

Haberleşme Mühendisliği

Sayısal Modülasyon Teknikleri

Dr. Hakkı SOY

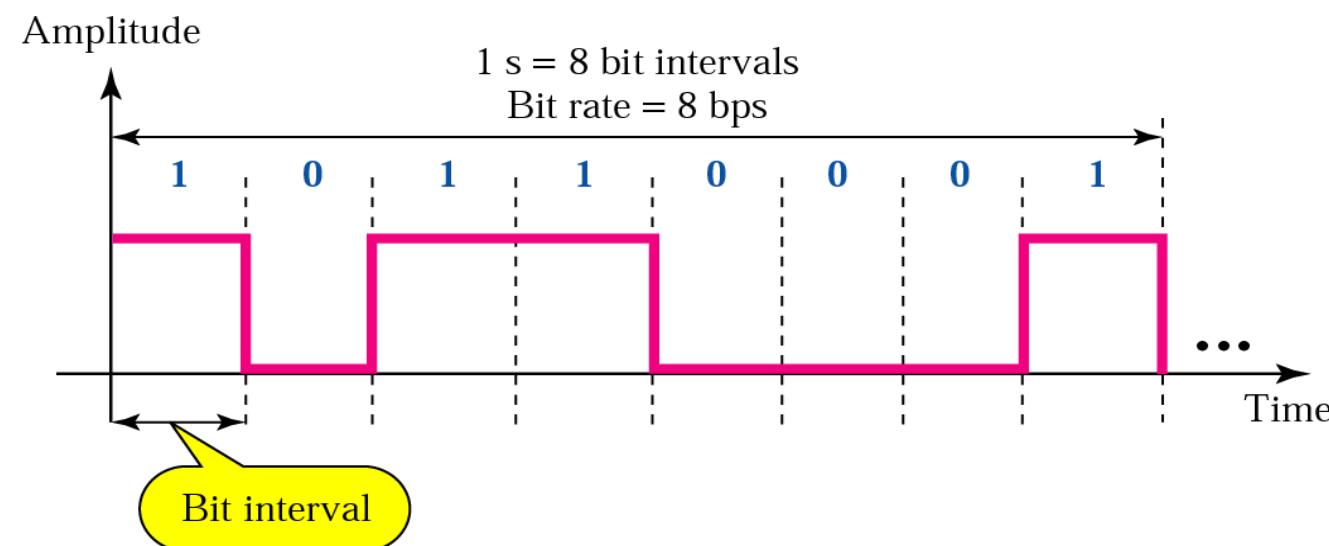
Necmettin Erbakan Üniversitesi

Mühendislik Fakültesi

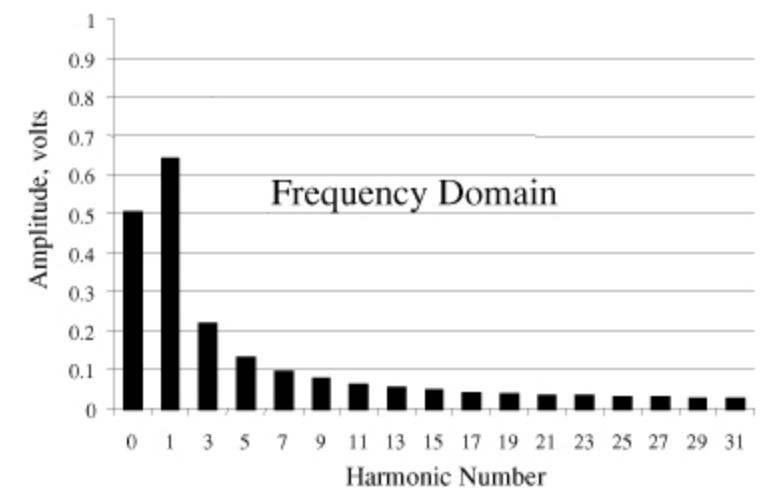
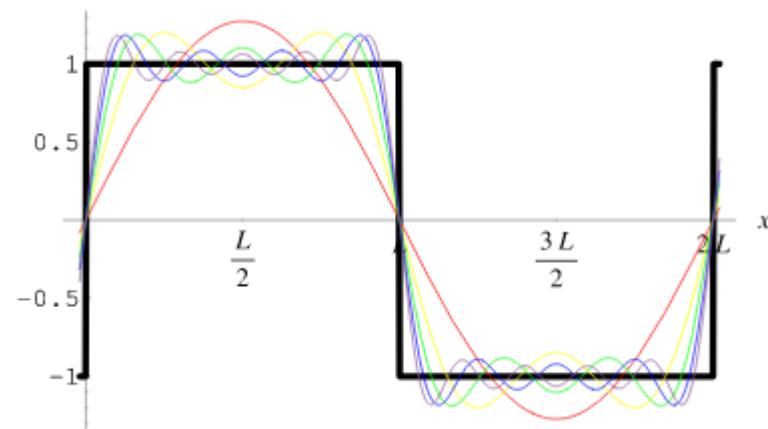
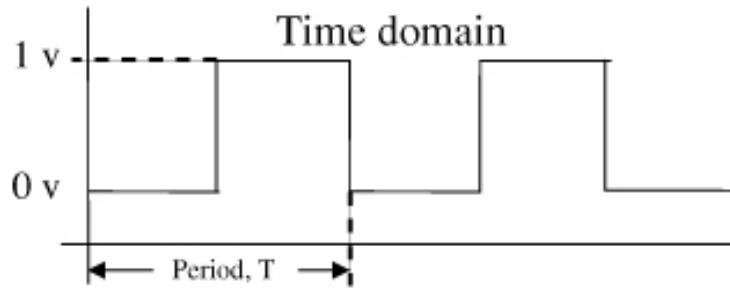
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

- Darbe kod modülasyonu veya darbe modülasyonu teknikleri uygulanarak analog sinyaller ikilik bit dizisi (0 ve 1 bitleri) şeklinde dijital hale dönüştürülür. Dijital sinyaller uygulamaya göre doğrudan taban bant sinyali veya modülasyon yapılarak geniş bant sinyali olarak haberleşme kanalı üzerinden gönderilebilir.
- Taban bant iletimde dijital sinyaller kanal üzerinden genellikle gerilim darbeleri biçiminde kodlanarak gönderilir. Oluşturulan darbelerin genlik ve genişlik üzere iki temel parametresi mevcuttur. Sinyal genliği pozitif veya negatif olabilir. Gerilim tepe değeri kullanılan elektronik devrelere göre farklı değerlerde olabilir. Fakat her durumda 0 ve 1 bitlerine karşılık gelen farklı gerilim seviyeleri mevcuttur.

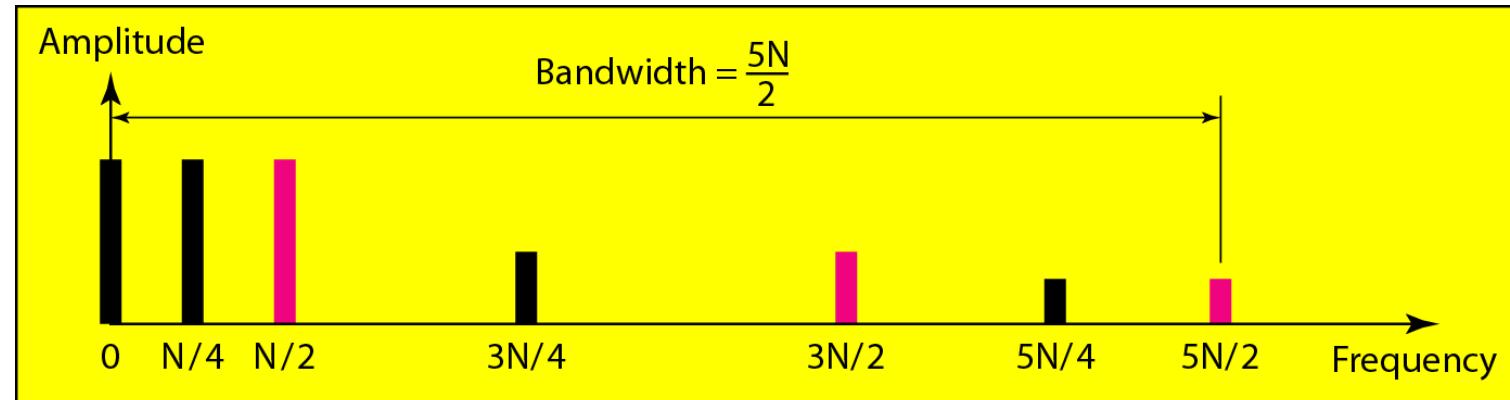
- Oluşturulan darbelerin süresi, sistemin gereksinim duyduğu haberleşme hızına uygun olarak belirlenir. Hızlı haberleşme yapılması istenildiğinde, darbe süreleri küçültülür. Bir bit göndermek için gerekli olan süre bit aralığı olarak isimlendirilir. Saniyede gönderilen bit sayısı ise bit hızı olarak anılır ve bps olarak ölçülür.



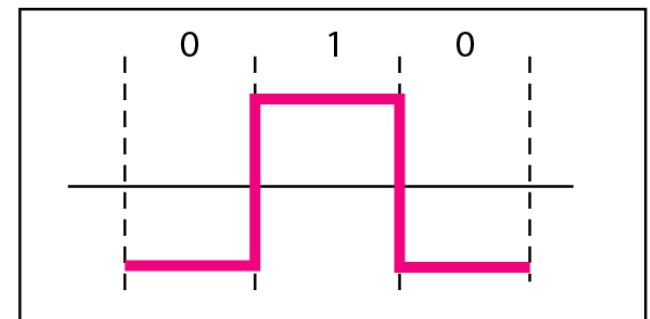
- Darbe formunda biçimlendirilen dijital sinyaller harmonik olarak isimlendirilen ve sinüzoidal sinyal formunda bulunan, her biri farklı genlik frekans ve faz değerlerine sahip sonsuz sayıda bileşenden meydana gelir.



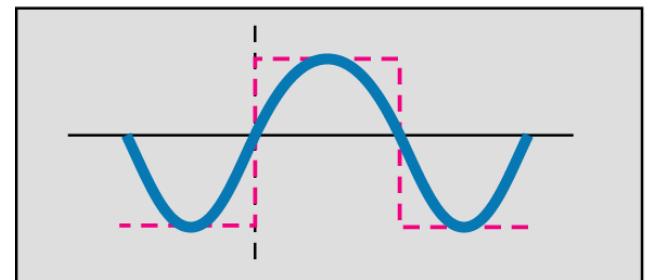
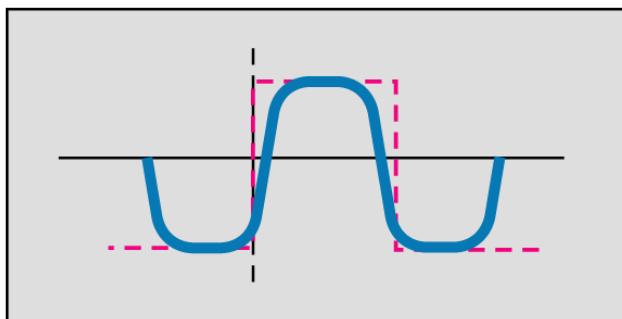
Kanalın Bozucu Etkisi



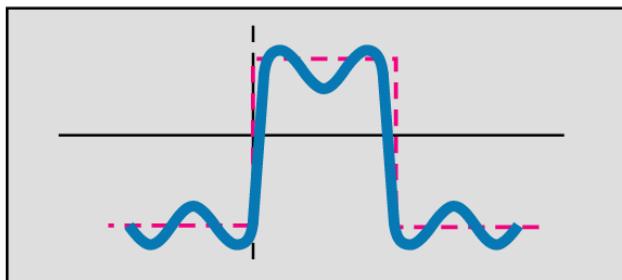
Digital: bit rate N



Analog: $f = N/2$ and $3N/2$

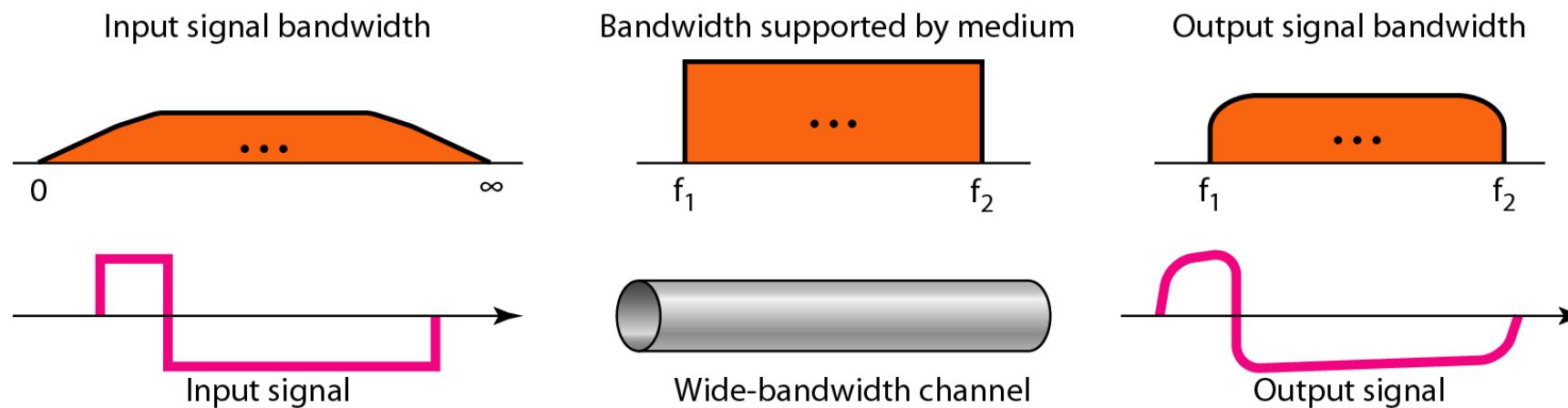


Analog: $f = N/2$

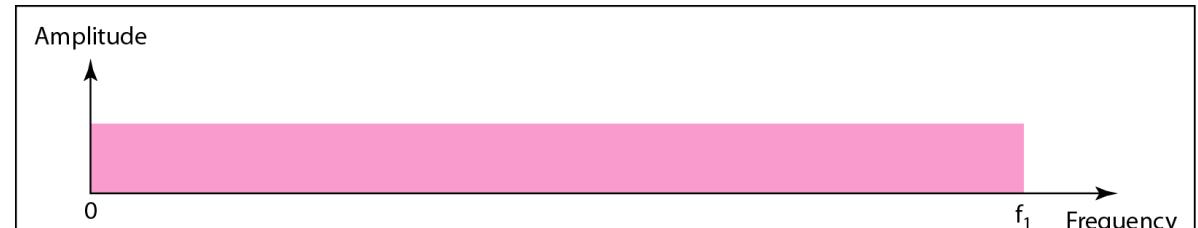
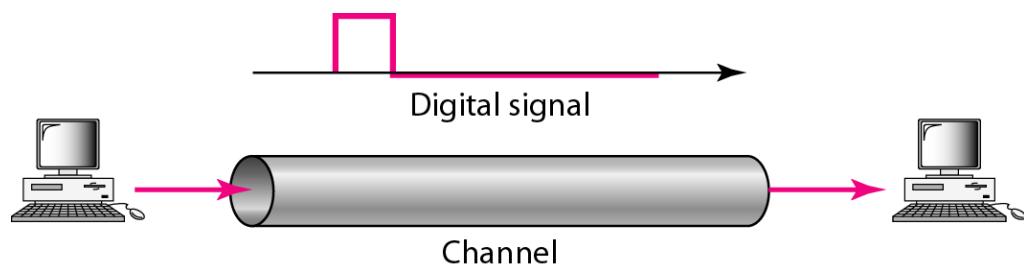


Analog: $f = N/2, 3N/2$, and $5N/2$

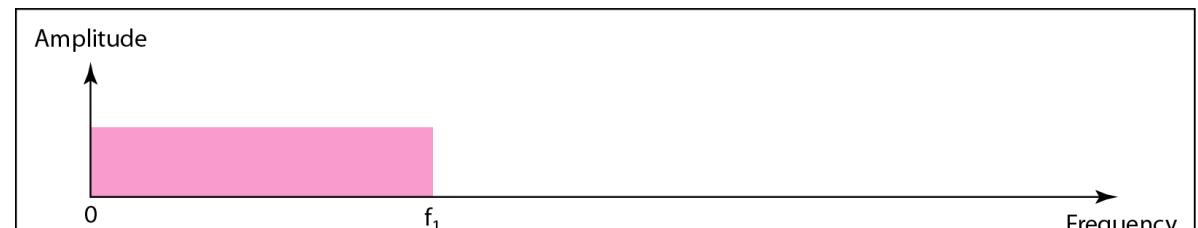
- Kanalın bant genişliği sınırlıdır. Darbe olarak kodlanan dijital sinyal alıcıya iletildiğinde haberleşme kanalı alçak geçiren filtre gibi davranır. Bundan dolayı darbe sinyalini oluşturan yüksek frekanslı harmonik bileşenler alıcıya ulaşamaz. Sonuç olarak kanalın dijital sinyal iletiminde bozucu etkisi olduğu söylenebilir.



- Dijital sinyallerin taban bant iletiminde dalga şeklinin korunması ancak kanalın sonsuz veya çok geniş bant genişliğine sahip bir alçak geçiren filtre gibi davranışsı durumunda mümkün olabilir.



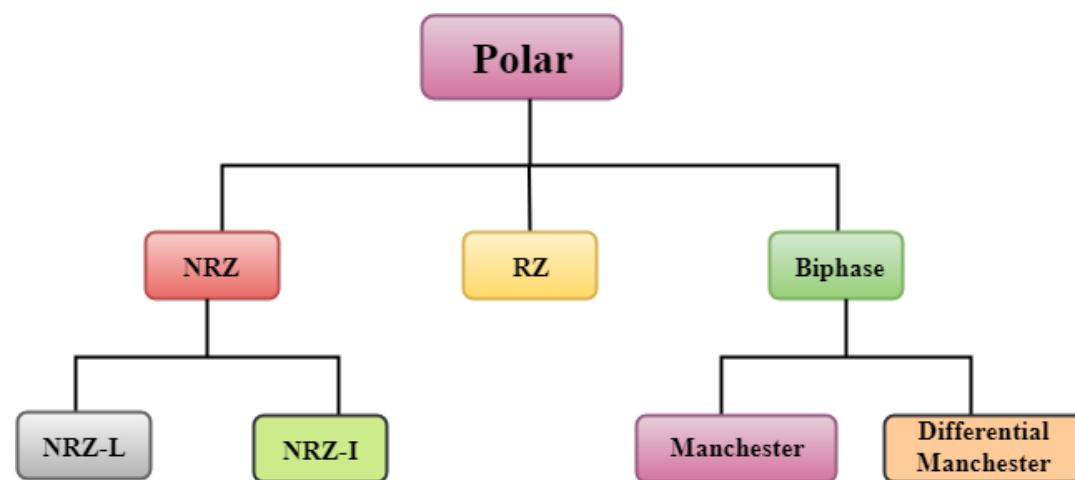
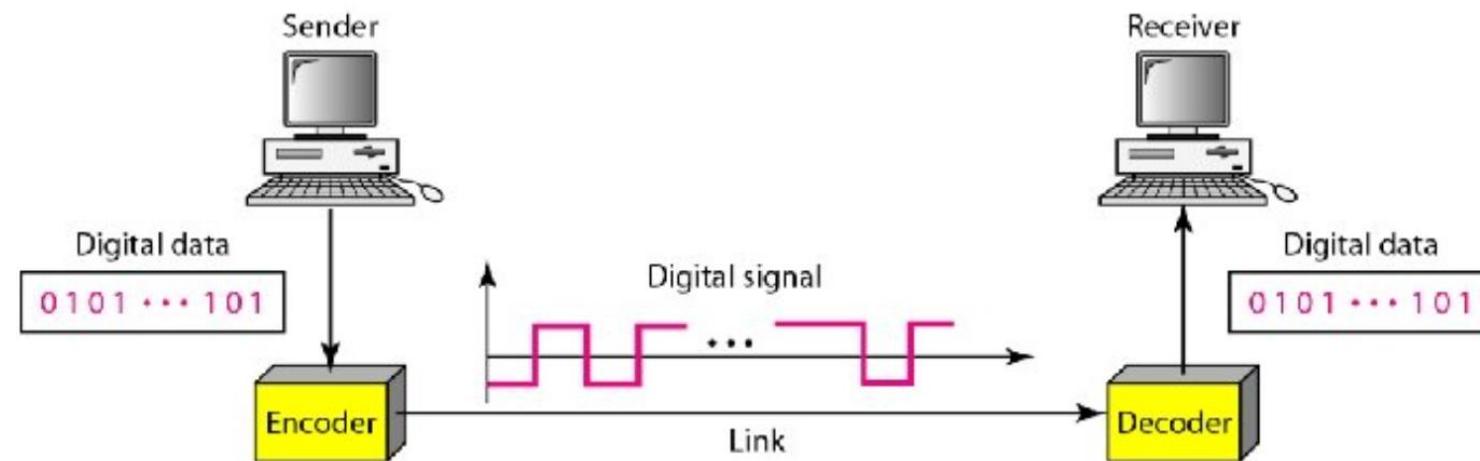
a. Low-pass channel, wide bandwidth



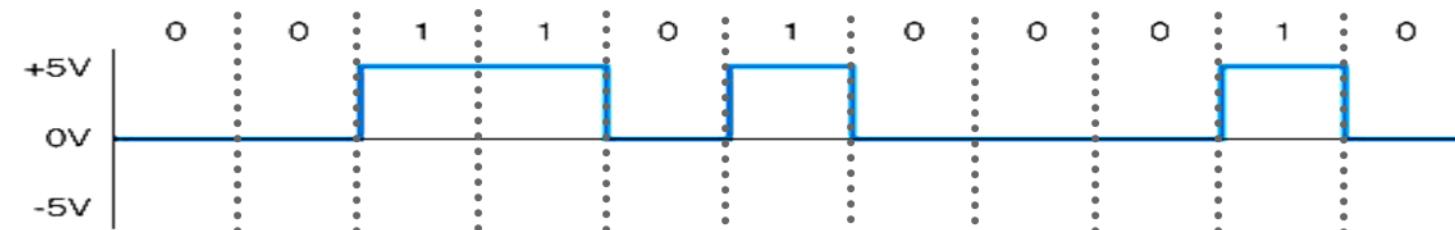
b. Low-pass channel, narrow bandwidth

- Sayısal haberleşme sistemlerinde 0 ve 1 bitlerini tanımlayan gerilim seviyeleri kanal üzerinde tek kutuplu (unipolar) veya çift kutuplu (bipolar) formda kodlanabilir.
 - Tek kutuplu kodlama yapıldığında **dijital sinyal 0 volt ile pozitif veya negatif gerilim seviyesi arasında değişir.**
 - Çift kutuplu kodlama yapıldığında **dijital sinyal hem pozitif hem de negatif gerilim seviyesi arasında değişir.** 0 ve 1 bitleri için gerilim seviyeleri tek kutuplu kodlamaya göre birbirlerinden daha uzakta olacağından tek kutuplu sinyallere göre hata olasılığı daha düşüktür. Kodlama yapıılırken **sıfıra dönen (return to zero, RZ)** veya **sıfıra dönmemeyen (non return to zero, NRZ)** kare dalga formu izlenebilir. Sıfıra dönen kare dalga şeklinde kodlama yapılrsa gönderilen her bitten sonra sinyal 0 volt seviyesine döner. Sıfıra dönmemeyen kodlama durumunda sinyal bulunduğu gerilim seviyesini korur.
- Ayrıca Ethernet ağlarında kullanılan **Manchester kodlaması** ile kodlama yapılabilir.

