalga şekli orijinal mesaj sinyali dalga şecline benzemez.



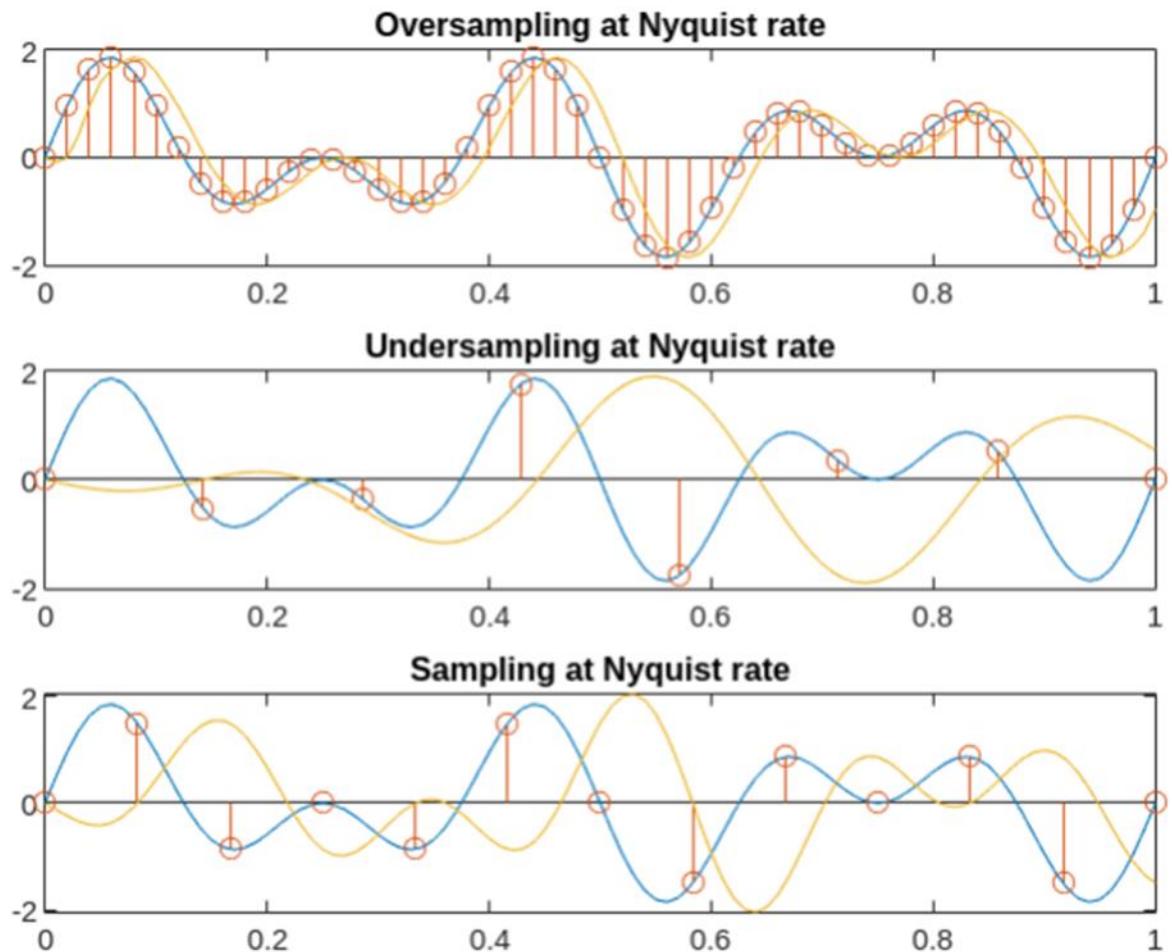
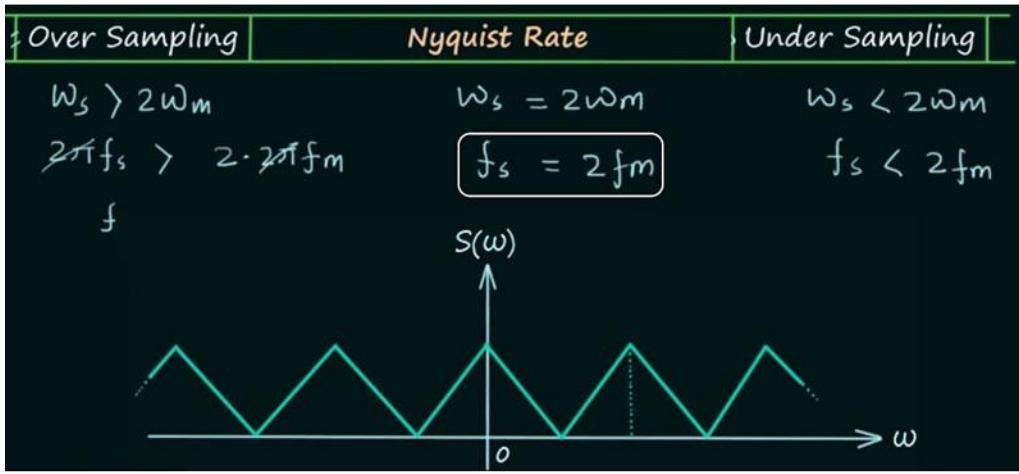
**Yeterli sayıda örneklenmiş sinyal**



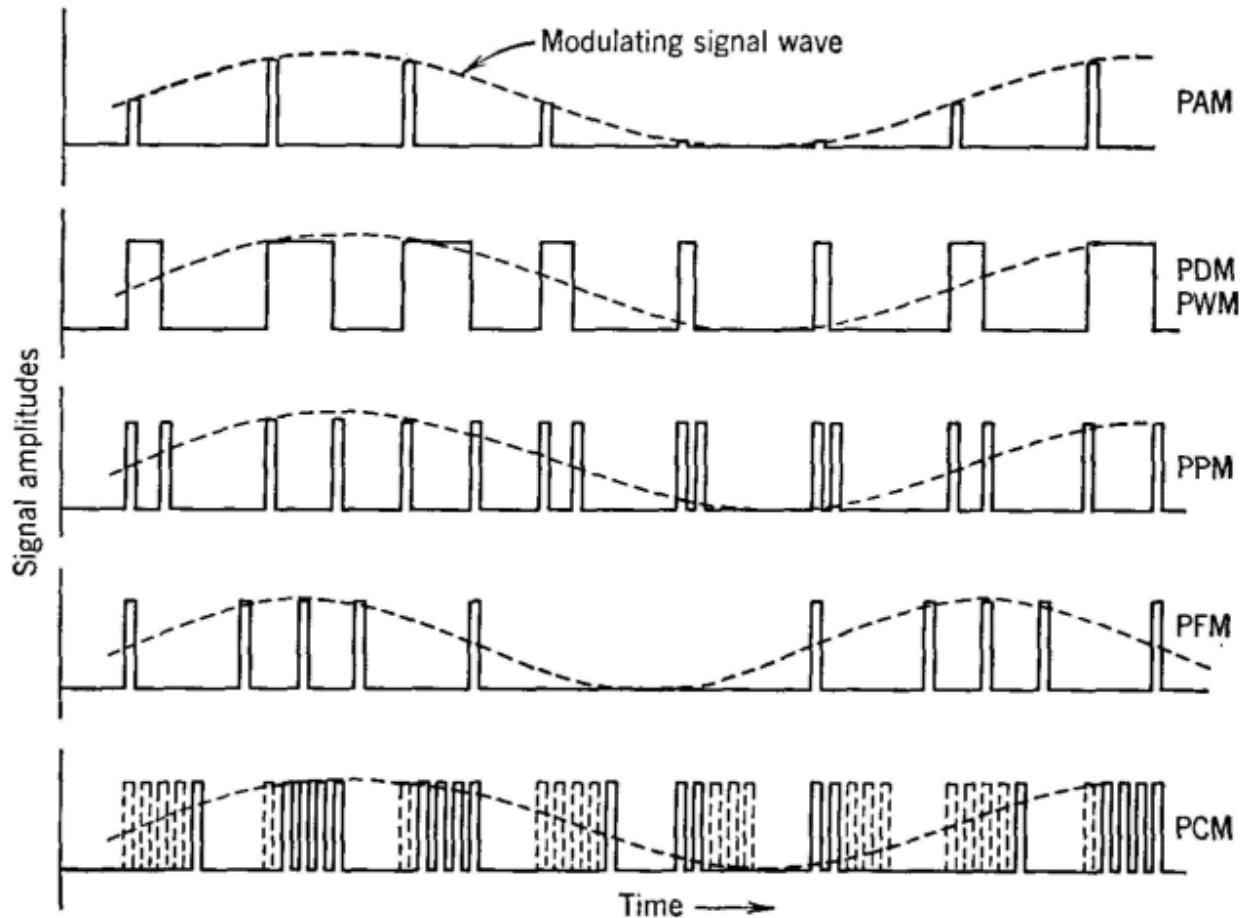
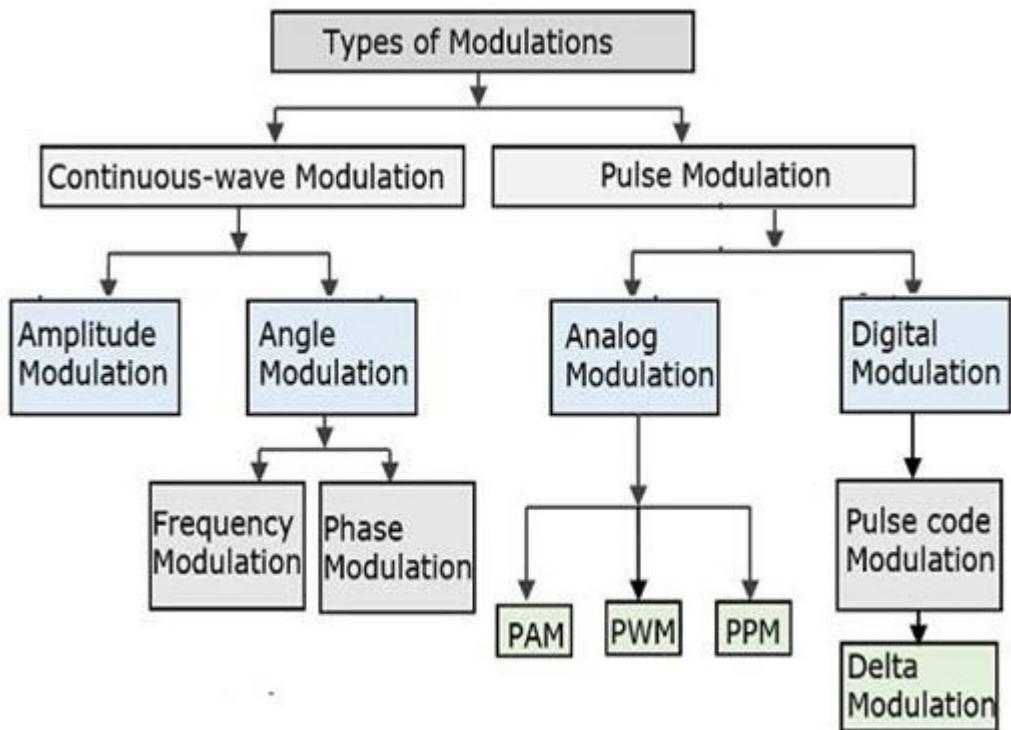
**Yetersiz sayıda örneklenmiş sinyal**

- Örnekleme frekansı ne kadar yüksek olursa alıcıda elde edilen sinyal, orijinal mesaj sinyaline o kadar fazla benzer. Bant genişliği yaklaşık 300 Hz - 3,4 KHz arasında olan telefon hatları üzerinden yapılan ses transferi uygulamalarında örnekleme frekansı 8 KHz ve üzerinde değerde seçilir. Fakat örnekleme frekansının artması, veri trafigini de önemli ölçüde artırır.
- Vericide örnekleme frekansı ve her örnek değerin kaç bitle kodlandığı biliniyorsa ADC çıkışında veri transfer hızı hesaplanabilir. Örnekleme frekansı 8 KHz ve her örnek 8 bit ile kodlandığı durumda, saniyede 8000 örnek alınır ve her örnek 8 bitten oluşur. Buna göre saniyede 64.000 bit (64 Kbit) hız ile veri transferi yapılmalıdır. Veri transfer hızı 64 Kbps olarak hesaplanır.

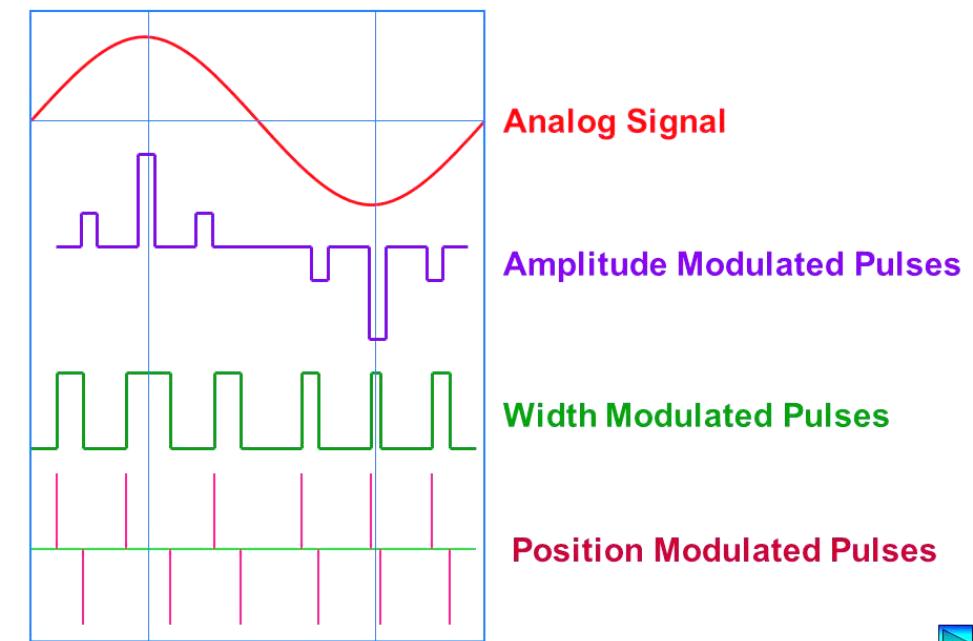
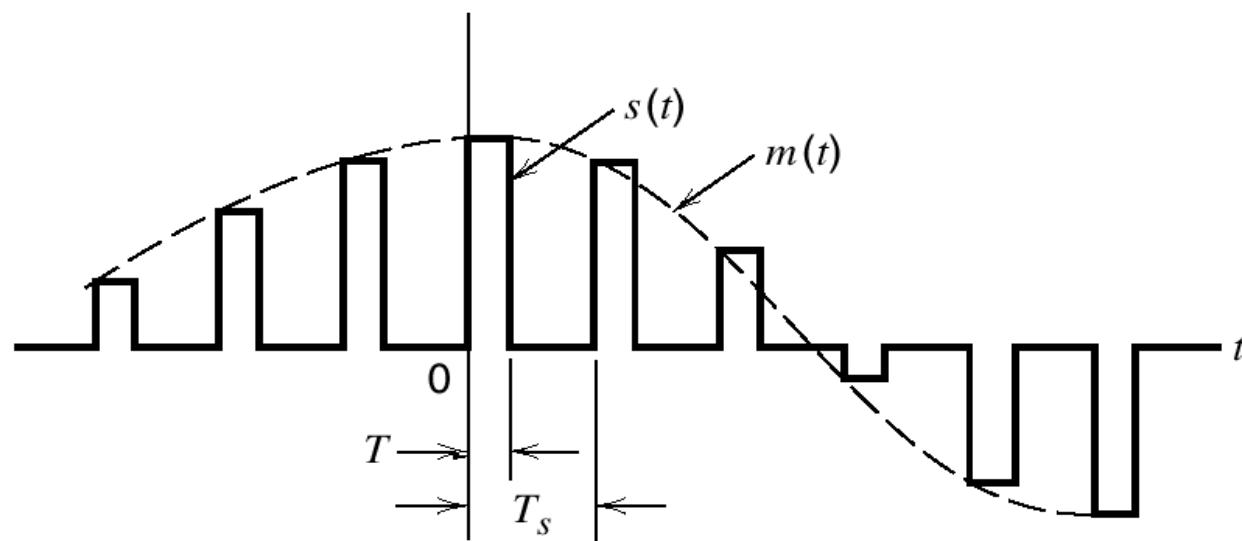
Oversampling,  $f_s > 2B$ ;  
 Critical frequency,  $f_s = 2B$ ;  
 Under-sampling,  $f_s < 2B$ .



# Darbe Modülasyonu Teknikleri

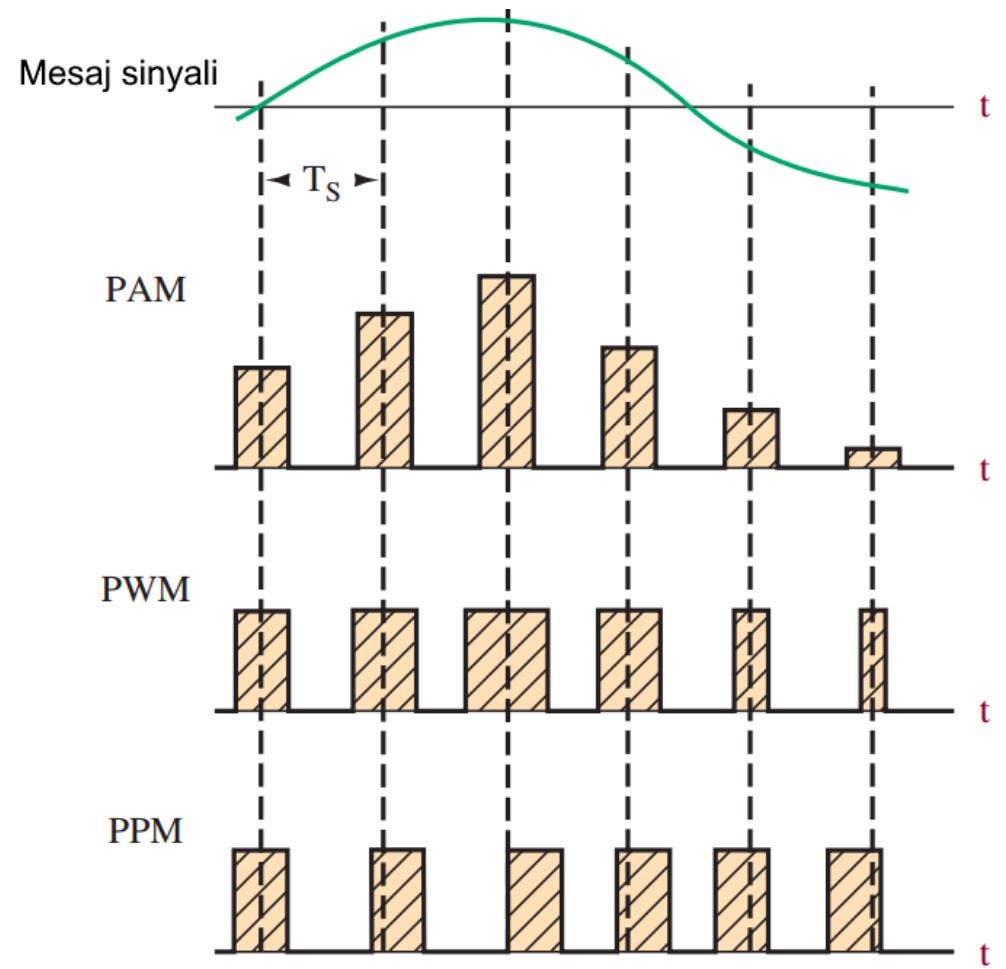


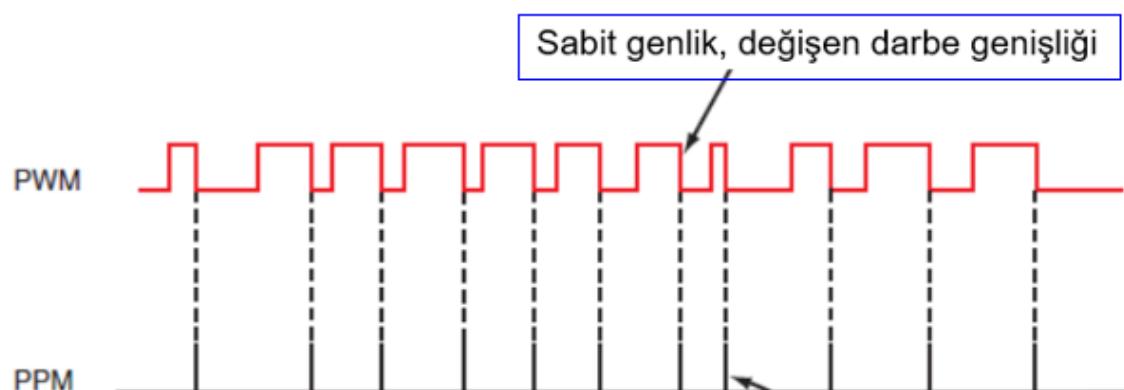
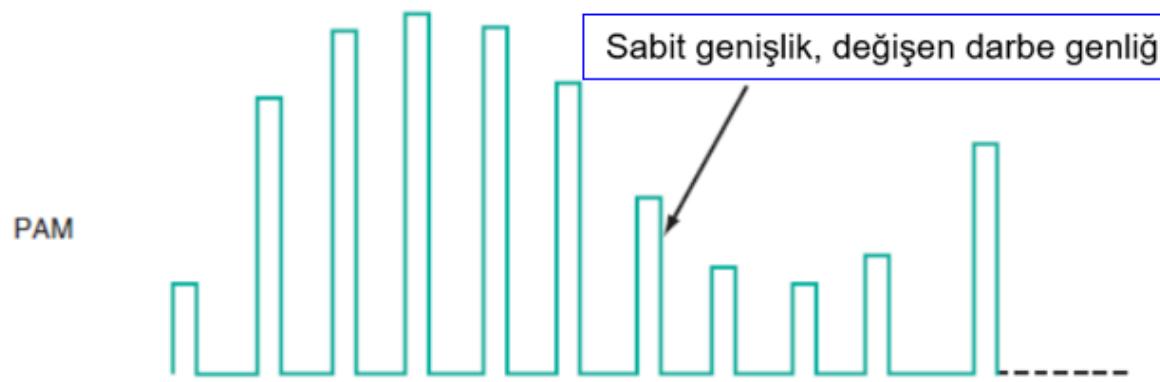
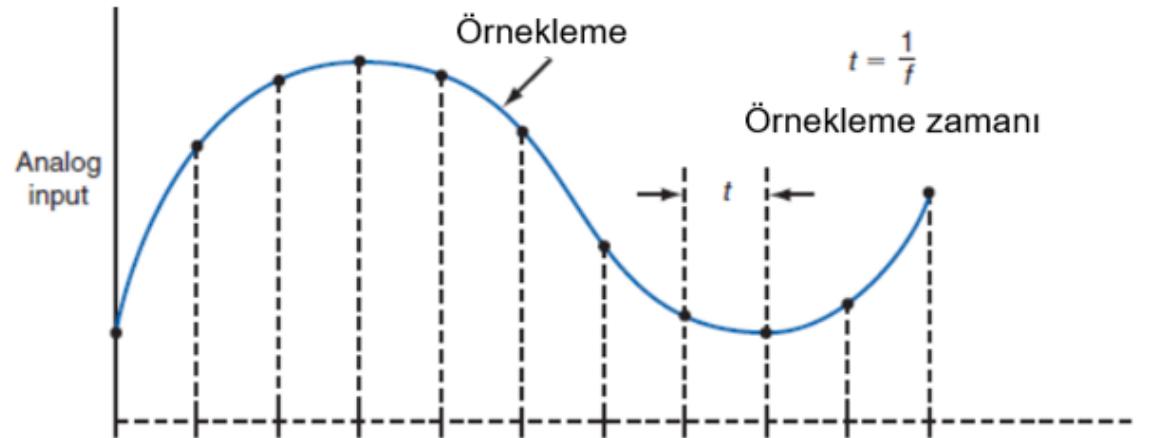
- Analog darbe modülasyonu 3 farklı şekilde uygulanabilir:
  - Darbe genlik modülasyonu (pulse-amplitude modulation, PAM)
  - Darbe genişlik modülasyonu (pulse-width modulation, PWM)
  - Darbe konum modülasyonu (pulse-position modulation, PPM)



# Darbe Modülasyonu Teknikleri

- PAM: sabit genişlikte **darbe genliği**, mesaj sinyaline göre değiştirilir. Darbe süresi, örneklemeye periyoduna göre oldukça düşüktür.
- PWM: sabit genlikte **darbe genişliği**, mesaj sinyaline göre değiştirilir. Mesaj sinyali genliği arttığında darbe süresi uzar, azaldığında kısalır.
- PPM: sabit genlikte **darbe konumu**, mesaj sinyaline göre değiştirilir. Darbe süresi oldukça kısadır.



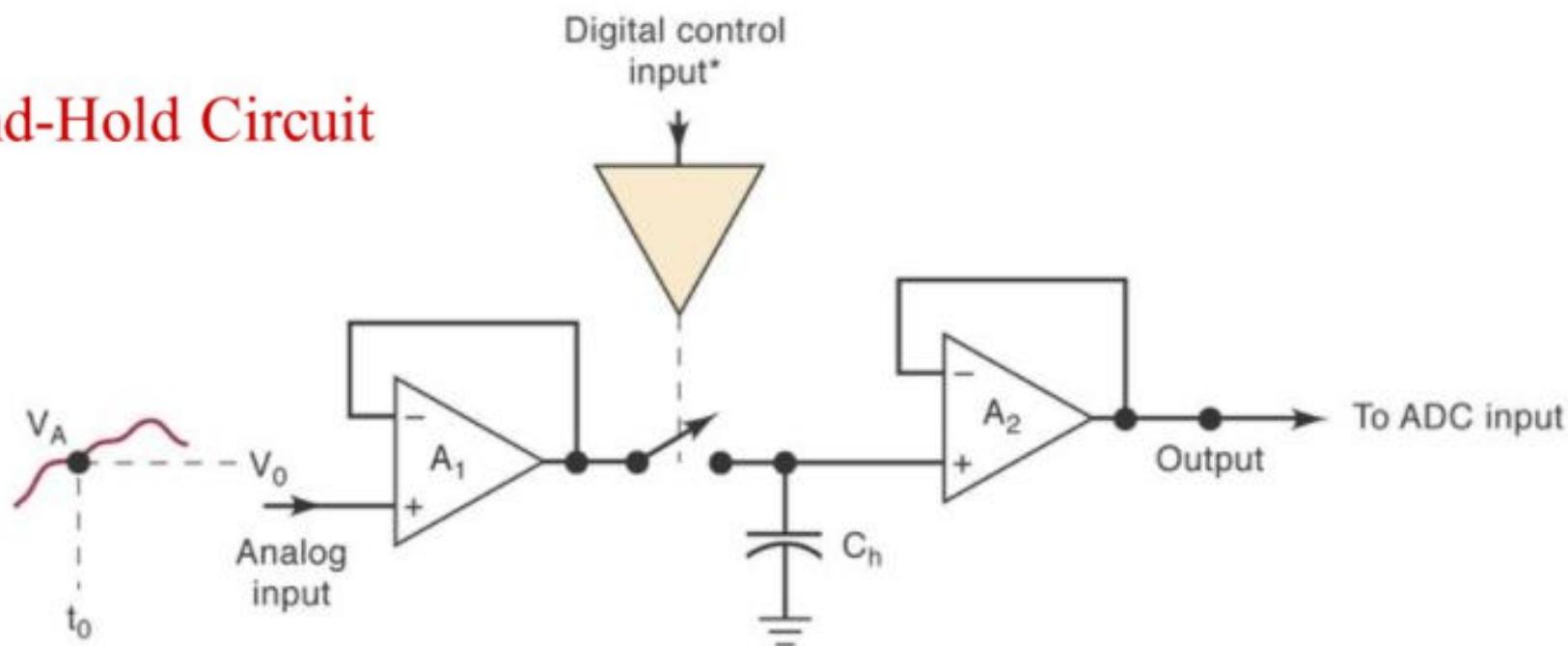


Resulting Pulse	Pulse Amplitude Modulation (PAM)	Pulse Width Modulation (PWM)	Pulse Position Modulation (PPM)
Pulse width (duration)	Constant	Variable	Constant
Pulse position	Constant	Constant	Variable
Pulse height (amplitude)	Variable	Constant	Constant

Sabit genlik, değişen darbe konumu

- Darbe genlik modülasyonu (PAM) sinyali, analog sinyalin sonlu genlik ve sonlu süreli darbelerden oluşan darbe dizisi ile çarpılmasıyla elde edilir. Bunun için örnekle ve tut (sample and hold) devresi kullanılır.