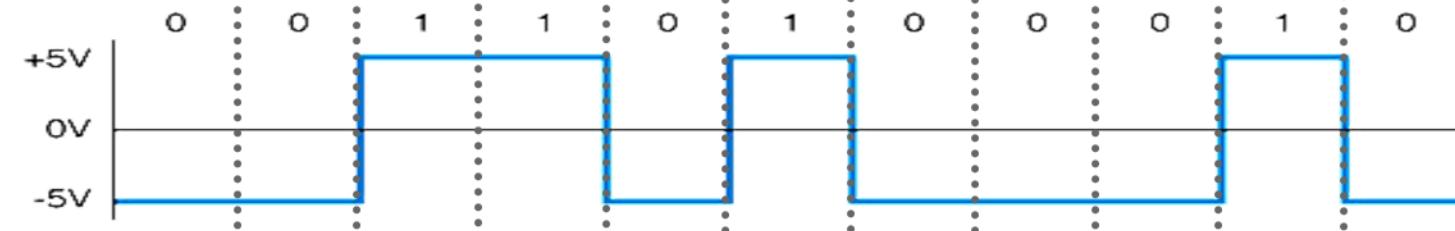
Sinyal Kodlama Teknikleri



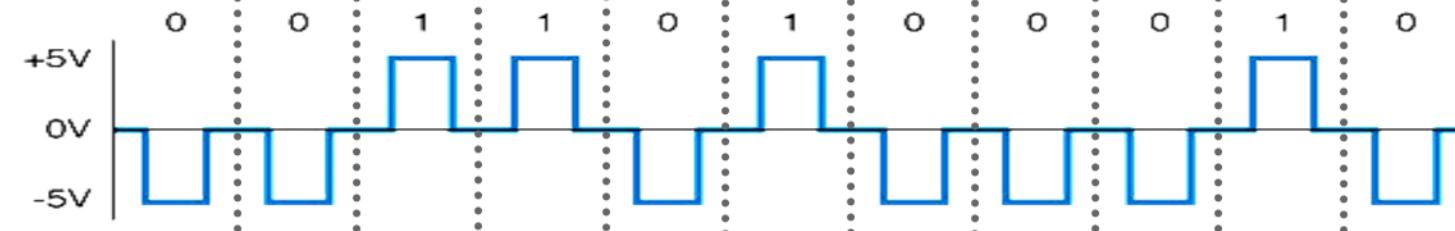
Tek kutuplu



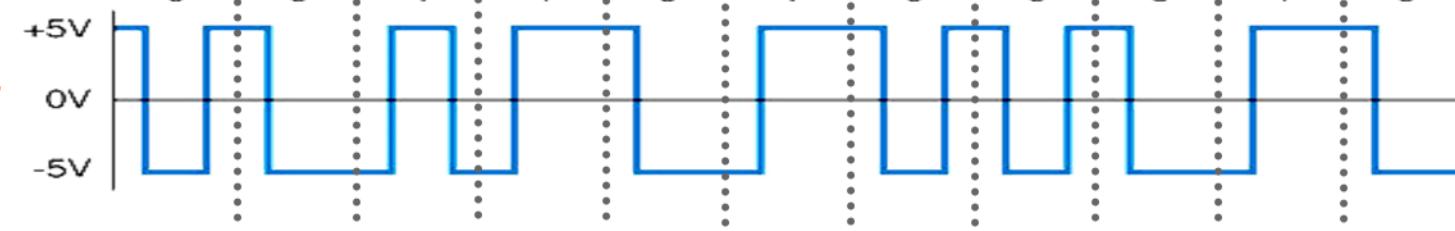
Çift kutuplu
NRZ



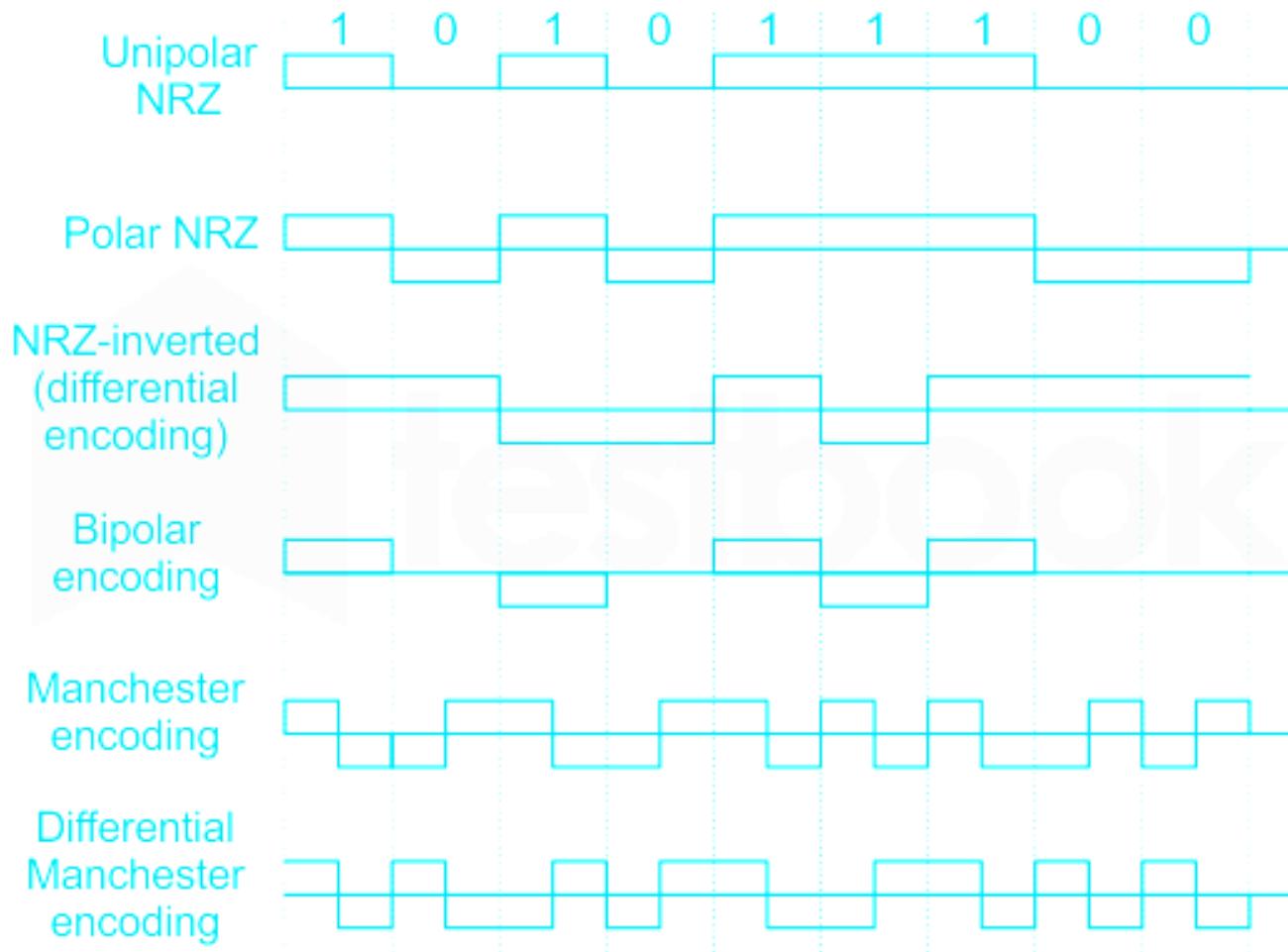
Çift kutuplu
RZ



Manchester

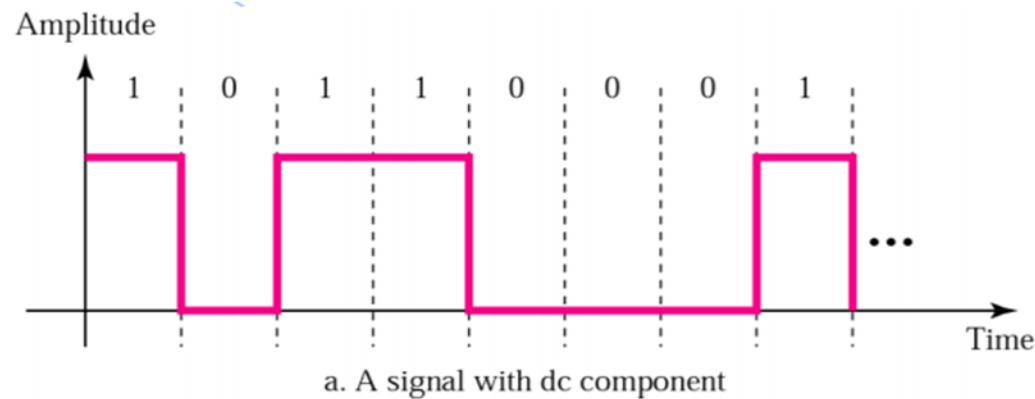


Sinyal Kodlama Teknikleri

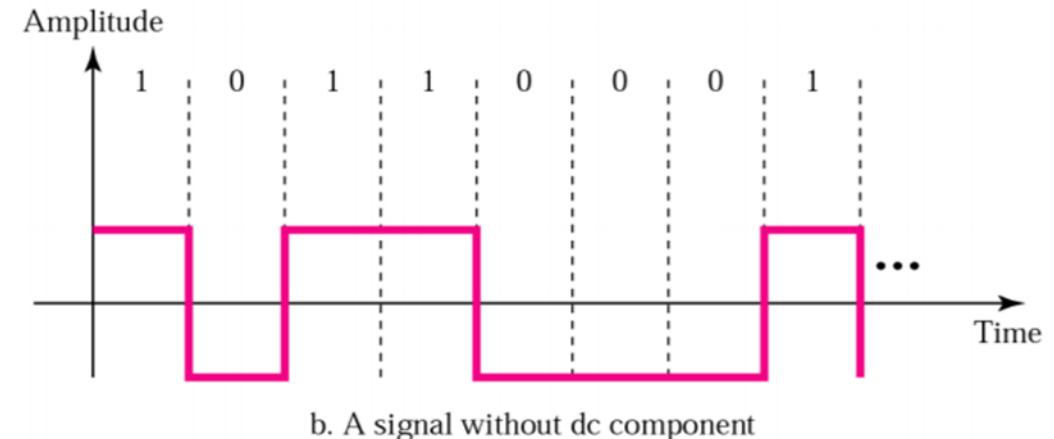


- Çok basit bir yapıya sahiptir. 1 biti genellikle kutup olarak seçilen gerilim seviyesi ile gösterilirken, 0 biti toprak gerilim seviyesinde tutulur. Burada kutup terimi ile anlatılan darbenin pozitif veya negatif gerilim seviyesinde tutulmasıdır. Tek kutuplu kodlama yapıldığında iki temel problem vardır:
 1. Çok uzun 0 veya 1 biti dizileri gönderildiğinde alıcı başlangıç ve bitiş bitlerini algılayamaz. Sonuçta verici ve alıcı arasında senkronizasyon bozulur.
 2. Sinyalin ortalama genlik değeri sıfırdan farklı olacağından, doğru akım (DC) bileşeni (sıfır frekanslı bir bileşen) içerir. DC bileşen içeren tek kutuplu kodlama yapıldığında, kanalın durumuna göre her zaman alıcıya ulaşamaz, sinyal iletiminde problem ortaya çıkar.

- Pozitif ve negatif olmak üzere iki farklı gerilim seviyesi kullanılır. Ortalama gerilim seviyesi sıfıra oldukça yakındır. DC bileşen problemi ortaya çıkmaz.

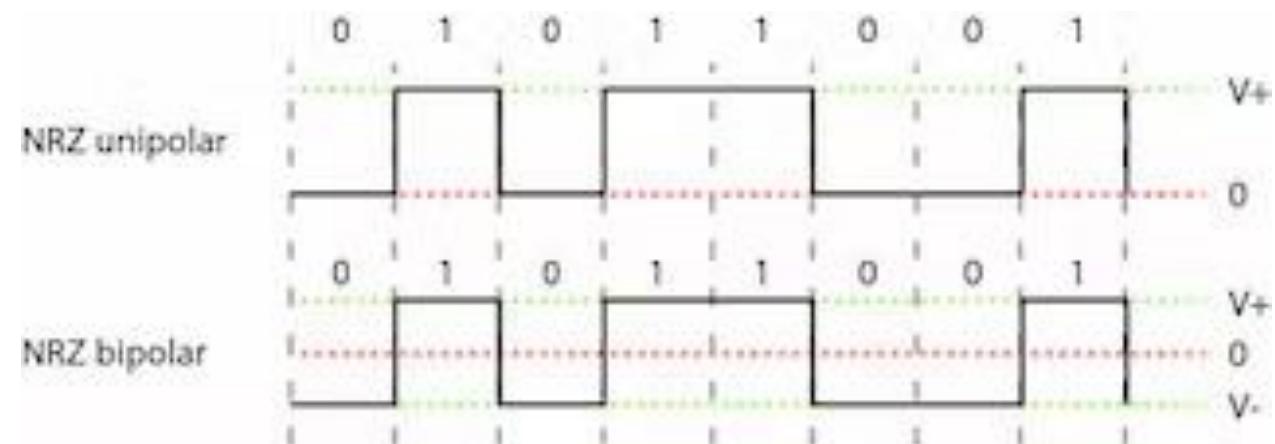
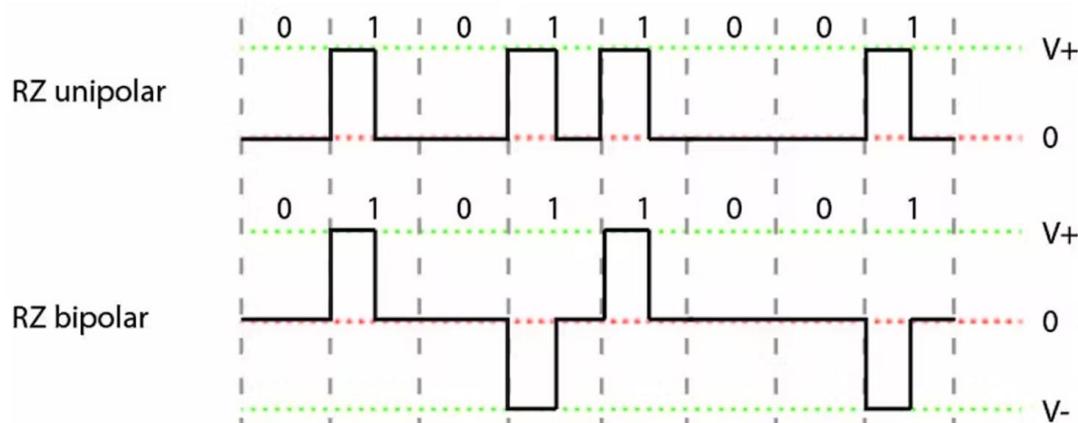


DC bileşen içeren sinyal kodlama
(tek kutuplu)

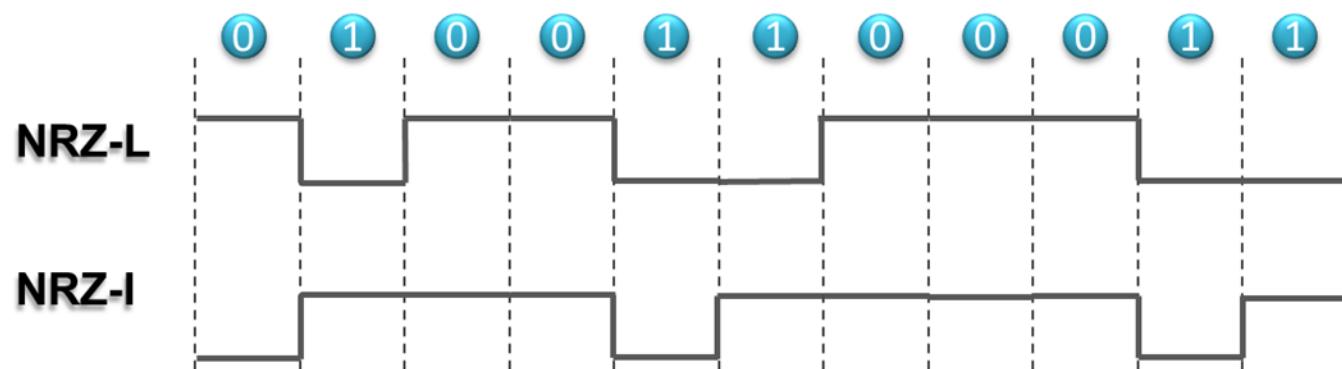


DC bileşen içermeyen sinyal kodlama
(çift kutuplu)

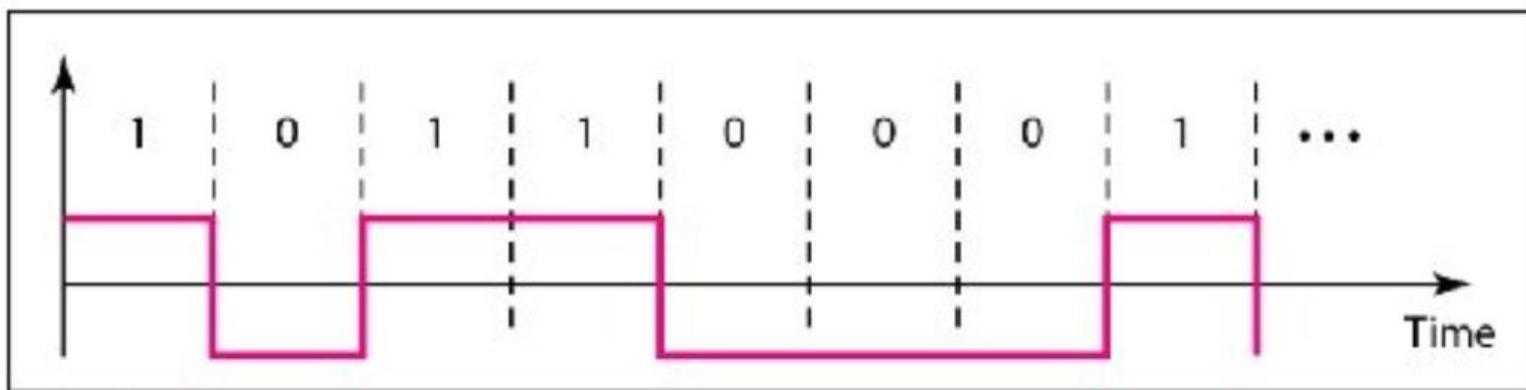
- Çift kutuplu kodlama sıfıra dönen (return to zero, RZ) ve sıfıra dönmeyen (non-return to zero, NRZ) olmak üzere iki farklı şekilde uygulanabilir.
 - NRZ kodlama yapıldığında sinyal sıfır gerilim seviyesine hiçbir zaman dönmez. Her zaman pozitif veya negatif gerilim seviyesinde kalır.
 - Buna karşın RZ kodlama yapılması durumunda sinyal sıfır gerilim seviyesine döner. Bu durum özellikle çok uzun 0 veya 1 biti dizileri gönderildiğinde verici ile alıcı arasında senkronizasyon sağlamayı kolaylaştırır.



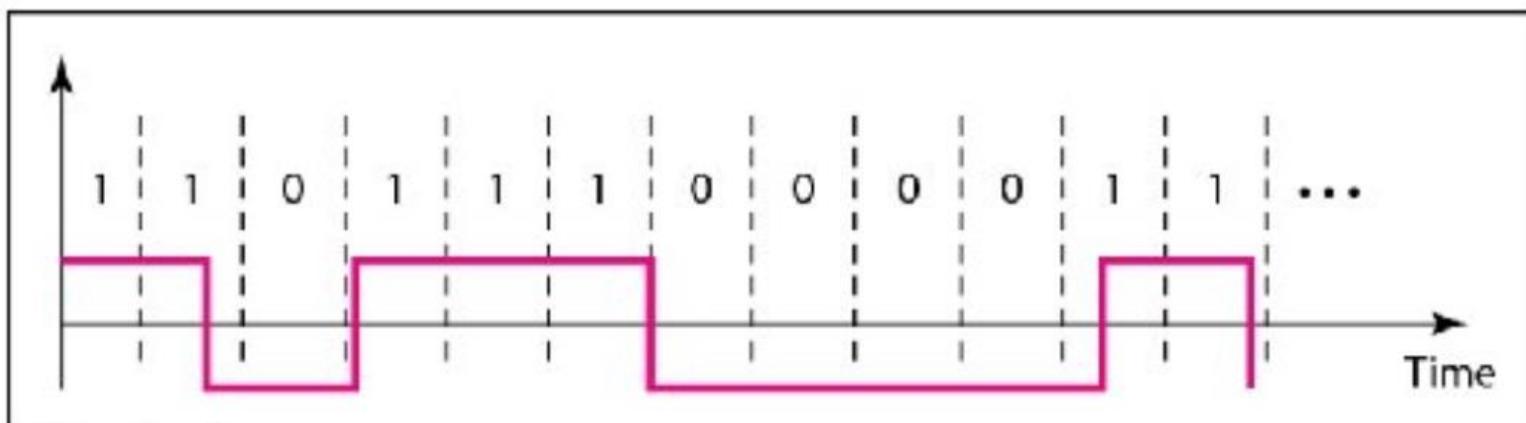
- NRZ kodlama NRZ-L ve NRZ-I olmak üzere iki farklı şekilde uygulanabilir. NRZ-L kodlama durumunda 0 ve 1 bitleri farklı gerilim seviyelerinde tutulur ve asla sıfıra dönmez. Kısa mesafeli ve özellikle iyi korunmuş kanal durumunda iyi bir çözüm sunar. Buna karşın NRZ-I kodlama halinde 1 bitleri iletilirken yine sıfıra dönmeden kanal üzerinde sinyalin gerilim seviyesi tersine değiştirilir. Yani pozitif ve negatif gerilim seviyeleri arasında geçiş 1 bitini gösterir. **Verici ile alıcı arasında en sağlam senkronizasyon NRZ-I kodlama tekniği ile sağlanır.**



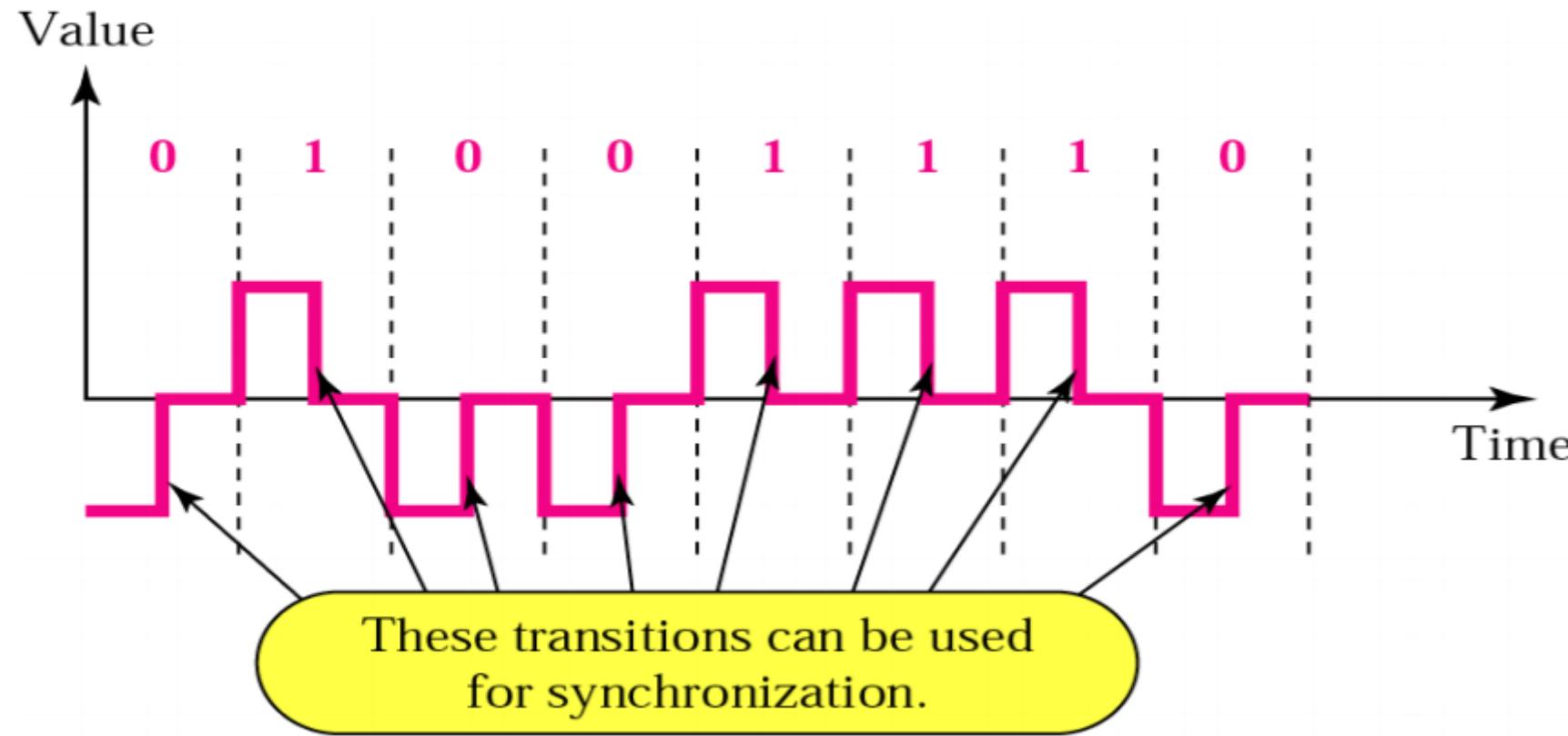
Senkronizasyonun Kaybolması

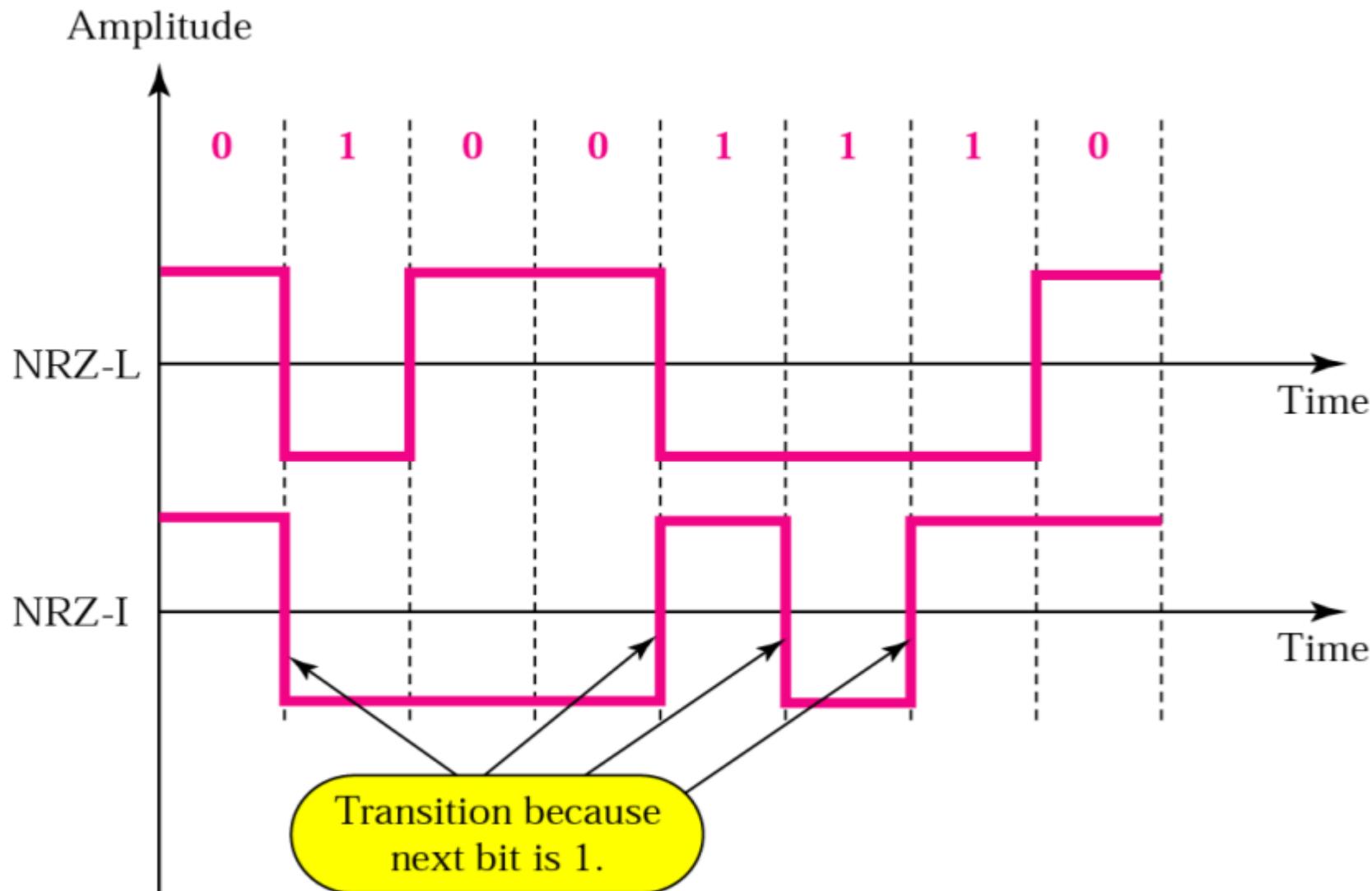


a. Sent



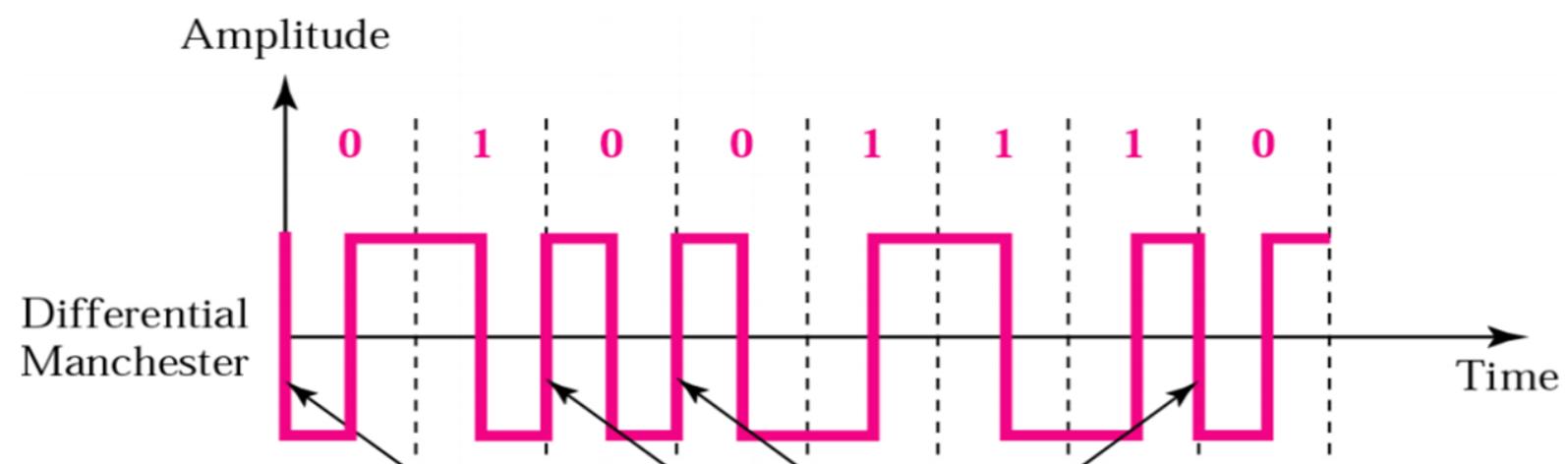
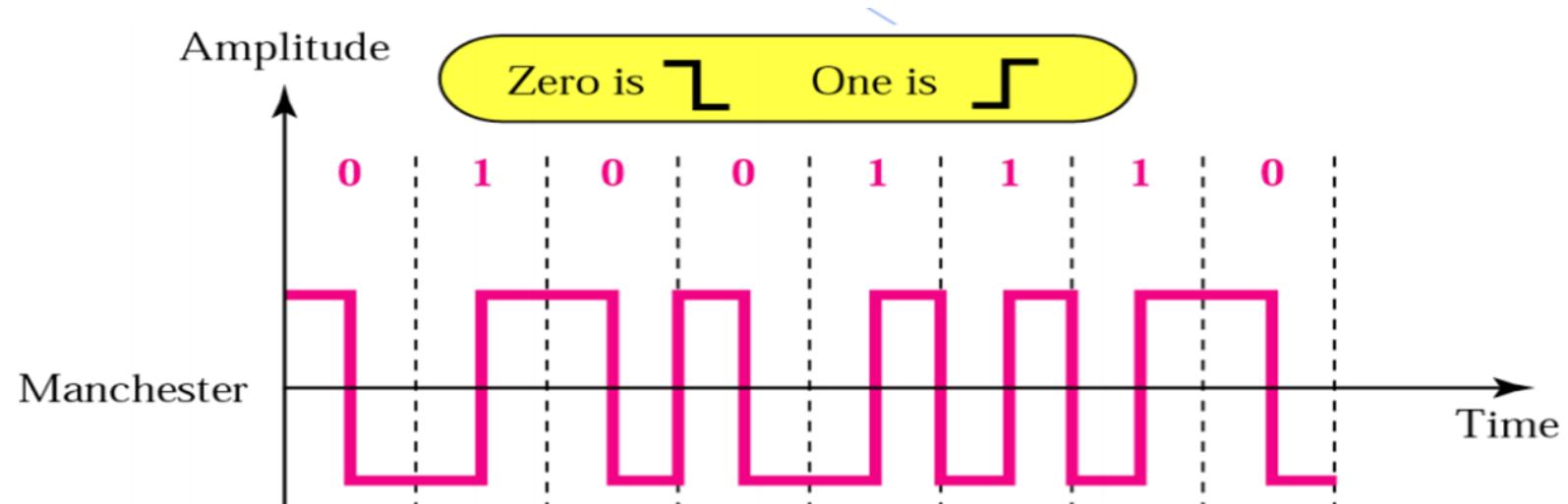
b. Received



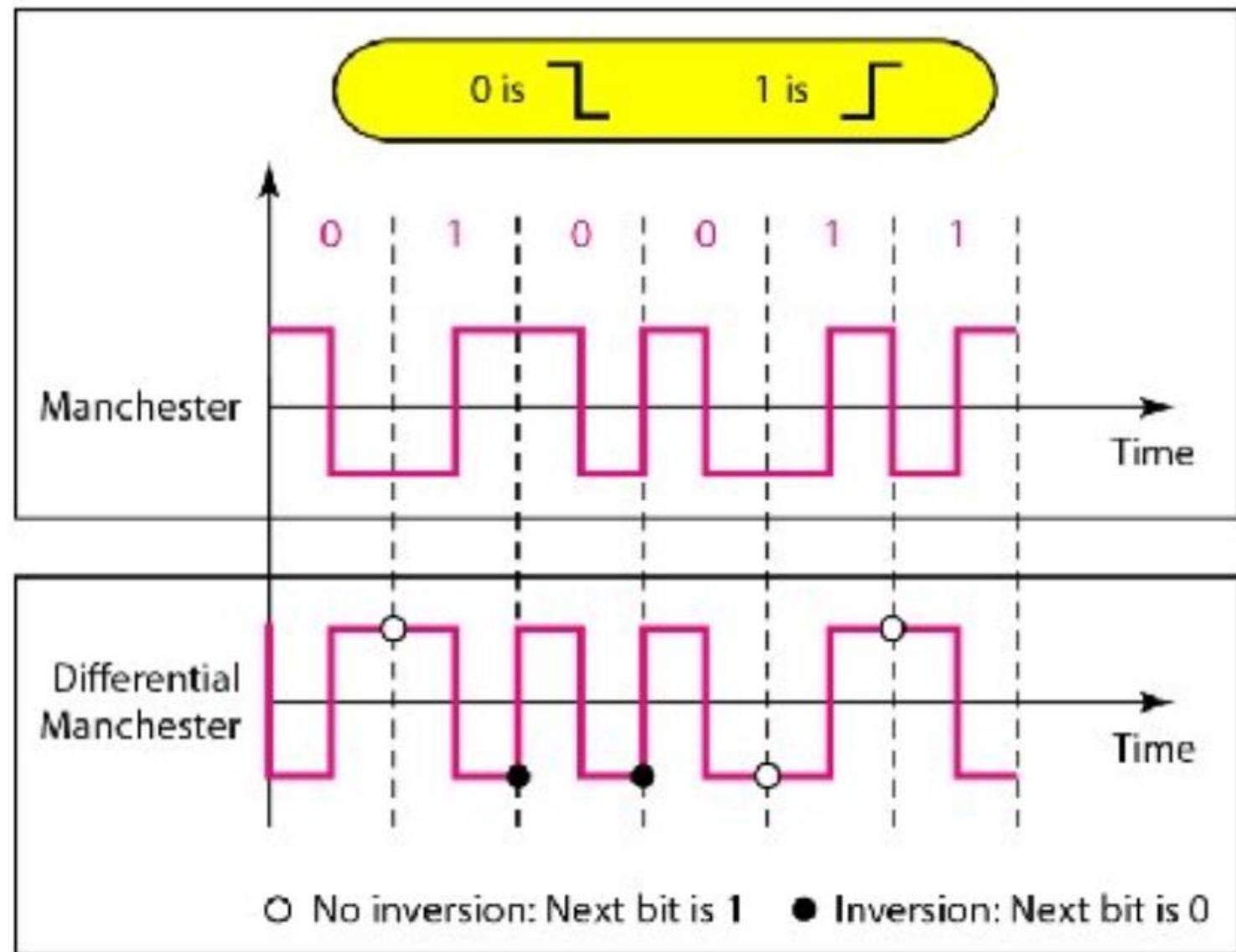


- Sinyal bit aralığının ortasında sıfırdan geçerek zıt kutup gerilimine gider. Senkronizasyon probleminin azaltılması için iyi bir çözümdür. Çift fazlı kodlama Manchester kodlaması ve diferansiyel Manchester kodlaması olmak üzere iki farklı şekilde uygulanabilir. Genelde bilgisayar ağlarında veri haberleşmesi için kullanılır.
- Manchester kodlamasında pozitif gerilim seviyesinden negatif gerilim seviyesine geçişler 0 bitini, negatif gerilim seviyesinden pozitif gerilim seviyesine geçişler ise 1 bitini gösterir. Ethernet ve IEEE 802.3 standardı ile uyumlu yerel alan ağlarında (LAN) Manchester kodlaması kullanılmıştır.
- Diferansiyel Manchester kodlamasında kod kendi kendine döner. Bit aralığının başlangıcında gerilim seviyesi geçisi (pozitiften negatife veya negatiften pozitife) 0 bitini gösterirken, geçiş olmadığı durumda 1 biti ifade edilir.

Çift Fazlı Kodlama

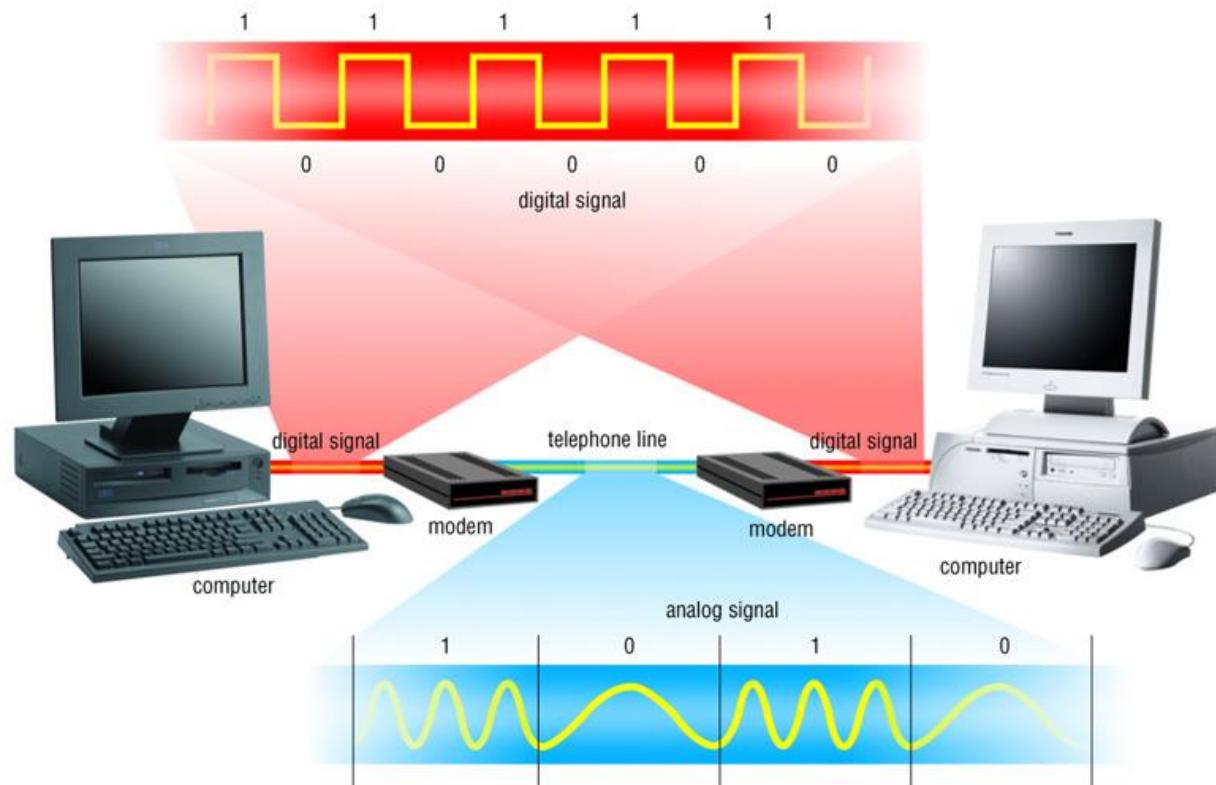


Presence of transition at the beginning of bit time means zero.



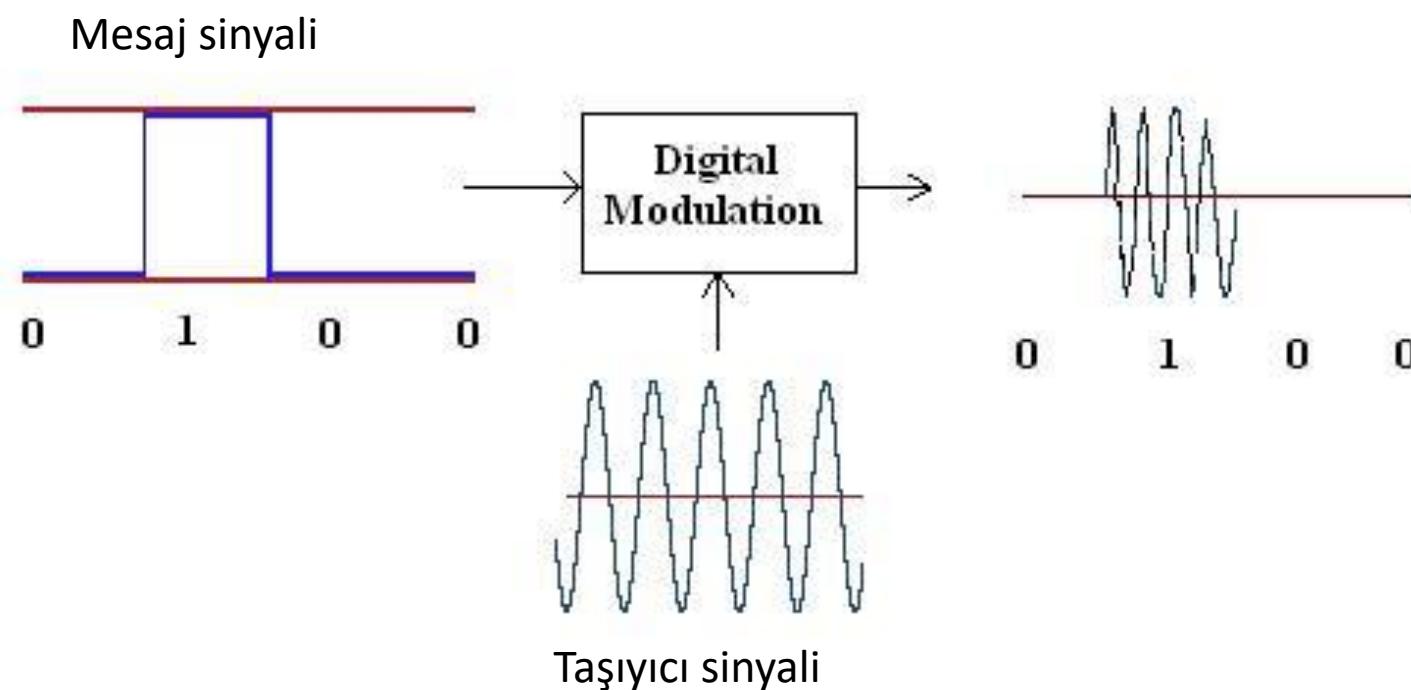
- Alternate Mark Inversion (AMI) kodlama tekniği nedir? Nerede kullanılır?
- High-Density Bipolar 3 (HDB3) kodlama tekniği nedir? Nerede kullanılır?
- ‘10000100000011010’ bit dizisini aşağıdaki sinyal kodlama teknikleri ile kodlayın ve grafiksel olarak gösterin?
 - NRZ-L
 - NRZ-I
 - Manchester
 - Differential Manchester
 - AMI
 - HDB3

- Dijital sinyaller doğrudan taban bant sinyal olarak gönderilebilir. Fakat çoğu zaman dijital sinyalin yüksek frekanslı taşıyıcı sinyal ile modüle edilmesi tercih edilir. Bu durumda geniş bant dijital modülasyon teknikleri uygulanır.



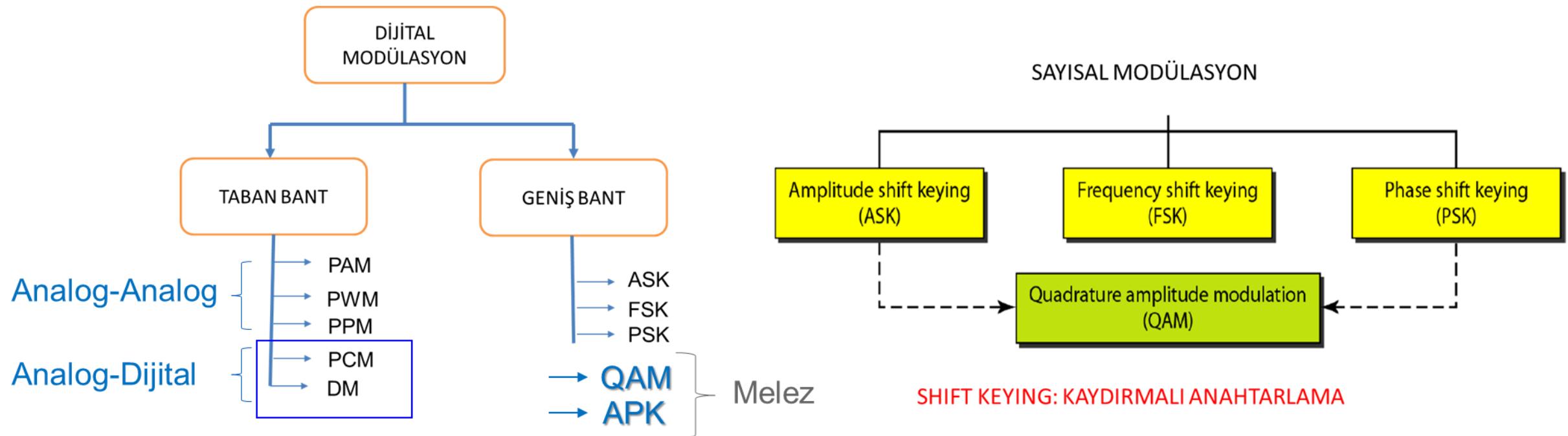
Dijital Modülasyon

- Sayısal haberleşme uygulamalarında genellikle çoğullama yapılarak kanal birden fazla kullanıcı tarafından paylaşılır. Kanalının verimli kullanılması ve anten boyutlarının küçültülmesi için sayısal haberleşme sistemlerinde modülasyon işlemi uygulanarak sinyal yüksek frekansa taşınır.

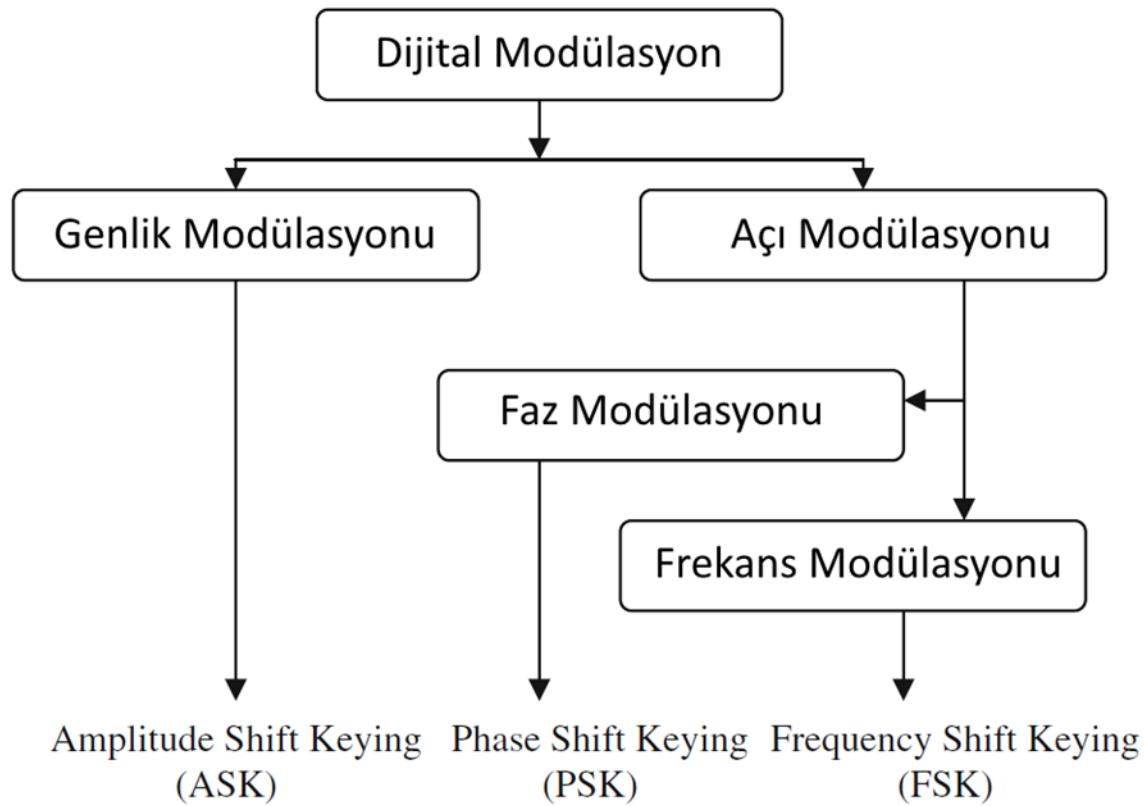


Dijital Modülasyon

- Sayısal haberleşme sistemlerinde ikilik bit dizisi şeklinde dijital veri akışını modüle etmek için ASK, FSK, PSK ve QAM teknikleri kullanılır. Analog modülasyonda olduğu gibi taşıyıcı sinyalin genliği, frekansı veya fazı değiştirilir.



- Dijital modülasyon ile taşıyıcı sinyalin genlik, frekans ve faz gibi karakteristik özelliklerinin 0 ve 1 bitlerinden meydana gelen veri akışına göre değiştirilir.



ASK: Mesaj sinyali taşıyıcı sinyalin genliğini değiştirir.

FSK: Mesaj sinyali taşıyıcı sinyalin frekansını değiştirir.

PSK: Mesaj sinyali taşıyıcı sinyalin fazını değiştirir.

QAM: Taşıyıcı sinyalin hem genliği hem de fazı değişir.

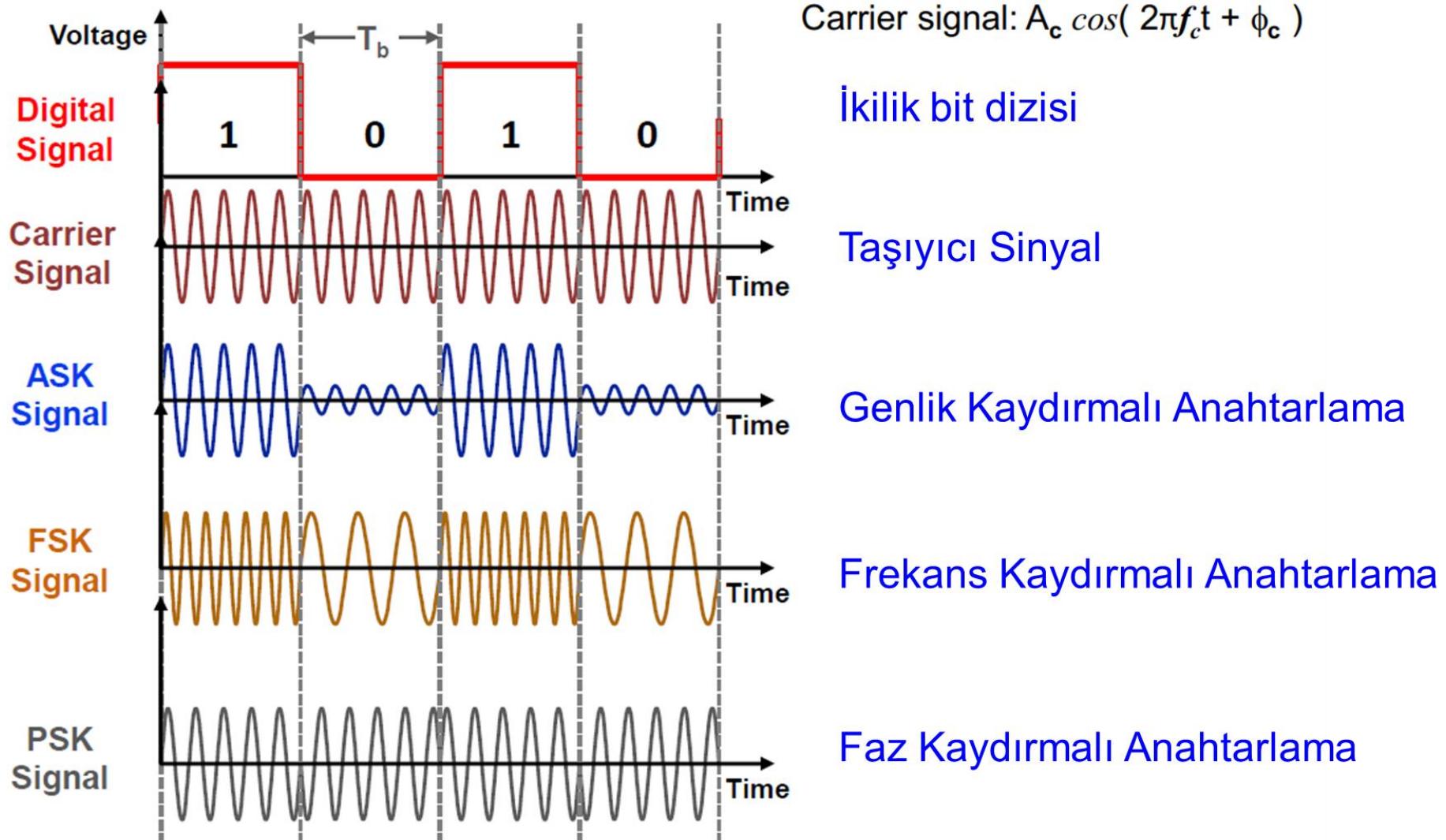
QAM, ASK ve PSK modülasyonlarının birlikte uygulanmasıyla elde edilir.

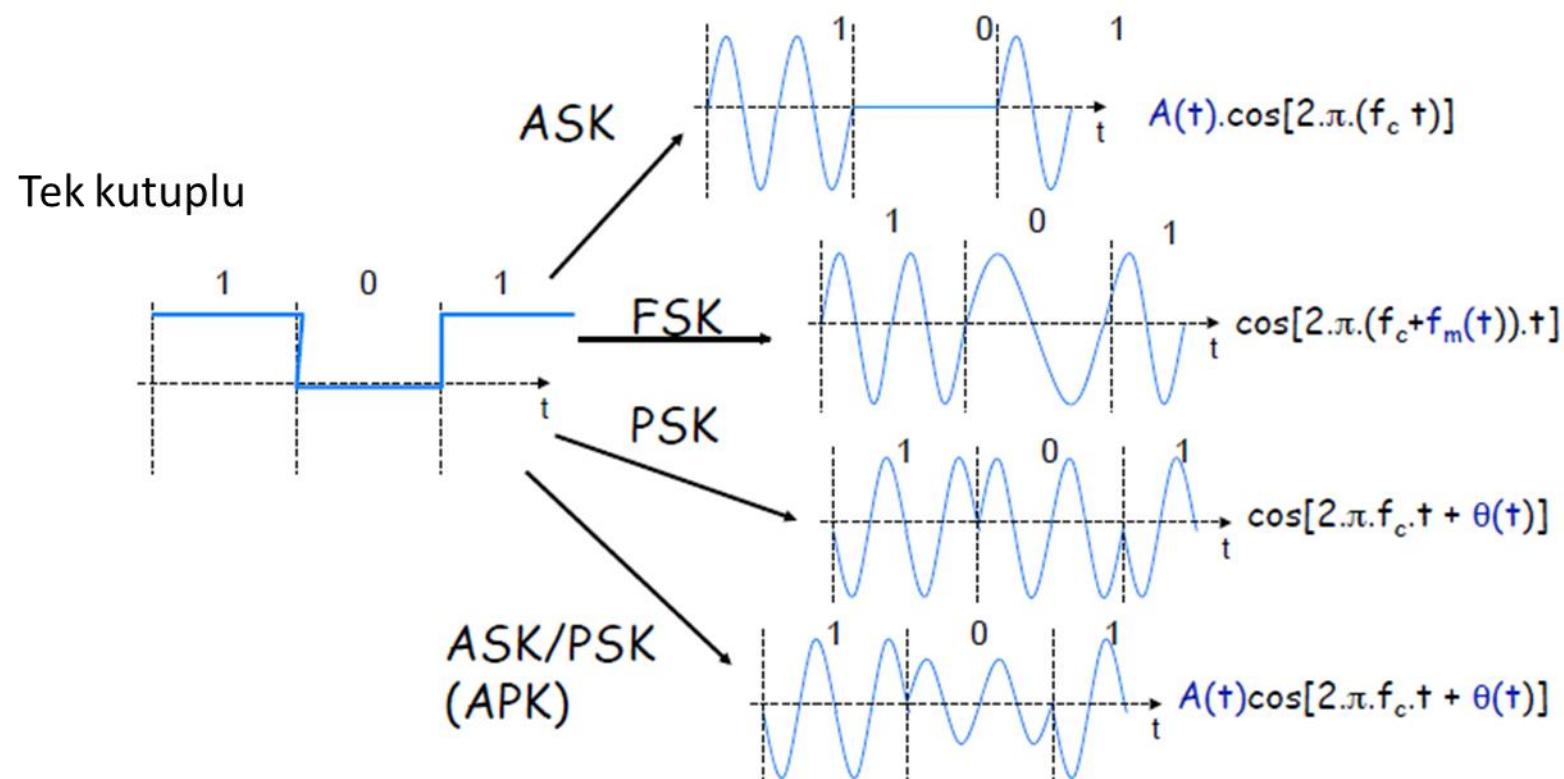
Anahtarlama

- Anahtarlama tekniginin temeli ilk sayısal haberleşme uygulaması olarak nitelendirilebilecek olan Mors koduna dayanır. Morse kodunda anahtara kısa basılmasıyla nokta, uzun basılmasıyla çizgi karakterleri elde edilir.