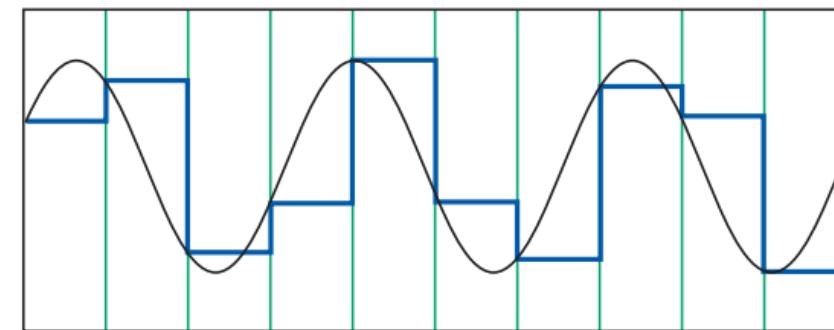
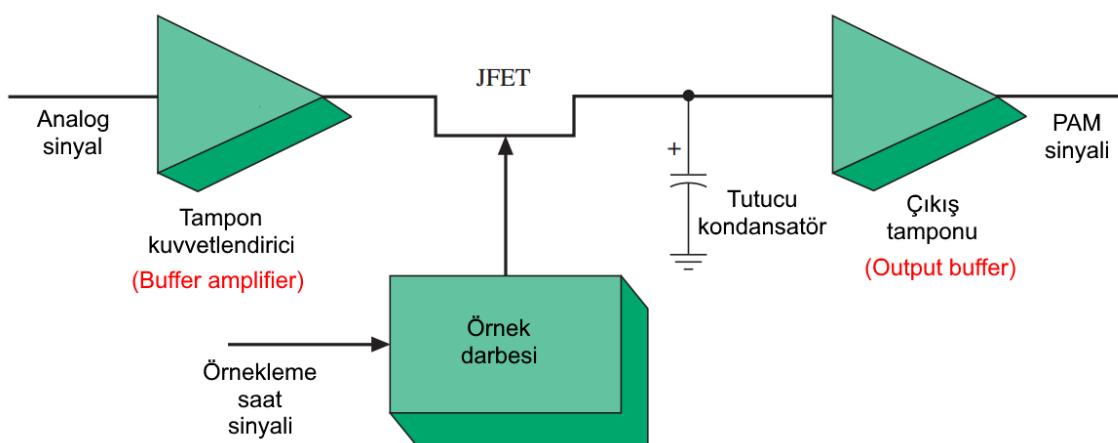
### Sample-and-Hold Circuit



\*Control = 1 → switch closed → sample mode  
Control = 0 → switch open → hold mode

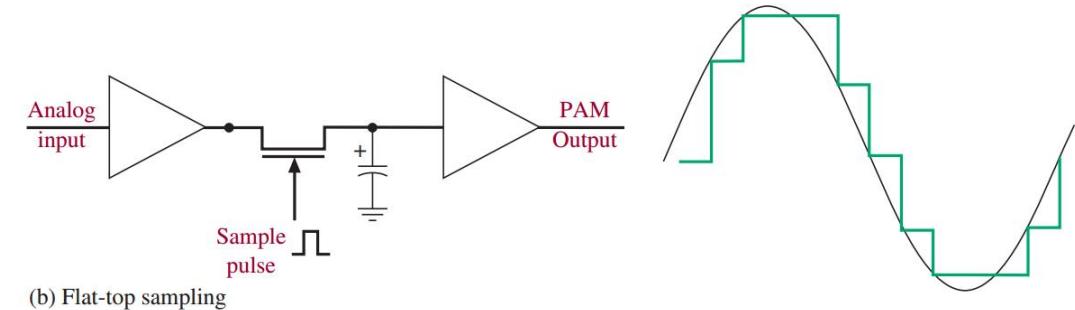
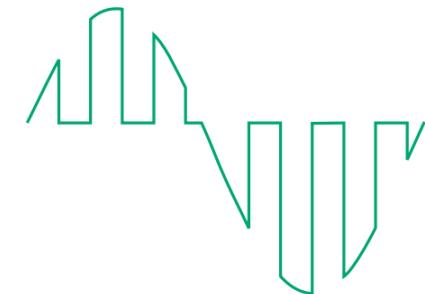
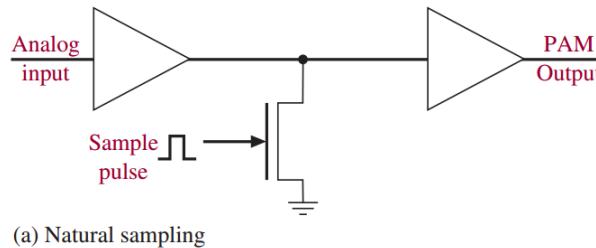
## Darbe Genlik Modülasyonu

- Devrede tampon kuvvetlendirici çıkışı JFET veya MOSFET şeklinde analog anahtarın DRAIN girişine beslenir. FET'in GATE girişi örneklemeye saat sinyali ile kontrol edilir. Anahtar kapalı durumda iken giriş sinyali tutucu kondansatörde depolanır. Kondansatör kendi kapasitans değeri ve tampon devresinin direnci ile belirlenen bir zaman sabiti süresince şarj edilir. Anahtar açıldığında örneklenen analog sinyal gerilim değeri kondansatörde saklanır.

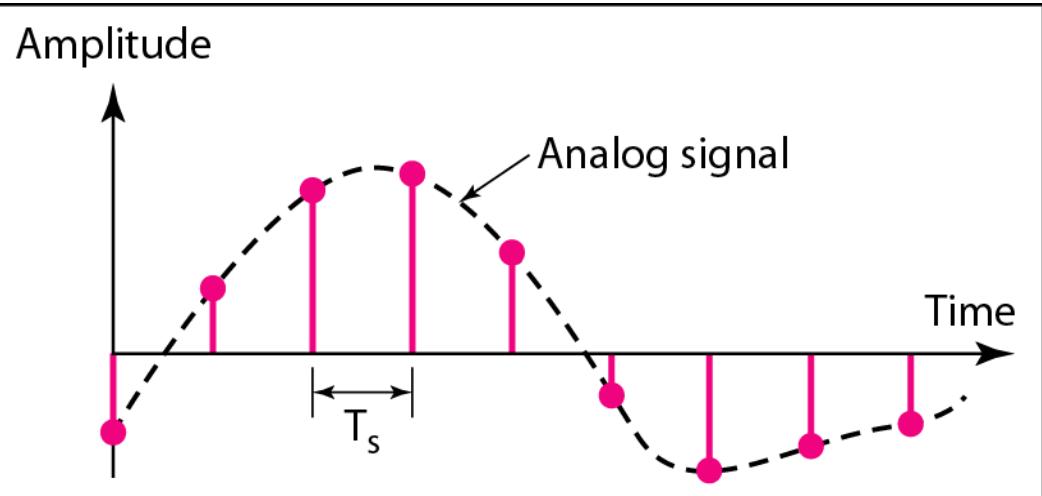


## Darbe Genlik Modülasyonu

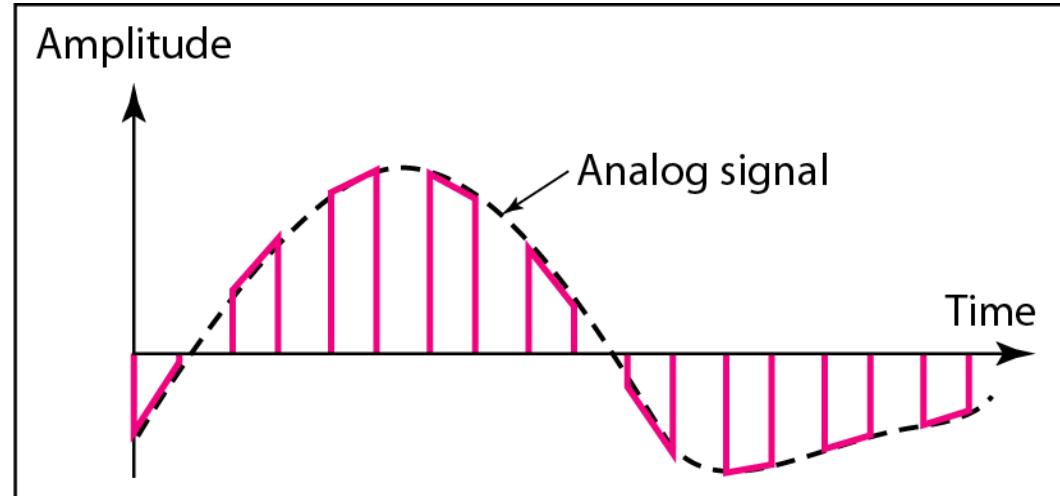
- Örnekleme doğal ve düz tepeli olmak üzere iki farklı şekilde yapılabilir.
  - Doğal (natural) örnekleme yönteminde darbe dizisinin genliği, analog sinyalin dalga biçimini korur.
  - Düz tepeli (flat-top) örnekleme yönteminde ise darbe dizisi genliği örnekleme süresince analog sinyali izlemez, tek bir genlik değerine sahiptir. Bu genlik değeri örnekleme aralığı içinde (genellikle başlangıçta) özel bir noktadan alınır. Sonuca analog sinyalini temsil eden dikdörtgen darbeler meydana gelir.



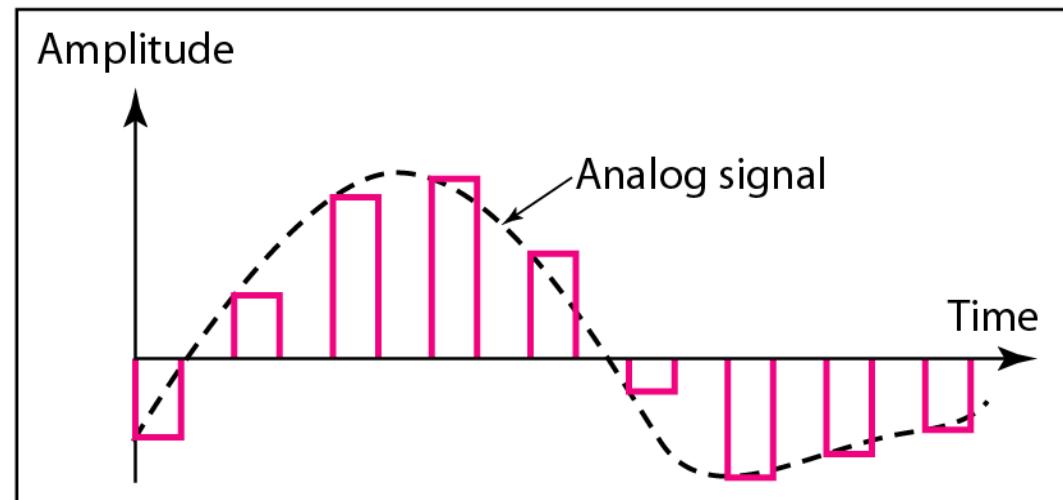
# Darbe Genlik Modülasyonu



a. Ideal sampling



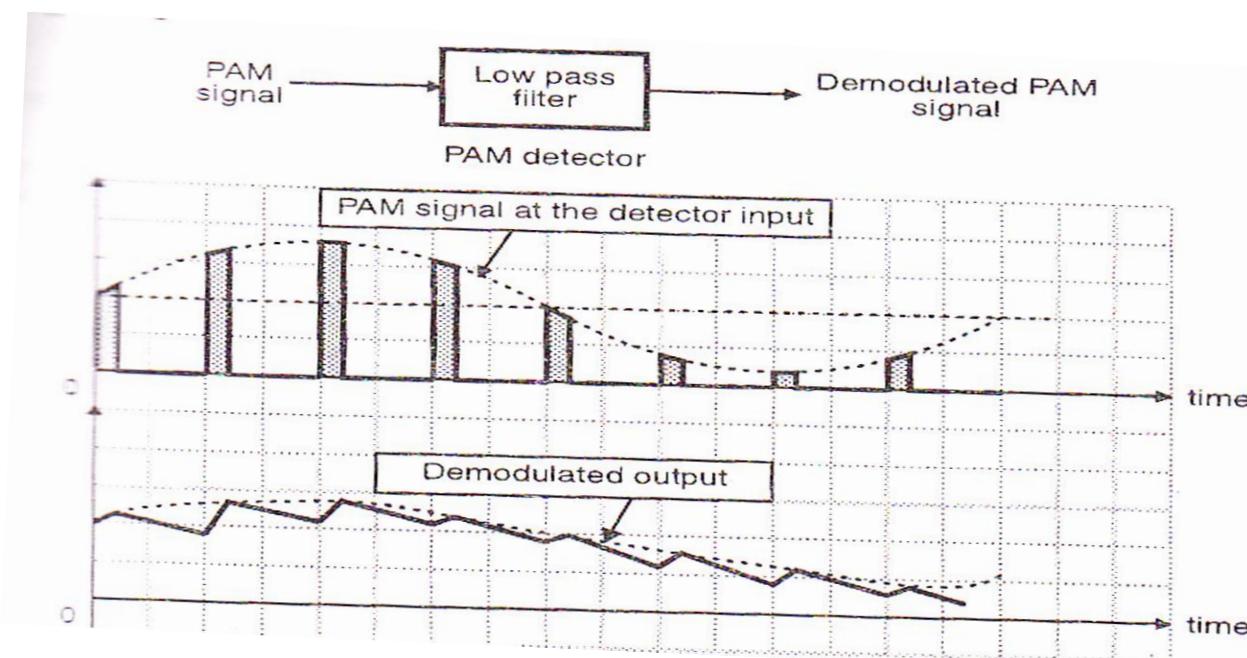
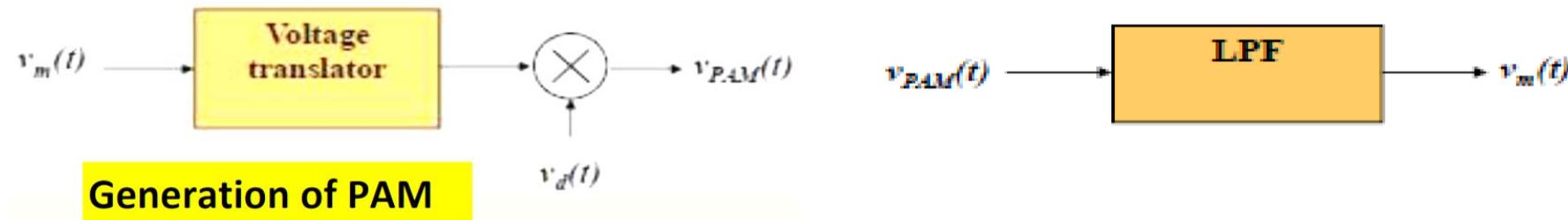
b. Natural sampling



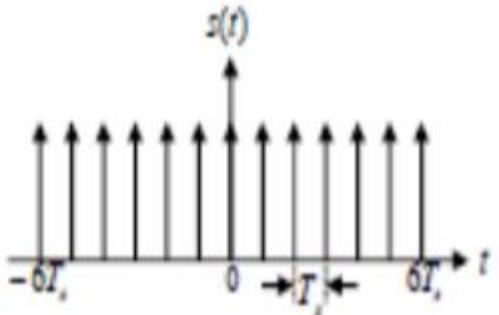
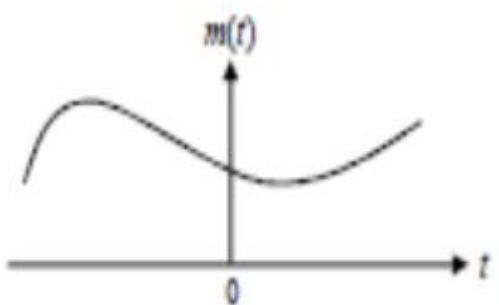
c. Flat-top sampling

## Darbe Genlik Modülasyonu

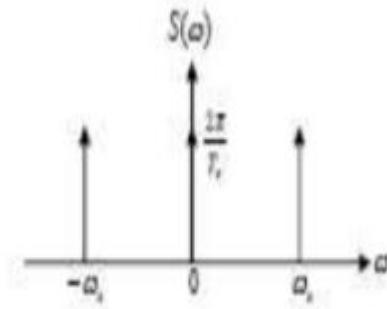
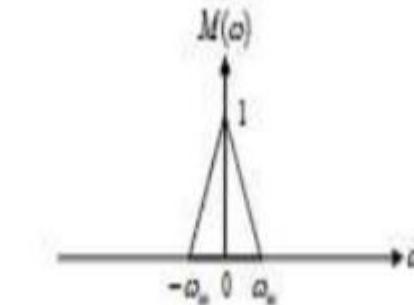
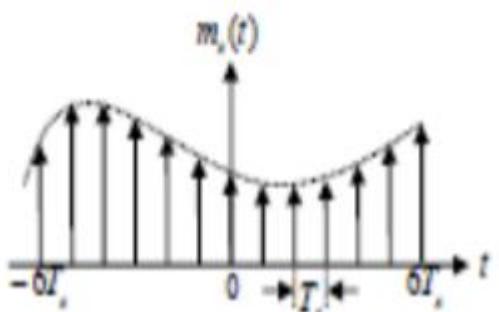
- PAM sinyali alıcıda alçak geçiren filtreden geçirilerek analog sinyal yeniden oluşturulur.



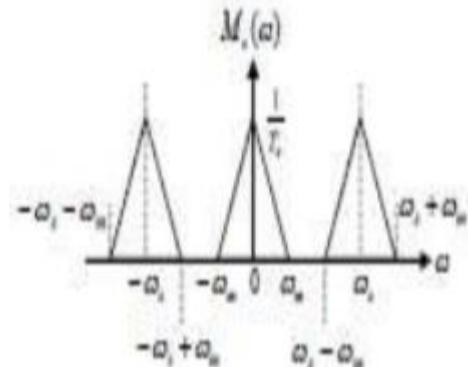
Zaman



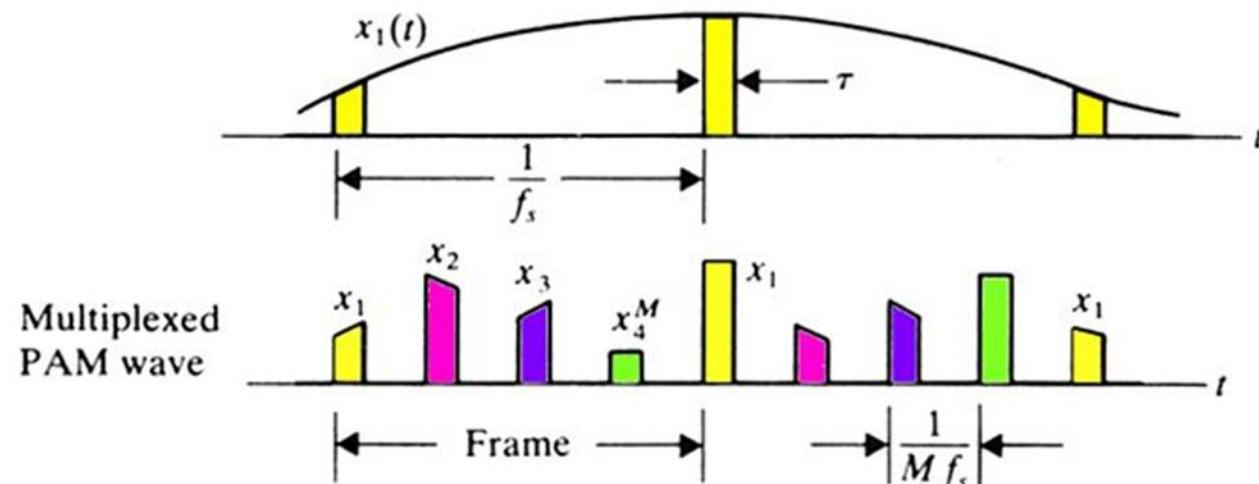
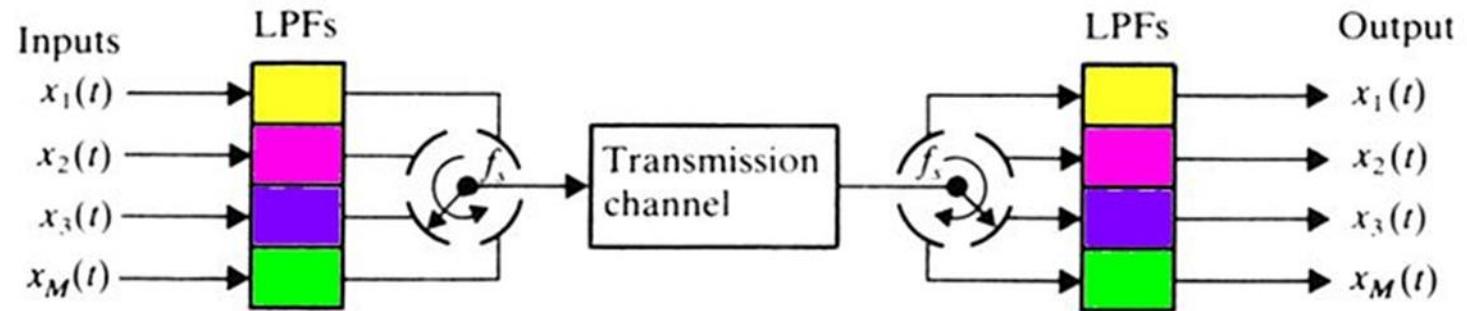
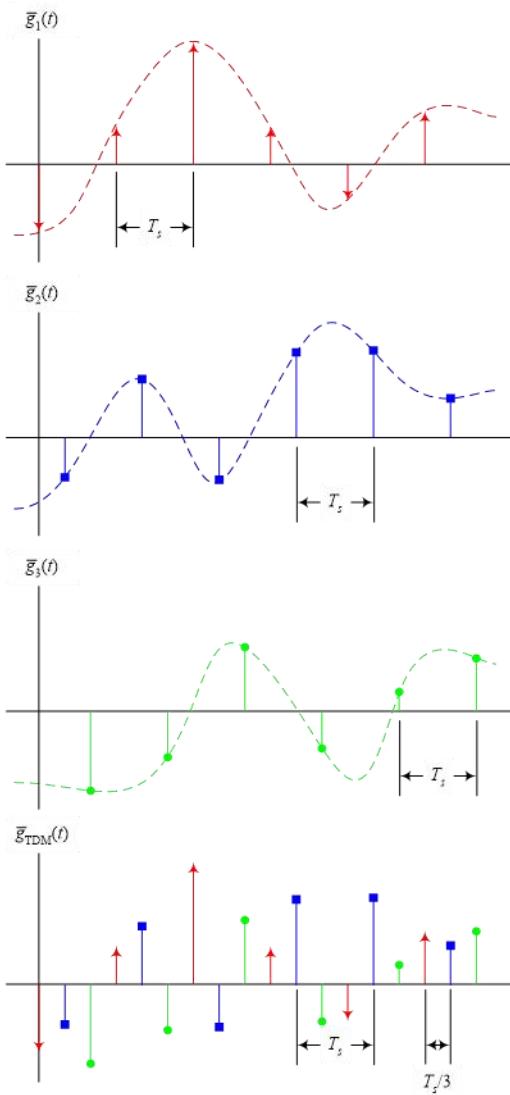
FFT



Frekans

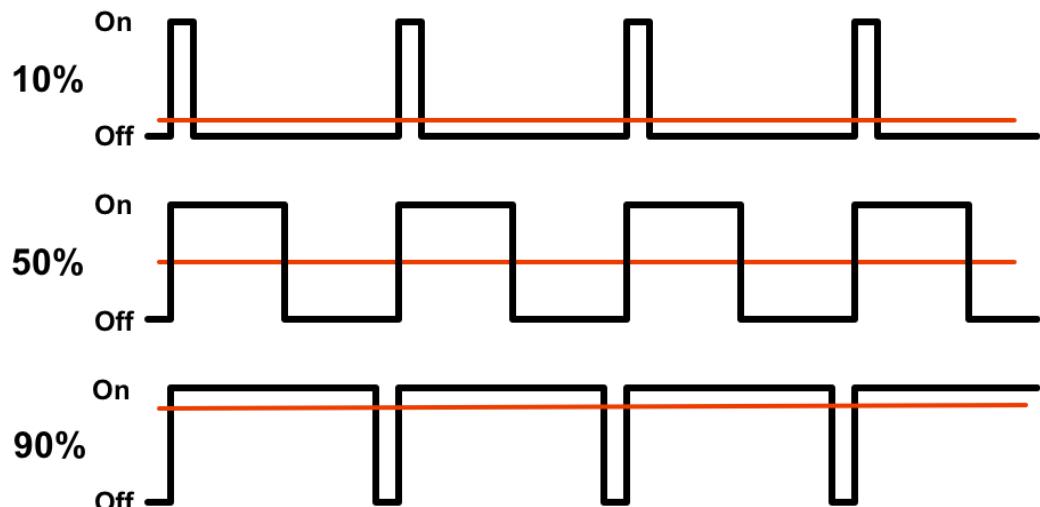
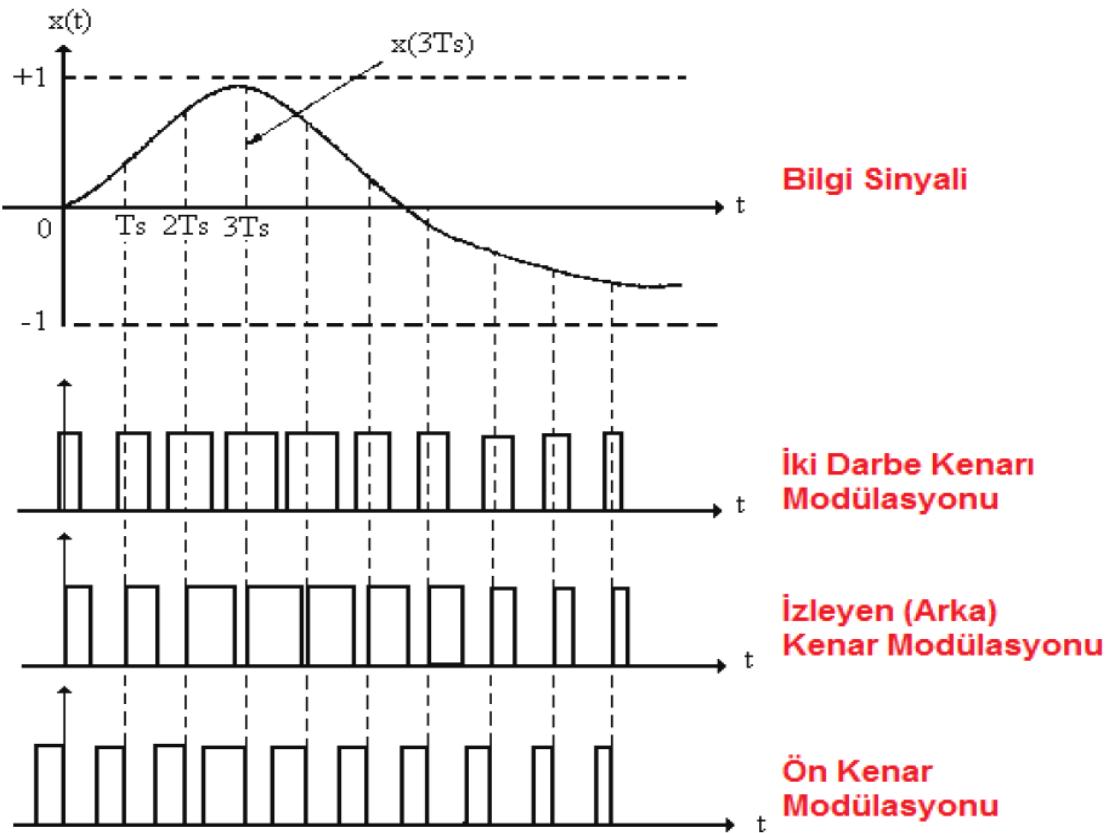


# PAM Sinyallerinin TDM ile Gönderilmesi



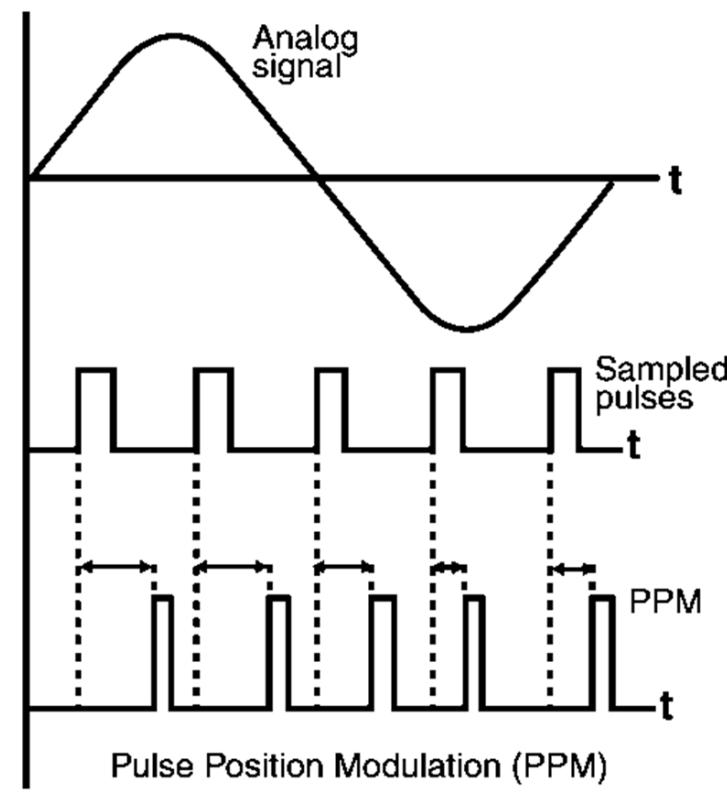
## Darbe Genişlik Modülasyonu

- Darbe genişlik modülasyonu (PWM) uygulandığında darbe genişliği, mesaj sinyalinin örnek değerine göre değiştirilir. Darbe genişliği ön, arka veya her iki kenarı birden olmak üzere üç farklı biçimde değiştirilebilir.



## Darbe Konum Modülasyonu

- Darbe konum modülasyonu (PPM) uygulandığında darbe konumu, mesaj sinyalinin örnek değerine göre değiştirilir.



## PWM ile PPM İlişkisi

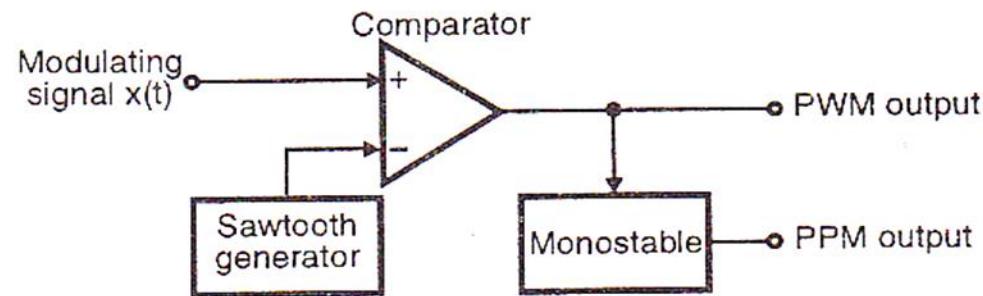
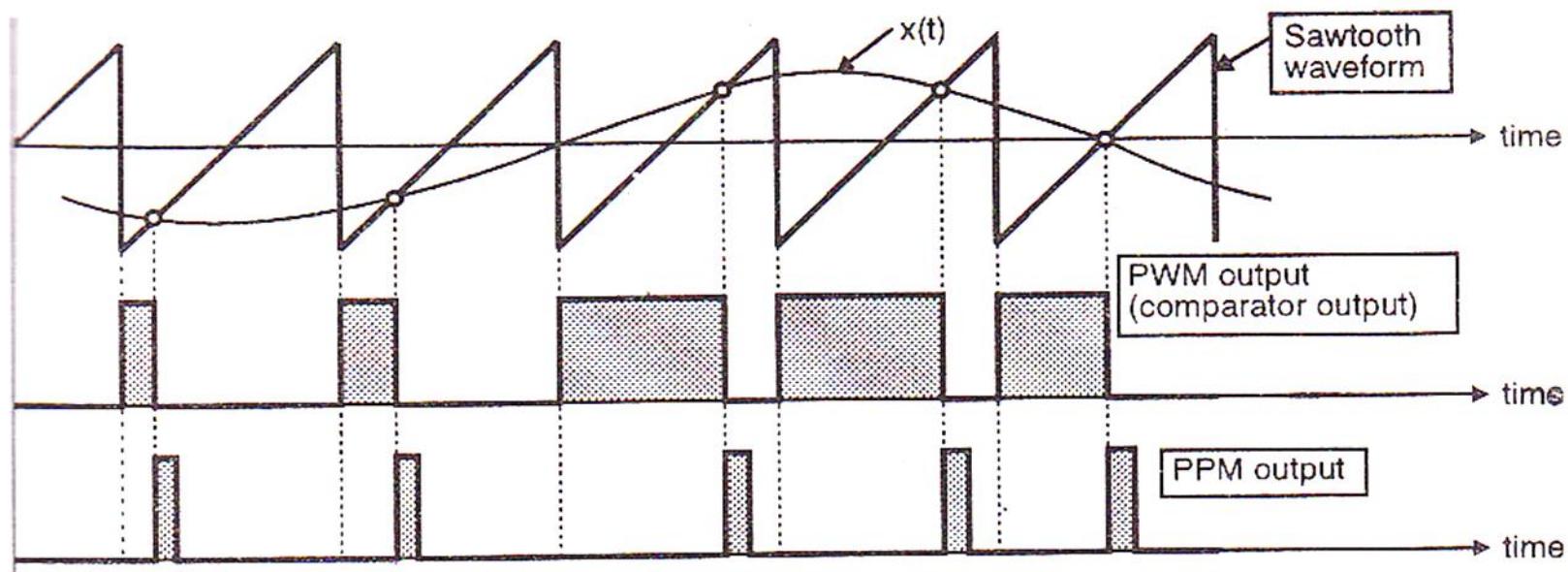


Fig. 8.4.2(a) : PWM and PPM generator



## Değerlendirme

- Darbe modülasyonu teknikleri arasında en basit ve en düşük maliyetli olan PAM'dır. Mesaj sinyalinin periyodik olarak örneklenmesiyle genliği zamanla değişen darbeler elde edilir. Darbe genliği, mesaj sinyalinin genliği ile orantılıdır. PAM için en büyük dezavantaj PWM ve PPM ile karşılaştırıldığında gürültüden etkilenmesidir. PAM ile elde edilen sinyale kanal üzerinde eklenen gürültünün alıcıda ayırtılması zordur.
- Alınan sinyal üzerinden gürültünün kırpılmaya çalışılması bozulmaya sebep olur. Bu sebepten PAM ile elde edilen darbeler PCM haline dönüştürüllererek gönderilebilir veya doğrudan yüksek frekanslı taşıyıcı sinyal ile modüle edilip gönderilebilir. Buna karşın PWM ve PPM uygulandığında kırıcılık devreler ile gürültü azaltılabilir.
- Darbe modülasyonu teknikleri arasında en popüler olan PWM'dir. Taşıyıcı sinyal gücünden ise PPM daha avantajlıdır. Çünkü PPM ile darbenin kendisi değil sadece bir kenarı gönderilir. PAM ve PWM sinyallerinin transferi için alıcı-verici arasında senkronizasyon gerekmek, fakat PPM için gerekir.

## Değerlendirme

S.No	Pulse Amplitude Modulation (PAM)	Pulse Duration/Width Modulation (PDM/PWM)	Pulse Position Modulation (PPM)
1	Amplitude of the pulse proportional to amplitude of modulating signal	Width of the pulse is proportional to amplitude of modulating signal	The relative position of the pulse is proportional to amplitude of modulating signal
2	Bandwidth of the transmission channel depends on the pulse width	Bandwidth of the transmission channel depends on the rise time of the pulse	Bandwidth of the transmission channel depends on the rising time of the pulse
3	Instantaneous power of the transmitter varies	Instantaneous power of the transmitter varies	Instantaneous power of the transmitter remains constant
4	Noise interference is high	Noise interference is minimum	Noise interference is minimum
5	System is complex to implement	System is simple to implement	System is simple to implement
6	Similar to amplitude modulation	Similar to frequency modulation	Similar to phase modulation

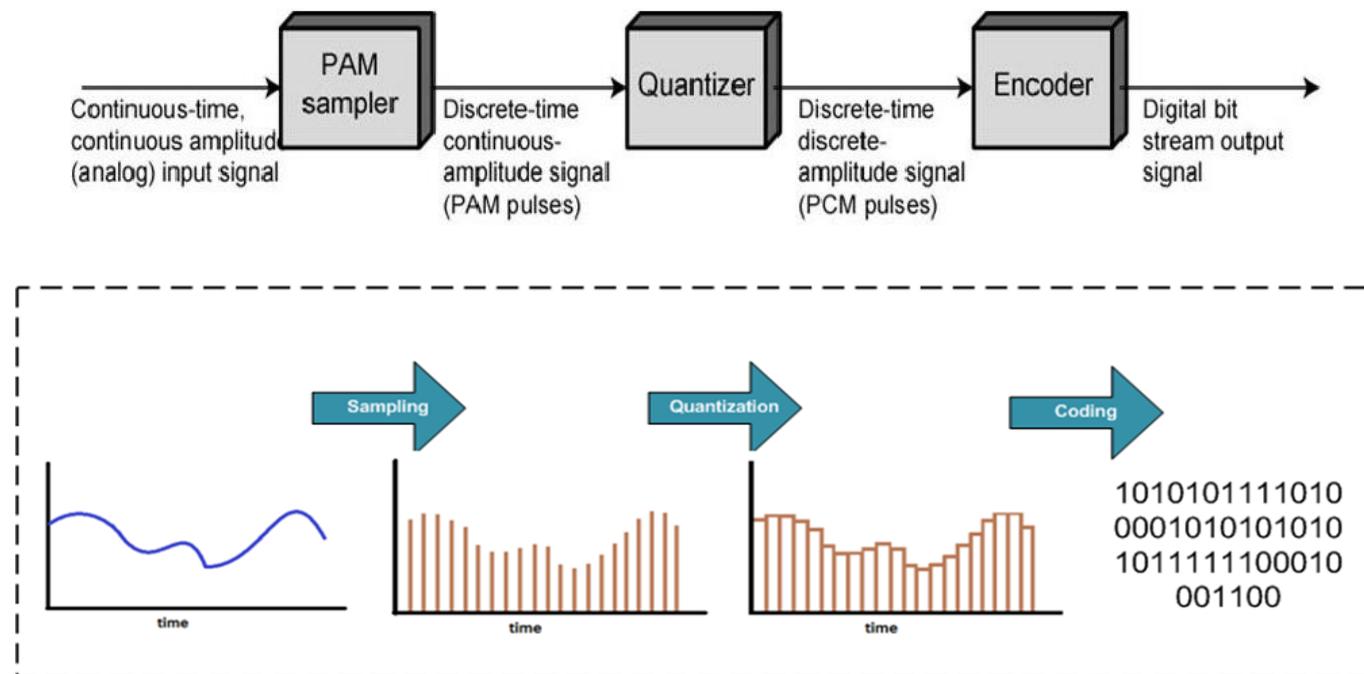
## Darbe Modülasyonu Avantajları

- Darbe modülasyonu uygulandığında gönderilen darbeler genellikle çok kısa sürelidir. Bu sebepten darbe modülasyonu ile elde edilen sinyaller çok düşük görev çevrimi (duty cycle) değerine sahiptir.
- Darbe modülasyonu, zaman bölmeli çoğullama (TDM) tekniği ile birlikte uygulanmaya elverişlidir. Darbeler arasındaki boşluklar farklı sinyallerin örneklenmesi ile elde edilen darbeler ile doldurulabilir. Böylece çeşitli kaynaklar tarafından üretilen mesaj sinyalleri aynı kanal üzerinden gönderilebilir.
- Darbe modülasyonunda taşıyıcı sinyal sürekli olarak gönderilmez, modülasyonlu sinyal kısa süreli darbeler şeklinde dir. Darbe görev döngüsü kısa tutulduğundan ortalama taşıyıcı gücü oldukça düşüktür. Bunun yanında gürültüye karşı duyarlılığı daha düşük olan darbe modülasyonlu sinyaller ile uzun mesafeler boyunca veri transferi gerçekleştirilebilir.

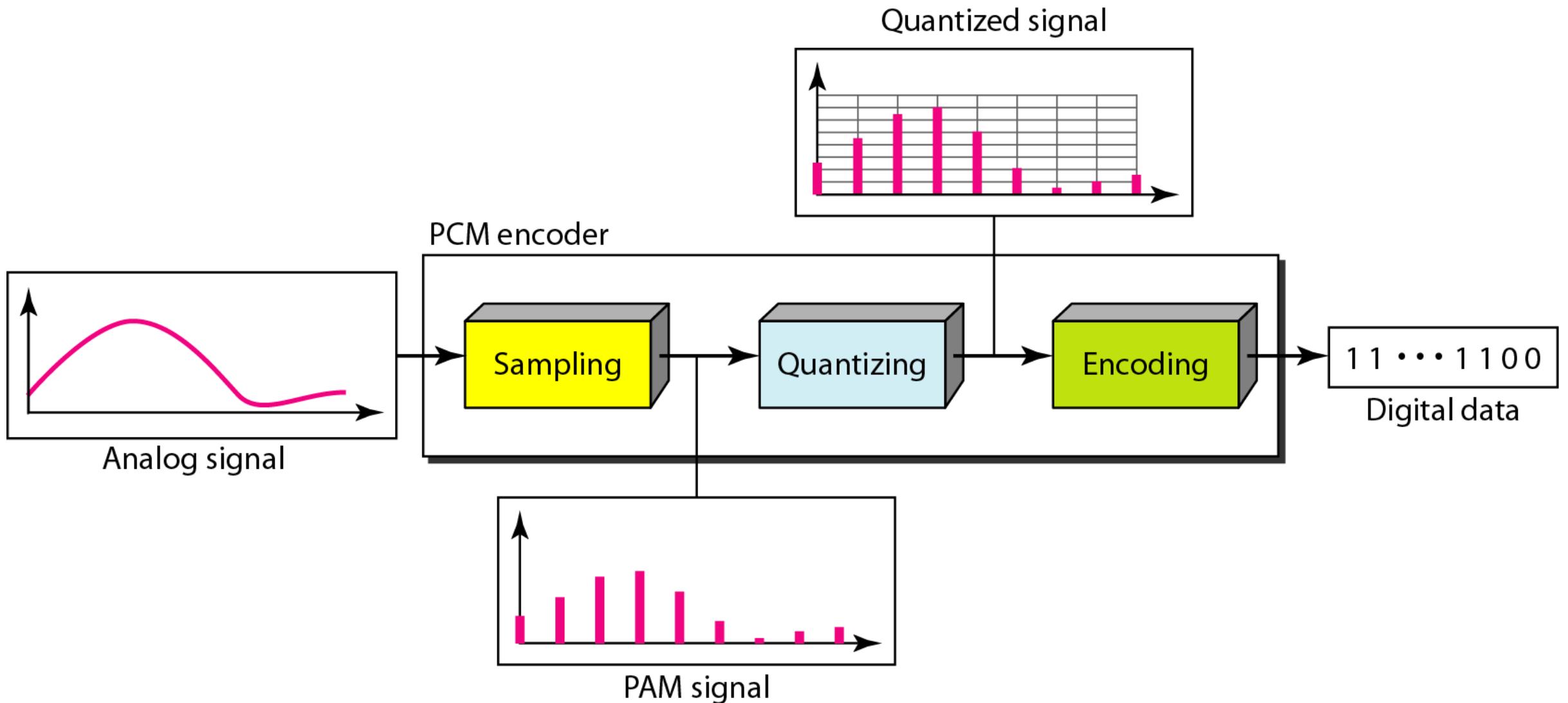
- Sayısal haberleşme sistemlerinde ikilik bit dizisi şeklinde seri veri transferi yapmak için darbe kod modülasyonu (PCM) kullanılır.
- Darbe kod modülasyonu sinyali üretmek için iki farklı yöntem kullanılır:
  - Örnekle ve tut devresi ile birlikte ADC (kuantalama ve kodlama) kullanımı
  - Delta modülasyonu kullanımı
    - Uyarlamalı (adaptive) delta modülasyonu

## Darbe Kod Modülasyonu

- Darbe kod modülasyonu (PCM) sayısal haberleşme sistemlerinin temel yapı taşıdır. Sayısal haberleşme sistemlerinde taban bant seri veri transferi yapmak için genellikle darbe kod modülasyonu kullanılır. Darbe kod modülasyonu ile ikilik bit dizisi şeklinde sayısal sinyal elde etmek için örnekleme (sampling), kuantalama (quantization) ve kodlama (coding) işlemleri birbiri ardına uygulanır.



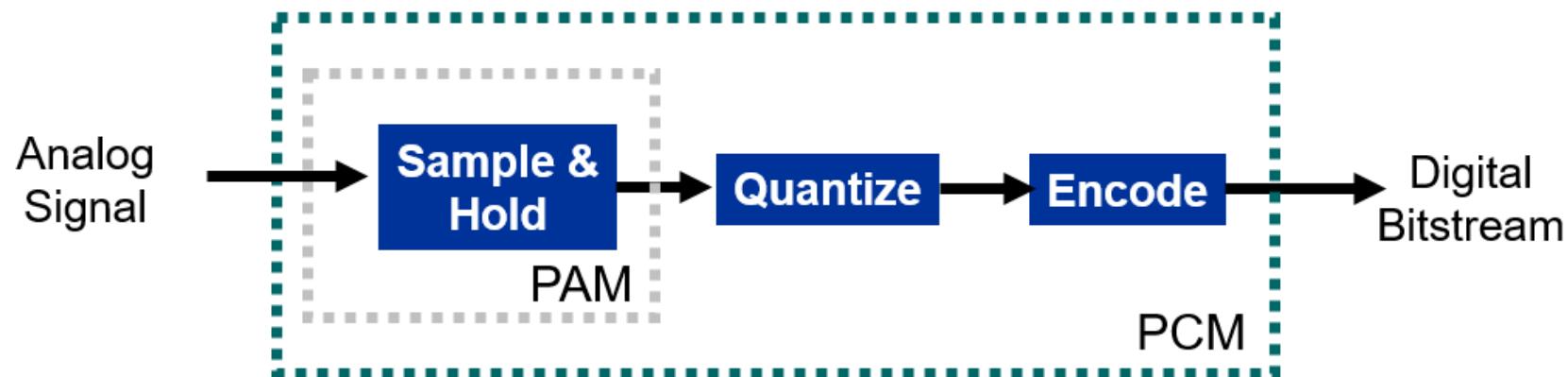
# Darbe Kod Modülasyonu



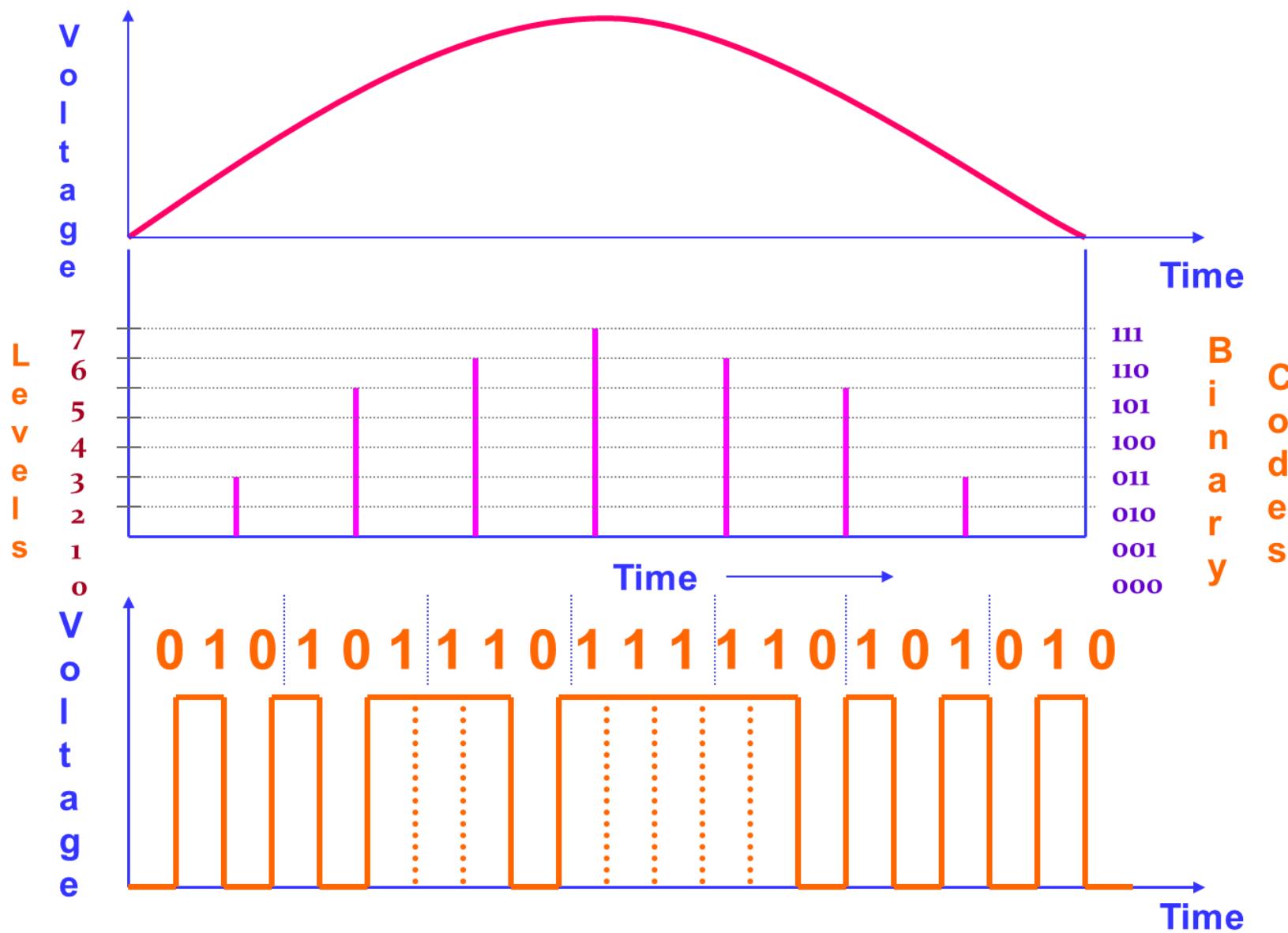
- Örnekleme yapılarak analog sinyalden belirli zaman aralıklarında örnek değerler alınır. Burada en önemli parametrelerden biri örneklemenin hangi sıklıkta yapılacağıdır. Örnekleme frekansı uygulama tipine, bant genişliğine, veri hızına ve donanım özelliklerine bağlı olarak belirlenir.
- Nyquist tarafından gösterildiği üzere orijinal sinyalin yeniden ele edilebilmesi için örnekleme frekansı, analog mesaj sinyalini oluşturan sinyal bileşenlerinin frekansı maksimum olanından en az 2 kat veya daha fazla olmalıdır. Örneğin maksimum 3 KHz frekansında bileşen içeren mesaj sinyali örneklenirken, örnekleme frekansı değeri en az 6 KHz olmalıdır.

## Darbe Kod Modülasyonu

- Analóg formda mesaj sinyali örnekle ve tut devresi girişine uygulanırsa, darbe genlik modülasyonu (PAM) sinyali elde edilir. PAM sinyalinin kuantalanması ve kodlanmasıyla darbe kod modülasyonu gerçekleştirilmiş olur. Bu sebepten PAM ve PCM birbirleriyle yakından ilişkilidir.



## Sampling, Quantization and Coding



- Analog sinyaller sonsuz sayıda farklı değerden oluşur. Fakat практике analog sinyalden alınan örneklerin her biri için farklı bir kod kelimesi kullanılması mümkün değildir. Bunun yerine belirli sayıda kuantalama aralığı tanımlanır ve alınan örnek değerleri bu kuantalama seviyelerine yuvarlanarak kodlama yapılır.
- Burada önemli bir parametre kodlama işleminin kaç bit ile yapılacağıdır. Kodlama için kullanılan bit sayısına bağlı olarak kuantalama ile yapılan yuvarlama hatasının büyüklüğü değişir. Kuantalama sırasında yapılan yuvarlama sonucunda oluşan hatayı azaltmak için daha fazla sayıda bit ile kodlama yapılması mümkündür.
- İdeal ADC, sonsuz sayıda bit ile kuantalama yapar. Fakat bit sayısı artarsa veri transferi daha uzun zaman alır. Ayrıca verilerin iletilmesi ve saklanması da problem haline gelir.