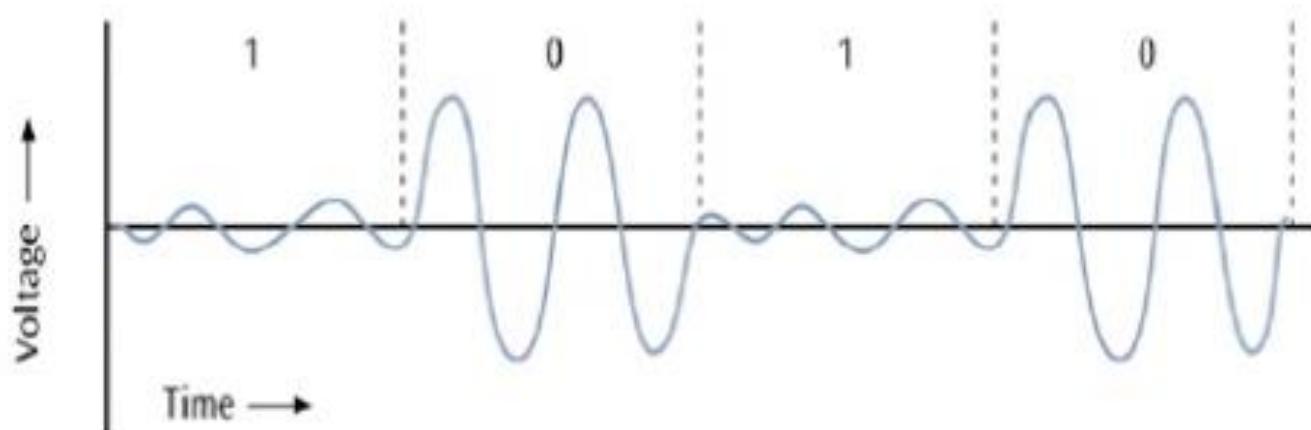
A	—	N	—·	1	—·—·—	.	(period)	—·—·—
B	—···	O	——·—	2	··—·—	,	(comma)	——·—
C	—·—··	P	—·—·—	3	····—	?	(question mark) (IMI)	··—·—
D	—···	Q	——·—·—	4	····—	/	(fraction bar)	—··—
E	·	R	··—	5	·····	:	(colon)	——·—·—
F	··—·	S	···	6	—···	;	(semicolon)	——·—·—
G	——·—·	T	—	7	—··—	((parenthesis)	——·—·—
H	····	U	··—	8	—··—·)	(parenthesis)	—··—·
I	··	V	··—·	9	—··—·—	'	(apostrophe)	—··—·—
J	—·—·—·—	W	—·—·—	0	—··—·—	-	(hyphen or dash)	—··—
K	—·—·—	X	—··—·			\$	(dollar sign)	··—·—
L	—···	Y	—··—·—			"	(quotation marks)	—··—
M	—··—	Z	—··—·—					

Dijital Modülasyon

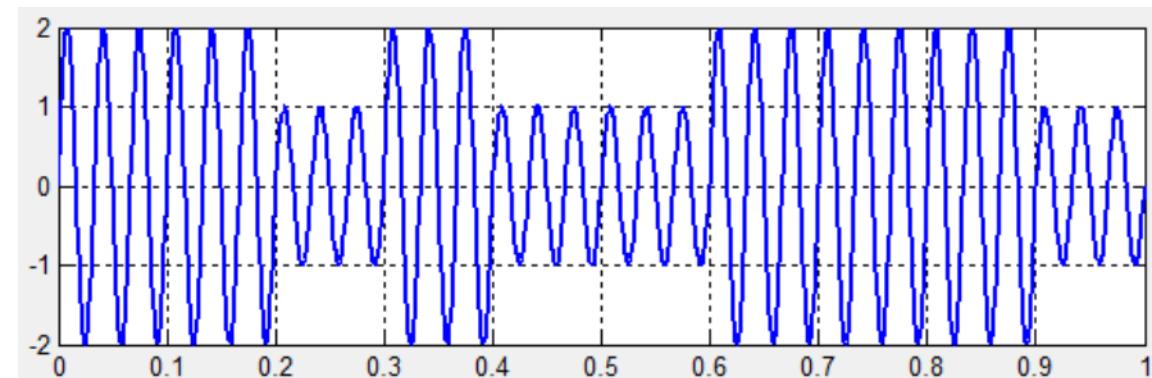




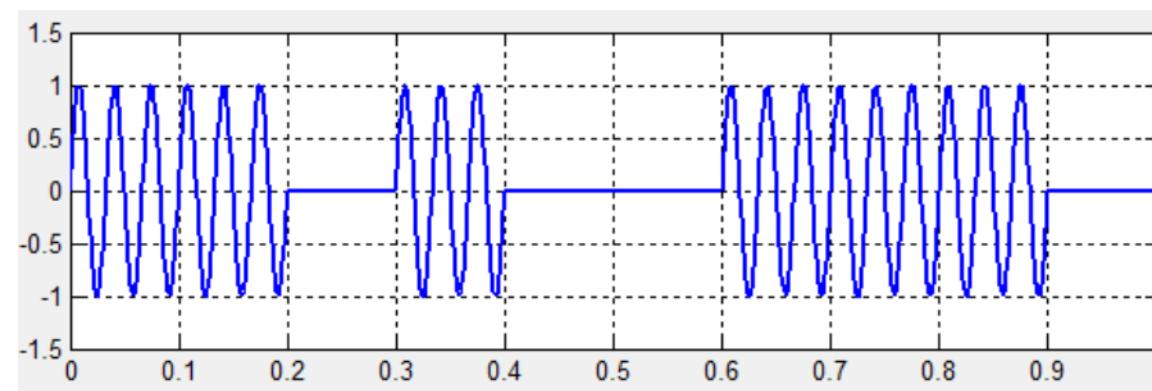
- Genlik kaydırmalı anahtarlama (amplitude shift keying, ASK) modülasyonunda 1 ve 0 bitleri iki farklı genlik seviyesini gösterir. ASK modülasyonu gürültüye karşı korumasız olması sebebiyle sayısal haberleşme sistemlerinde (özellikle kablosuz haberleşme uygulamalarında) tek başına kullanılmaz. Genellikle ASK modülasyonu ile PSK modülasyonu birleştirilerek kullanılır.



$$s(t) = \begin{cases} A_0 \cos(2\pi f_c t), & \text{binary 0} \\ A_1 \cos(2\pi f_c t), & \text{binary 1} \end{cases}$$

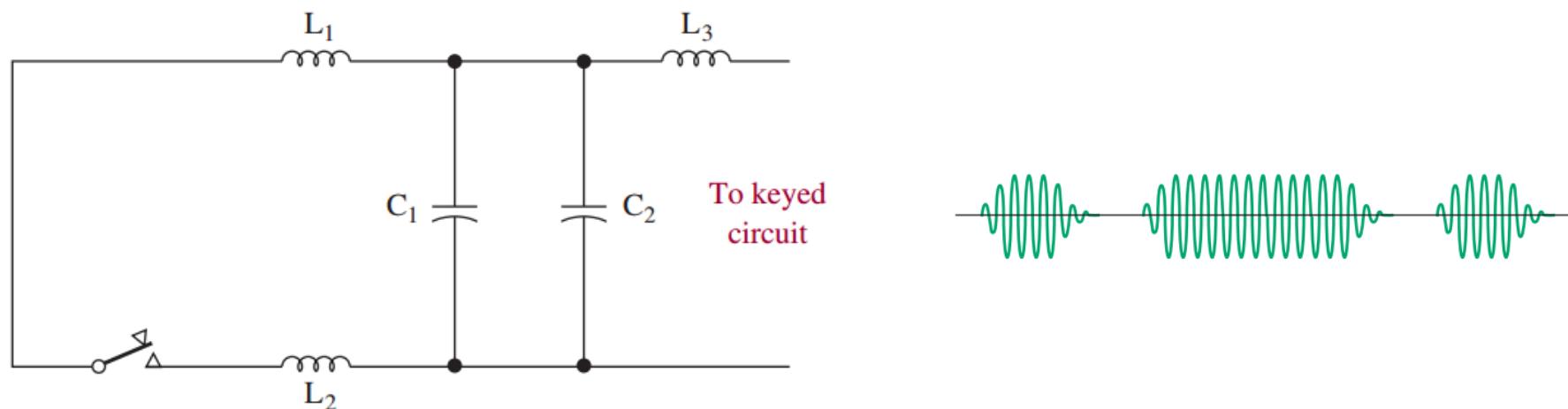


Binary Amplitude Shift Keying: BASK

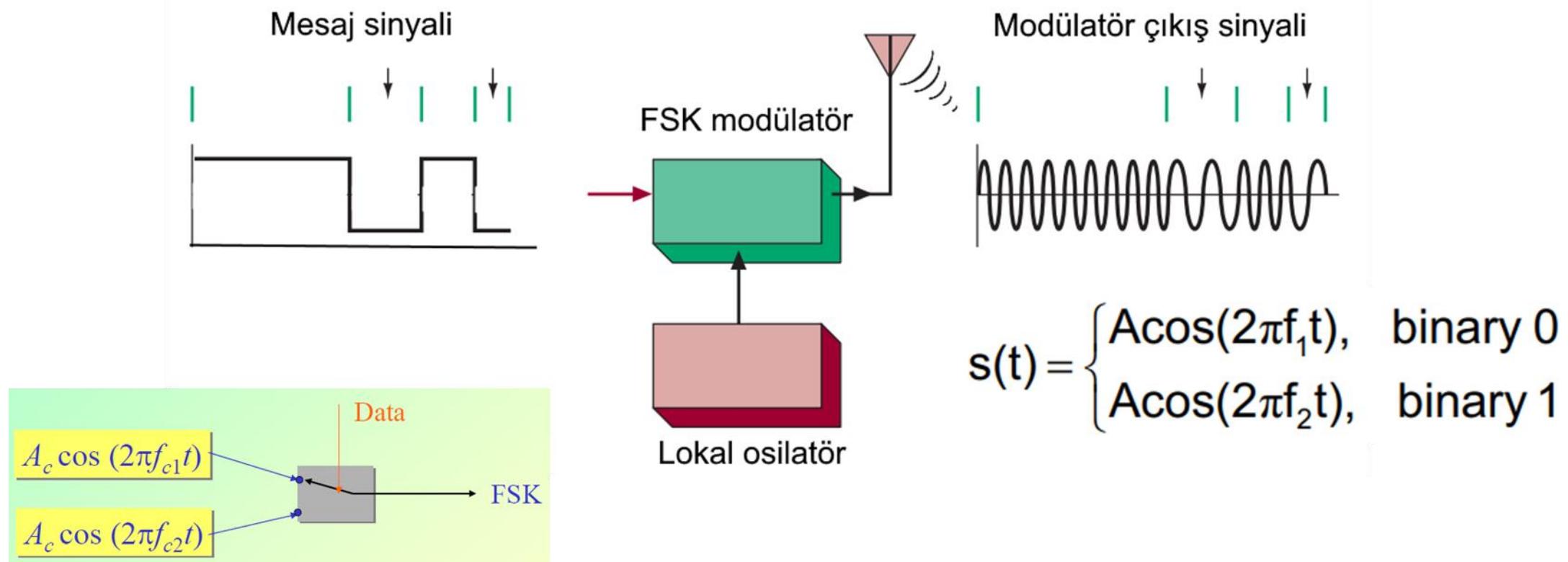


On-Off Keying: OOK

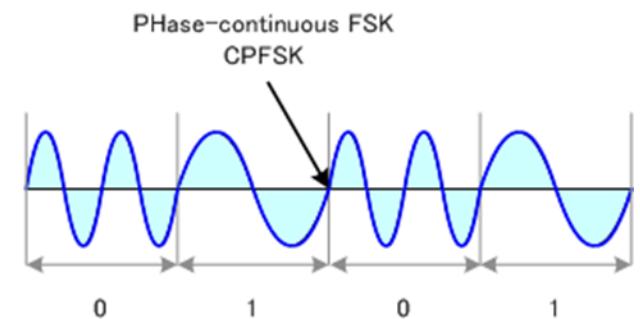
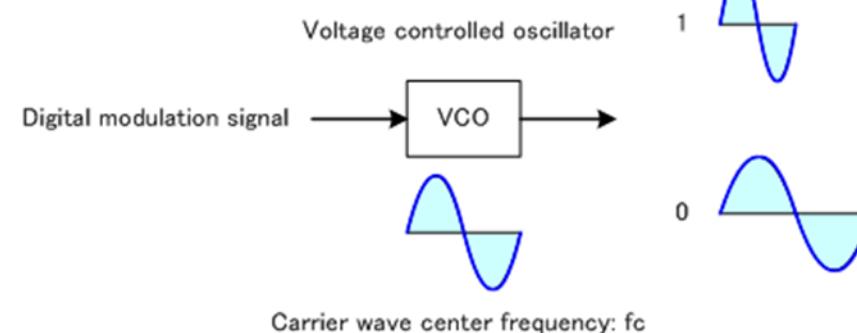
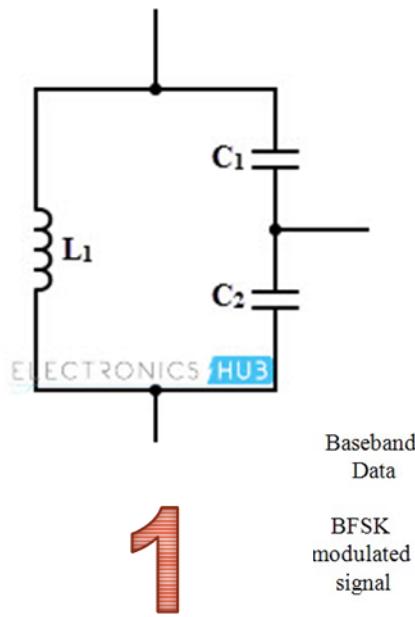
- İkilik bit dizisi göndermenin en basit yolu taşıyıcı sinyali kesintili olarak kapatıp açarak 0 ve 1 bitlerini elde etmektir. Bu şekilde aç kapat anahtarlama (on-off keying, OOK) olarak bilinen sayısal modülasyon tekniği gerçekleştirilir. Devrede kullanılan LC anahtarlama滤resi ile anahtarlama kontaklarında oluşan arktan kaynaklanan RF girişimi bloke edilir. L3 bobini taşıyıcının yükselme süresini yavaşlatırken, C2 kondansatörü zayıflamayı azaltır. L1 ve L2 şok bobinleri olup, C1 kondansatörü ile alçak geçiren filtre oluştururlar.



- Frekans kaydırmalı anahtarlama (FSK) modülasyonunda taşıyıcı sinyalin frekansı, gönderilen ikilik bit dizisine göre belirli değerler arasında değiştirilir.

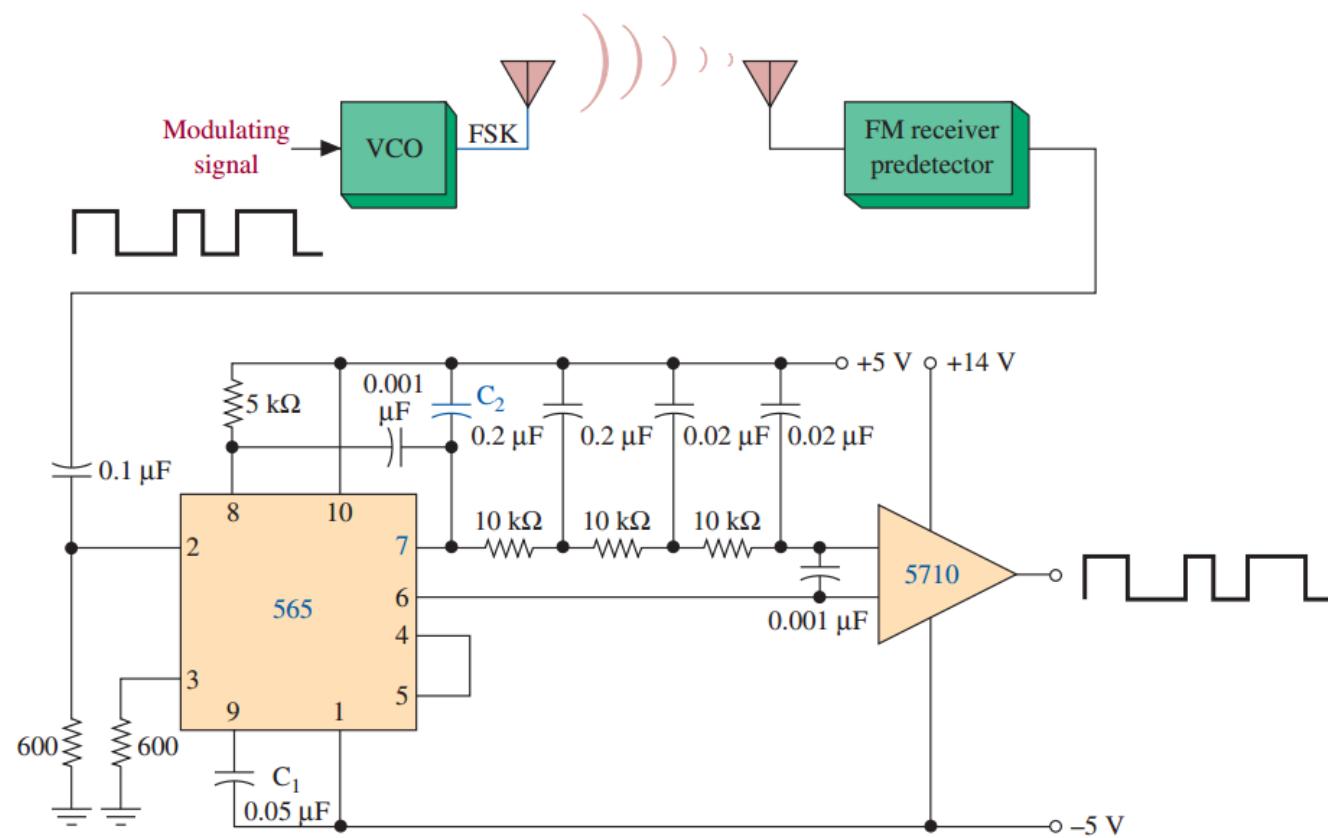


- FSK sinyali üretilmesi için en basit yöntem ile osilatör tank devresi bir ilave kondansatör anahtarlama ile eklenip çıkarılır. Alternatif bir yöntem ise gerilim kontrollü osilatör (VCO) çıkış frekansının girişe uygulanan ikilik bit dizisi şeklinde dikdörtgen dalga sinyali ile değiştirilmesidir.

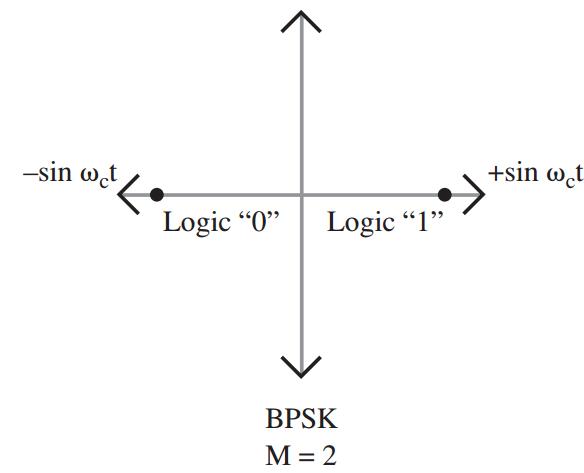
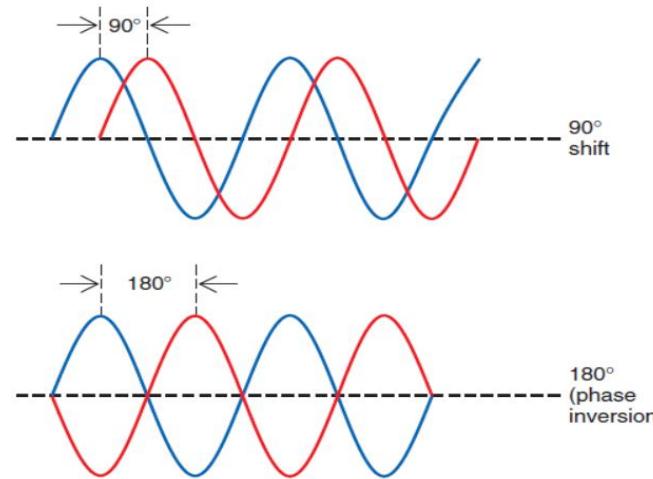
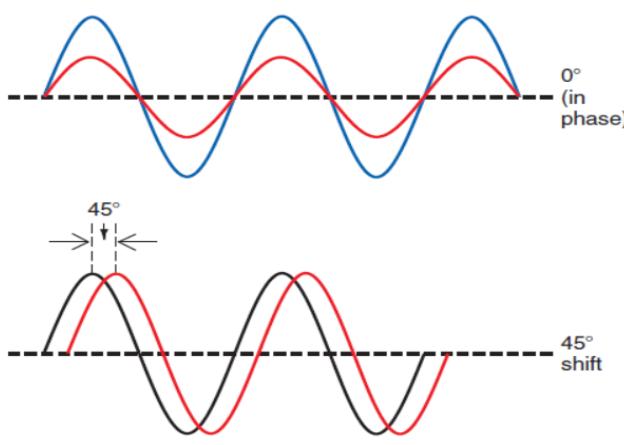


2

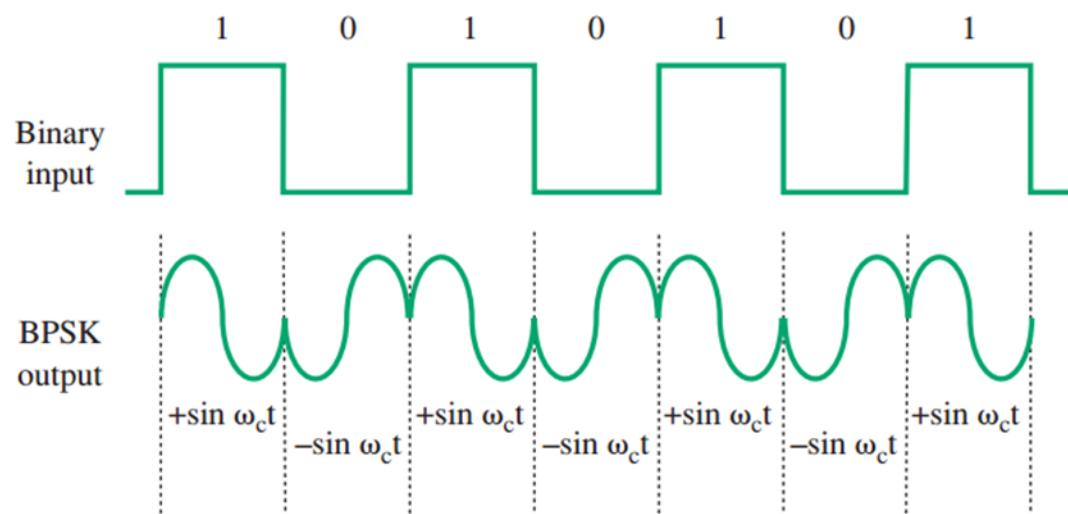
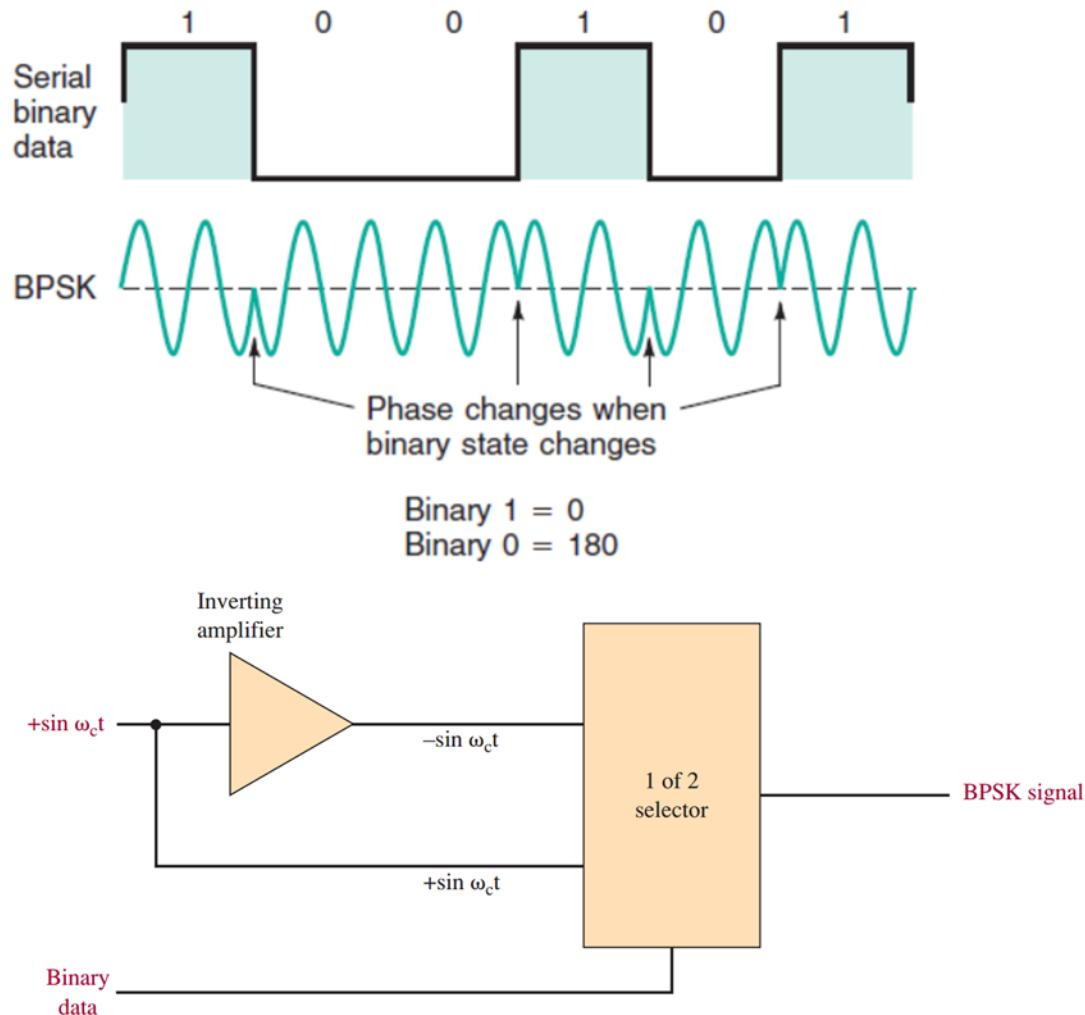
- Alıcıda FSK sinyalinden ikilik bit dizisini elde etmek için 565 (phase-locked loop, PLL) entegre devresi kullanılır. PLL devresi giriş sinyali frekansına kilitlenir ve gelen sinyalin frekans değişimine bağlı olarak çıkışında DC genlik kayması şeklinde bit dizisi üretir.



- Faz kaydırmalı anahtarlama (PSK) modülasyonunda taşıyıcı sinyalin fazı, gönderilen ikilik bit dizisine göre belirli değerler arasında kaydırılır. Bit hata oranı (BER) çok düşük olduğu için en verimli sayısal modülasyon faz kaydırmalı anahtarlama tekniğidir. En basit uygulama olan ikilik faz kaydırmalı anahtarlama (BPSK) modülasyonunda 0 ve 1 bitleri için 0° (faz kayması yok) ve 180° (ters faz) üzere iki farklı faz açısı tanımlanmıştır.



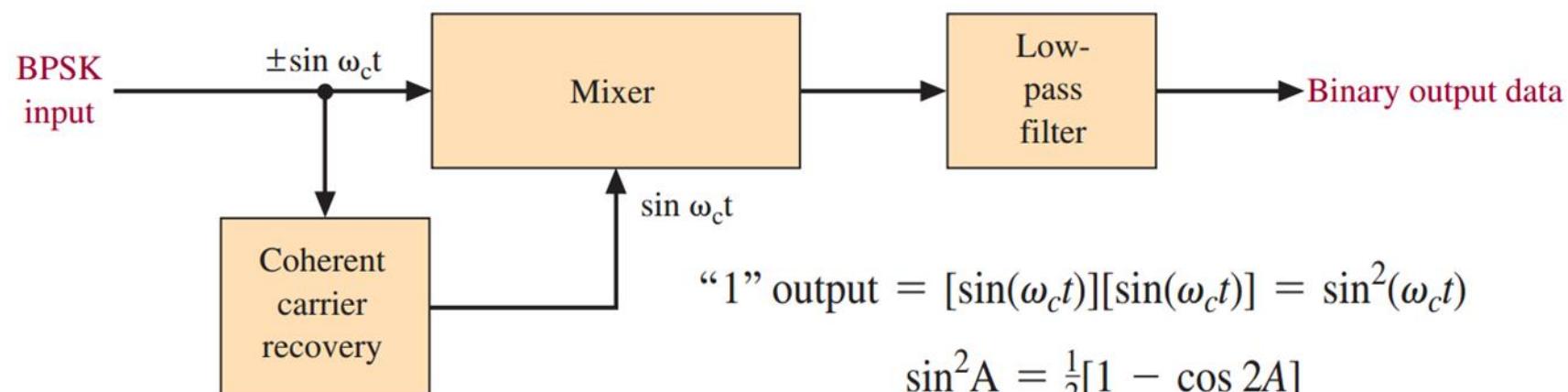
Faz Kaydırmalı Anahtarlama



$$s(t) = \begin{cases} \text{Acos}(2\pi f_c t), & \text{binary 1} \\ \text{Acos}(2\pi f_c t + \pi), & \text{binary 0} \end{cases}$$

$$s(t) = \begin{cases} \text{Acos}(2\pi f_c t), & \text{binary 1} \\ -\text{Acos}(2\pi f_c t), & \text{binary 0} \end{cases}$$

- Alıcıda demodülasyon yapılmırken karıştırıcı (mixer) devresi kullanarak BPSK sinyali üzerinde faz kayması algılanır ve gelen bitlerin 0 veya 1 olduğuna karar verilir. Karıştırıcının girişlerinden birine alınan BPSK sinyali ve diğerine taşıyıcıyı senkronize etmek amacıyla osilatör tarafından üretilen referans sinyal uygulanır.



$$\text{"1" output} = [\sin(\omega_c t)][\sin(\omega_c t)] = \sin^2(\omega_c t)$$

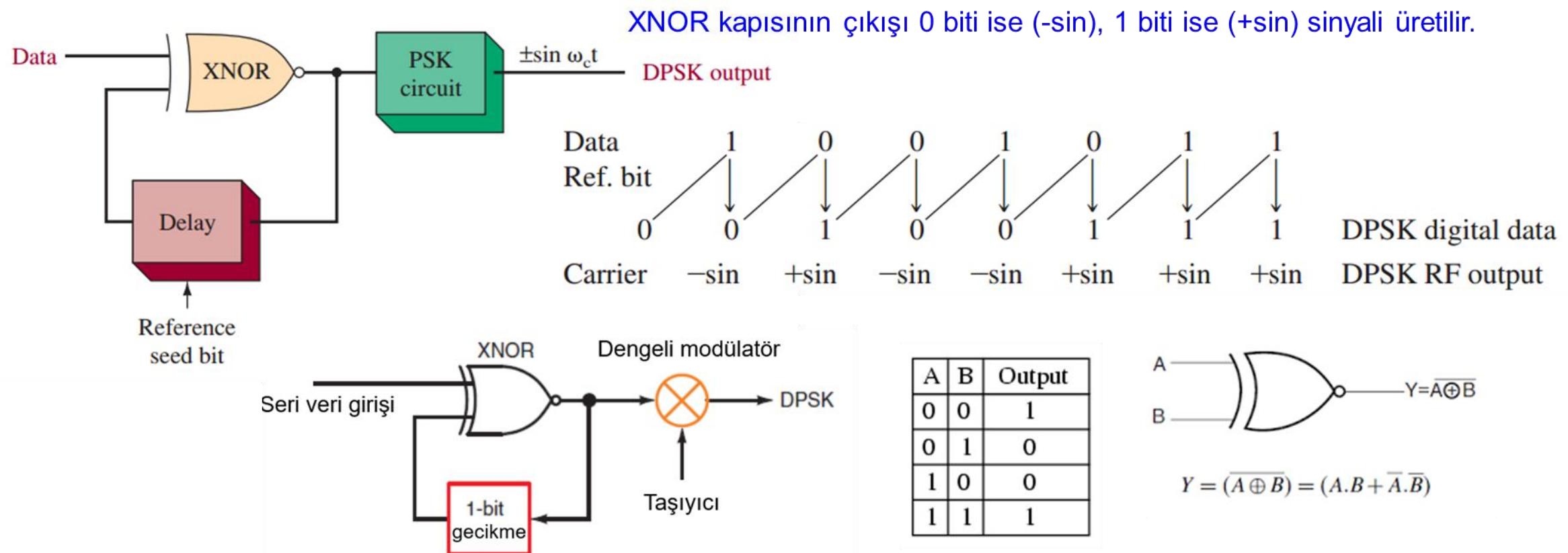
$$\sin^2 A = \frac{1}{2}[1 - \cos 2A]$$

$$\text{"1" output} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}[\cos(2\omega_c t)]$$

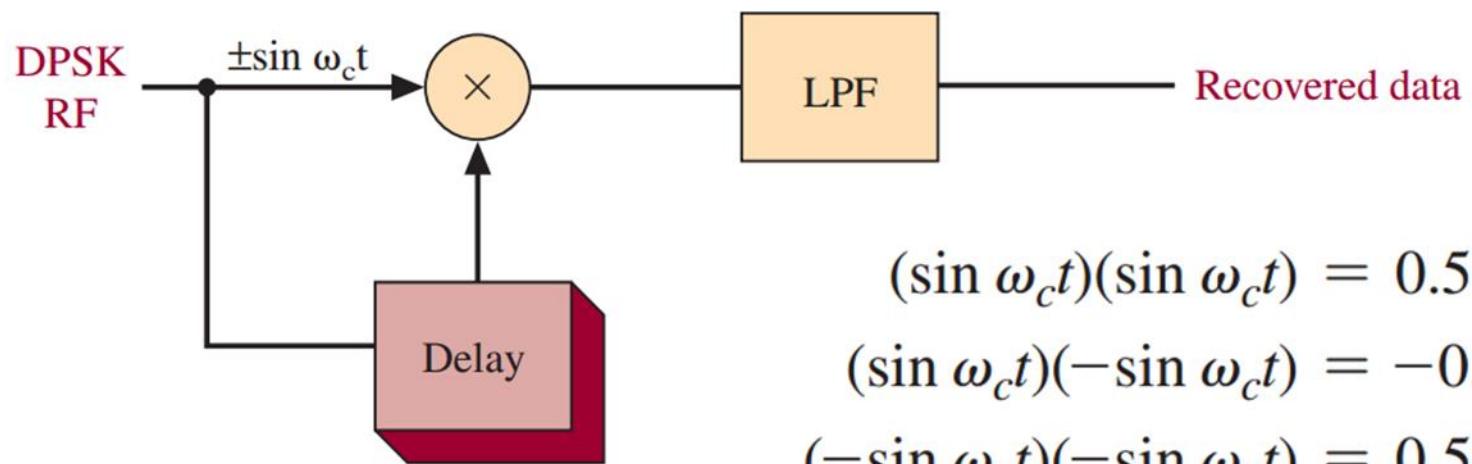
$$\text{"1" output} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\text{"0" output} &= [-\sin(\omega_c t)][\sin(\omega_c t)] \\ &= -\sin^2(\omega_c t) \\ &= -\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

- PSK modülasyonun en fazla kullanılan uygulaması diferansiyel faz kaydırmalı anahtarlama (Differential PSK, DPSK) tekniğidir. DPSK modülasyonunda her bit kendisinden önceki ile karşılaştırılarak taşıyıcı sinyalin fazı belirlenir.