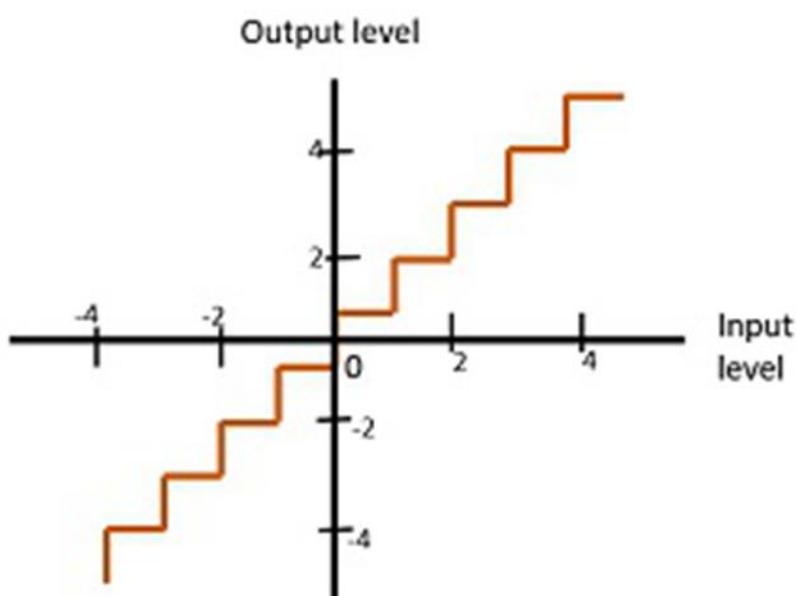
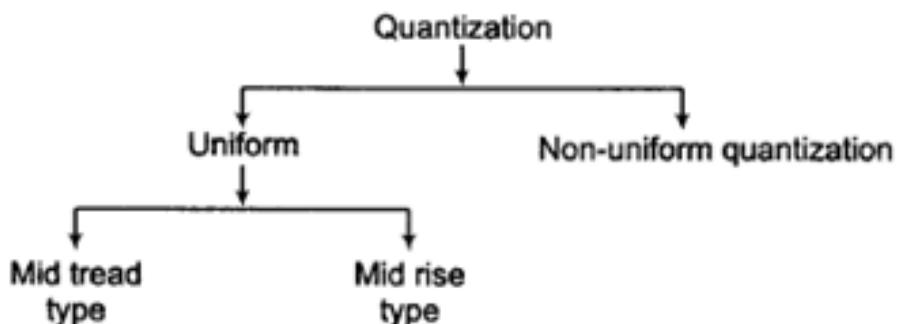


Fig 1 : Mid-Rise type Uniform Quantization

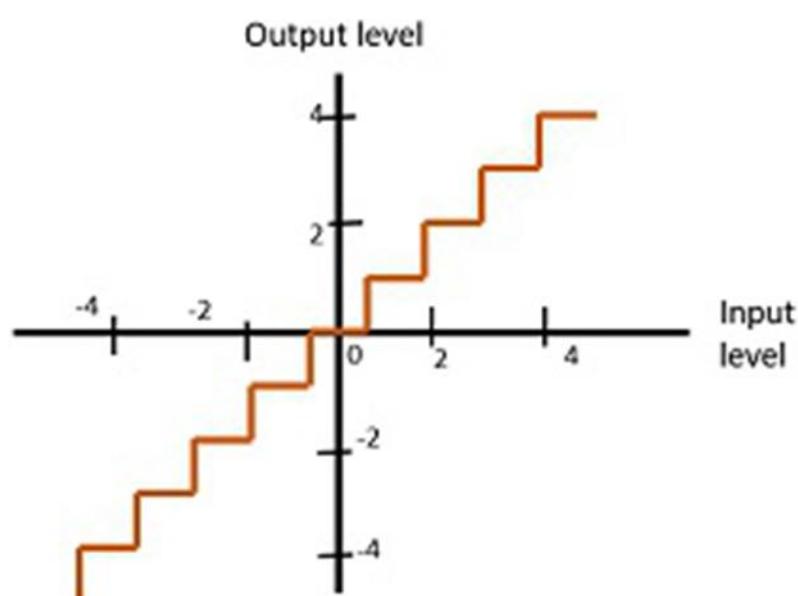
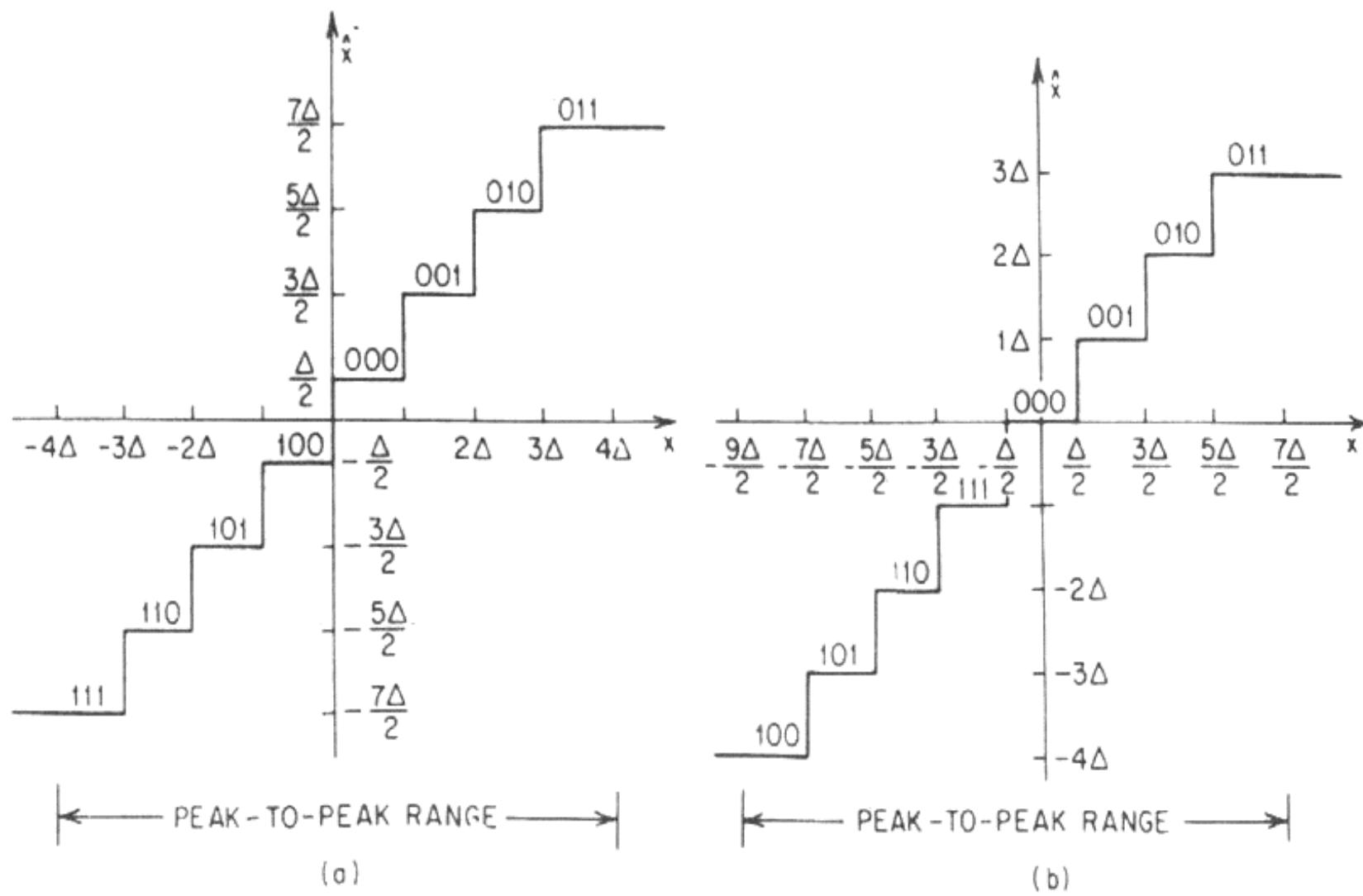


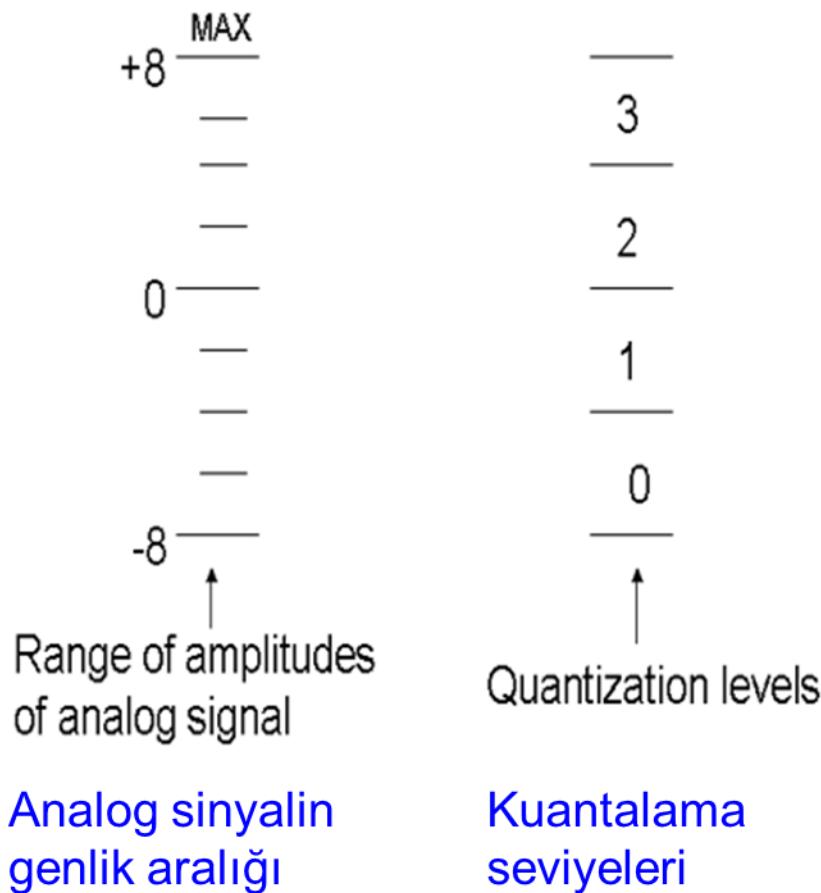
Fig 2 : Mid-Tread type Uniform Quantization

# Kuantalama



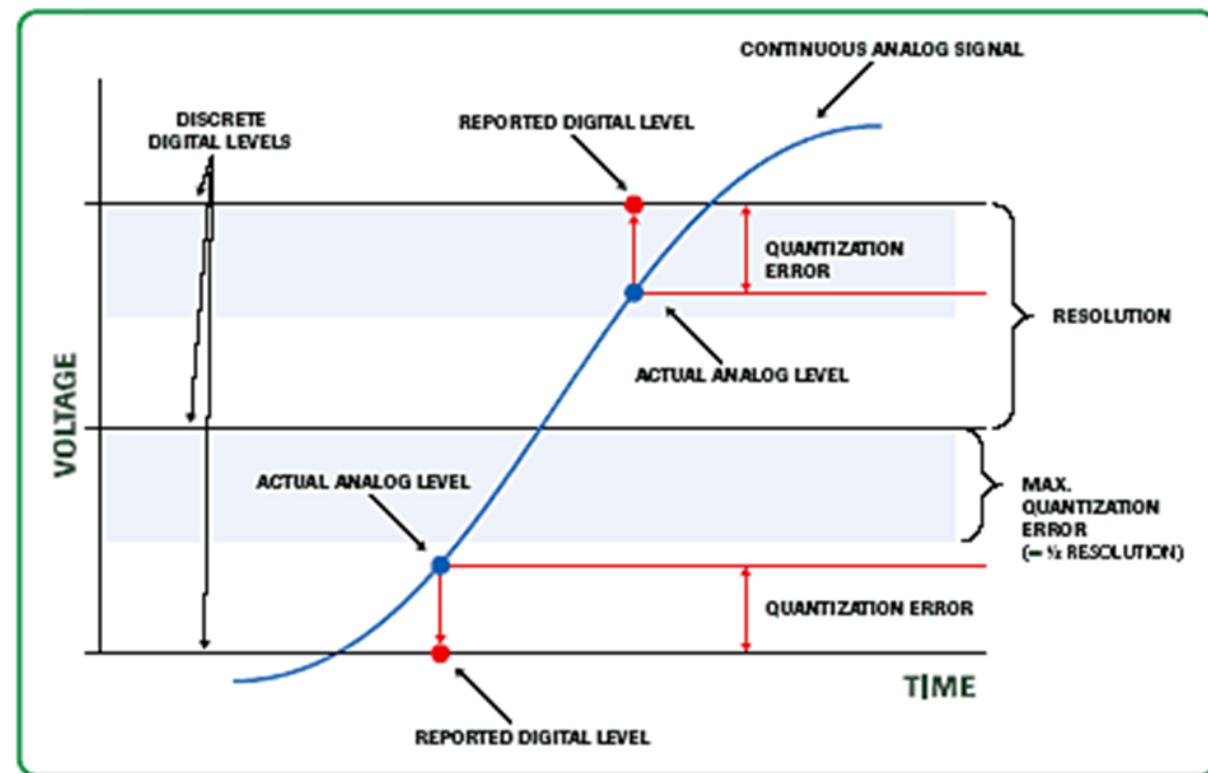
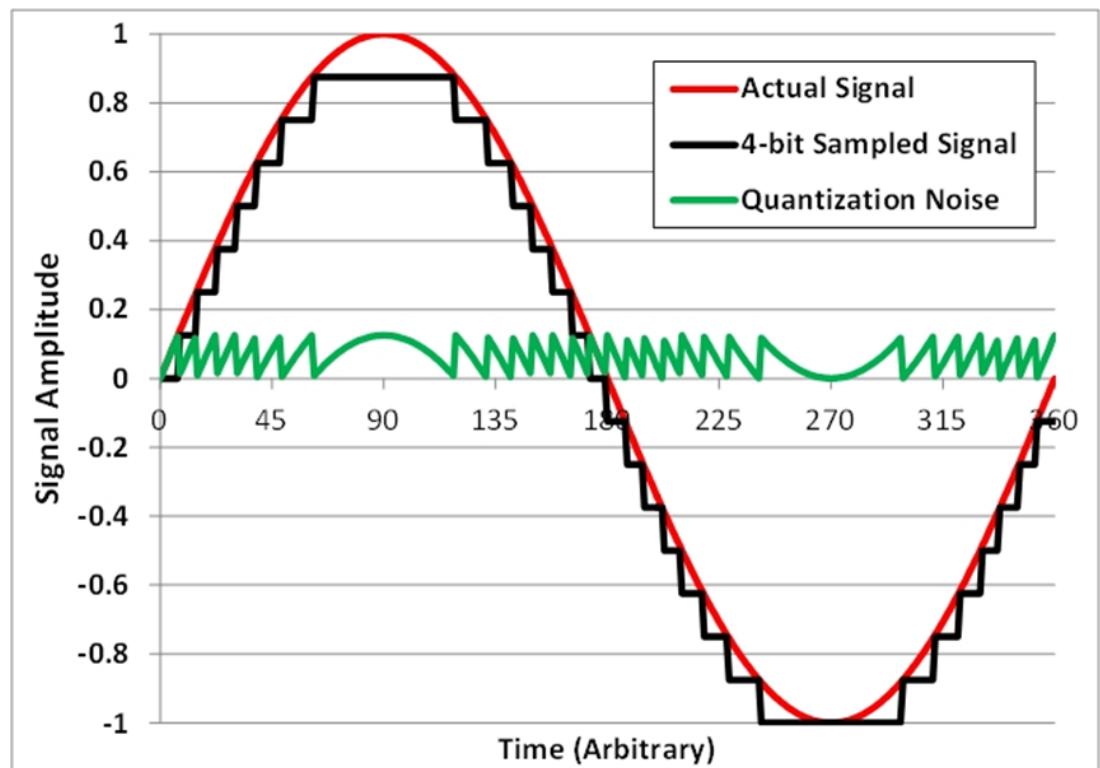
- Örneklemme işlemi sonucunda alınan örnek değerler kuantalama seviyelerine yuvarlanır. Genliği  $-x$  ile  $+x$  arasında değişen bir analog sinyal için kodlamada kullanılan bit sayısı  $m$  olmak üzere kuantalama seviyesi sayısı  $N = 2^m$  olur. Böylece  $d = \frac{2x}{N}$  uzunluğunda kuantalama aralıkları elde edilir.
- Kodlama için kullanılan bit sayısı artırıldığında kuantalama işlemi sırasında yuvarlama sebebiyle yapılan hata azaltılır. Kuantalama hatası, tıpkı kanal üzerindeki gürültü gibi rasgele süreç olarak düşünülür. Kuantalama işlemi sonucunda yuvarlamadan kaynaklanan hata değeri  $e = \frac{d^2}{\sqrt{12}}$  olarak hesaplanır.

## Kuantalama



Kodlama için 2 bit kullanılırsa örnek değerleri dört farklı seviyeye kuantalanır.

# Kuantalama Gürültüsü



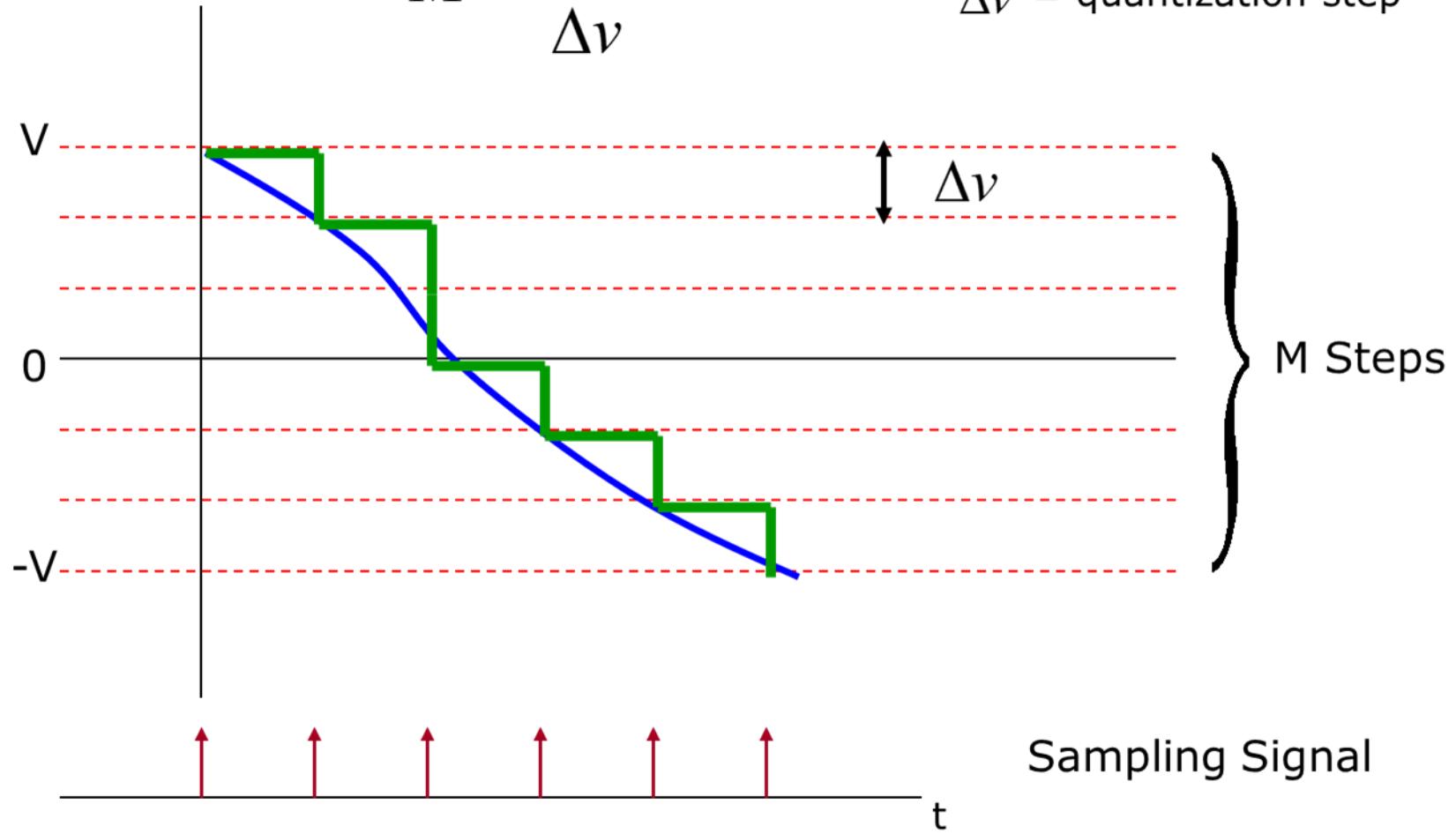
$$\sigma_e^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} e^2 \frac{1}{\Delta} de = \frac{\Delta^2}{12}$$

$$\Delta = \frac{X_m}{2^B}$$

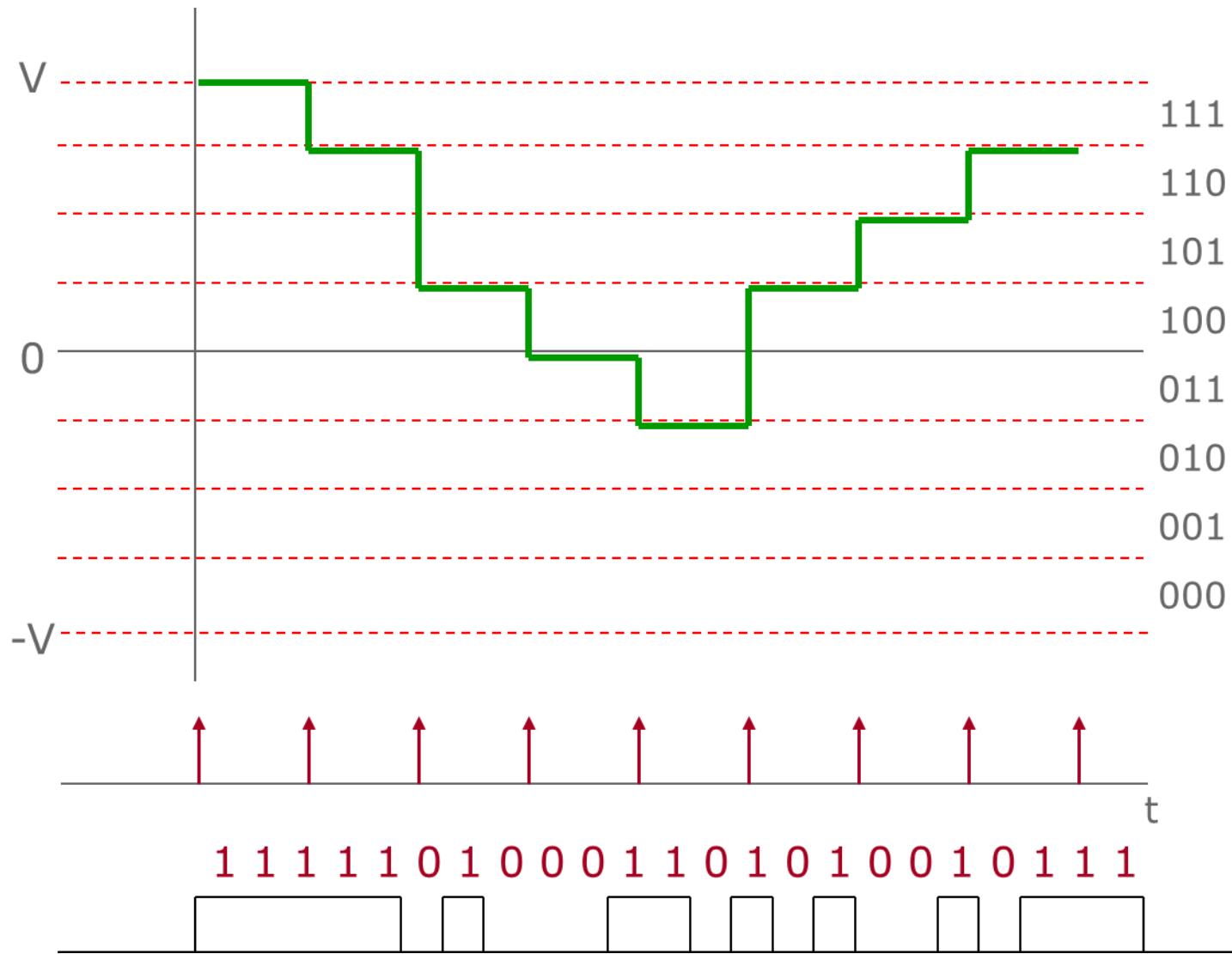
## Kuantalama Gürültüsü

$$M = \frac{2V}{\Delta v}$$

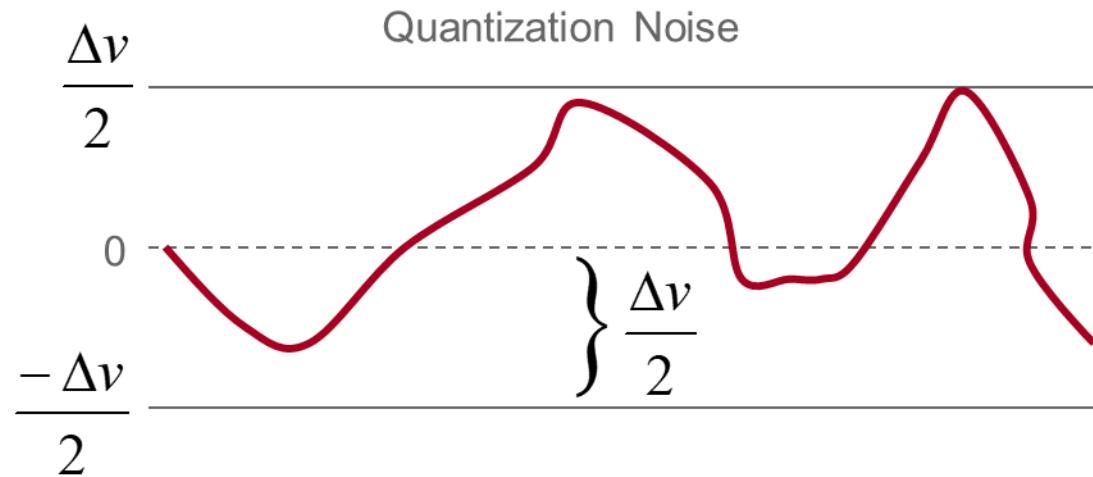
Where  $M$  = no. of steps  
 $\Delta v$  = quantization step