- Alıcıda demodülasyon yapılarak DPSK sinyalinden ikilik bit dizisinin elde edilmesi için alıcıda aşağıdaki devre kullanılabilir. Yüksek frekanslı bileşenler ($2w_c$) alçak geçiren filtre ile devre dışı bırakılır. Geriye sadece DC bileşen kalır. (+0.5) değeri lojik 1'i gösterirken, (-0.5) değeri lojik 0'ı gösterir.

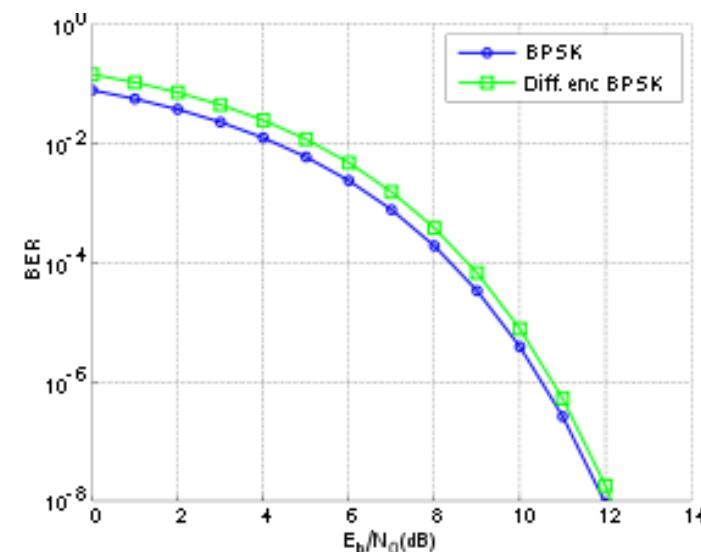


$$(\sin \omega_c t)(\sin \omega_c t) = 0.5 \cos(0) - 0.5 \cos 2\omega_c t$$

$$(\sin \omega_c t)(-\sin \omega_c t) = -0.5 \cos(0) + 0.5 \cos 2\omega_c t$$

$$(-\sin \omega_c t)(-\sin \omega_c t) = 0.5 \cos(0) - 0.5 \cos 2\omega_c t.$$

- DPSK modülasyonun en önemli avantajı taşıyıcı sinyalin alıcıda yeniden üretilmesine gerek duyulmamasıdır. Yani mutlak taşıyıcı faz referansı yoktur, BPSK modülasyonunda olduğu gibi faz senkronizasyonu gerekmez. Bunun yerine gönderilen sinyalin kendisi faz referansı görevi görür. DPSK modülasyonun dezavantajı ise PSK ile aynı bit hata oranı (BER) değerine ulaşmak için daha yüksek sinyal gürültü oranı (SNR) değeri gereklidir.



MATLAB Uygulaması - BASK

```
clc; clear all, close all;
x=input('Mesaj sinyali bit dizisini girin, x:');
T=input('Bit süresini girin (milisaniye), T:');
fc=input('Taşıyıcı frekansını girin (Kilo Hertz), fc:');
Ac=input('Taşıyıcı genliğini girin, Ac:');

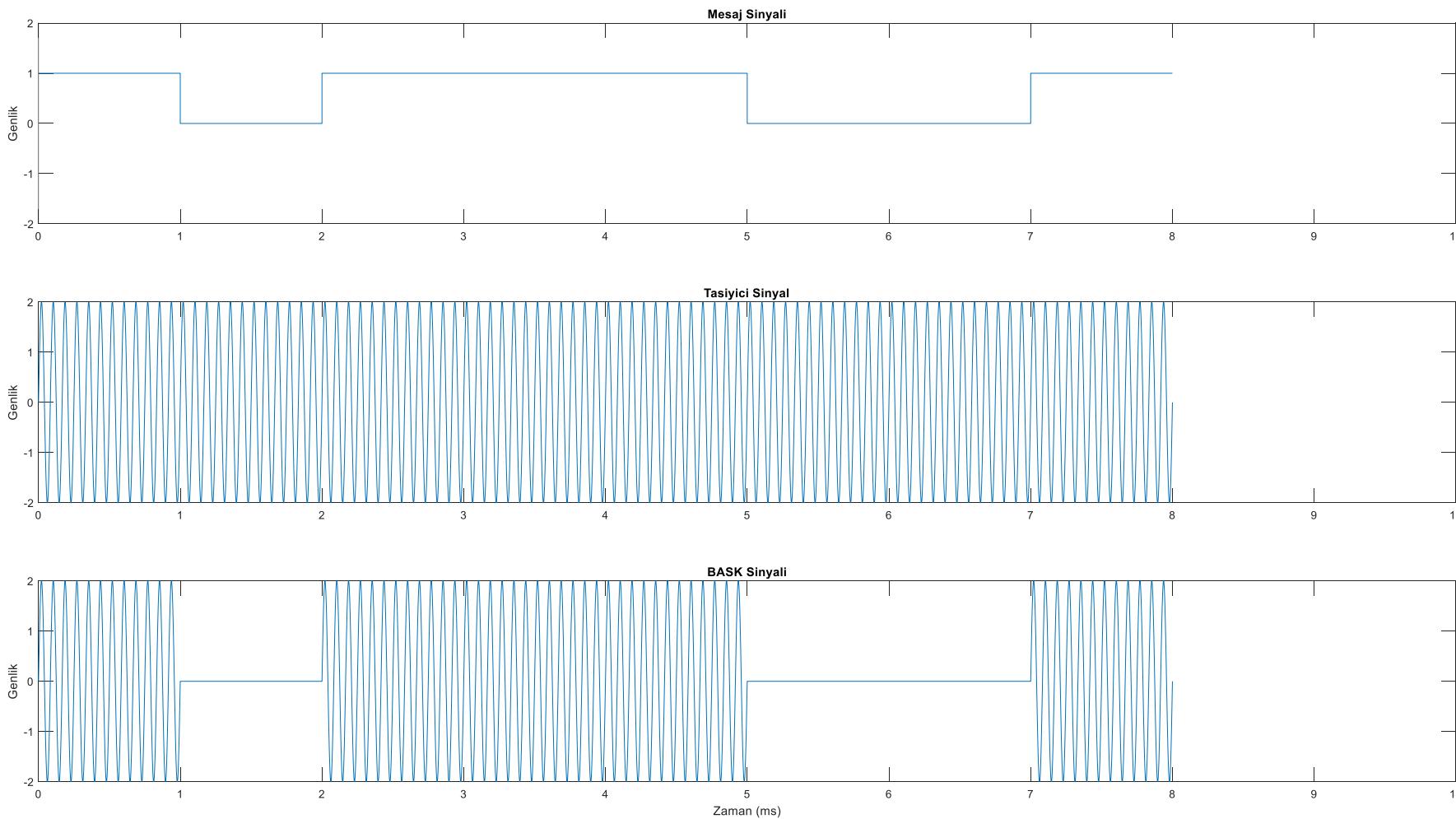
t=[]; m=[];
n=numel(x);

for i=1:n
temp=(i-1)*T:0.001:i*T;
if (x(i)==1)
x1=ones(1,numel(temp));
elseif (x(i)==0)
x1=zeros(1,numel(temp));
end
t=[t,temp];
m=[m,x1];
i=i+1;
end

c=Ac*sin(2*pi*fc*t);
y=m.*c;
subplot(311);
plot(t,m);
title('Mesaj Sinyali');
ylabel('Genlik');
axis([0 10 -2 2]);
subplot(312);
plot(t,c);
title('Taşıyıcı Sinyal');
ylabel('Genlik');
axis([0 10 -2 2]);
subplot(313);
plot(t,y);
title('BASK Sinyali');
ylabel('Genlik');
xlabel('Zaman (ms)');
axis([0 10 -2 2]);
```

Mesaj sinyali bit dizisini girin, x:[1 0 1 1 1 0 0 1]
Bit süresini girin (milisaniye), T:1
Taşıyıcı frekansını girin (Kilo Hertz), fc:12
Taşıyıcı genliğini girin, Ac:2

MATLAB Uygulaması - BASK



MATLAB Uygulaması - BFSK

```
clc; clear all, close all;
x=input('Mesaj sinyali bit dizisini girin, x:');
T=input('Bit süresini girin (milisaniye), T:');
fc1=input('1 biti için taşıyıcı frekansını girin (Kilo Hertz), fc1:');
fc2=input('0 biti için taşıyıcı frekansını girin (Kilo Hertz), fc2:');
Ac=input('Taşıyıcı genliğini girin, Ac:');
t=[]; m=[]; y=[];
n=numel(x);

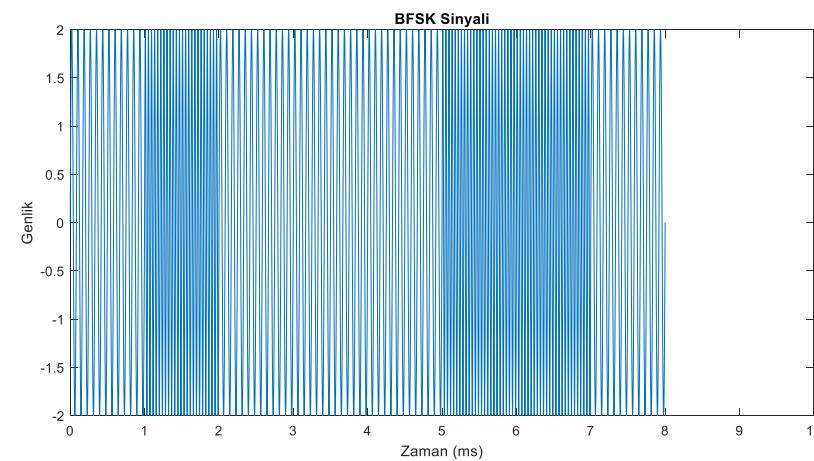
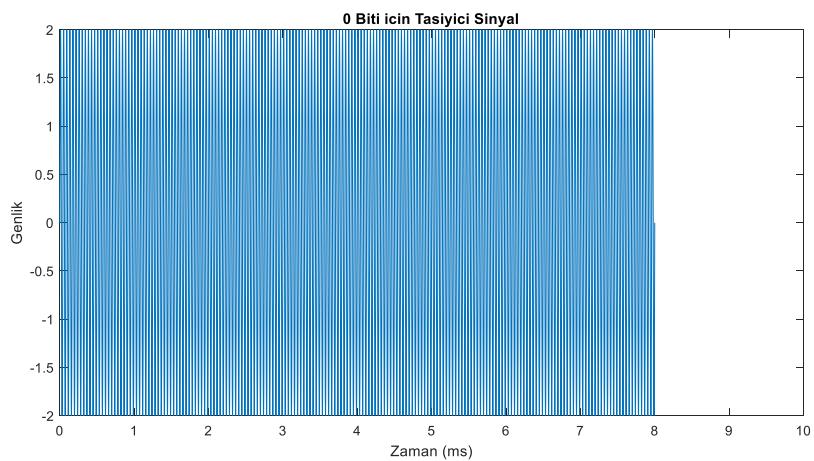
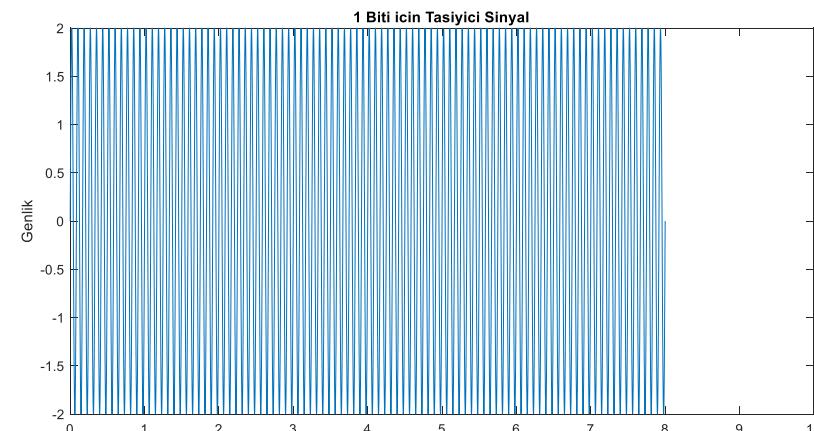
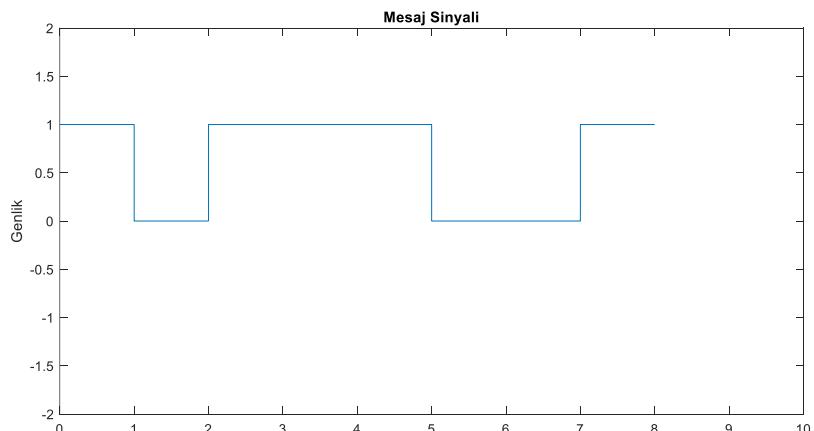
for i=1:n
temp=(i-1)*T:0.001:i*T;
if (x(i)==1)
x1=ones(1,numel(temp));
z=Ac*sin(2*pi*fc1*temp);
y=[y,z];
elseif (x(i)==0)
x1=zeros(1,numel(temp));
z=Ac*sin(2*pi*fc2*temp);
y=[y,z];
end
t=[t,temp];
m=[m,x1];
i=i+1;
end
```

```
c1=Ac*sin(2*pi*fc1*t);
c2=Ac*sin(2*pi*fc2*t);

subplot(221);
plot(t,m);
title('Mesaj Sinyali');
ylabel('Genlik');
axis([0 10 -2 2]);
subplot(222);
plot(t,c1);
title('1 Biti icin Tasiyici Sinyal');
ylabel('Genlik');
axis([0 10 -2 2]);
subplot(223);
plot(t,c2);
title('0 Biti icin Tasiyici Sinyal');
ylabel('Genlik');
xlabel('Zaman (ms)');
axis([0 10 -2 2]);
subplot(224);
plot(t,y);
title('BFSK Sinyali');
ylabel('Genlik');
xlabel('Zaman (ms)');
axis([0 10 -2 2]);
```

Mesaj sinyali bit dizisini girin, x:[1 0 1 1 1 0 0 1]
Bit süresini girin (milisaniye), T:1
1 biti için taşıyıcı frekansını girin (Kilo Hertz), fc1:12
0 biti için taşıyıcı frekansını girin (Kilo Hertz), fc2:24
Taşıyıcı genliğini girin, Ac:2

MATLAB Uygulaması - BFSK



MATLAB Uygulaması - BPSK

```
clc; clear all, close all;
x=input('Mesaj sinyali bit dizisini girin, x:');
T=input('Bit süresini girin (milisaniye), T:');
fc=input('Taşıyıcı frekansını girin (Kilo Hertz), fc:');
Ac=input('Taşıyıcı genliğini girin, Ac:');

t=[]; m=[]; y=[];
n=numel(x);

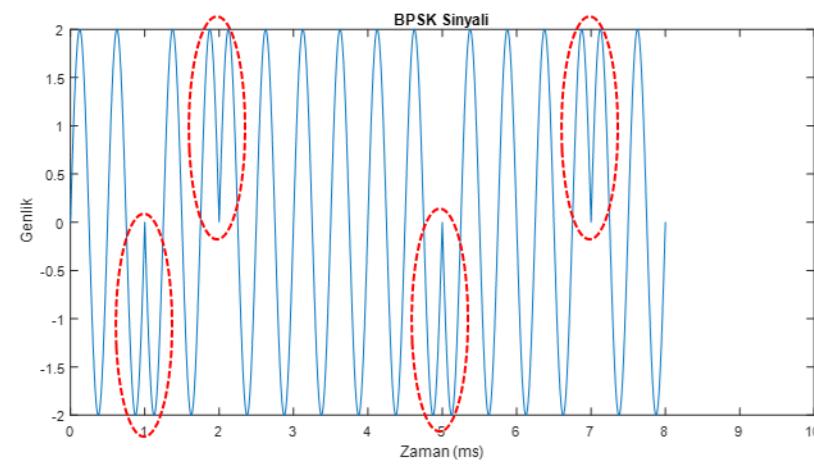
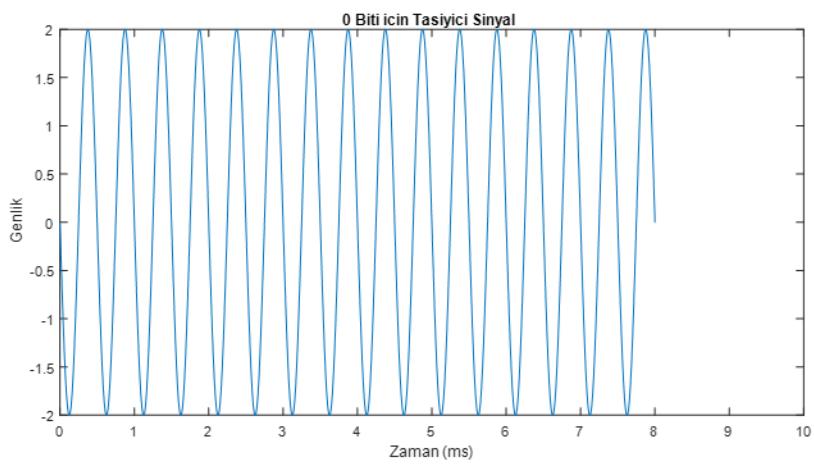
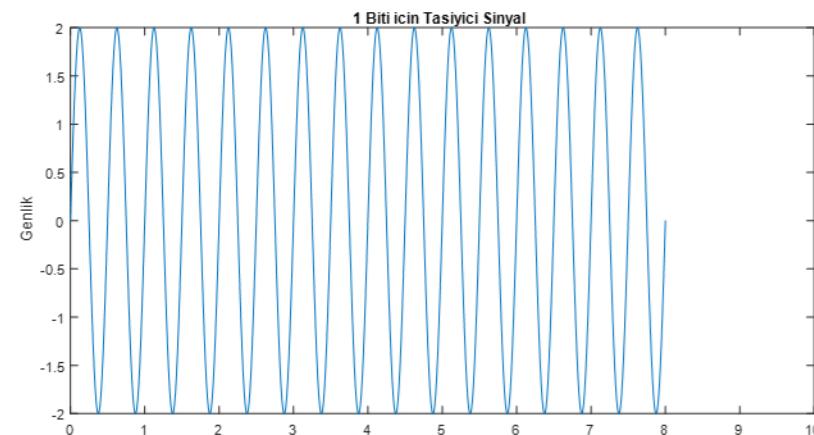
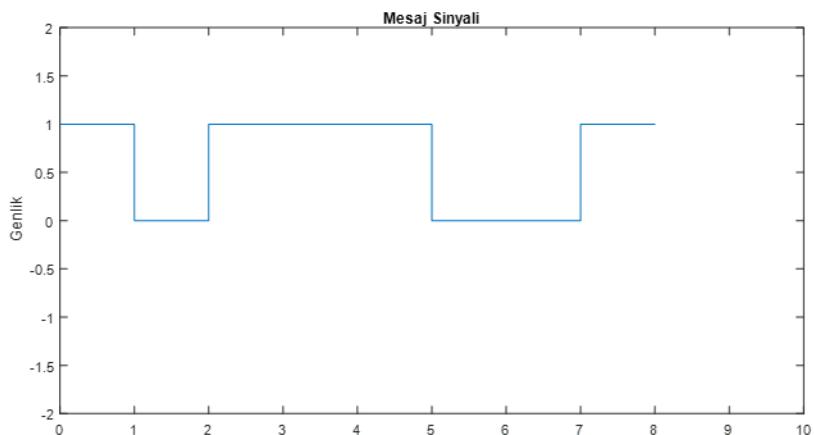
for i=1:n
temp=(i-1)*T:0.001:i*T;
if (x(i)==1)
x1=ones(1,numel(temp));
z=Ac*sin(2*pi*fc*temp);
y=[y,z];
elseif (x(i)==0)
x1=zeros(1,numel(temp));
z=Ac*sin(2*pi*fc*temp+pi);
y=[y,z];
end
t=[t,temp];
m=[m,x1];
i=i+1;
end

c1=Ac*sin(2*pi*fc*t);
c2=Ac*sin(2*pi*fc*t+pi);

subplot(221);
plot(t,m);
title('Mesaj Sinyali');
ylabel('Genlik');
axis([0 10 -2 2]);
subplot(222);
plot(t,c1);
title('1 Biti icin Tasiyici Sinyal');
ylabel('Genlik');
axis([0 10 -2 2]);
subplot(223);
plot(t,c2);
title('0 Biti icin Tasiyici Sinyal');
ylabel('Genlik');
xlabel('Zaman (ms)');
axis([0 10 -2 2]);
subplot(224);
plot(t,y);
title('BPSK Sinyali');
ylabel('Genlik');
xlabel('Zaman (ms)');
axis([0 10 -2 2]);
```

Mesaj sinyali bit dizisini girin, x:[1 0 1 1 1 0 0 1]
Bit süresini girin (milisaniye), T:1
Taşıyıcı frekansını girin (Kilo Hertz), fc:2
Taşıyıcı genliğini girin, Ac:2

MATLAB Uygulaması - BPSK



- Sayısal haberleşme sistemlerinde mevcut bant genişliğini daha verimli kullanmak amacıyla yüksek dereceli modülasyon teknikleri kullanılır. Bant genişliği sabitken veri transfer hızını artırmanın yolu yüksek dereceli modülasyon yapmaktadır.
- Yüksek dereceli modülasyon yapıldığında birden fazla sayıda bitten oluşan **sembol** kullanarak veri transferi gerçekleştirilir. Sembol kullanımı ile aynı anda birden fazla sayıda bitin gönderilmesi mümkün olur. Böylece veri transferi bit dizisi yerine sembol dizisi şeklinde gerçekleştirilir.
- Her sembolün k adet bitten meydana geldiği bir sayısal haberleşme sisteminde $M = 2^k$ olmak üzere M . dereceden modülasyon (M -ary modulation) uygulandığı söylenir ve her sembol süresinde M farklı sinyalden birisi gönderilir.

- Sayısal haberleşme sistemlerinde veri transfer hızı, **saniyede transfer edilen bit sayısı** olarak **bps** (bit per second) biriminde ölçülür. Yüksek dereceli modülasyon ile veri transfer hızı ve buna bağlı olarak spektral verimlilik (birim bant genişliği başına gönderilen bit sayısı, bps/Hz) artırılır.
- Yüksek dereceli modülasyon uygulandığında sembol başına bit sayısı artırıldıkça veri transfer hızı artar. Buna karşın özellikle gürültülü kanallarda alıcıda gönderilen sembollerin birbirinden ayrılması zorlaşır. Sonuç olarak modülasyon derecesi artarsa, sistem kararlılığı azalır ve buna bağlı olarak **alınan hatalı bit sayısı** (yani **BER** değeri) artar. Yüksek dereceli modülasyon uygulandığında aynı BER değerini elde etmek için daha yüksek verici gücüne ihtiyaç vardır.

- Yüksek dereceli modülasyon, taşıyıcı sinyalin genlik, frekans ve faz parametreleri kullanılarak uygulanabilir. Böylece ASK, FSK ve PSK modülasyonlarının yüksek dereceli versiyonları elde edilir. Bu tip modülasyonlar şöyle isimlendirilir:

M_{ary} ASK

M_{ary} FSK

M_{ary} PSK

Binary (2-level) Digital Modulation ($M = 2$)

BASK: Binary Amplitude Shift Keying.

BFSK: Binary Frequency Shift Keying.

BPSK: Binary Phase Shift Keying.