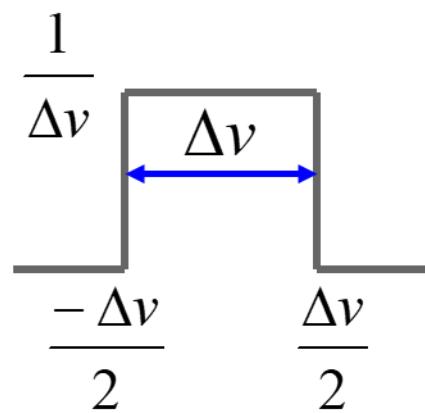
## Kuantalama Gürültüsü



$$M = 2^N$$



Uniform distribution



$$e(t) = f(t) - f_Q(t)$$

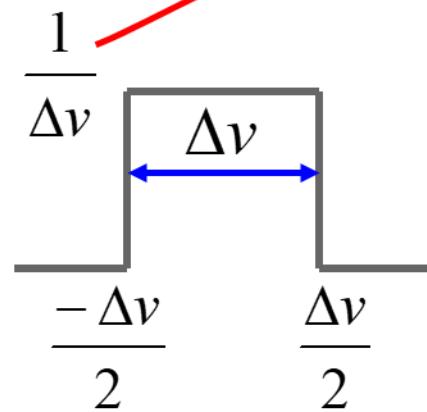
$$\frac{-\Delta v}{2} \leq e(t) \leq \frac{\Delta v}{2}$$

The average power

$$\bar{P} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt$$

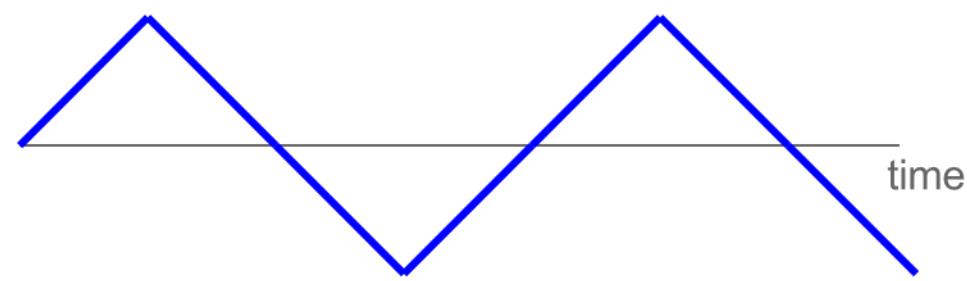
$$\bar{e^2}(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^2(t) dt$$

Zaman ortalaması



$$= \int_{-\infty}^{\infty} v^2 p(v) dv$$

Sürekli rasgele değişken

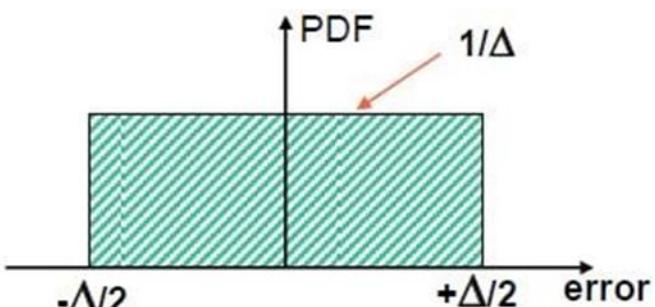


$$\begin{aligned}
 \overline{e^2}(t) &= \int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} v^2 \frac{1}{\Delta v} dv = \frac{1}{\Delta v} \left[ \frac{v^3}{3} \right]_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} \\
 &= \frac{1}{3\Delta v} \left[ \frac{\Delta v^3}{8} + \frac{\Delta v^3}{8} \right] \\
 &= \frac{\Delta v^2}{12}
 \end{aligned}$$

$$SNR|_{\mathcal{Q}} = \frac{SignalPower}{ErrorSignalPower}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= \int_{-q/2}^{q/2} e^2 p(e) de = \int_{-q/2}^{q/2} e^2 \left( \frac{1}{q} \right) de = \frac{1}{q} \int_{-q/2}^{q/2} e^2 de
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{q} \left. \frac{e^3}{3} \right|_{-q/2}^{q/2} = \frac{q^2}{12}$$



## Sinyal Kuantalama Gürültüsü Hatası Oranı

- PCM sistemi çıkışında sinyal-kuantalama gürültüsü aşağıdaki denklem ile bulunur:

$$(\text{SNR})_o = \left( \frac{S}{N_q} \right)_o = \frac{3}{2} L^2 \quad \left( \frac{S}{N_q} \right)_{0 \text{ dB}} = 10 \log \left( \frac{S}{N_q} \right)_o = 1.76 + 20 \log L$$

- İspat -> Dinamik sinyal aralığı  $2A$  olmak üzere kuantalama aralığı uzunluğu  $\Delta$  ve kuantalama hatası aşağıdaki gibi bulunur:

$$\Delta = \frac{2A}{L} \quad N_q = \langle q_e^2 \rangle = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{A^2}{3L^2}$$

- Bu durumda sinyal-kuantalama gürültüsü değeri şöyle elde edilir:

$$(\text{SNR})_o = \left( \frac{S}{N_q} \right)_o = \frac{A^2/2}{A^2/(3L^2)} = \frac{3}{2} L \quad \left( \frac{S}{N_q} \right)_{0 \text{ dB}} = 10 \log \left( \frac{S}{N_q} \right)_o = 1.76 + 20 \log L = 20 \log 2^n + 1.76 \text{ dB} \\ = 6.02n + 1.76 \text{ dB}$$

Her bit 6 dB kazanç sağlar !!!

# Sinyal Kuantalama Gürültüsü Hatası Oranı

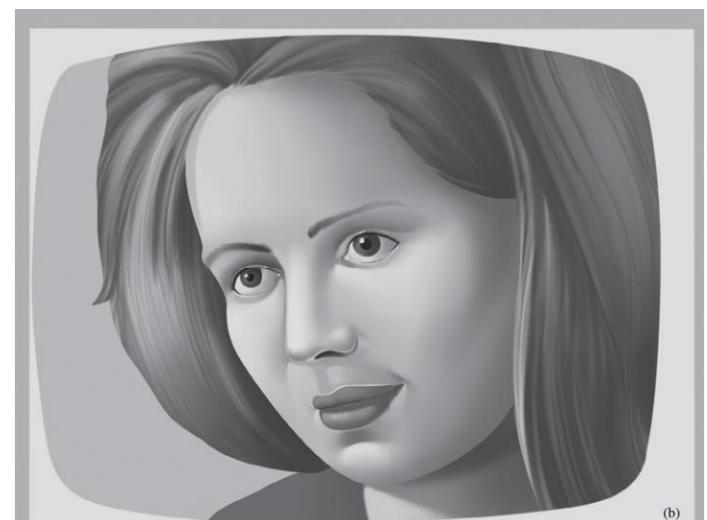
$$\text{SNR} = 1.76 + 6.02n \text{ dB}$$

<i>Number of bits</i>	<i>SNR (dB) [ratio]</i>	<i>Number of bits</i>	<i>SNR (dB) [ratio]</i>
7	43.90 [156.68]	14	86.04 [20 044.72]
8	49.92 [313.33]	15	92.06 [40 086.67]
9	55.94 [626.61]	16	98.08 [80 167.81]
10	61.96 [1 253.14]	17	104.10 [160 324.5]
11	67.98 [2 506.11]	18	110.12 [320 626.9]
12	74.00 [5 011.87]	19	116.14 [641 209.6]
13	80.02 [10 023.05]	20	122.16 [1 282 331]

PCM TV



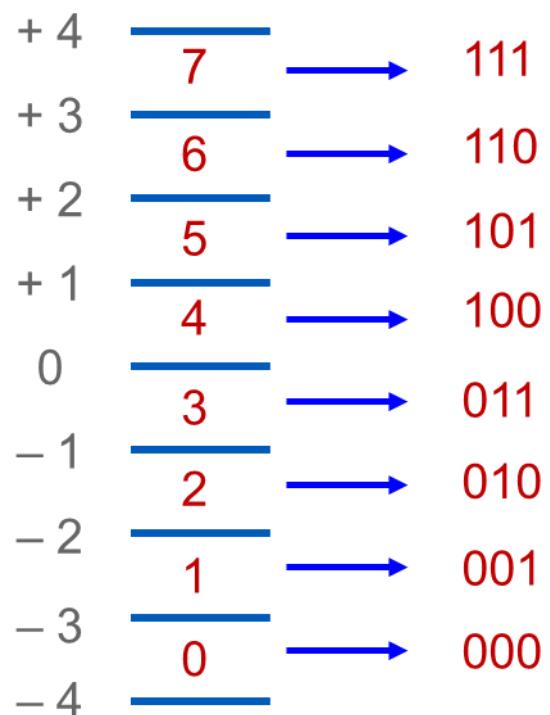
5-bit



8-bit

## Kuantalama

- Analog sinyalin genlik değişim aralığı  $\pm 4$  V ve 3 bit ile kodlama yapılarsa kuantalama ve kodlama işlemleri aşağıdaki gibi gerçekleşir:



$$x = 4 \text{ V}$$

$$m = 3$$

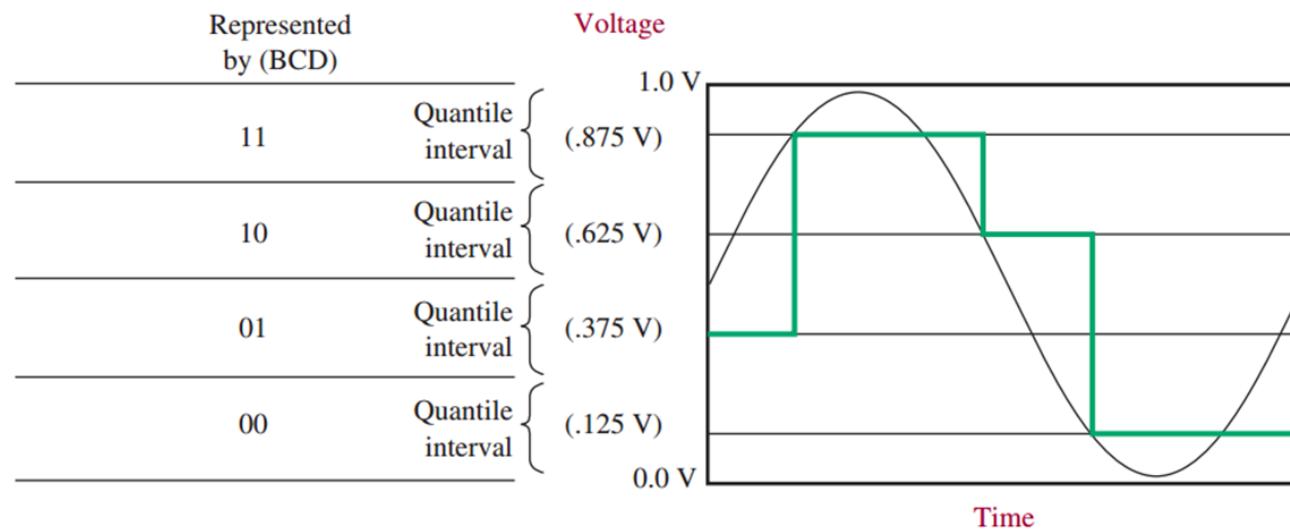
$$N = 2^m = 2^3 = 8$$

$$d = \frac{2x}{M} = \frac{8}{8} = 1 \text{ V}$$

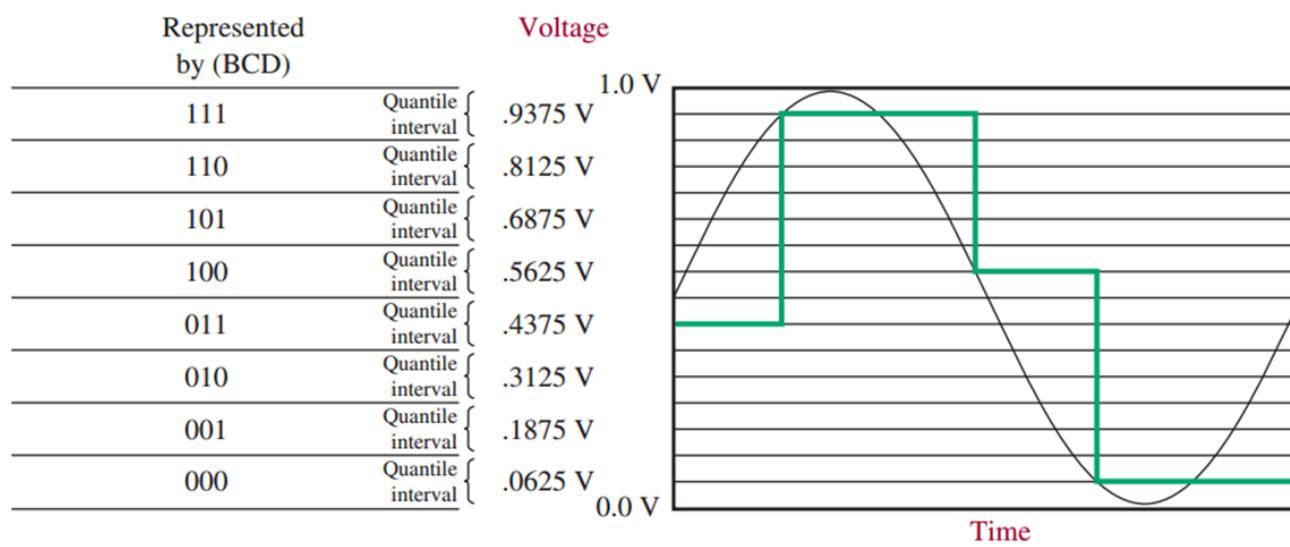
$$e = \frac{d^2}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}} = 0,288 \text{ V}$$

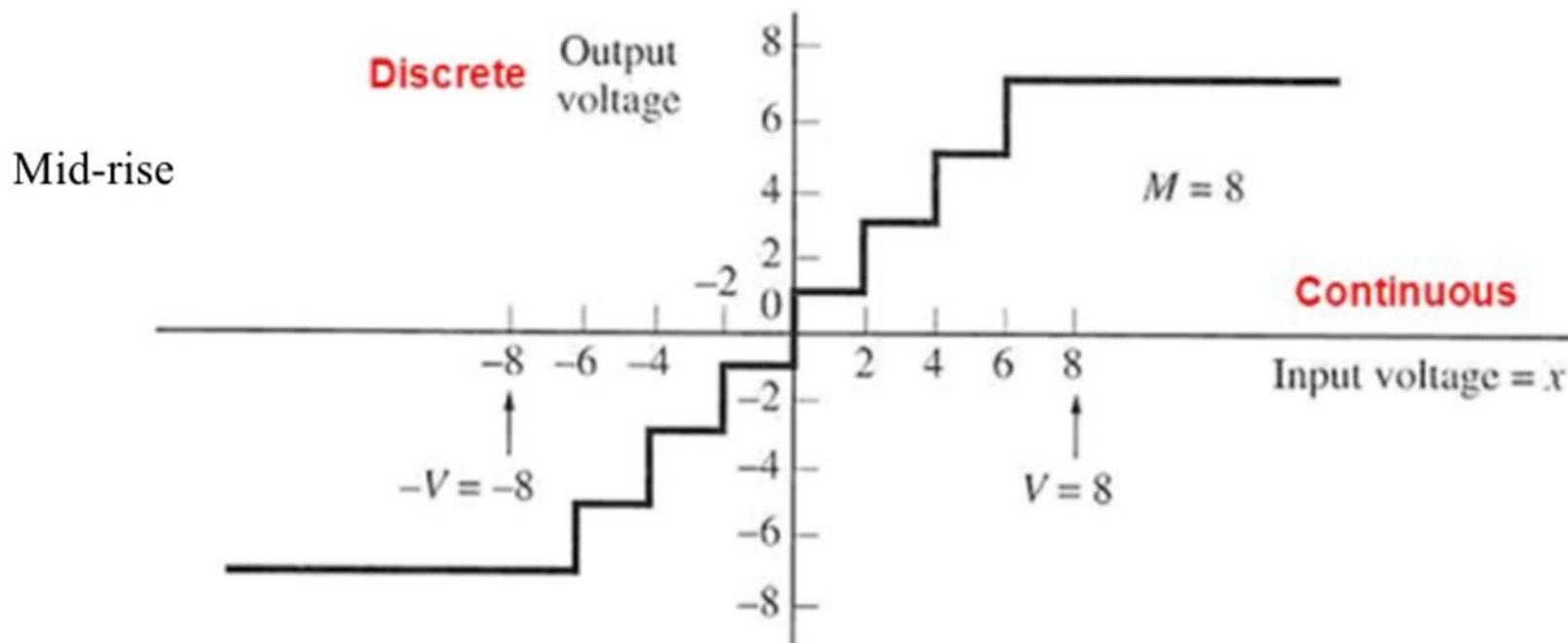
# Kuantalama

2 bit



3 bit





$$N = 2^m$$

(a) Quantizer Output-Input Characteristics

$$\Delta = \frac{2x}{N}$$

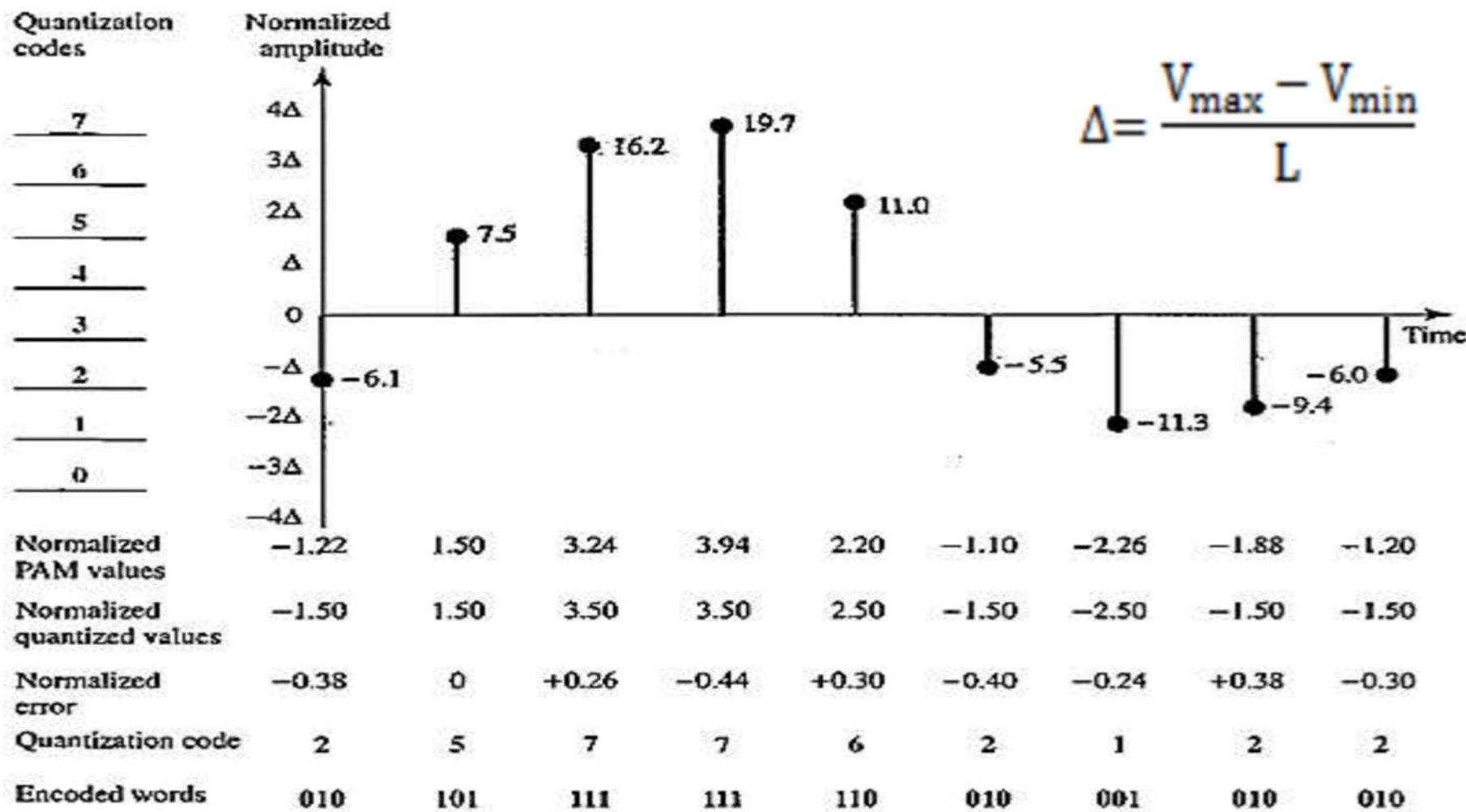
3-bit quantizer =  $2^3 = 8$  levelsStep size =  $16 \text{ V} / 8 \text{ Levels} = 2 \text{ V} / \text{Level}$ Max Roundoff Error =  $0.5 (2 \text{ V}) = 1 \text{ V}$ 

Kuantalama seviyesi sayısı

Adım büyüklüğü

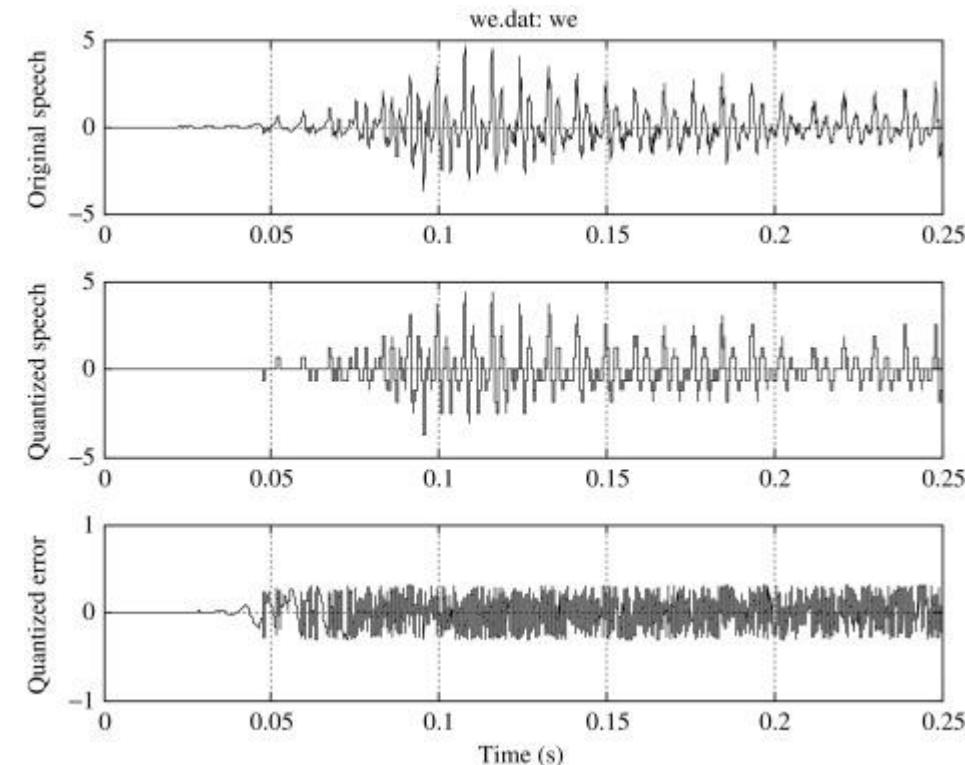
Maksimum yuvarlama hatası

# Kuantalama

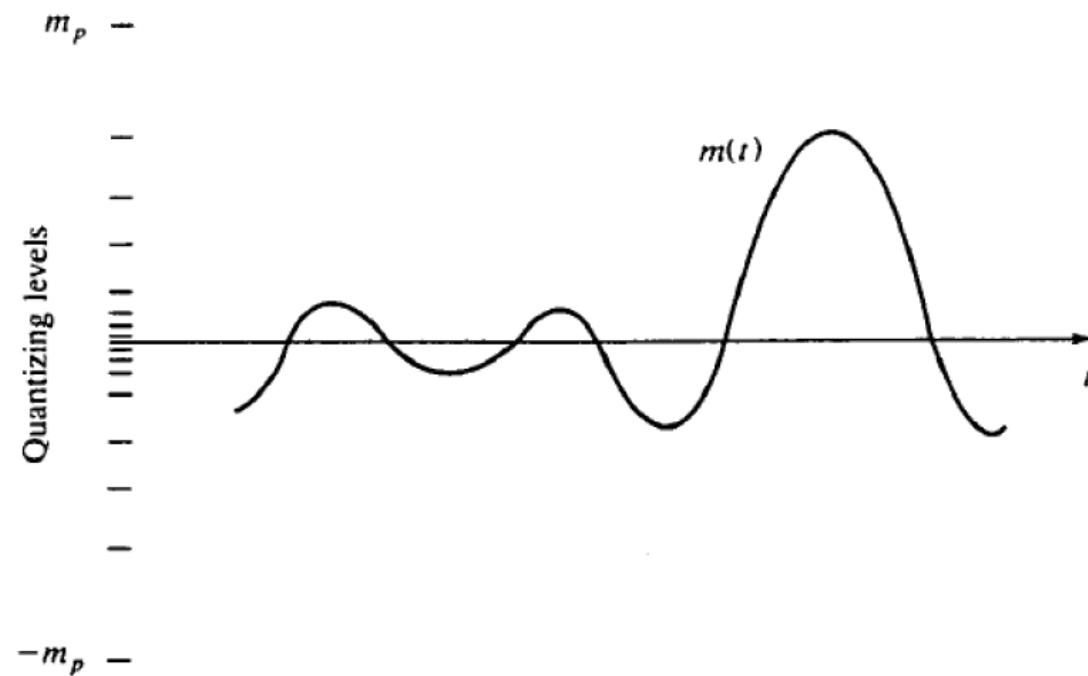


## Düzungün Olmayan Kuantalama

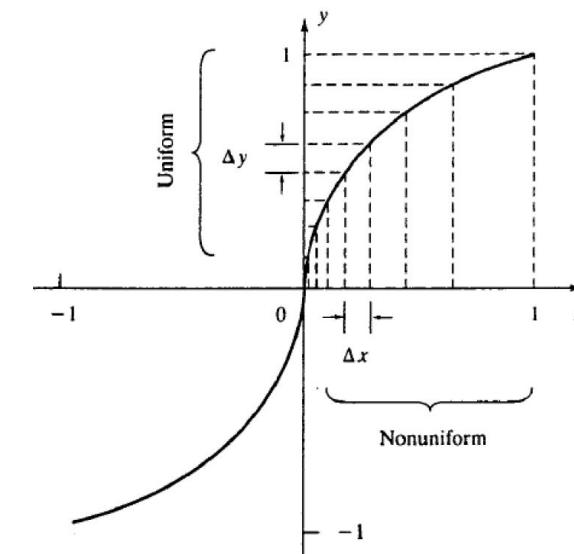
- Düzungün kuantalama yapıldığında sinyalin tüm genlik aralığı boyunca kuantalama seviyeleri birbirlerine eşittir. Örneğin ses sinyalleri gibi pek çok sinyalin düşük genlige sahip olduğu zaman aralığı, yüksek genlige sahip olduğu zaman aralığına göre daha baskındır.