$M = 2$ Binary ASK 0 1

$M > 2$ M-ary ASK $\log_2(M)$ bit

$M = 4$; $\log_2(4) = 2$ bit

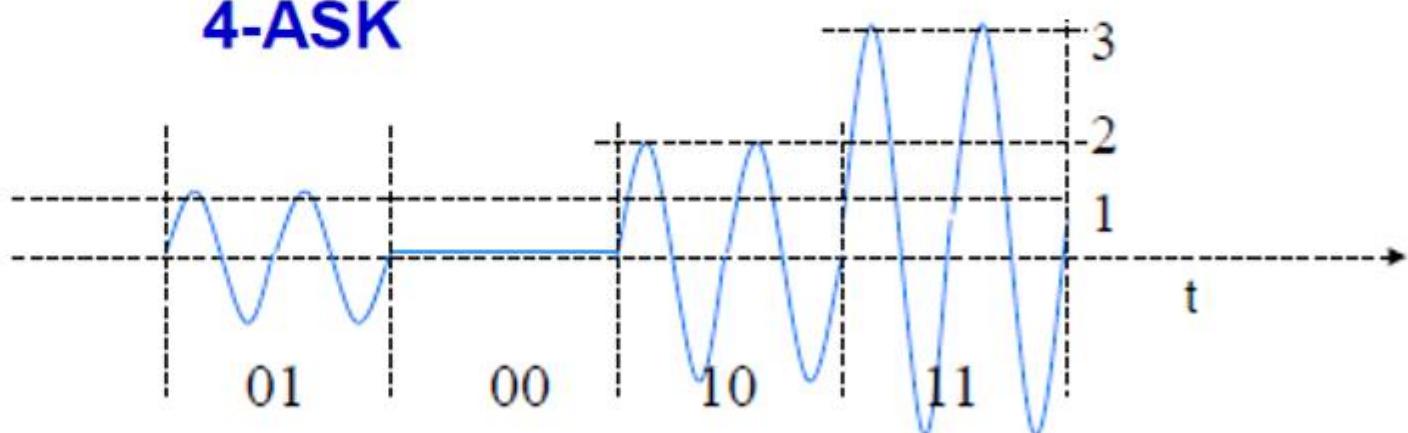
$A_1 = 0$; 00

$A_2 = 1$; 01

$A_3 = 2$; 10

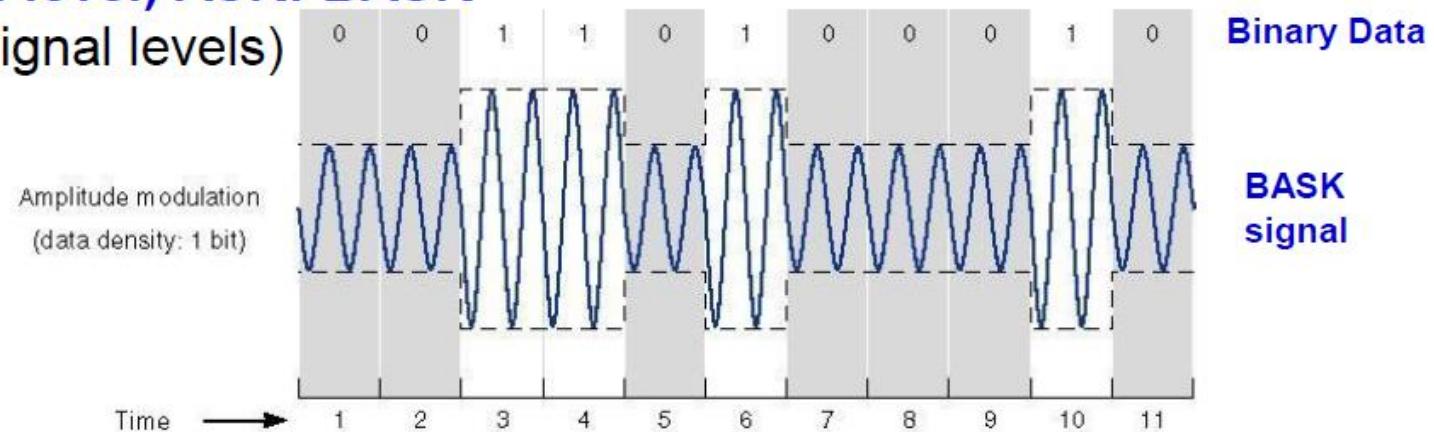
$A_4 = 3$; 11

4-ASK



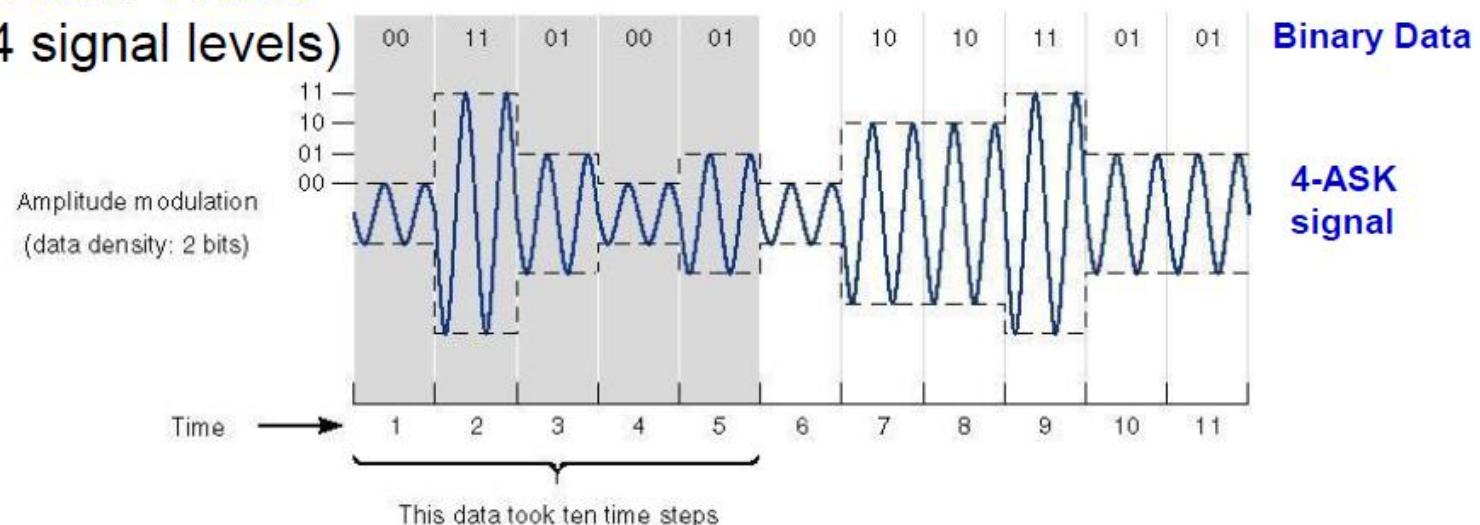
Binary (2-level) ASK: BASK

(1-bit: 2 signal levels)

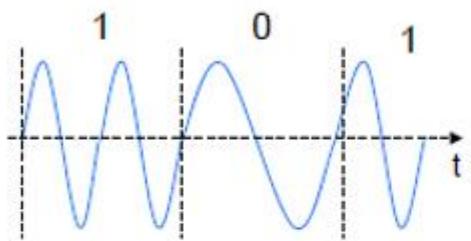


4-level ASK: 4-ASK

(2-bits: 4 signal levels)



$M = 2$ Binary FSK



$$f_h = f_c + f_m \quad 1$$

$$f_l = f_c - f_m \quad 0$$

$M > 2$ M-ary FSK

$\log_2(M)$ bit

$M = 4$; $\log_2(4) = 2$ bit

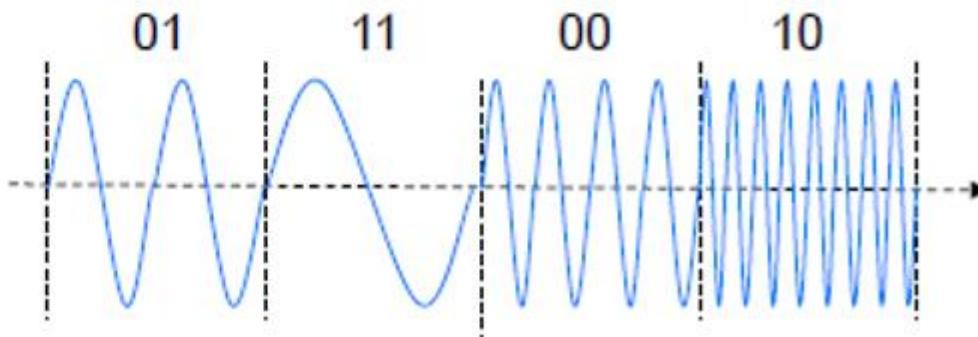
4-FSK

$$f_1 = f_c + f_m; 00$$

$$f_2 = f_c - f_m; 01$$

$$f_3 = f_c + 2.f_m; 10$$

$$f_4 = f_c - 2.f_m; 11$$

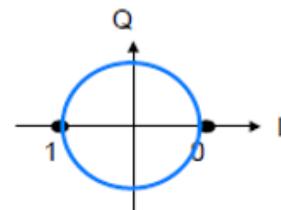
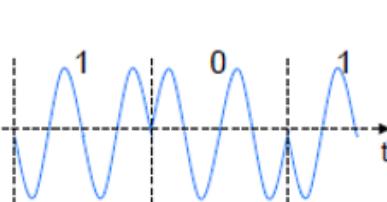


M-ary PSK Modülasyonu

$M = 2$ Binary PSK

$$1 = (2/T)^{1/2} \cos[2\pi f_c t]$$

$$0 = (2/T)^{1/2} \cos[2\pi f_c t + \pi]$$

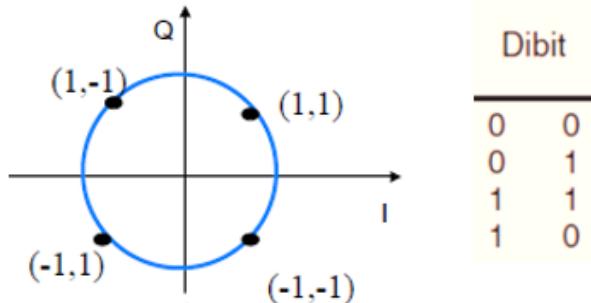


$M > 2$ M-ary PSK $\log_2 (M)$ bit

$M=4$ Quadrature PSK

$$s_i(t) = (2E/T)^{1/2} \cos[2\pi f_c t + i\pi/2] \quad i = 1, \dots, 4$$

QPSK



Dibit
0 0
0 1
1 1
1 0

$M=8, 3$ bit.

$$s_0(t) = (2E/T)^{1/2} \cos[2\pi f_c t]$$

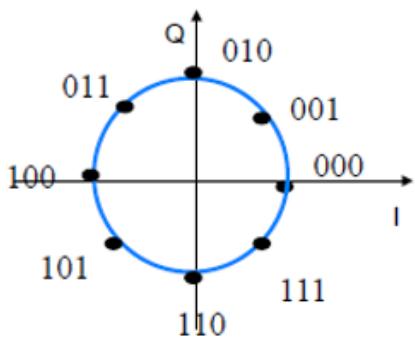
$$s_1(t) = (2E/T)^{1/2} \cos[2\pi f_c t + \pi/4]$$

$$s_2(t) = (2E/T)^{1/2} \cos[2\pi f_c t + \pi/2]$$

...

$$s_7(t) = (2E/T)^{1/2} \cos[2\pi f_c t + 7\pi/4]$$

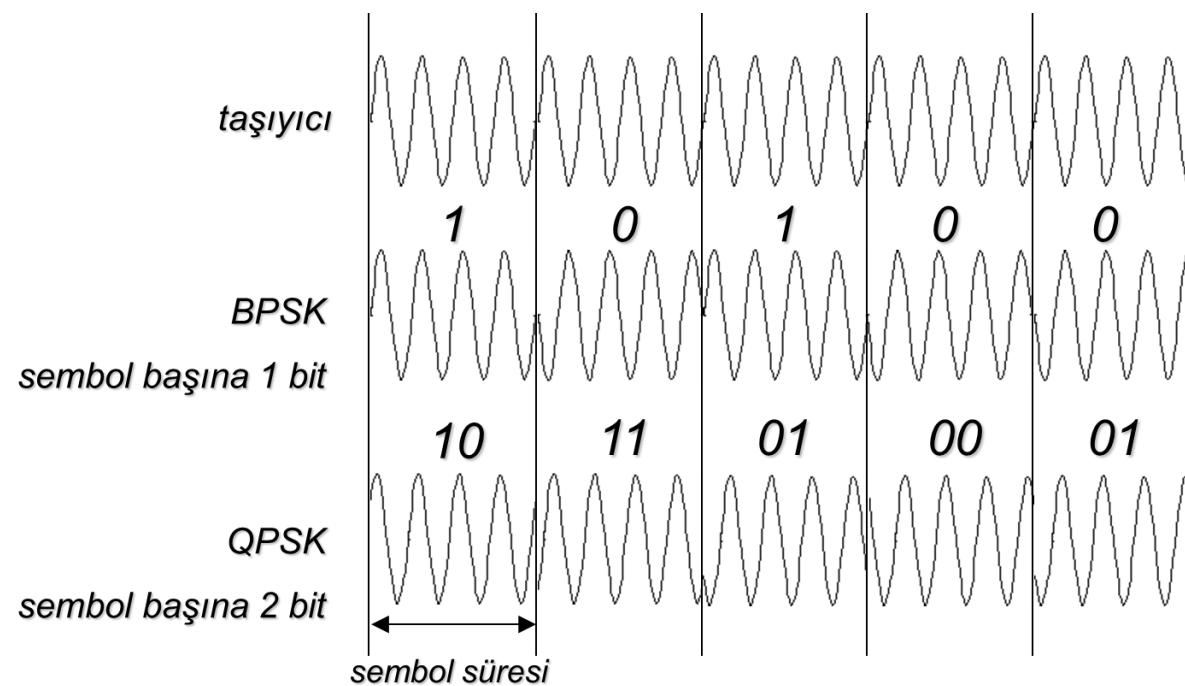
8-PSK



Tribit	Phase
000	0
001	45
010	90
011	135
100	180
101	225
110	270
111	315

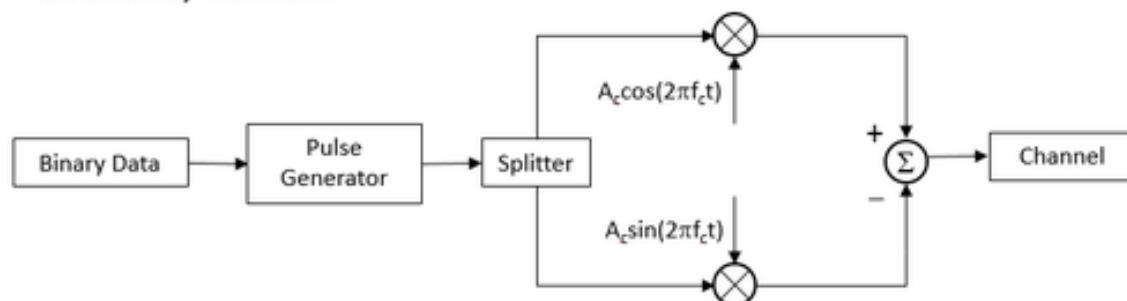
Tribits
(3 bits)

- Karesel faz kaydırmalı anahtarlama (quadrature phase shift keying, QPSK) modülasyonu uygulandığında gönderilen bit dizisi içinde yer alan ve **dibit** adı verilen her bit çifti için belirli bir faz açısı belirlenir. Bit çiftleri arasında 90° faz farkı bulunur. Örneğin faz açısı olarak 45° , 135° , 225° , 315° kullanılabilir.

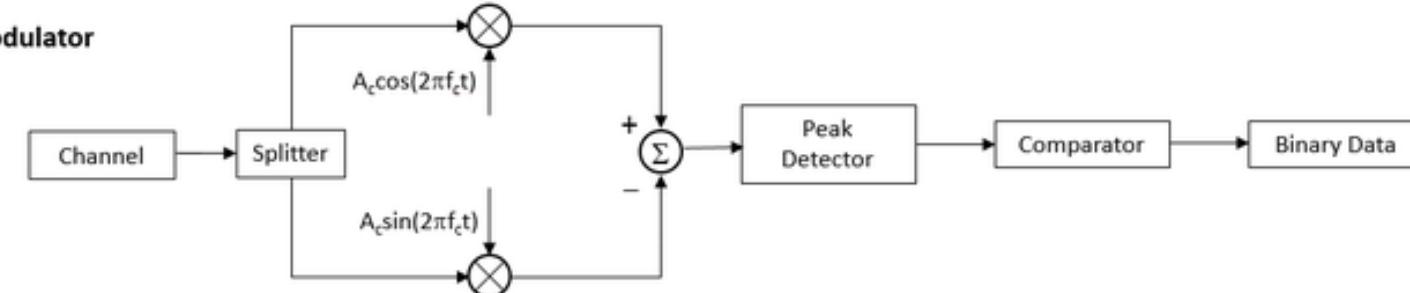


- M-ary modülasyon ile bir seferde bir bit iletmek yerine iki veya daha fazla bitin aynı anda iletilebilir. Bunun için iki veya daha fazla birbirlerine dik (quadrature) taşıyıcı kullanılır.

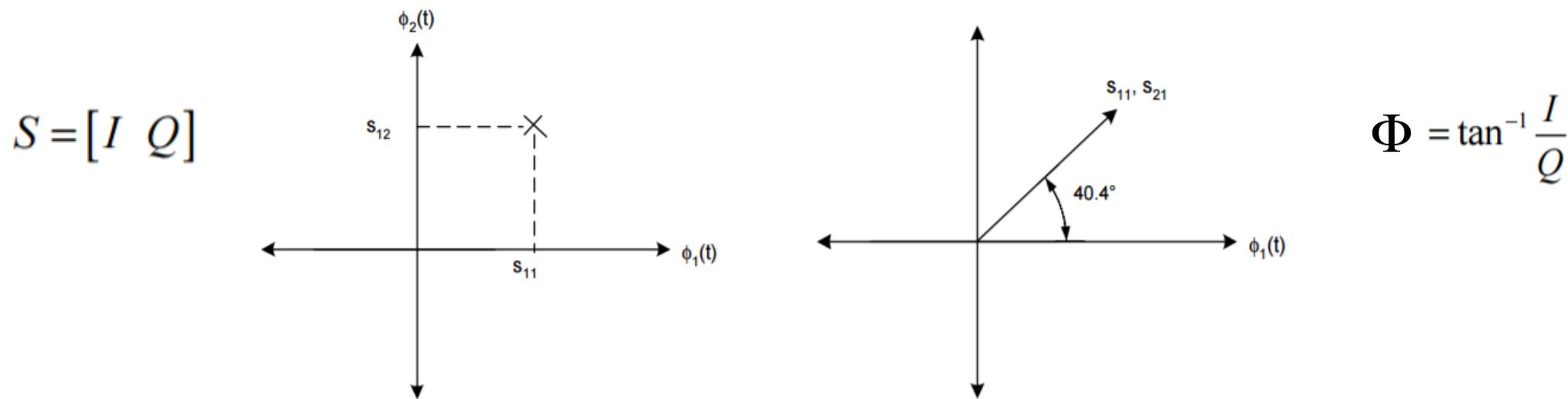
Transmitter / Modulator



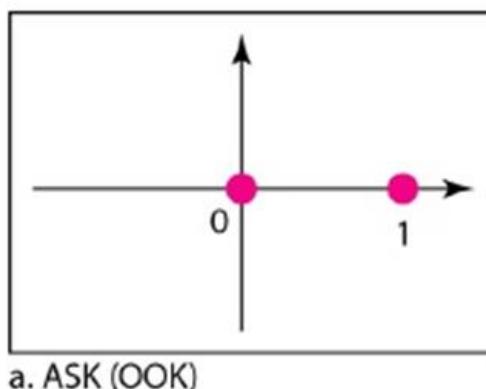
Receiver / Demodulator



- Gerçek değerli sinyaller x ve y eksenleri gibi birbirlerine 90° dik I ve Q olarak isimlendirilen iki sinyalin vektör toplamı olarak yazılabilir. Aşağıdaki şekilde s_{11} değeri I sinyalinin, s_{12} ise Q sinyalinin büyüklüğüdür. Sinyal, kutupsal formda genlik ve faz açısı değerleri ile gösterilebilir. Bu gösterim modülasyonlu sinyallerin grafiksel gösterimi için kullanılabilir.

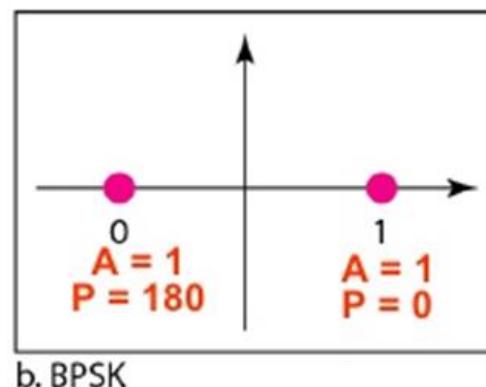


- Uygulanan sayısal modülasyon planı ile gönderilmesi mümkün semboller, taşıyıcı sinyalin genlik ve/veya fazının değiştirilmesiyle kutupsal koordinat sisteminde vektör olarak gösterilebilir. Vektörlerle gösterilen noktalar birleştirildiğinde uygulanan modülasyon için **yıldız kümesi (constellation)** diyagramı elde edilir.



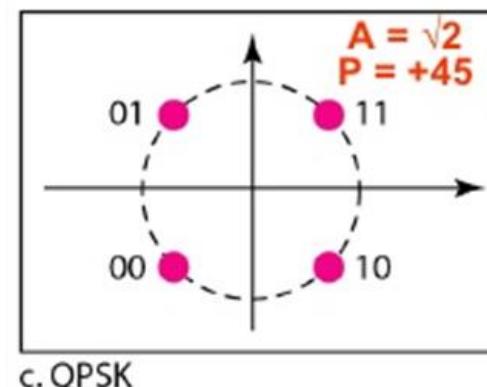
ASK

OOK



b. BPSK

BPSK



c. QPSK

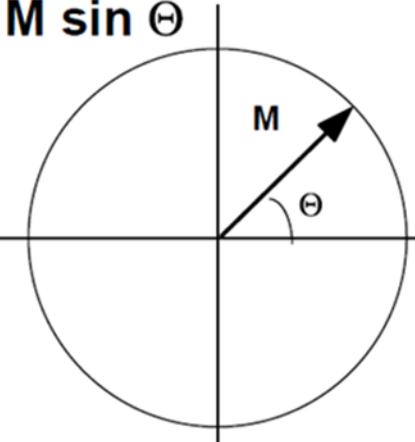
QPSK

Yıldız Kümesi Diyagramı

Dik fazda bileşen (taşıyıcı 90 kaydırılmış)

$$Q = M \sin \Theta$$

Noktaların birbirlerine yakın olması bant genişliğinin verimli kullanıldığını gösterir.

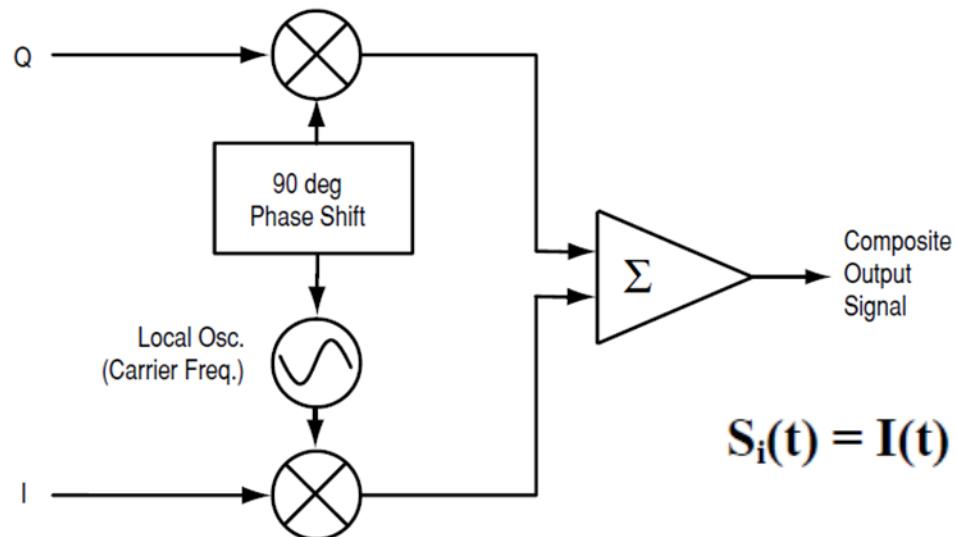


$$M = \text{genlik}$$
$$\Theta = \text{faz}$$

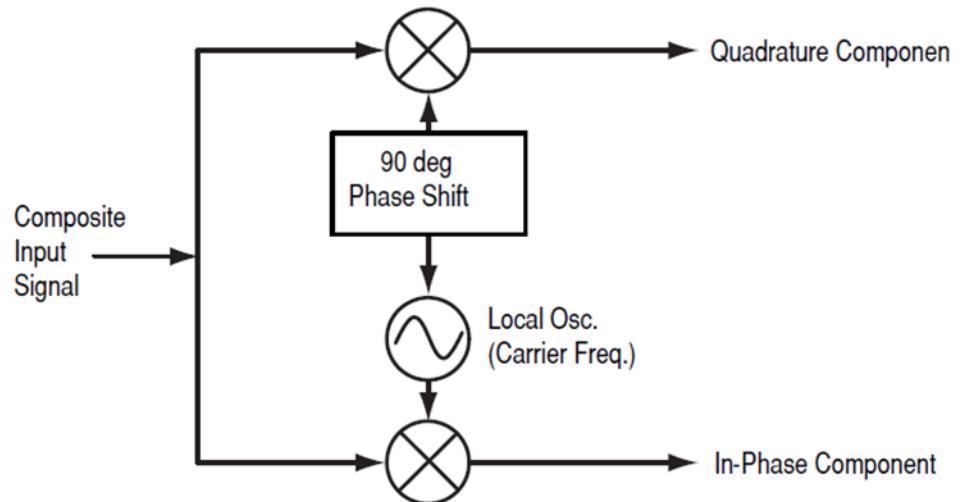
Aynı fazda bileşen

$$I = M \cos \Theta$$

Bit hata olasılığı yakın noktalar arasındaki uzaklık ile ilişkilidir.



$$S_i(t) = I(t) * \cos(2\pi f_c t) - Q(t) * \sin(2\pi f_c t)$$



M-ary ASK

$$S_m(t) = A_m \cos(2\pi f_c t) \quad A_m \epsilon (2m - 1 - M)\Delta, m = 1, 2, \dots, M$$

M-ary FSK

$$S_i(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos\left(\frac{\Pi}{T_s}(n_c + i)t\right) \quad 0 \leq t \leq T_s \quad \text{and} \quad i = 1, 2, \dots, M \quad f_c = \frac{n_c}{2T_s}$$

M-ary PSK

$$S_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(w_0 t + \emptyset_i t) \quad 0 \leq t \leq T_s \quad \text{and} \quad i = 1, 2, \dots, M$$

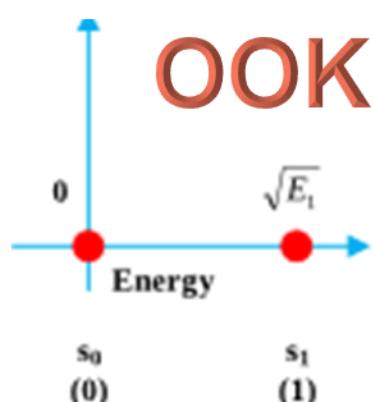
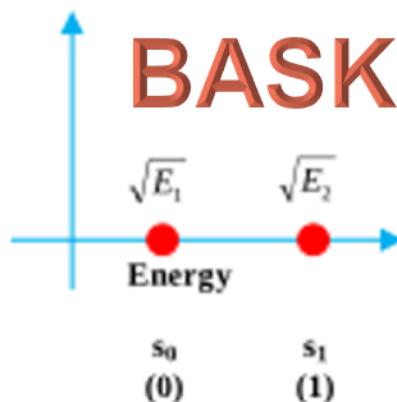
$$\emptyset_i t = \frac{2\Pi i}{M} \quad \text{where} \quad i = 1, 2, 3, \dots, M$$

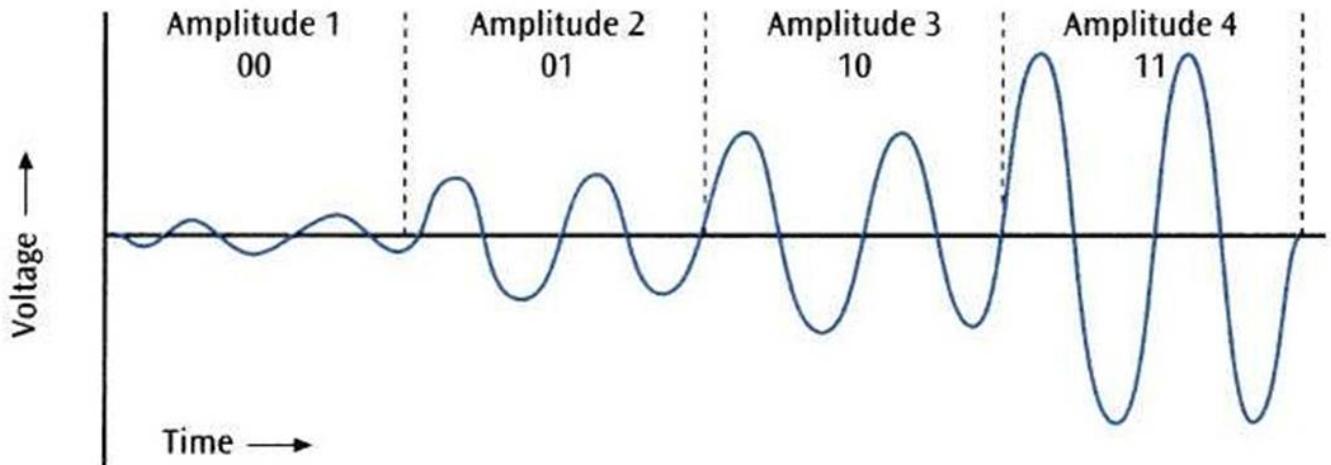
$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_i}{T}} \cos(wt + \phi) \quad E_i = \frac{1}{M} i \quad i = 1, 2, \dots, M$$