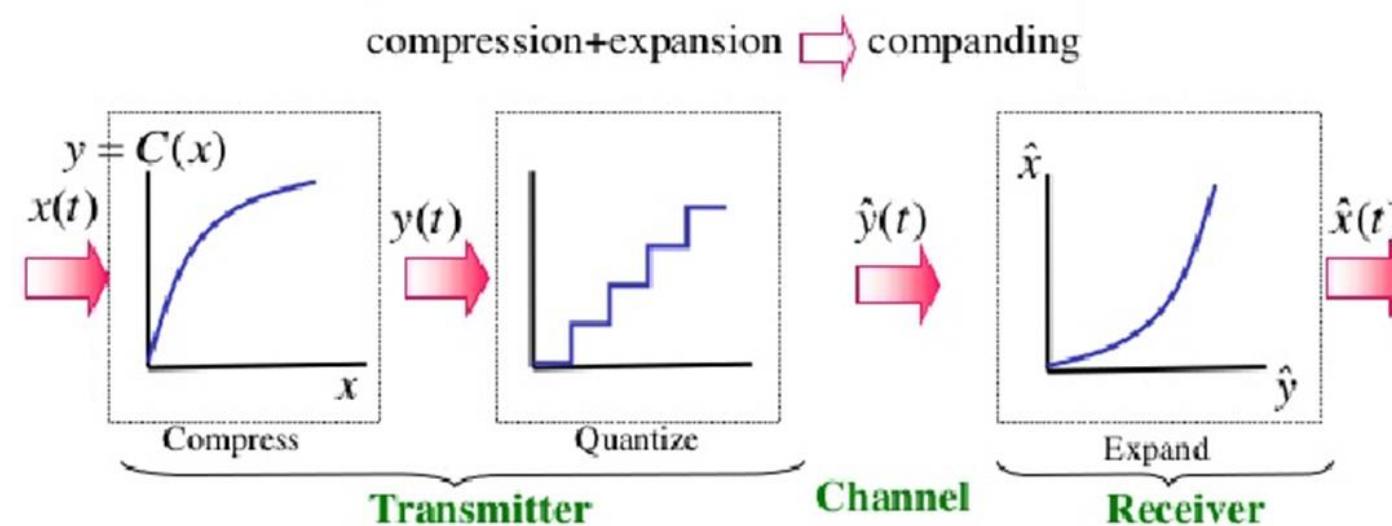
- Düzungün kuantalama yapıldığında sık kullanılan düşük genlik değerleri ve seyrek kullanılan yüksek genlik değerleri için aynı sayıda kuantalama seviyesi bulunur. Düzungün olmayan kuantalama yapıldığında sinyal genliğinin düşük olduğu bölgede kuantalama aralıkları sık, yüksek olduğu bölgede ise seyrekdir.



- Düzungün olmayan kuantalama sistemi tasarıımı karmaşık ve yüksek maliyetlidir. Alternatif bir yöntem **sinyali vericide sıkıştırıp** düzungün kuantalama yapmak ve daha sonra **alıcıda sinyali açmaktır**. Sıkıştırma-açıma genel anlamda zayıf sinyalleri kuvvetlendirmek, şiddetli sinyalleri zayıflatmak için yapılan doğrusal olmayan genlik modülasyonudur. Düzungün olmayan kuantalama karakteristiği elde etmek için **dünyanın her bölgesinde telefon sinyalleri sıkıştırılıp açılır**.



- Sıkıştırma/açma için vericide gönderilen analog sinyal lineer olmayan devre üzerinden geçirilerek sinyal genlik değerleri sıkıştırılır. Alıcıda alınan sinyal ise ters karakteristekte lineer olmayan devre üzerinden geçirilir ve sinyal genlik değerleri açılır. Vericide sıkıştırıcı (compressor) ve alıcıda açıcı (expander) kombinasyonu birlikte kullanıldığında «compander» terimi ile isimlendirilir. Böylece düzgün olmayan kuantalama karakteristiği elde edilir.



## μ Kanunu

- Düzgün olmayan kuantalama için kullanılan algoritmalar telekomünikasyon şirketine göre değişir. Amerika ve Kanada telekomünikasyon sistemlerinde ses iletimi için  $\mu$  kanunu ile logaritmik sıkıştırma uygulanır. Sinyal sıkıştırıcı için giriş-çıkış sinyali ilişkisi aşağıda verilmiştir:

$$y = g(x) = \frac{\log(1 + \mu|x|)}{\log(1 + \mu)} \operatorname{sgn}(x)$$

- Alıcıda sinyal açıcı için giriş-çıkış ilişkisi şöyledir:

$$x = \frac{(1 + \mu)^{|y|} - 1}{\mu} \operatorname{sgn}(y)$$

- Ses sinyallerinin sayısal olarak iletiminde  $\mu$  değeri (T1 sisteminde) 100 veya (T2 sisteminde) 255 olarak alınır. Saniyede 8 bit ile örnekleme yapılrsa PCM için veri hızı 64 Kbps olarak bulunur.

- Düzgün olmayan kuantalama için kullanılabilecek bir diğer logaritmik sıkıştırma yöntemi ise A kanunudur:

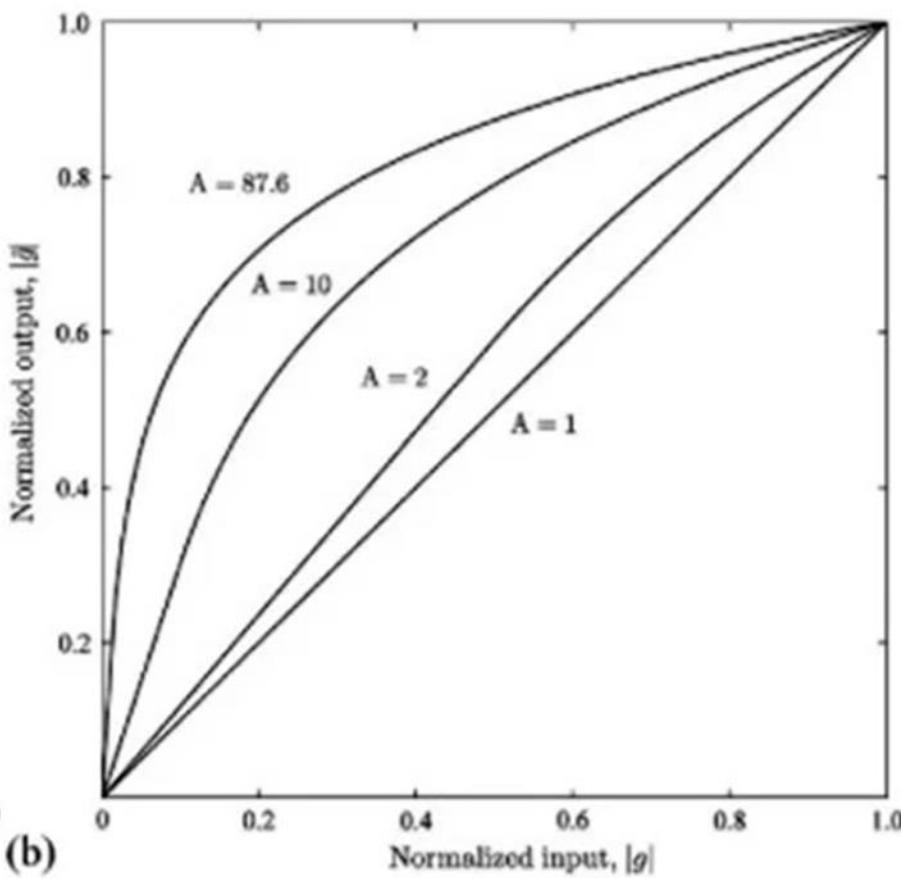
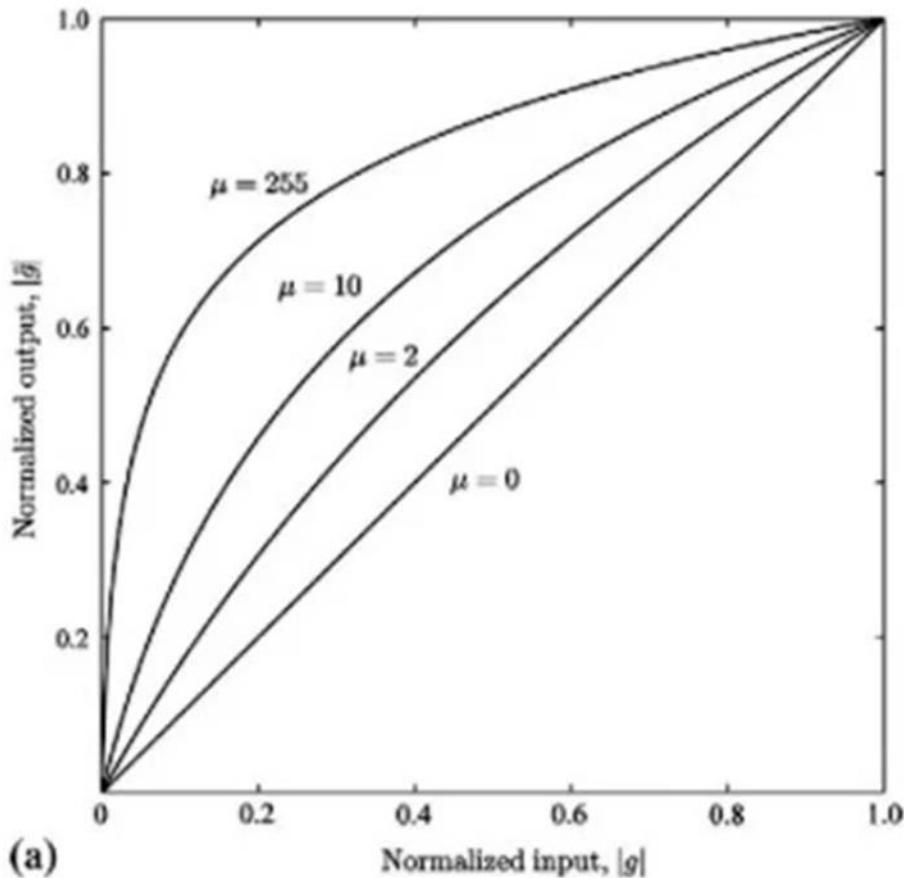
$$g(x) = \frac{1 + \log A|x|}{1 + \log A} \operatorname{sgn}(x)$$

- A değeri Avrupa'da 87,56 olarak alınır.

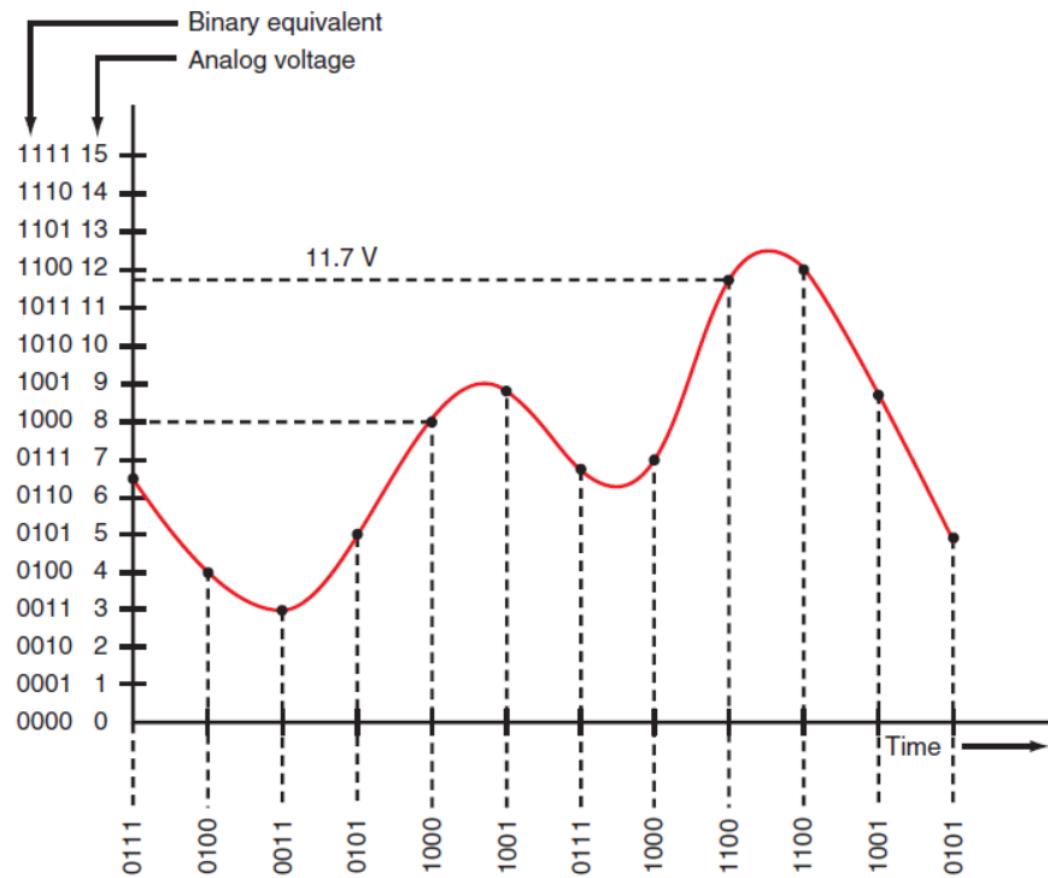
## Sıkıştırma / Açma

$$y = \frac{\log(1 + \mu x)}{\log(1 + x)} \text{ for } x \geq 0$$

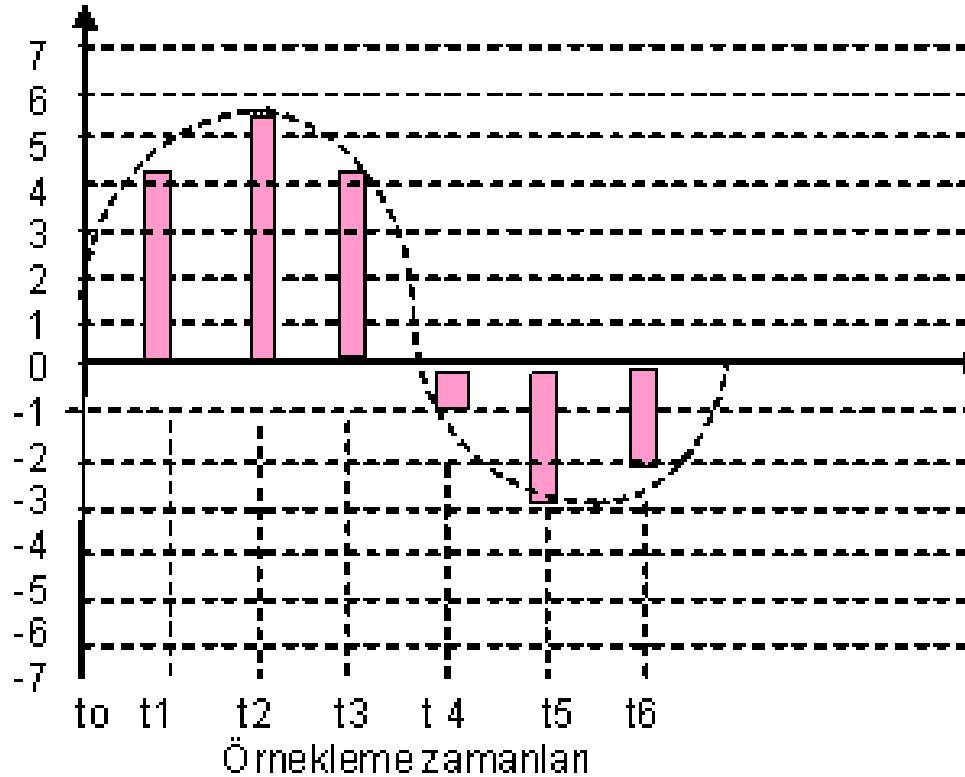
$$y = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \log A} & \text{for } 0 \leq |x| \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \log(Ax)}{1 + \log A} & \text{for } \frac{1}{A} \leq |x| \leq 1 \end{cases}$$



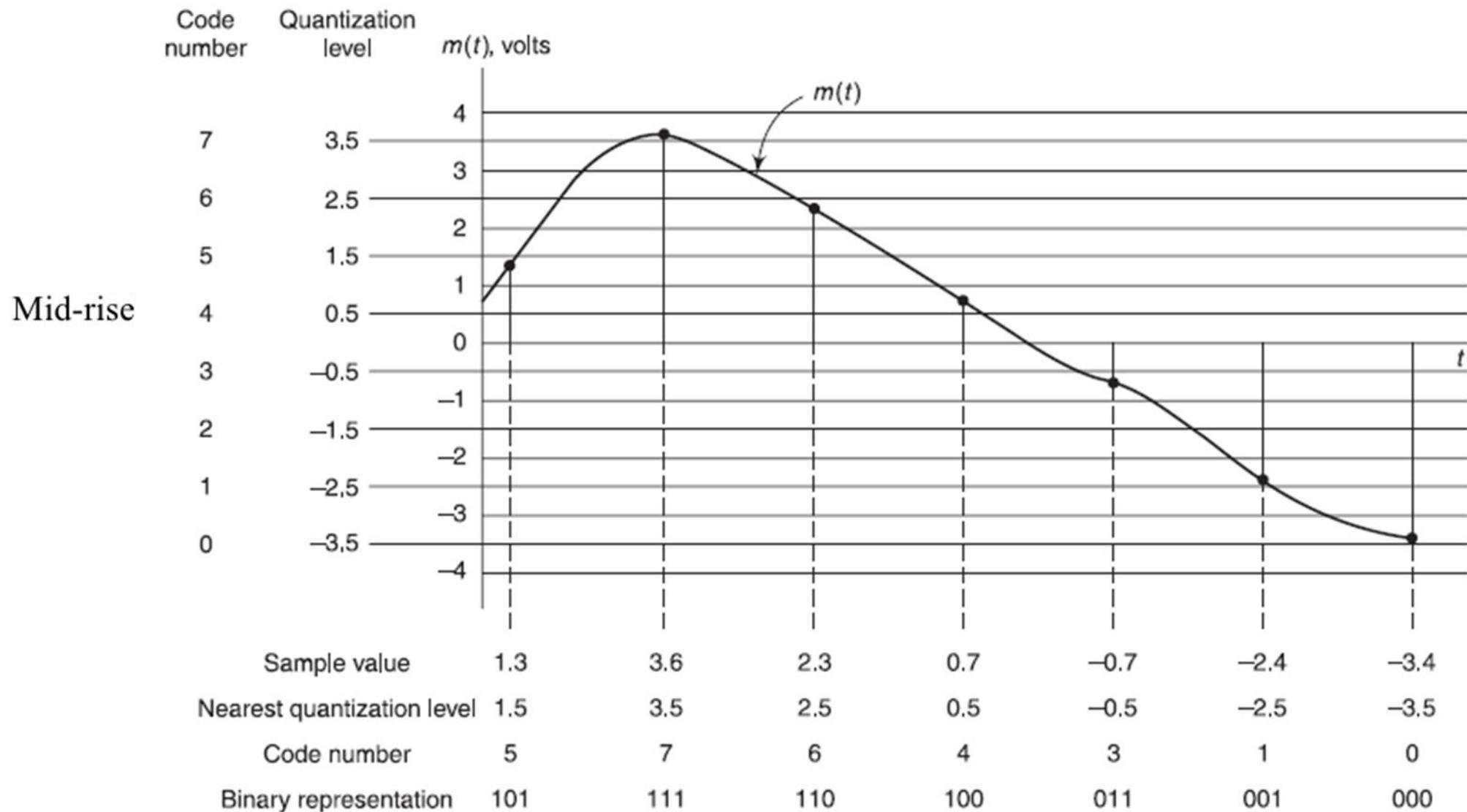
- Her kuantalama seviyesi için farklı bir ikilik kod atanmıştır. Örnek değerler bulundukları kuantalama seviyesine karşılık gelen kod ile ifade edilir.



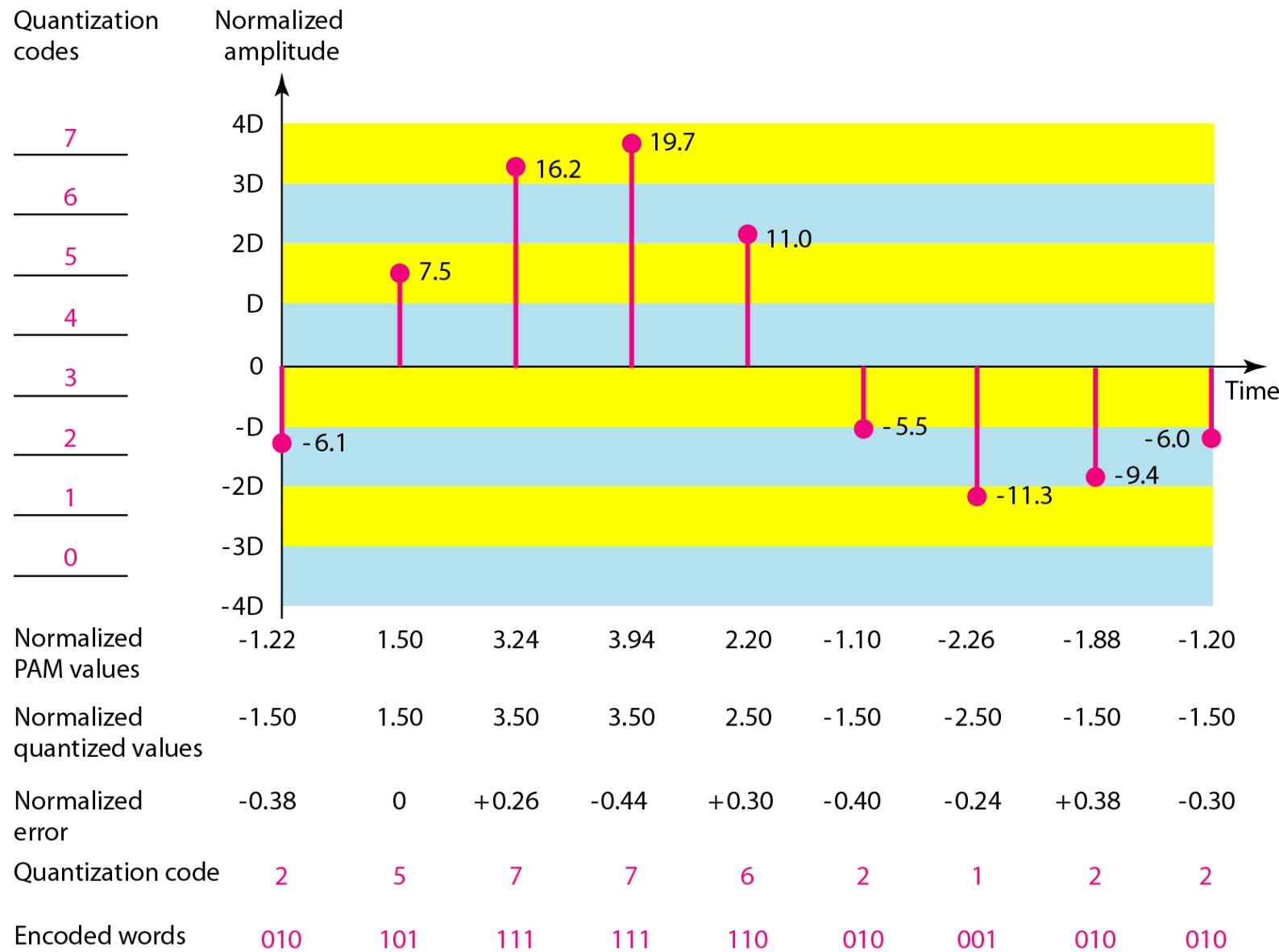
## Lineer kuantalama



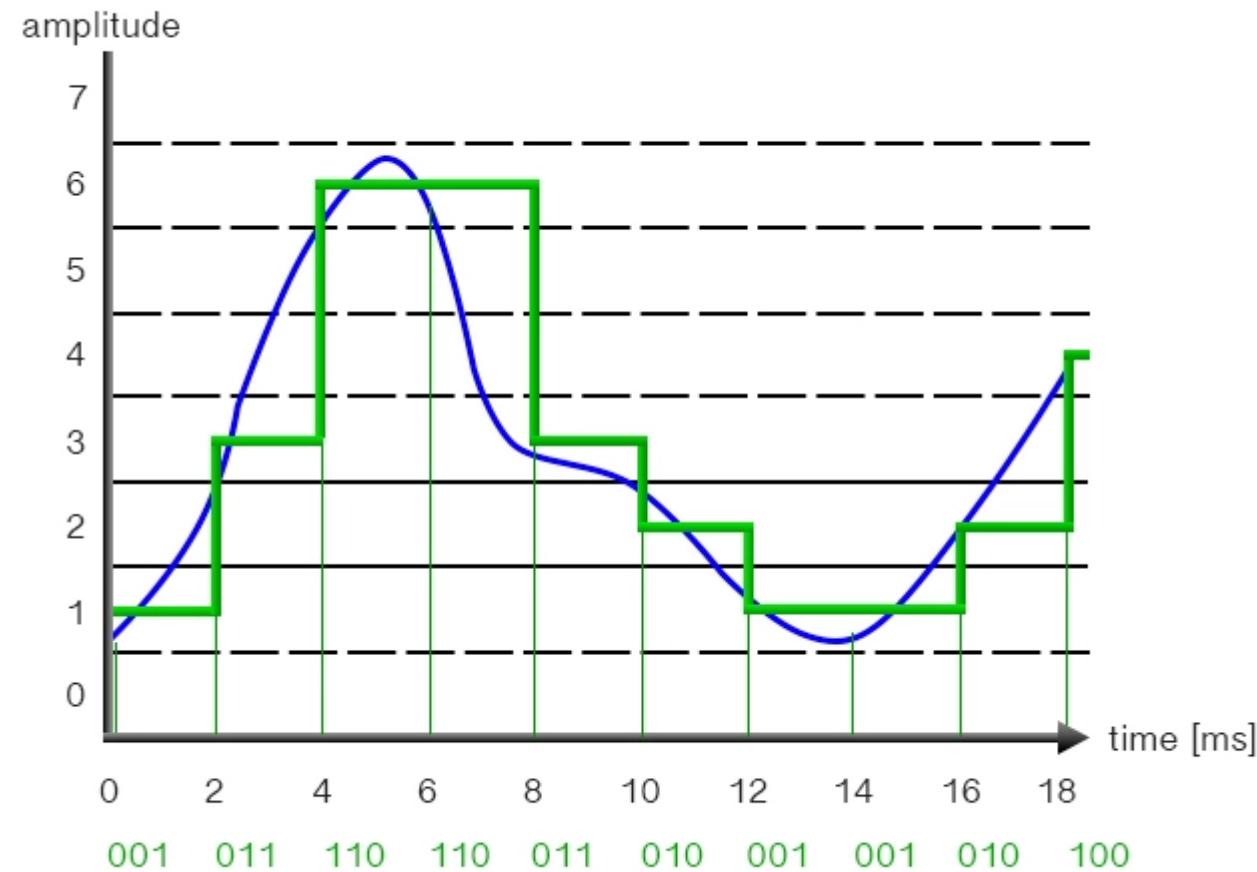
Aralıklar	
7	1111
6	1110
5	1101
4	1100
3	1010
2	1010
1	1001
0	1000
-1	0001
-2	0010
-3	0010
-4	0100
-5	0101
-6	0110
-7	0111