BASK $M = 2$ $E_1 = 1/2$ $E_2 = 1$

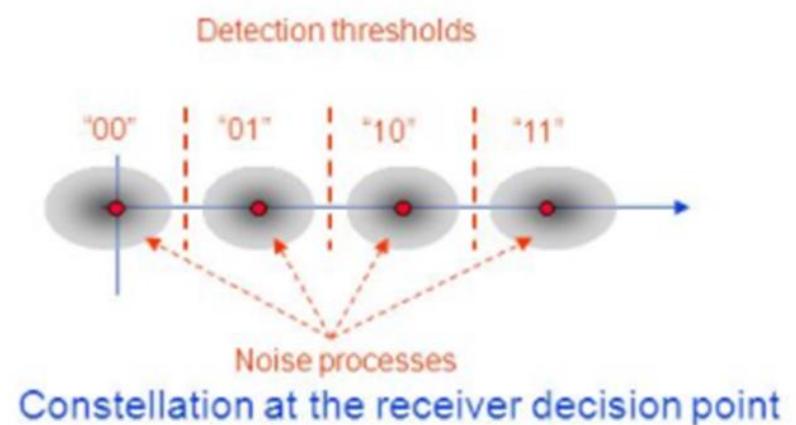
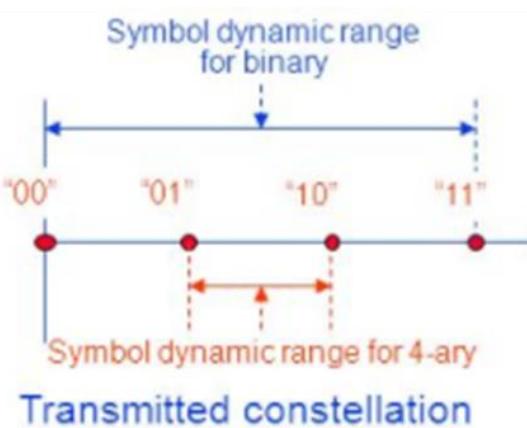
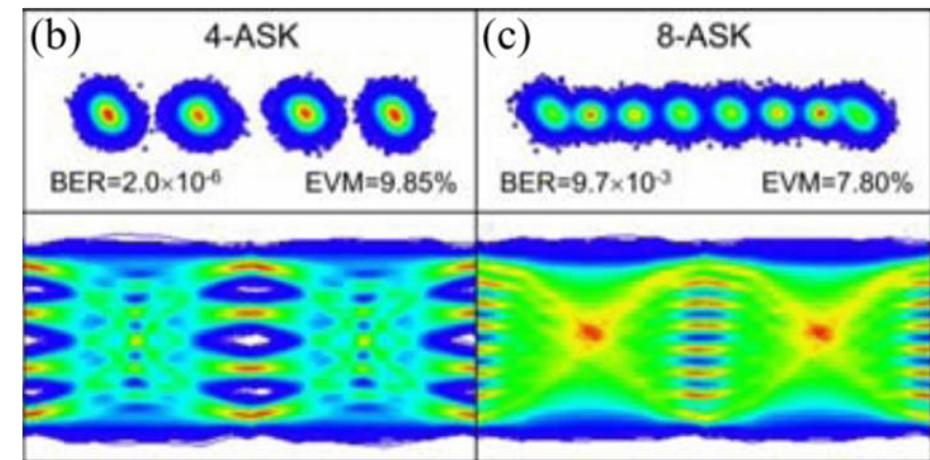
4-ASK $M = 4$ $E_1 = 1/4$ $E_2 = 1/2$ $E_3 = 3/4$ $E_4 = 1$

8-ASK $M = 8$ $E_1 = 1/8$ $E_2 = 1/4$ $E_3 = 3/8$ $E_4 = 1/2$ \dots $E_8 = 1$





ASK using 4 amplitude levels to represent 00, 01, 10, 11



$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(w_i t + \phi) \quad w_i = 2\pi \left(f + \frac{i}{2T} \right) \quad i = 1, 2, \dots, M$$

binary 1 → $s_{BFSK}(t) = v_H(t)$

$$= \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_H t + \theta_1) \quad 0 \leq t \leq T_b$$

binary 0 → $s_{BFSK}(t) = v_L(t)$

$$= \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_L t + \theta_2) \quad 0 \leq t \leq T_b$$

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_1 t) \quad 0 \leq t < T_b$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_2 t)$$

$$s_1(t) = \sqrt{E_b} \phi_1(t) \quad s_2(t) = \sqrt{E_b} \phi_2(t)$$


$$s_1 = [\sqrt{E_b} \quad 0] \quad s_2 = [0 \quad \sqrt{E_b}]$$

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(wt + \phi_i) \quad \phi_i = \frac{2\pi}{M} i \quad i = 1, 2, \dots, M$$

BPSK $M = 2$ $\phi_1 = 0^\circ$ $\phi_2 = 180^\circ$

QPSK $M = 4$ $\phi_1 = 45^\circ$ $\phi_2 = 135^\circ$ $\phi_3 = 225^\circ$ $\phi_4 = 315^\circ$

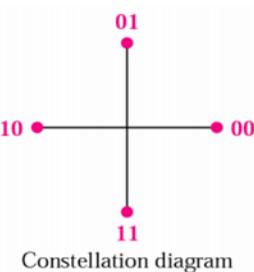
8-PSK $M = 4$ $\phi_1 = 0^\circ$ $\phi_2 = 90^\circ$ $\phi_3 = 180^\circ$ $\phi_4 = 270^\circ$

8-PSK $M = 8$ $\phi_1 = 22,5^\circ$ $\phi_2 = 67,5^\circ$ $\phi_3 = 112,5^\circ$ $\phi_4 = 157,5^\circ$ \dots $\phi_8 = 337,5^\circ$

8-PSK $M = 8$ $\phi_1 = 0^\circ$ $\phi_2 = 45^\circ$ $\phi_3 = 90^\circ$ $\phi_4 = 135^\circ$ \dots $\phi_8 = 315^\circ$

Dibit	Phase
00	0
01	90
10	180
11	270

Dibit (2 bits)



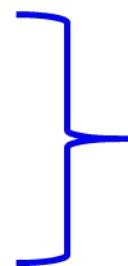
$$S_{QPSK}(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos\left[2\pi f_c t + (i-1)\frac{\pi}{2}\right] \quad 0 \leq t \leq T_s \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$S_i(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos \left(2\pi f_c t + \frac{2\pi}{M} (i-1) \right), \quad 0 \leq t \leq T_s \quad i = 1, 2, \dots, M$$

$$S_i(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos \left[(i-1) \frac{2\pi}{M} \right] \cos (2\pi f_c t) - \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \sin \left[(i-1) \frac{2\pi}{M} \right] \sin (2\pi f_c t)$$

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos (2\pi f_c t)$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin (2\pi f_c t)$$



Dik (orthogonal) temel fonksiyonlar

$$S_{M\text{-PSK}}(t) = \left\{ \sqrt{E_s} \cos \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right] \phi_1(t) - \sqrt{E_s} \sin \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right] \phi_2(t) \right\}$$

$$i = 1, 2, \dots, M$$

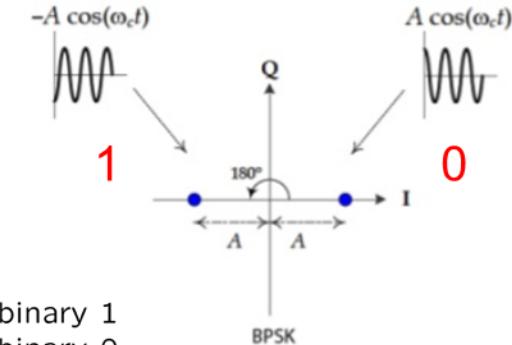
BPSK

Symbol	Bit	Expression	Carrier Signal	I	Q
S1	0	$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t)$		1	0
S2	1	$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + \pi)$		-1	0

$$S_i(t) = I(t) * \cos(2\pi f_c t) - Q(t) * \sin(2\pi f_c t)$$

$$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + 0) = \dots$$

$$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + \pi) = \dots$$



$$s(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_c t + \pi) & \text{binary 1} \\ A \cos(2\pi f_c t) & \text{binary 0} \end{cases}$$

QPSK

$$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(\omega t + \frac{7\pi}{4}\right) = \dots$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + \pi/4) &= \sqrt{\frac{2E_s}{T}} (\cos \omega t \cos \pi/4 - \sin \omega t \sin \pi/4) \\ &= \sqrt{\frac{E_s}{T}} (\cos \omega t - \sin \omega t) \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{4}\right) = \dots$$

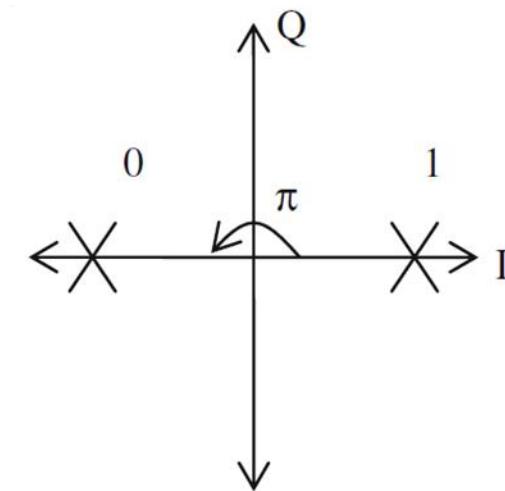
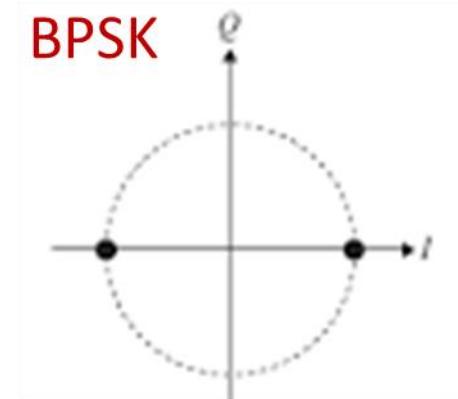
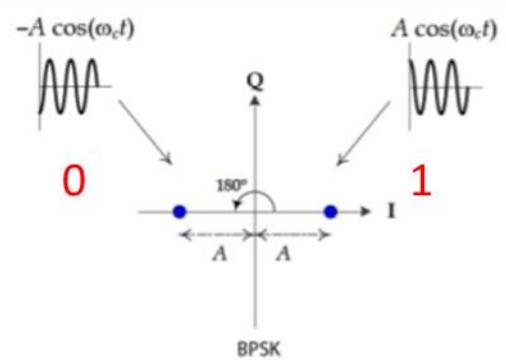
$$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(\omega t + \frac{5\pi}{4}\right) = \dots$$

Symbol	Bits	Expression	Phase, (Deg.)	Carrier Signal	I	Q
S1	00	$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + \pi/4)$	45		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
S2	01	$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sin(\omega t + 3\pi/4)$	135		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
S3	11	$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + 3\pi/4)$	225		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
S4	10	$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sin(\omega t + \pi/4)$	310		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$

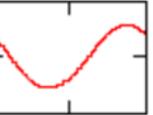
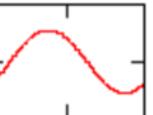
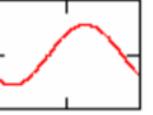
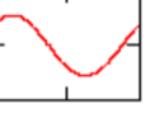
$$S_{\text{BPSK}}(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \theta_c) \quad 0 \leq t \leq T_b \text{ (binary 1)}$$

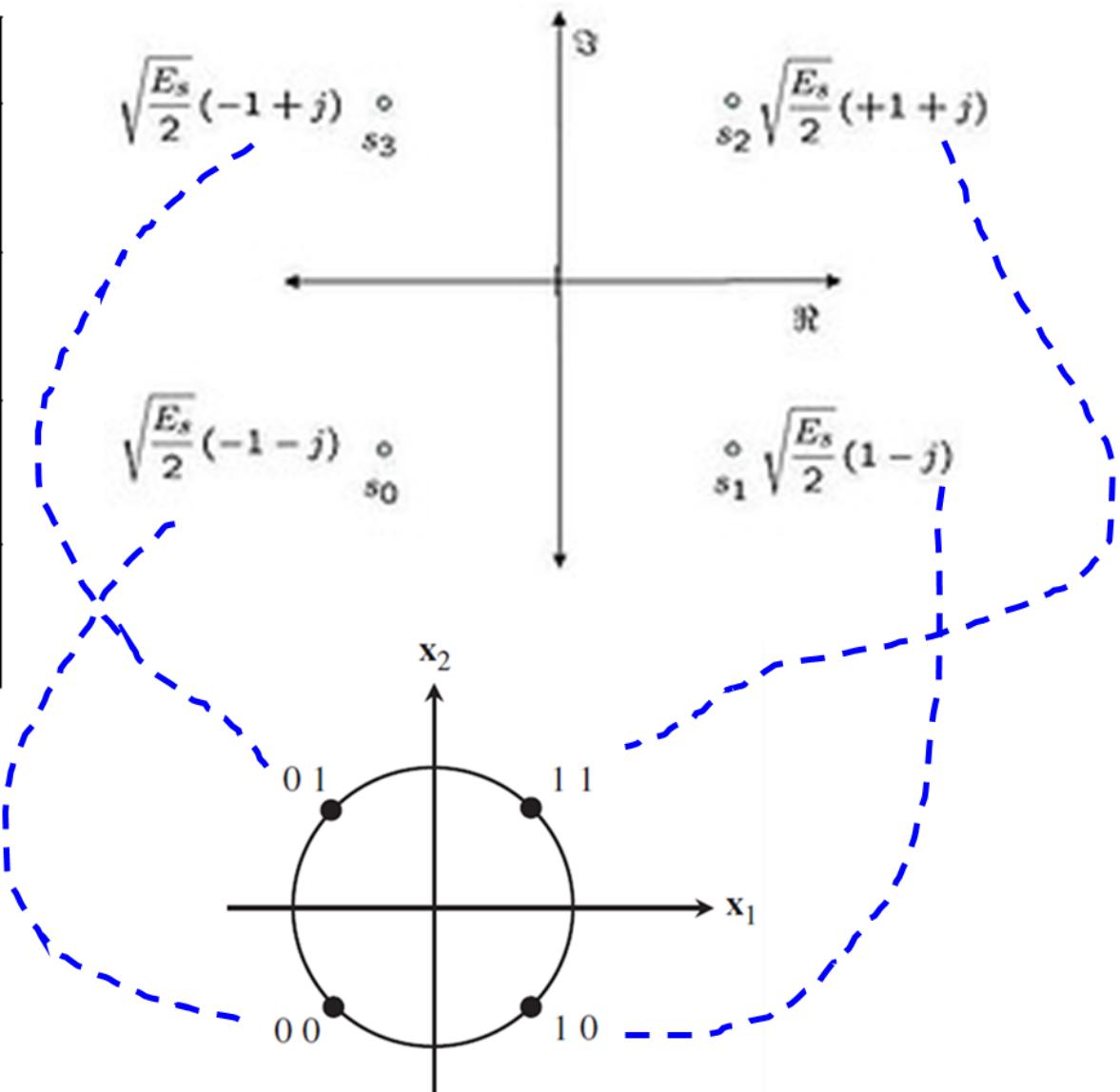
$$S_{\text{BPSK}}(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \pi + \theta_c)$$

$$= -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \theta_c) \quad 0 \leq t \leq T_b \text{ (binary 0)}$$

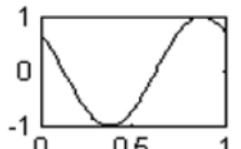


QPSK

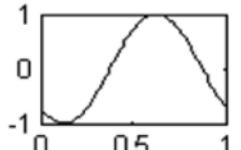
Symbol	Bits	Expression	Phase, (Deg.)	Carrier Signal	I	Q
S1		$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + \pi/4)$	45		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
S2		$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sin(\omega t + 3\pi/4)$	135		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
S3		$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + 3\pi/4)$	225		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
S4		$\sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sin(\omega t + \pi/4)$	310		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$



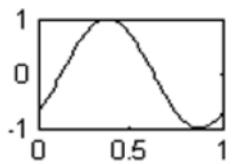
45°
 $A_c \cos(\omega_c t + \pi/4)$



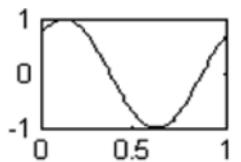
135°
 $A_c \cos(\omega_c t + 3\pi/4)$



225°
 $A_c \cos(\omega_c t + 5\pi/4)$



315°
 $A_c \cos(\omega_c t + 7\pi/4)$



NRZ

Non-Return-to-Zero

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,0 \rightarrow x(t) = -1, y(t) = -1 \\ 0,1 \rightarrow x(t) = -1, y(t) = +1 \\ 1,0 \rightarrow x(t) = +1, y(t) = -1 \\ 1,1 \rightarrow x(t) = +1, y(t) = +1 \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}((+1)\xi_I(t) + (+1)\xi_Q(t))$$

$$\cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}, \sin(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$$

1 1

$$\frac{1}{\sqrt{2}}((-1)\xi_I(t) + (+1)\xi_Q(t))$$

$$\cos(3\pi/4) = -1/\sqrt{2}, \sin(3\pi/4) = 1/\sqrt{2}$$

0 1

$$\frac{1}{\sqrt{2}}((-1)\xi_I(t) + (-1)\xi_Q(t))$$

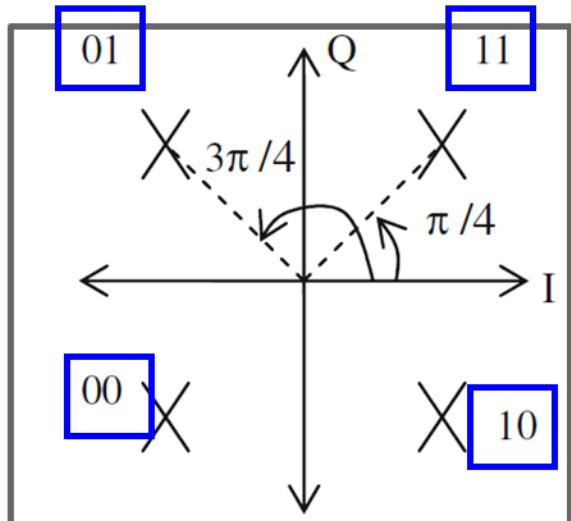
$$\cos(5\pi/4) = -1/\sqrt{2}, \sin(5\pi/4) = 1/\sqrt{2}$$

0 0

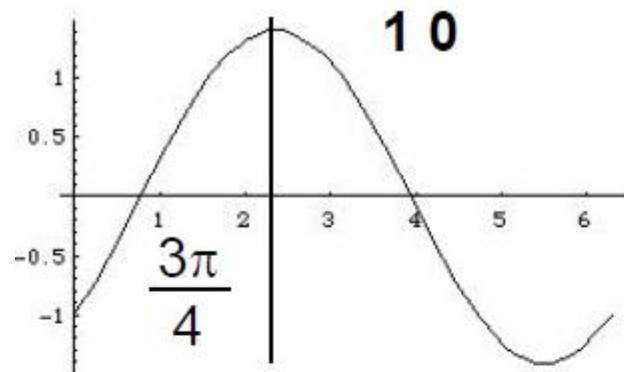
$$\frac{1}{\sqrt{2}}((+1)\xi_I(t) + (-1)\xi_Q(t))$$

$$\cos(7\pi/4) = 1/\sqrt{2}, \sin(7\pi/4) = 1/\sqrt{2}$$

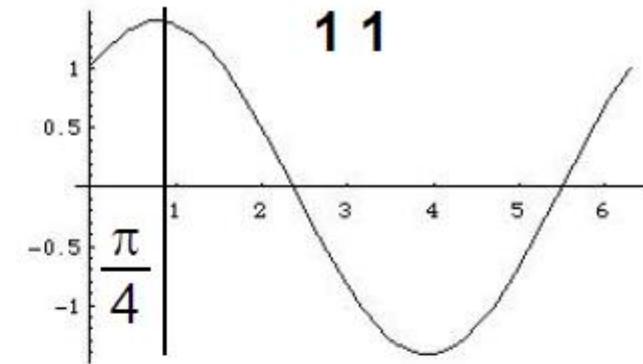
1 0



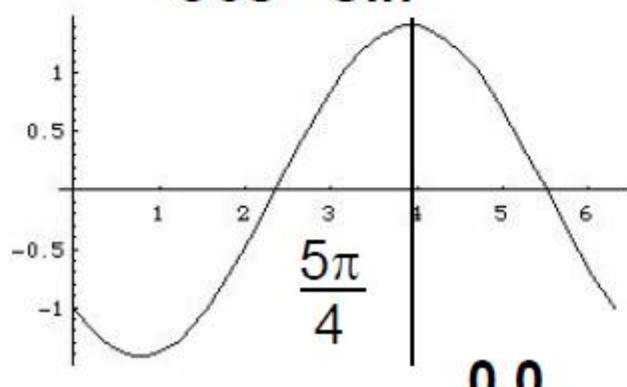
$$s(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_c t + \frac{\pi}{4}) & \text{binary 11} \\ A \cos(2\pi f_c t + \frac{3\pi}{4}) & \text{binary 10} \\ A \cos(2\pi f_c t + \frac{5\pi}{4}) & \text{binary 00} \\ A \cos(2\pi f_c t + \frac{7\pi}{4}) & \text{binary 01} \end{cases}$$



-Cos + Sin

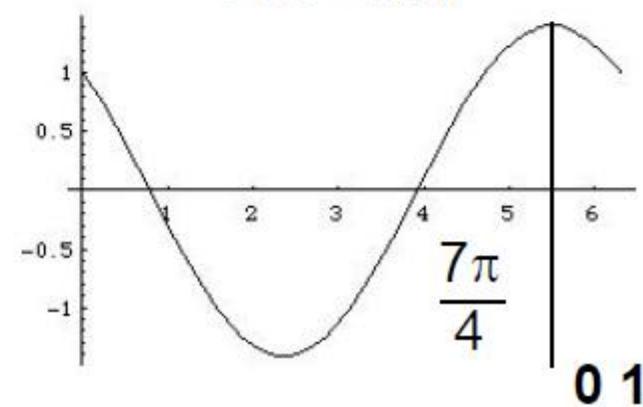


Cos + Sin

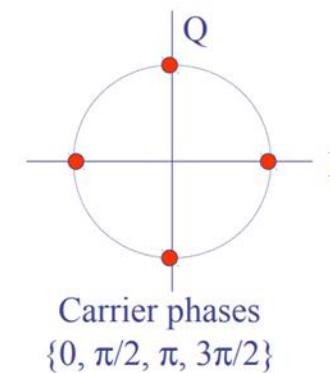
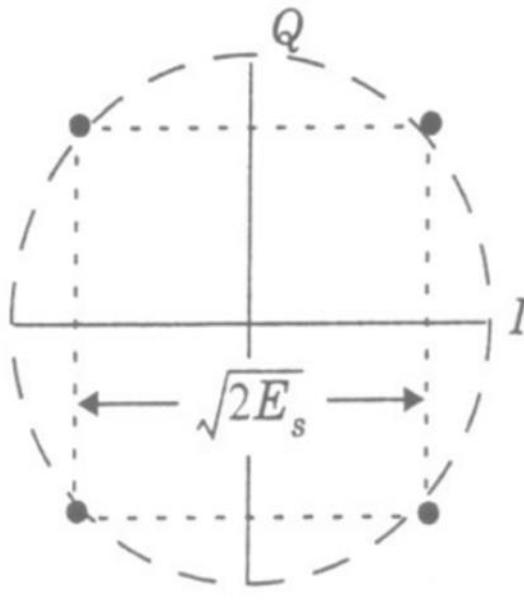
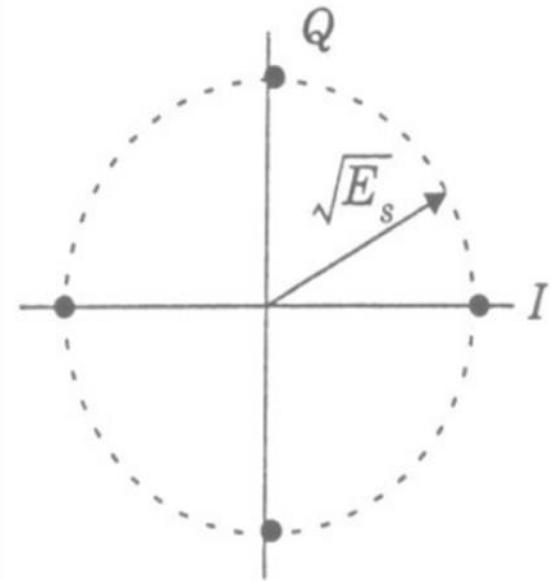


-Cos - Sin

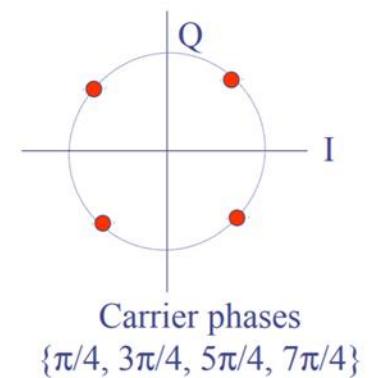
Kosinüs taşıyıcı sinyal



0 1



QPSK

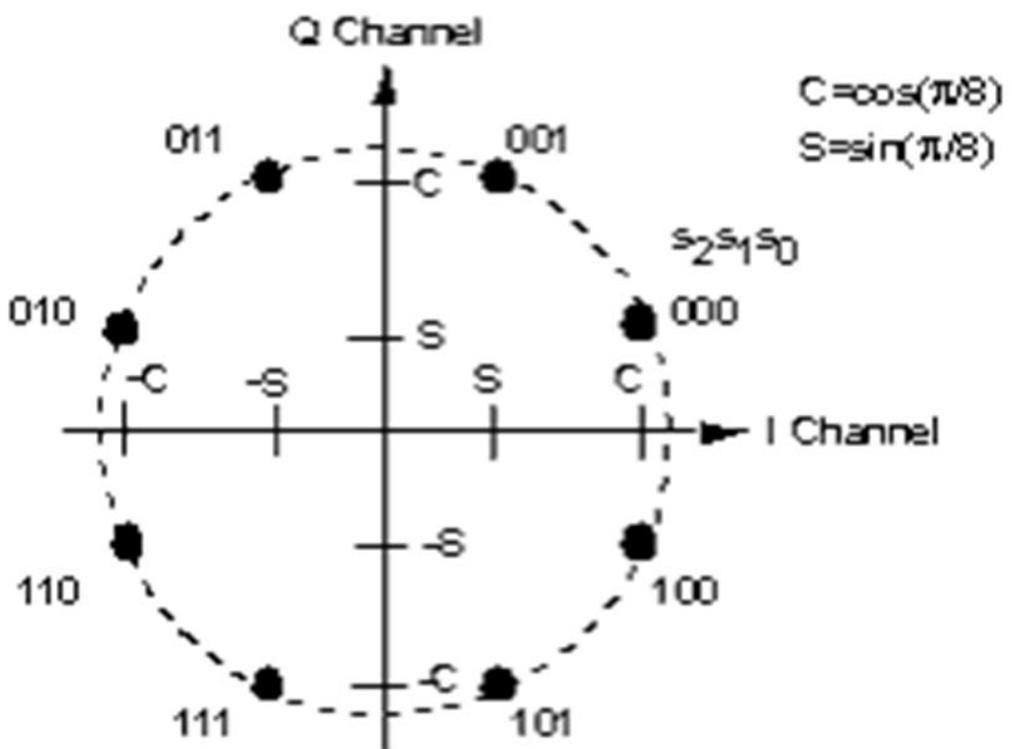
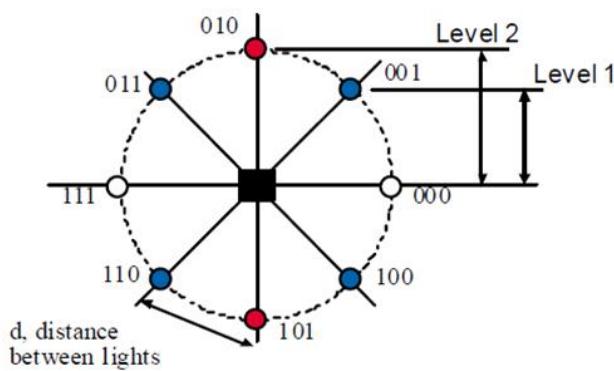
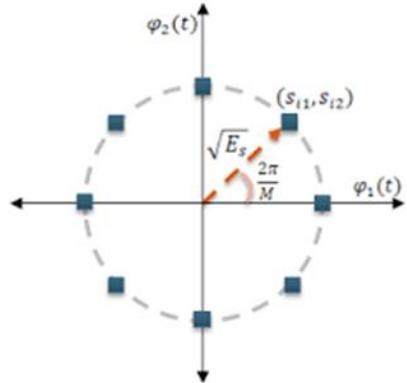
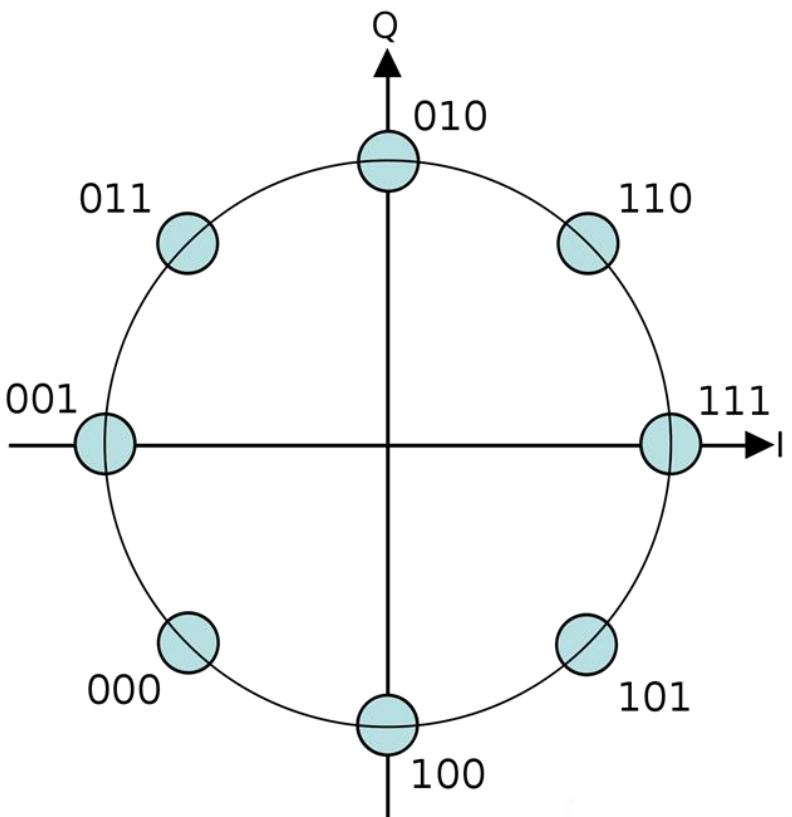


- (a) QPSK constellation where the carrier phases are $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$.
- (b) QPSK constellation where the carrier phases are $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$.