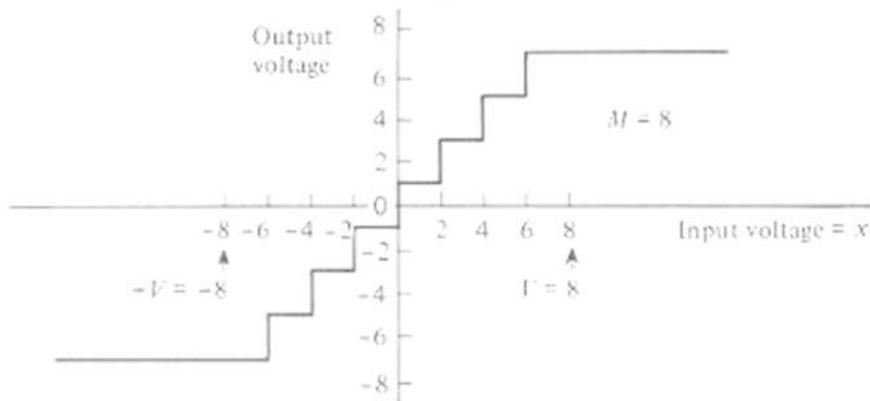
# Kodlama



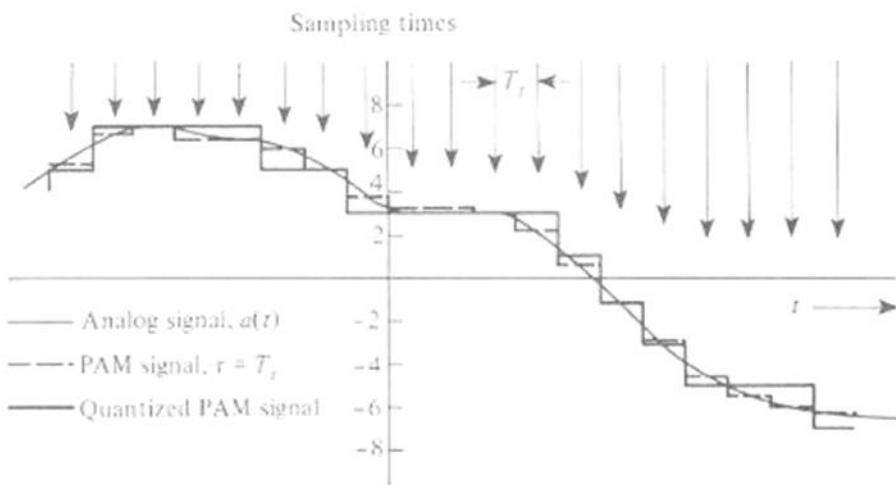
# Kodlama



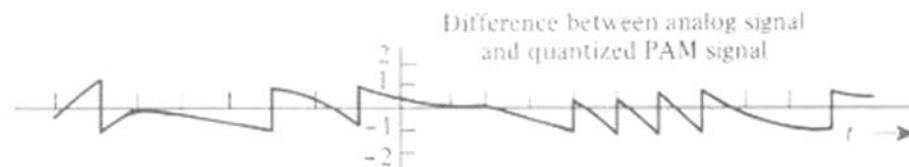
## Uniform quantizer



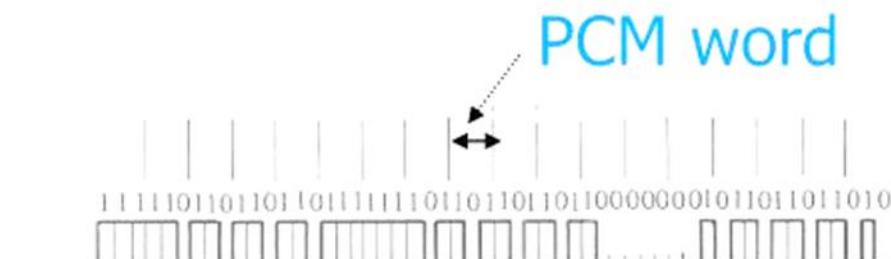
## Waveform of signals



## Error signals

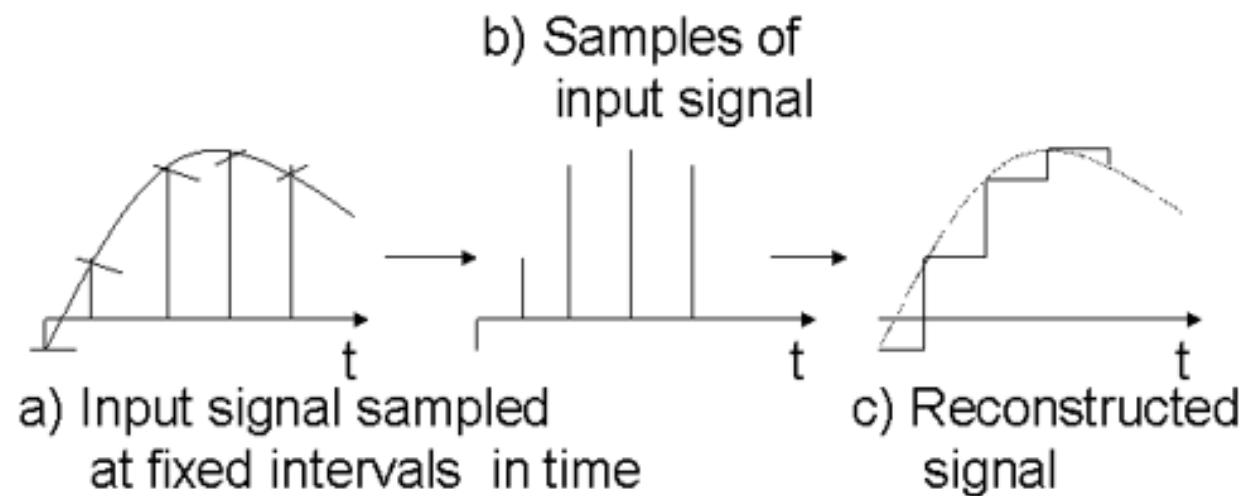


## PCM signal

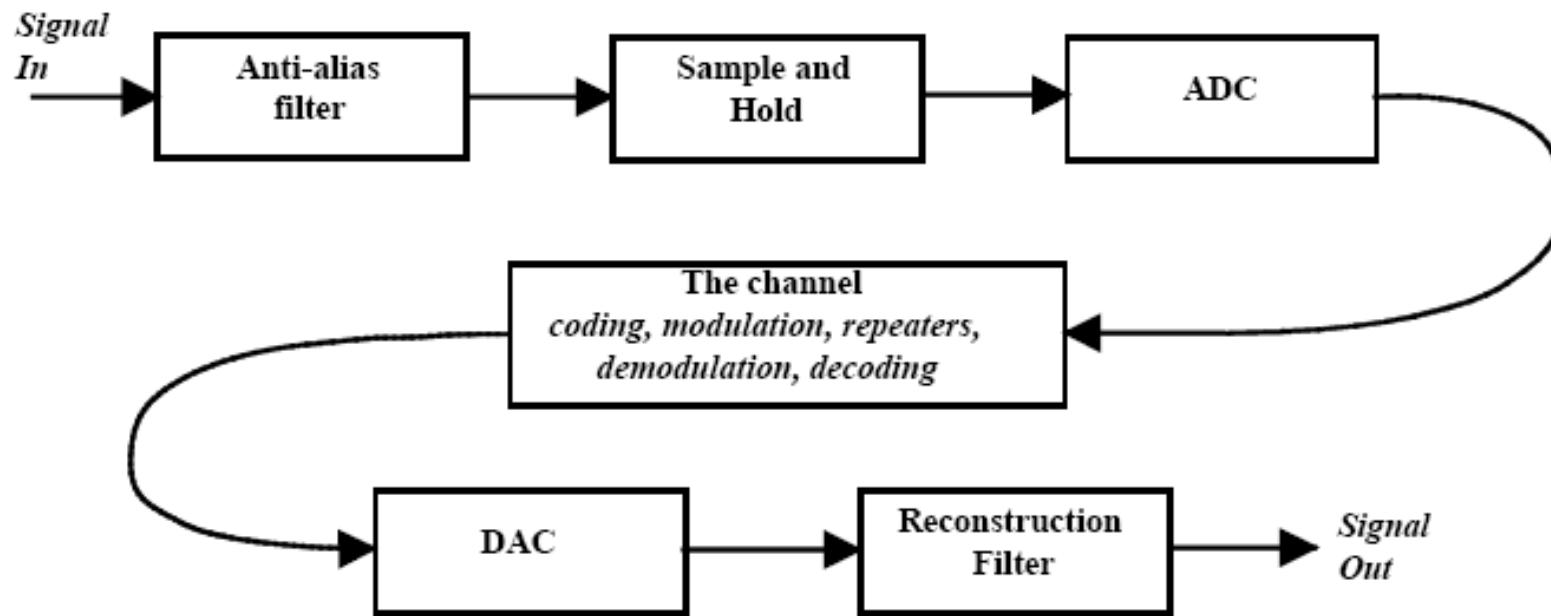


## Alicıda Analog Sinyalin Yeniden Üretilmesi

- Alıcı kendisine ulaşan ikilik bit dizisi şeklinde PCM sinyalinden tekrar analog formda mesaj sinyalini oluşturur. Bunun için önce alınan kod kelimelerinin kodları çözülür ve belirli kuantalama seviyelerine atanır. Kuantalama seviyelerine karşılık gelen gerilim değerleri kullanılarak tanımlanan sinyal dalga şekli, basamak sinyali olarak analog sinyale dönüştürülür.

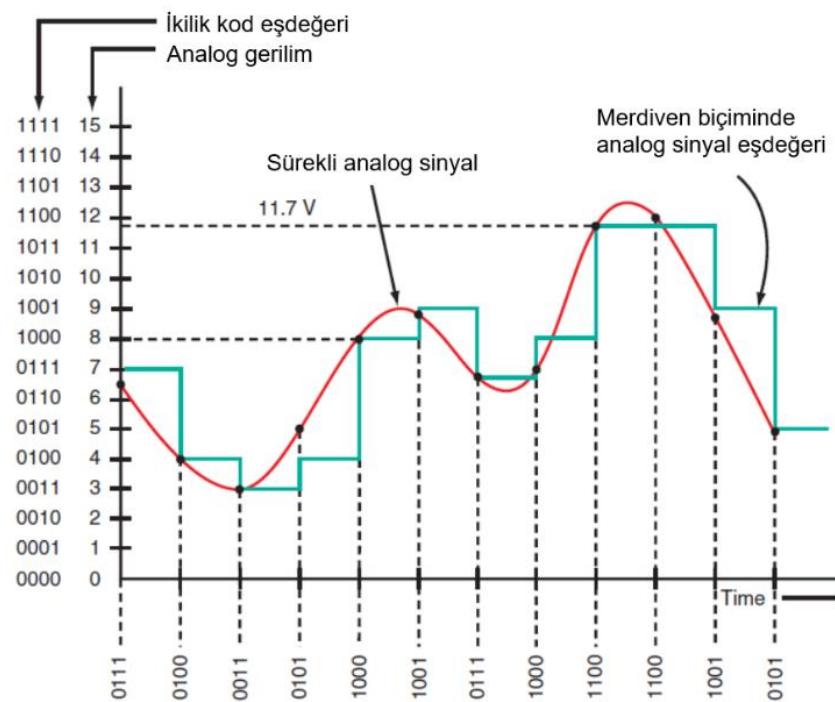


- Sayısal haberleşme sistemlerinde verici bloğu içinde ADC kullanılırken, alıcı bloğunda sayısal analog dönüştürücü (DAC) devreleri ile tekrar analog formda sinyal elde edilir. Günümüzde ADC ve DAC için entegre devreler kullanılmaktadır.



## Alicıda Analog Sinyalin Yeniden Üretilmesi

- Alicıda DAC birimi girişindeki ikilik bit dizisini alır ve çıkışında analog sinyal üretir. Girişteki ikilik bit dizisi sadece belirli seviyelerde gerilimlere karşılık geleceğinden DAC çıkışında merdiven şeklinde sinyal dalga şekli görülür, elde edilen sinyal orijinal sinyalden farklıdır.



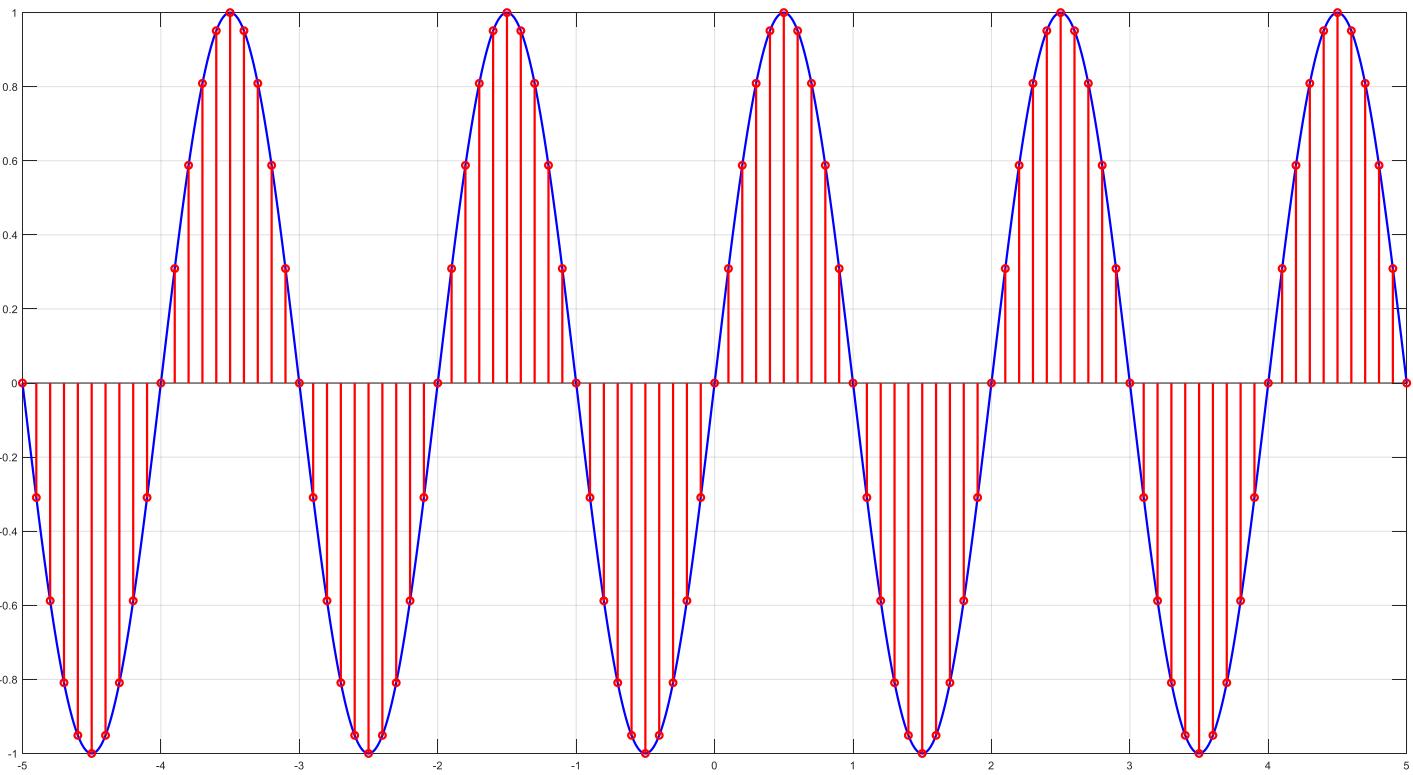
## Darbe Kod Modülasyonunun Avantajları

- PCM diğer darbe modülasyon tekniklerine göre hata ve gürültülerden daha az etkilenir. İkilik bit dizisi şeklinde gönderilen sinyalin en önemli avantajı gürültü toleransının fazla olmasıdır. Ayrıca sayısal sinyal üzerine eklenen gürültü kolayca kırpılır. Böylece gürültü etkisi azaltılarak haberleşme kalitesi artırılır.

- MATLAB kullanarak genliği 8 V ve frekansı 1 Hz olan sinüzoidal sinyali
  - 2 Hz ve 4 Hz frekansında örnekleyin?
  - Örneklenmiş sinyal üzerinde 2 bit kodlama için kuanta seviyelerini belirleyerek kuantalama işlemini gerçekleştirin?
  - Kodlama ile PCM sinyalini elde edin?

# MATLAB Uygulaması

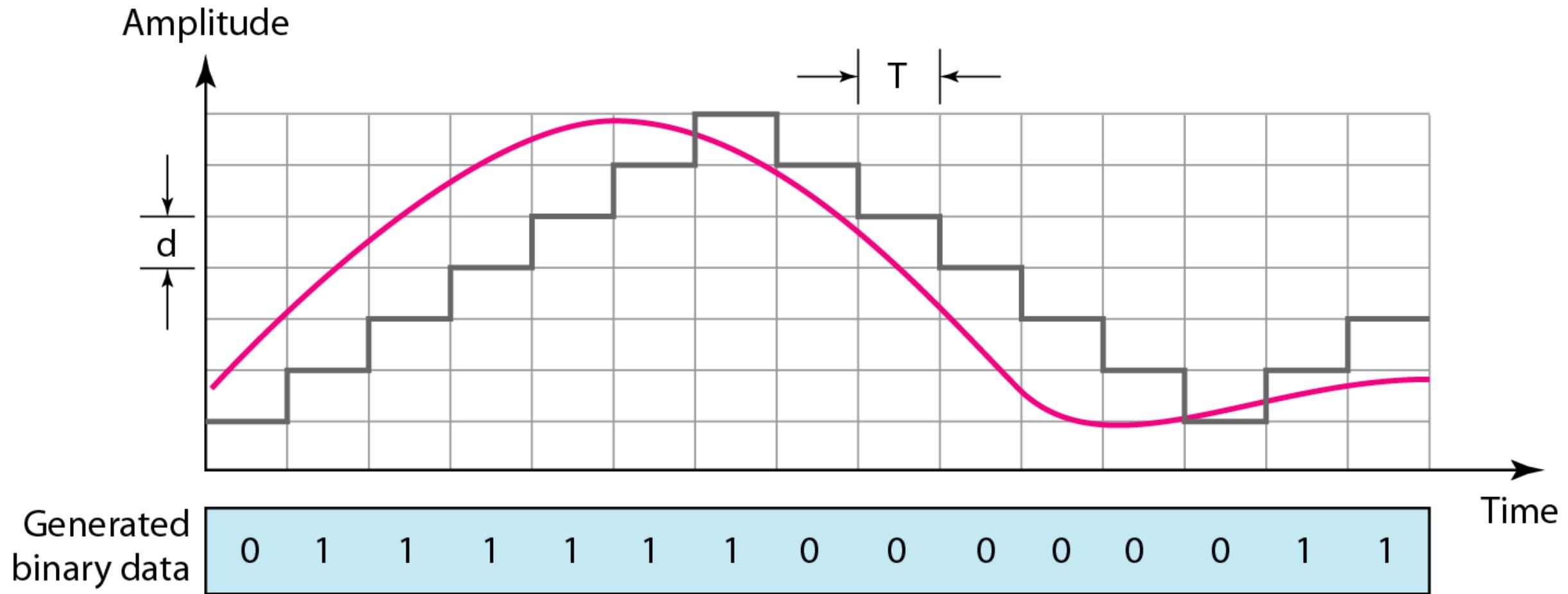
```
A=1;  
fm=0.5;  
t=-5:0.01:5;  
x=A*sin(2*pi*fm*t);  
plot(t,x, 'b', 'LineWidth',2);  
grid on  
fs=10;  
i=-5:1/fs:5;  
y=A*sin(2*pi*fm*i);  
hold on  
stem(i,y, 'r', 'LineWidth',2);
```



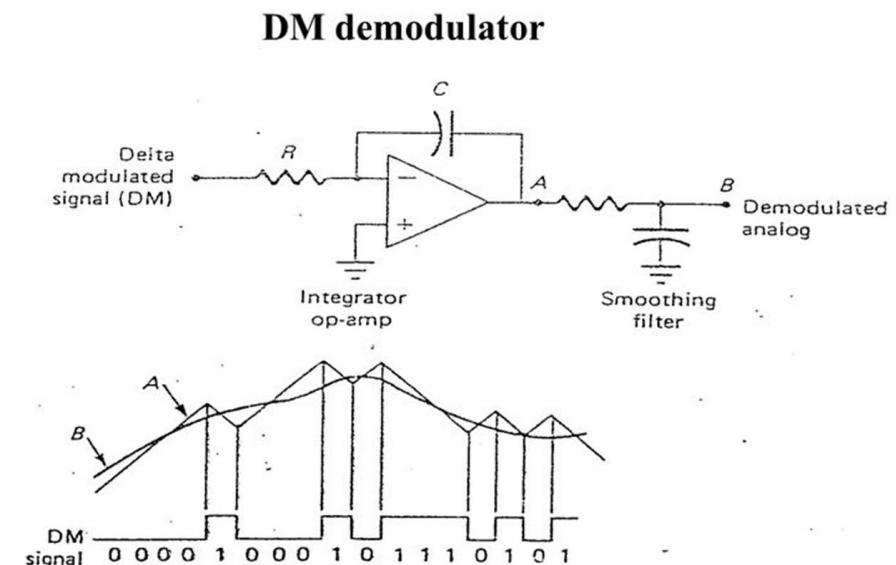
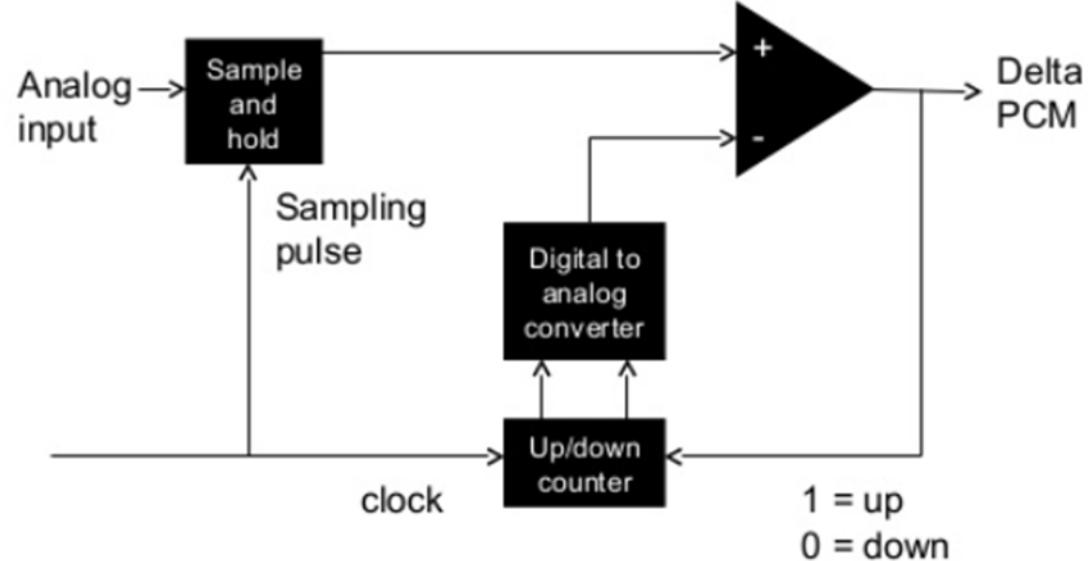
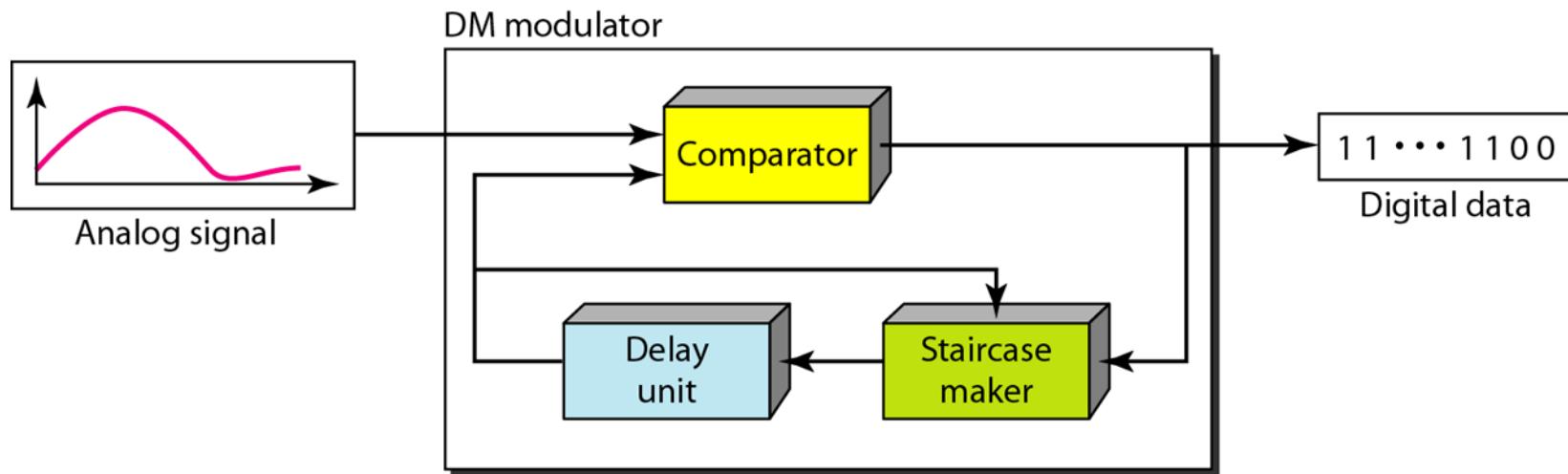
## Delta Modülasyonu

- PCM sinyali üretilirken birbirini izleyen iki örnek için genlik değerleri arasındaki farkın çok küçük olması sık karşılaşılan bir durumdur. Bu durumda aynı PCM kodu birbiri ardına birçok defa gönderilir. Bu problemin çözümü için **delta modülasyonu (delta modulation)** tekniği geliştirilmiştir.
- Delta modülasyonu ile modülatör girişinde analog sinyalden örnek alır, bir önceki örnek ile karşılaştırır. Alınan örnek öncekinden küçükse 0, büyüğse 1 biti gönderilir. Delta modülasyonunda, modülatör çıkışı sadece 1 bittir. En önemli avantajı bant genişliğinin PCM teknigine göre azaltılmasıdır. Fakat PCM aynı veri hızında delta modülasyonuna göre daha yüksek SNR değerine sahiptir.

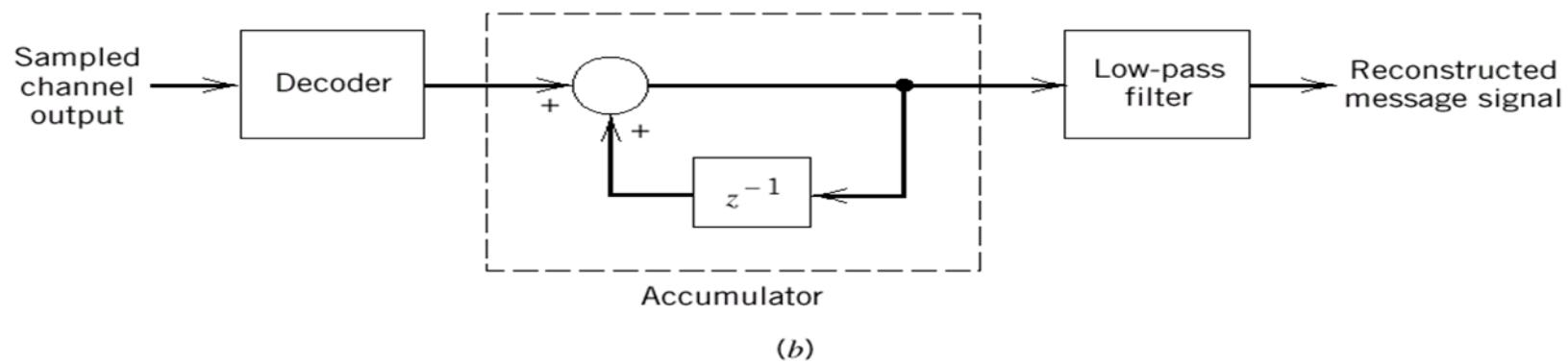
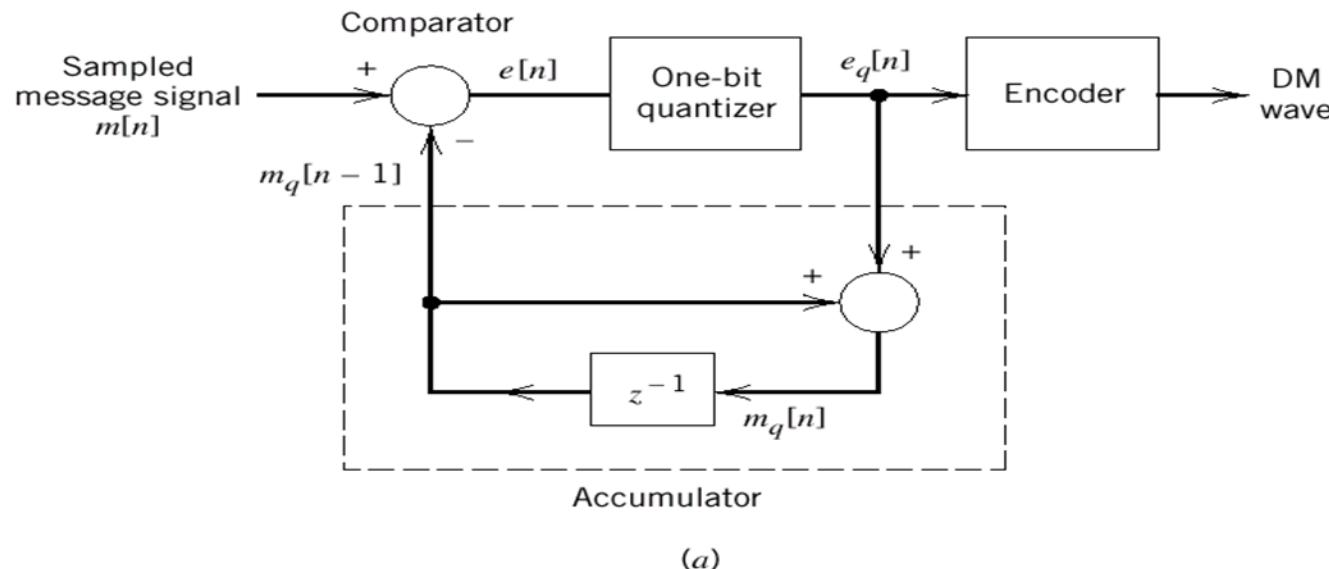
## Delta Modülasyonu



# Delta Modülasyonu



# Delta Modülasyonu

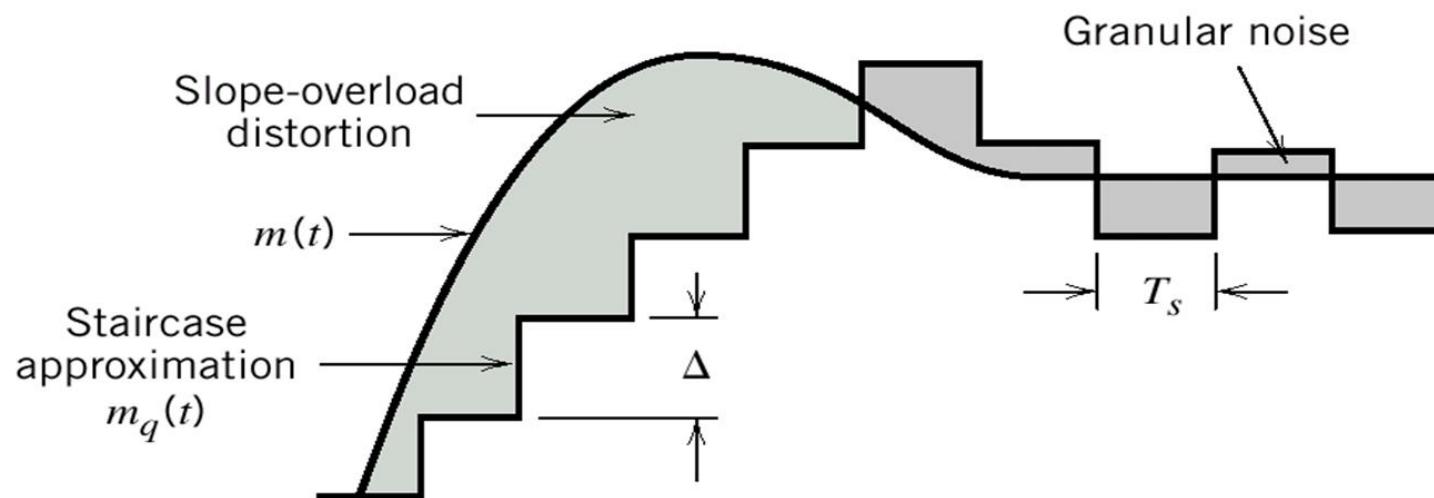


Verici

Alici

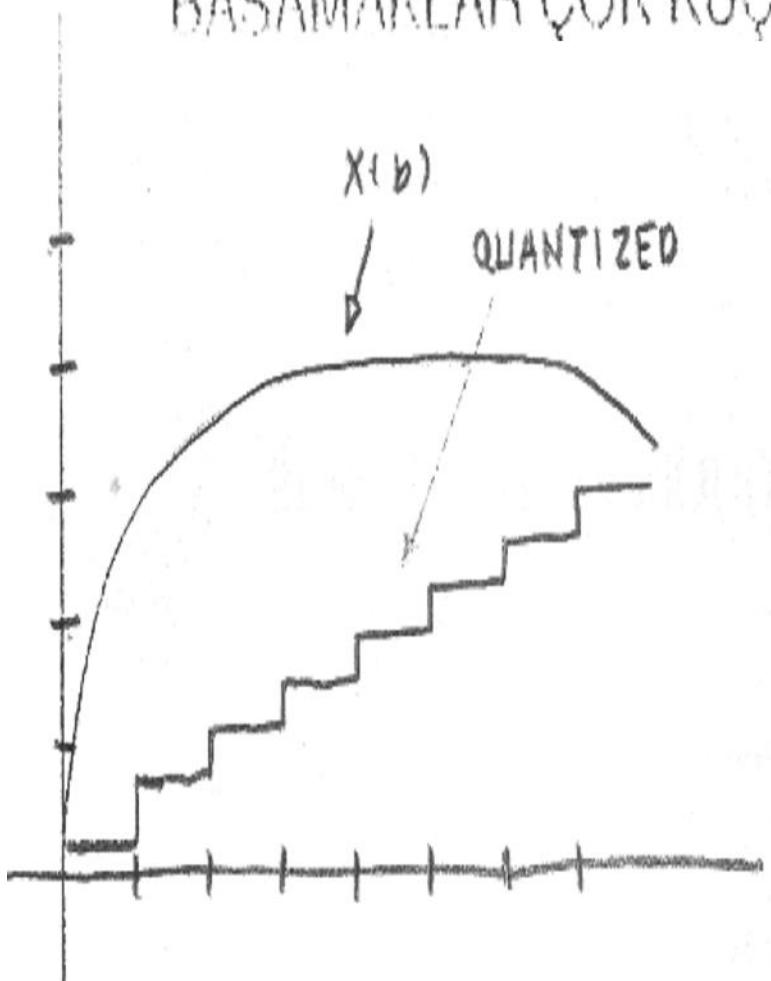
## Delta Modülasyonu

- Delta modülasyonunda basamakların mesaj sinyalini takip edebilmesi için mesaj sinyalinin çok hızlı değişmemesi gereklidir. Basamaklar sinyaldeki değişimi takip edemez ise aşırı yükleme meydana gelir. Delta modülasyonunda orijinal sinyale yaklaşım sağlamak için basamak yüksekliği ve örneklemme periyodu parametreleri uygun değerde seçilmelidir. Kuantalanmış sinyal ve orijinal sinyal arasındaki fark kuantalama hatasıdır. Basamak yüksekliğini artırmak, kuantalama hmasını arttırır.

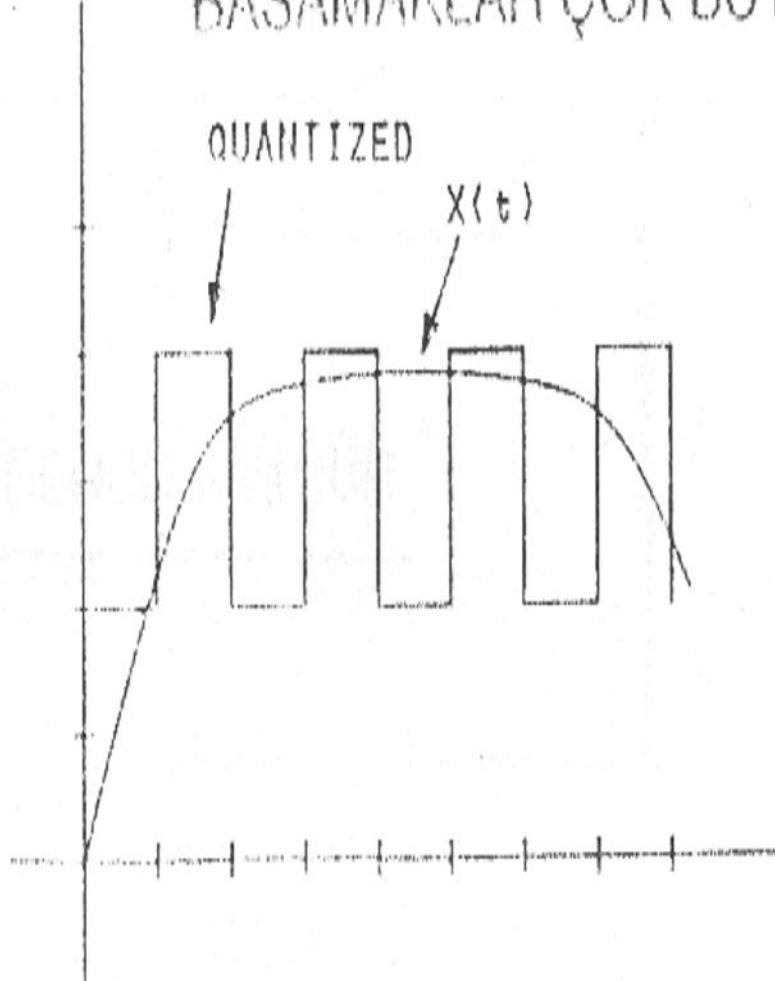


## Delta Modülasyonu

BASAMAKLAR ÇOK KÜÇÜK

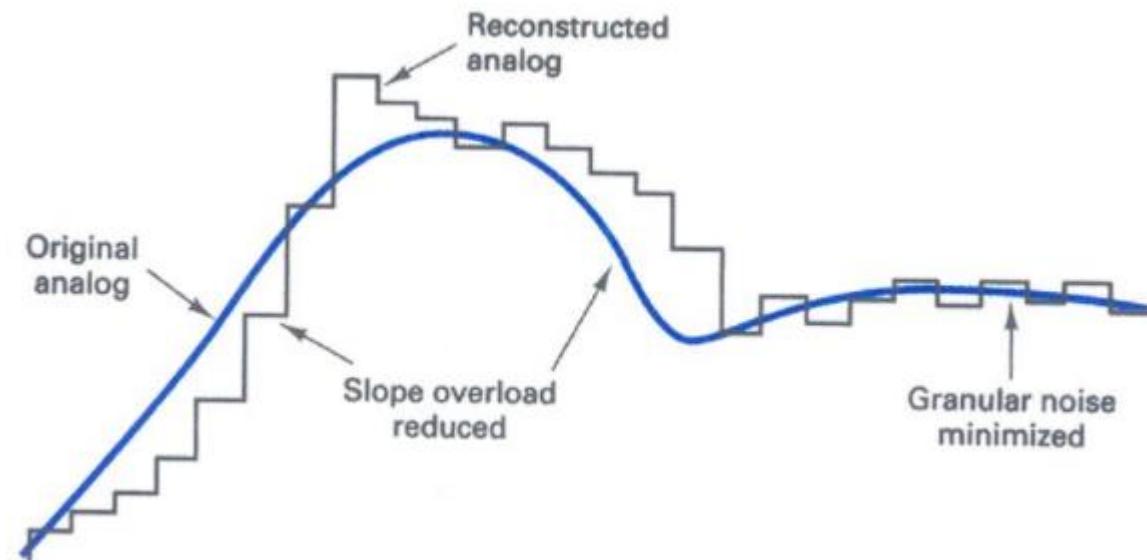
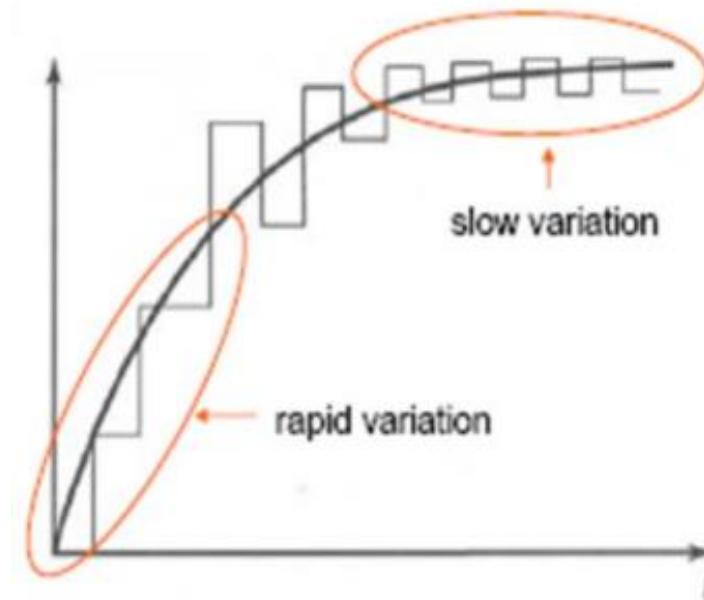


BASAMAKLAR ÇOK BUYUK

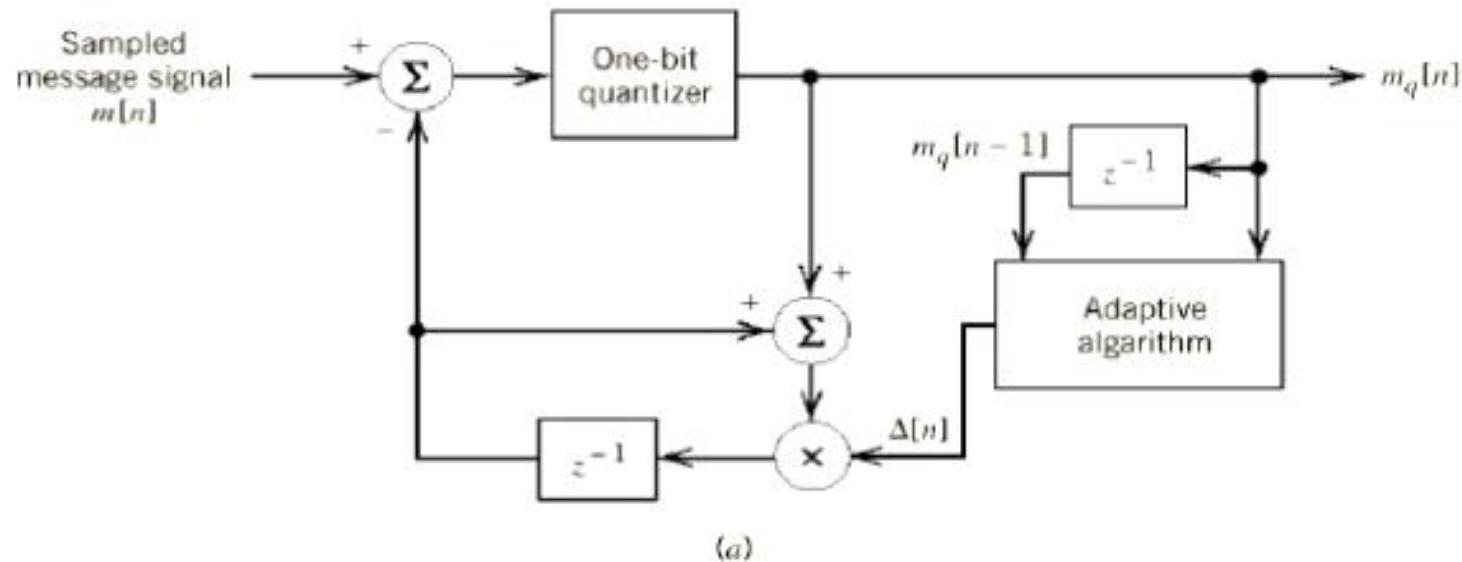


## Uyarlanabilir Delta Modülasyonu

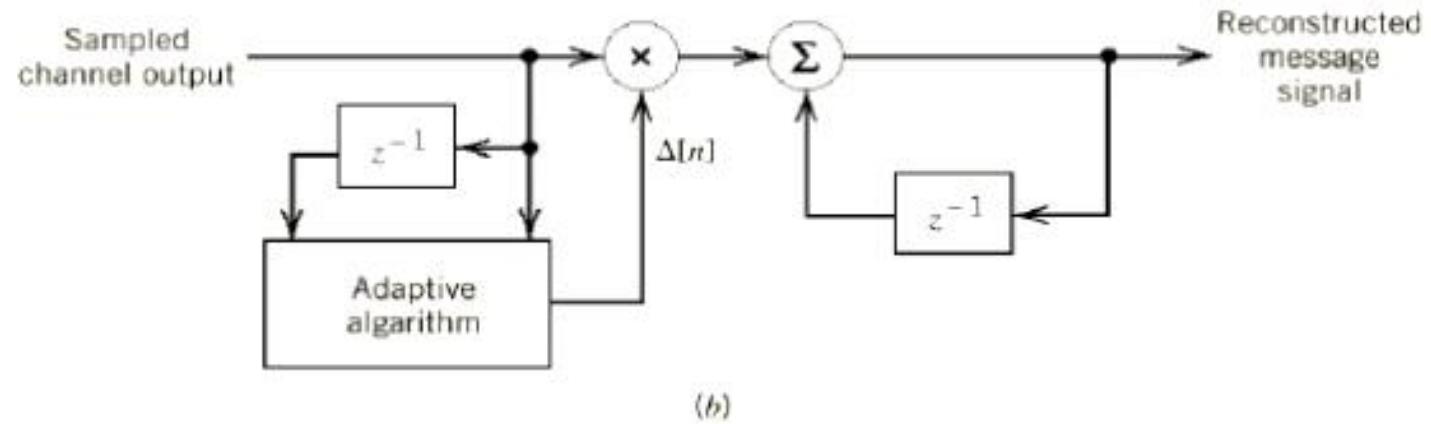
- Bant genişliğini sınırlayarak delta modülasyonu uygulanan sistemlerde performans artışı yapmak mümkündür. Bunun için sinyalin yavaş değiştiği zamanlarda basamak yüksekliği azaltılır, böylece kuantalama hatası da azaltılmış olunur. Sinyalin hızlı değiştiği zamanlarda ise basamak yüksekliği artırılır. Bu tip uygulama uyarlanabilir delta modülasyonu (adaptive delta modulation) olarak isimlendirilir.



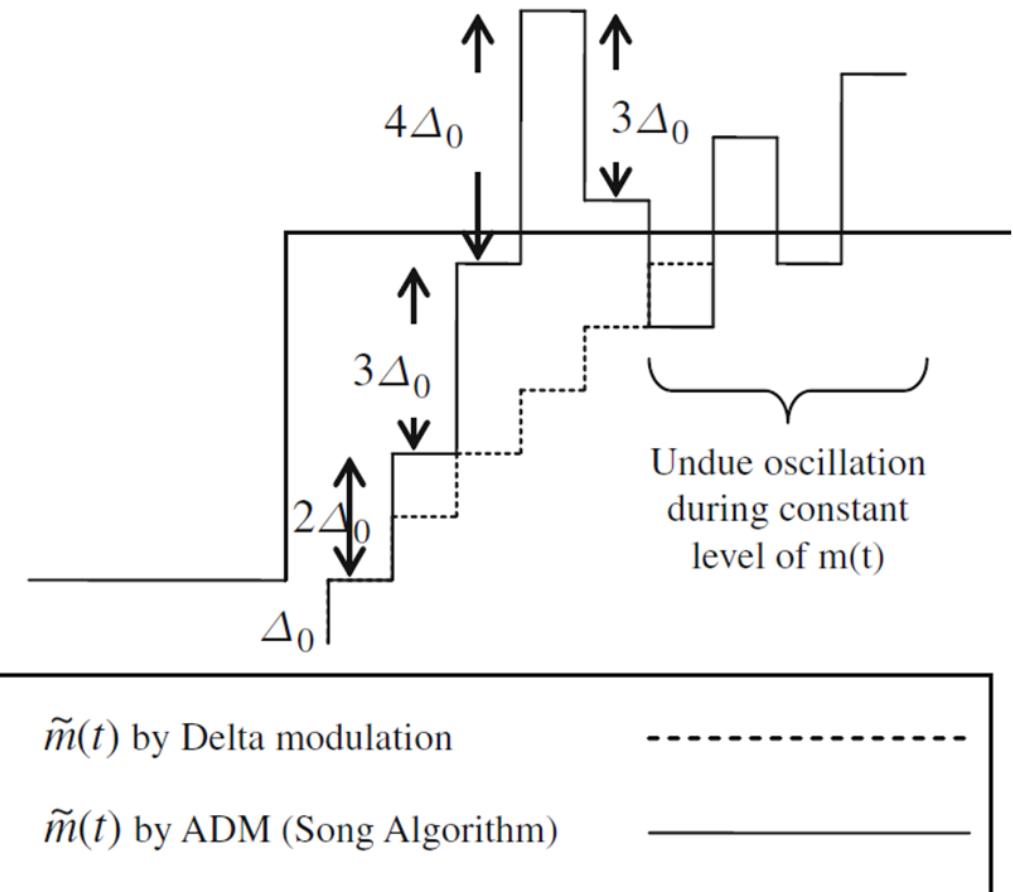
# Uyarlanabilir Delta Modülasyonu



(a)



(b)



- Adaptive delta modulation

- A better performance can be achieved if the value of  $\delta$  is not fixed.
- The value of  $\delta$  changes according to the amplitude of the analog signal.

- Quantization Error

- DM is not perfect.
- Quantization error is always introduced in the process.
- Much less than that for PCM.

## PCM ve Delta Modülasyonu

<b>PCM</b>	<b>Delta modulation</b>
<b>PCM</b> is a method used to digitally represent sampled analog signals.	Digital to analog convert
Encoder-Decoder	Modulator
Signal needs encode-decode both sides	Signal can modulate-demodulate
Large process	Easy process
Costly	Cheap



[hakkisoy@erbakan.edu.tr](mailto:hakkisoy@erbakan.edu.tr)

Signal to Quantization Noise Ratio:- [ Mid Rise Type ]

Let  $x$  = Quantizer input, sampled value of random variable  $X$  with mean  $X$  variance  $\sigma_x^2$ .

The Quantizer is assumed to be uniform, symmetric and mid rise type.

Let  $x_{\max}$  = absolute value of the overload level of the Quantizer.

$$L = \frac{2x_{\max}}{\Delta} \quad \text{--- (3.15)}$$

Since the number of representation levels is even,

$$L = 2^n \quad \text{--- (Mid rise only)} \quad \text{--- (3.16)}$$

From (3.15) and (3.16)

$$\Delta = \frac{x_{\max}}{2^n} \quad \text{--- (3.17)}$$

Let the signal power be  $P_s$ , then  $P_s = 0.5 x_{\max}^2$ .

$$(SNR)_o = \frac{P_s}{\Delta^2 / 12} = \frac{12 P_s}{\Delta^2} = 1.5 L^2 = 1.5 2^{2n} \quad \text{--- (3.19)}$$

In decibels,  $(SNR)_o = 1.76 + 6.02 n$  (3.20)

$$(SNR)_o = \frac{\sigma_x^2}{\Delta^2 / 12} \quad \text{--- (3.18)}$$

where  $\sigma_x^2$  represents the variance or the signal power.

# Kuantalama

L = No. of Quantization level given by

$$L = \frac{2x_{\max}}{\Delta} + 1 \quad \text{--- (3.7)}$$

Let n = No. of bits used to represent each level.

In general  $2^n = L$ , but in the mid tread Quantizer, since the number of representation levels is odd,

$$L = 2^n - 1 \quad \text{--- (Mid tread only) --- (3.8)}$$

From the equations 3.7 and 3.8,

$$2^n - 1 = \frac{2x_{\max}}{\Delta} + 1$$

Or

$$\Delta = \frac{x_{\max}}{2^{n-1} - 1} \quad \text{--- (3.9)}$$

The ratio  $\frac{x_{\max}}{\sigma_x}$  is called the loading factor. To avoid significant overload distortion, the amplitude of the Quantizer input x extend from  $-4\sigma_x$  to  $4\sigma_x$ , which corresponds to loading factor of 4. Thus with  $x_{\max} = 4\sigma_x$  we can write equation (3.9) as

$$\Delta = \frac{4\sigma_x}{2^{n-1} - 1} \quad \text{--- (3.10)}$$

$$(SNR)_o = \frac{\sigma_x^2}{\Delta^2 / 12} = \frac{3}{4} [2^{n-1} - 1]^2 \quad \text{--- (3.11)}$$

For larger value of n (typically n>6), we may approximate the result as

$$(SNR)_o = \frac{3}{4} [2^{n-1} - 1]^2 \approx \frac{3}{16} (2^{2n}) \quad \text{--- (3.12)}$$

Hence expressing SNR in db