8 - P S K

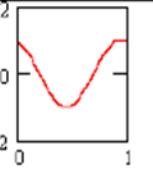
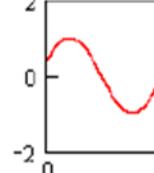
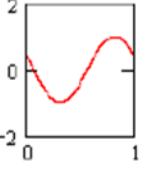
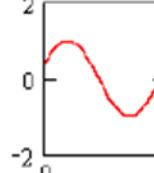
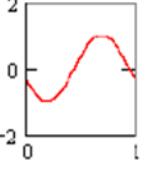
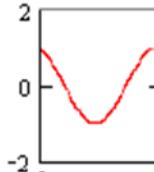
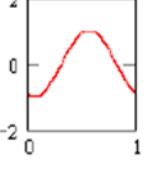
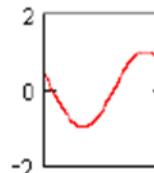
Tribit	Phase
000	0
001	45
010	90
011	135
100	180
101	225
110	270
111	315

Tribits
(3 bits)



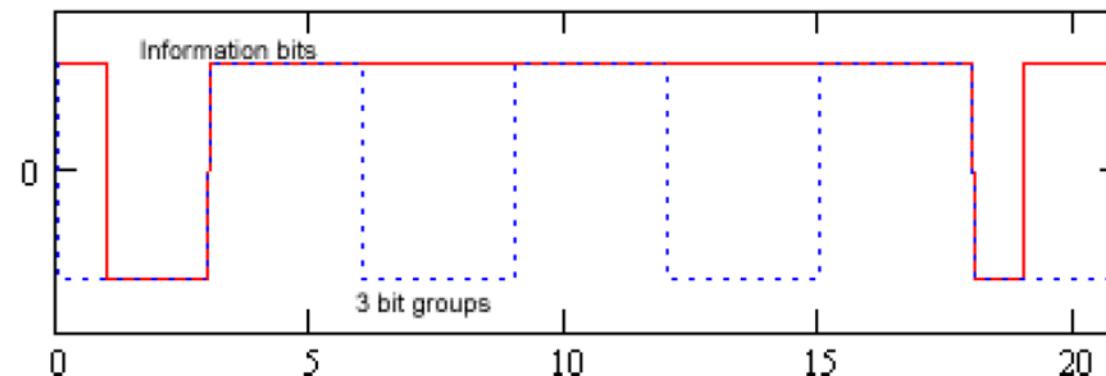
$$C = \cos(\pi/8)$$

$$S = \sin(\pi/8)$$

Symbol	Expression	Phase	I	Q	Signal					
S1 000	$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + \pi/8)$	22.5°	1.414	.707		S5 110	$s_5(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sin(\omega t + \pi/8)$	202.5°	-1.414	
S2 001	$s_2(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + 3\pi/8)$	67.5°	.707	1.414		S6 111	$s_6(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sin(\omega t + 3\pi/8)$	247.5°	-.707	
S3 011	$s_3(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + 5\pi/8)$	112.5°	-.707	1.414		S7 101	$s_7(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sin(\omega t + 5\pi/8)$	292.5°	.707	
S4 010	$s_4(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(\omega t + 7\pi/8)$	157.5°	-1.414	.707		S8 100	$s_8(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sin(\omega t + 7\pi/8)$	337.5°	1.414	

- Gönderilecek bit dizisi:

100 111 111 111 111 001



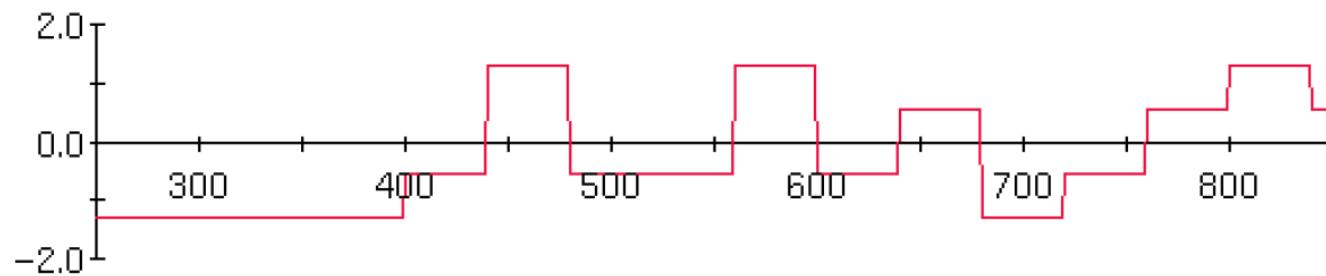
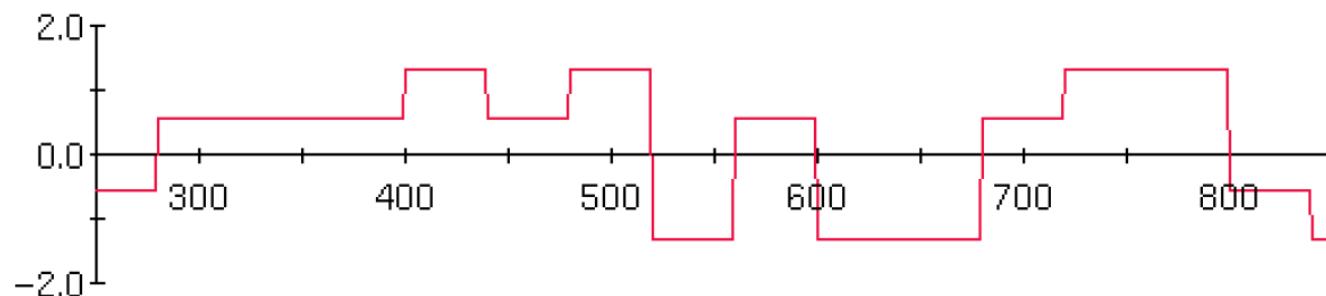
- Sembol dizisi:

s8 s6 s6 s6 s6 s2

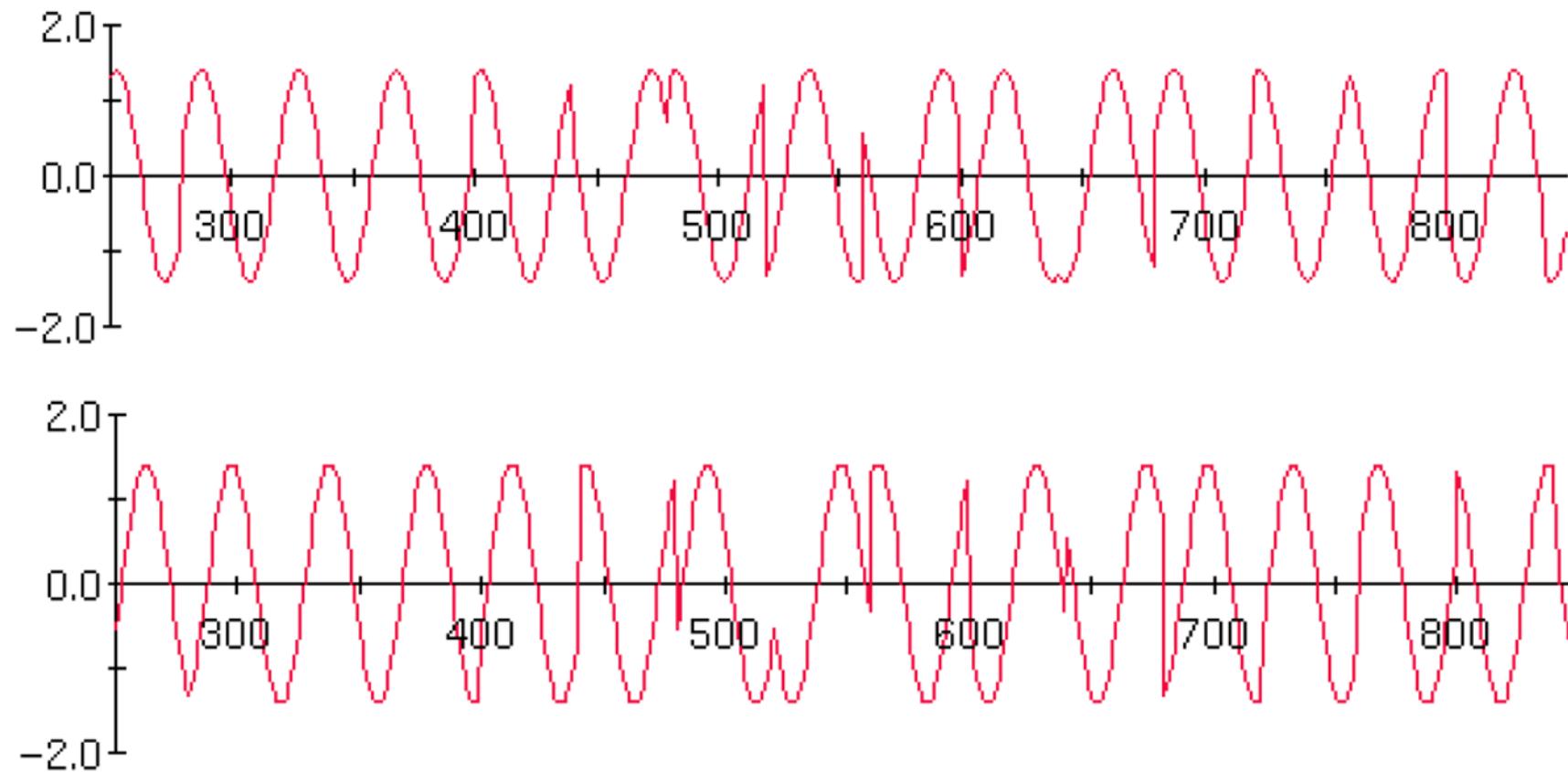
	s8	s6	s6	s6	s6	s2
I	-0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	1.414
Q	-1.414	-1.414	-1.414	-1.414	-1.414	0.707

	s8	s6	s6	s6	s6	s2
I	-0.707	0.707	0.707	0.707	0.707	1.414
Q	-1.414	-1.414	-1.414	-1.414	-1.414	0.707

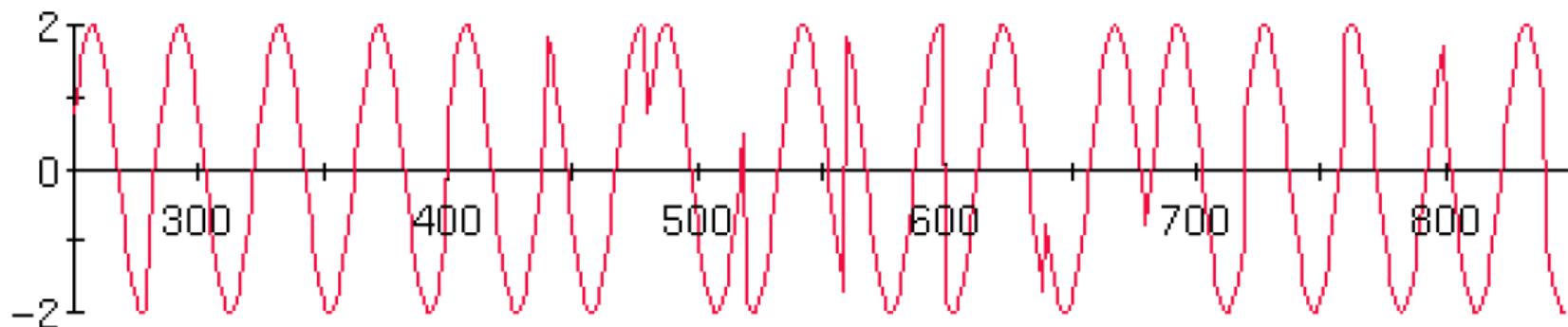
- Gönderilecek simbol dizinin I ve Q kanallarına yerleştirilmesi:



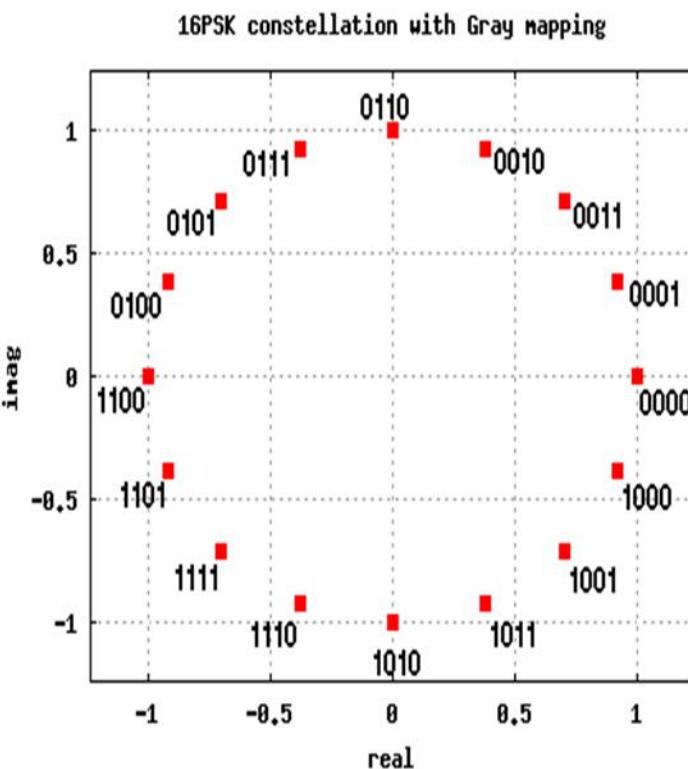
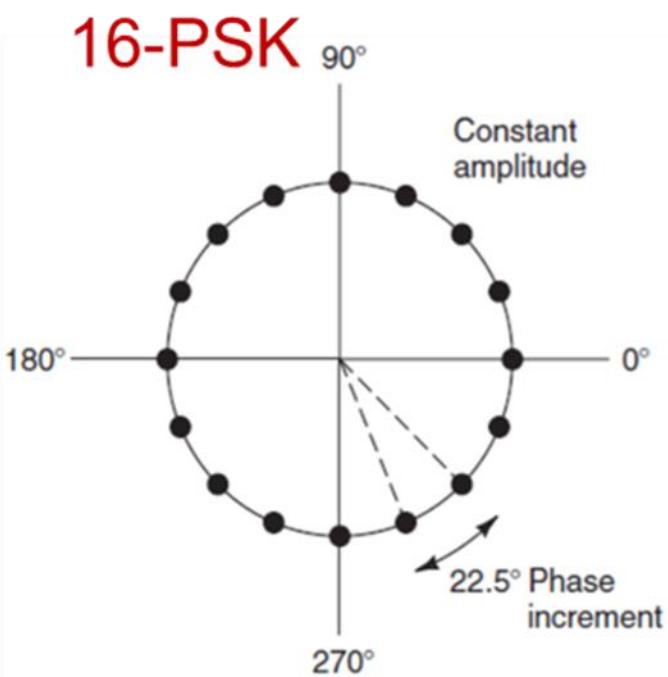
- I ve Q kanallarının 1 Hz taşıyıcı sinyal ile modüle edilmesi:



- I ve Q kanalları toplanarak 8-PSK sinyalinin elde edilmesi:

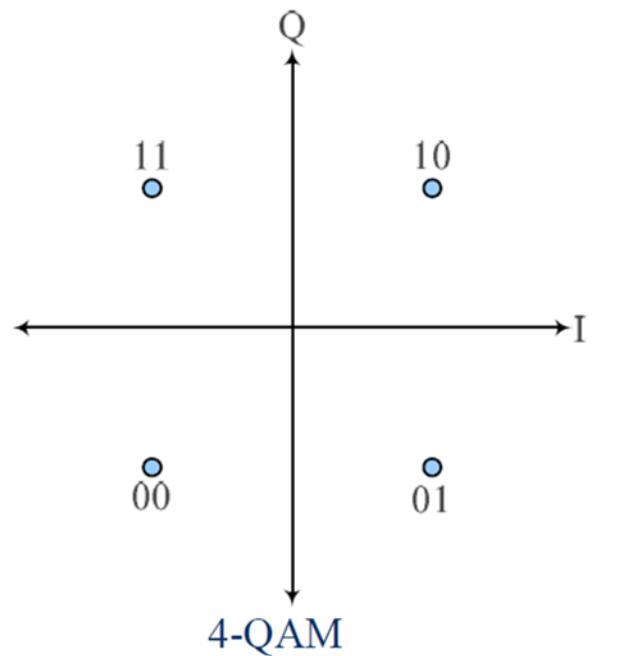


- 8-PSK sinyali, QPSK sinyaline göre ortalaması alındığında daha küçük faz geçişlerine sahiptir. Bu durum avantaj olsa da semboller için gönderilen semboller QPSK modülasyonuna göre birbirlerine daha yakın olduklarından bit hata olasılığı artar. 8-PSK modülasyonunda aynı simbol içerisinde daha fazla bit (3 bit) gönderilmesi dijital haberleşme sistemlerinde kullanılmasını cazip kılar. 8-PSK modülasyonunda veri hızı, QPSK modülasyonuna göre % 50 daha fazladır. Yani mevcut bant genişliğini daha verimli kullanır.

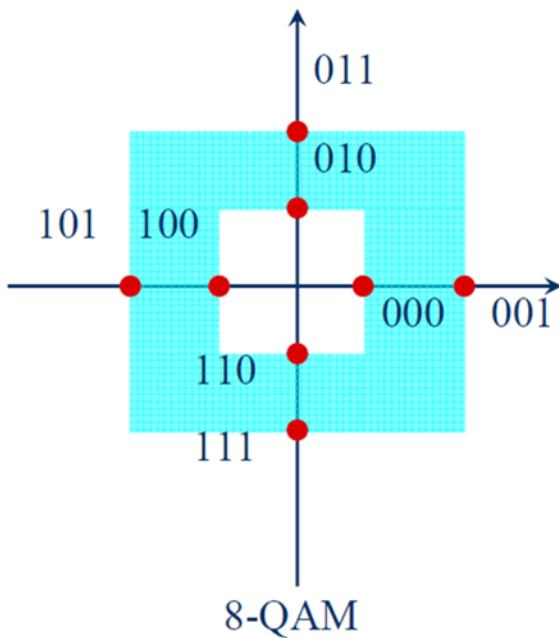


- QAM modülasyonu kullanılarak birden fazla sayıda genlik seviyesi ve birden fazla sayıda faz açısının birleştirilmesiyle çok sayıda bitten meydana gelen semboller üretilir. Her sembolün kendisine özel genlik seviyesi ve yine kendisine özel faz açısı vardır. Yüksek veri hızına ihtiyaç duyulan dijital haberleşme sistemlerinde baud hızını artırmak için genellikle QAM kullanılır.
- **QAM ile taşıyıcı sinyale hem genlik hem de faz modülasyonu uygulanır.** Yani gönderilen semboller arasında faz kayması oluşturulurken aynı zamanda taşıyıcı sinyal genliği değiştirilir. Yüksek veri hızı elde etmek için 64-QAM ve 256-QAM gibi yüksek dereceli modülasyon teknikleri kullanılır. Bunun ötesinde kablosuz ağlar, uydular ve geniş bant uygulamalar için 1024-QAM ve 4096-QAM gibi çok seviyeli modülasyon teknikleri kullanılmaktadır.

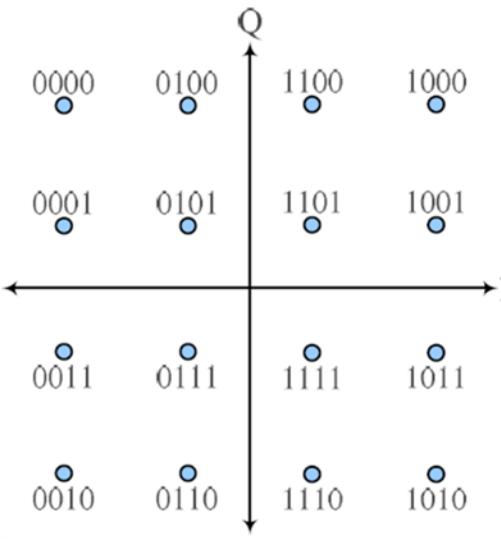
QAM



1 genlik 4 faz



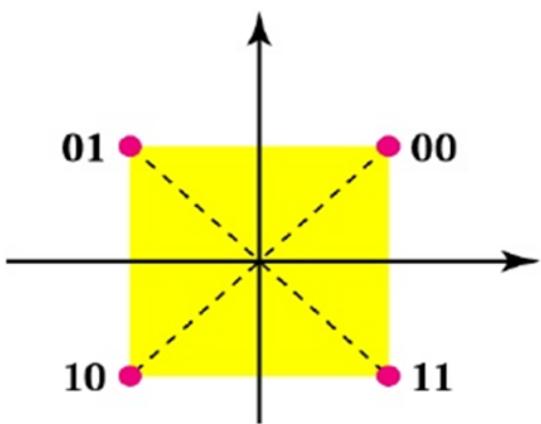
2 genlik 4 faz



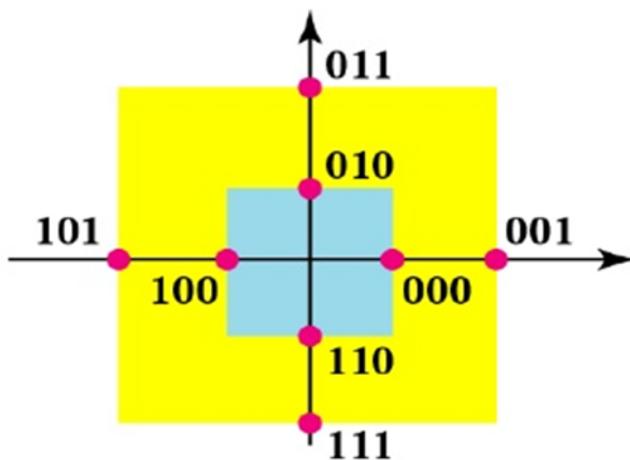
16-QAM

QPSK



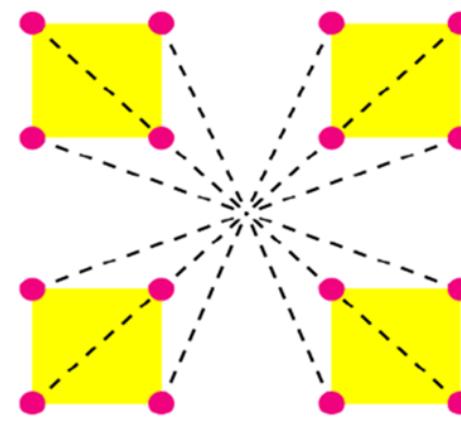


4-QAM
1 amplitude, 4 phases



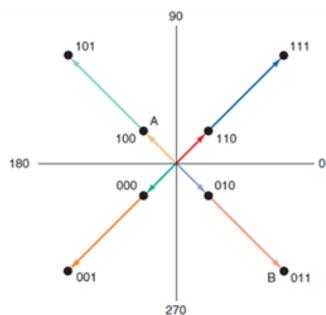
8-QAM
2 amplitudes, 4 phases

3 genlik, 12 faz açısı



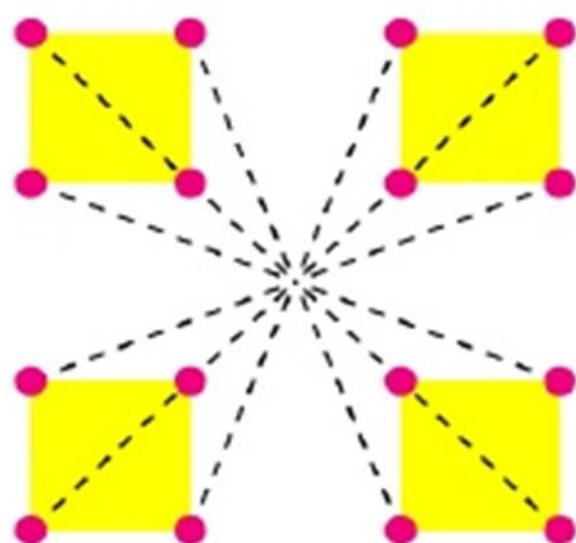
16-QAM

2 genlik, 4 faz açısı



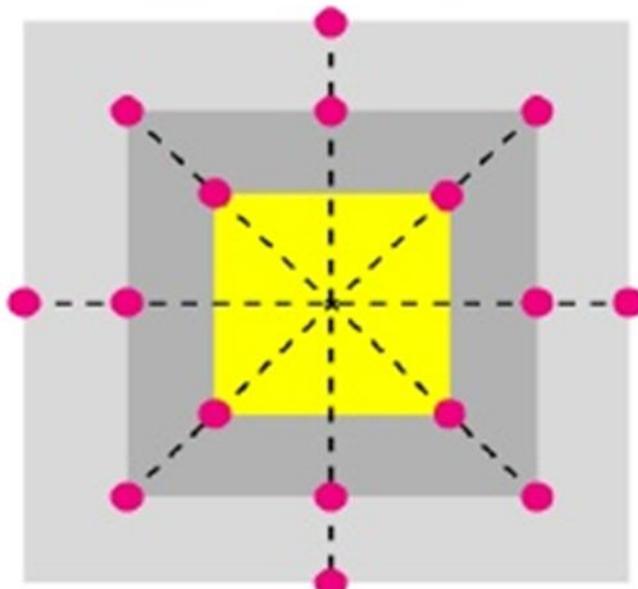
8-QAM

3 amplitudes, 12 phases



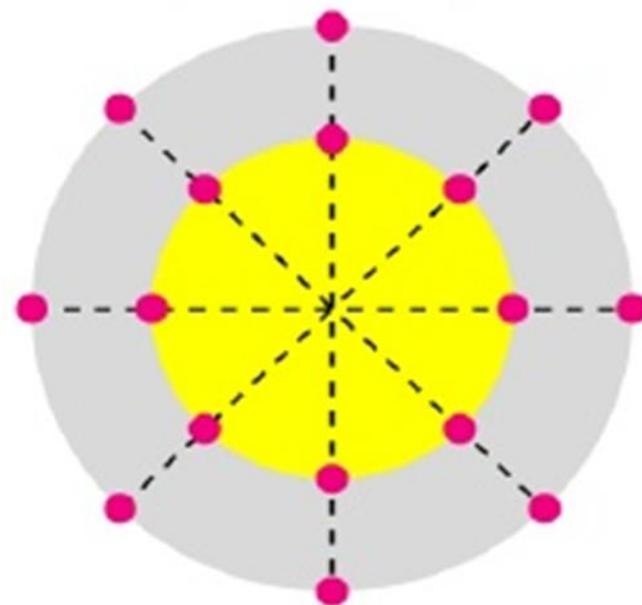
16-QAM

4 amplitudes, 8 phases



16-QAM

2 amplitudes, 8 phases



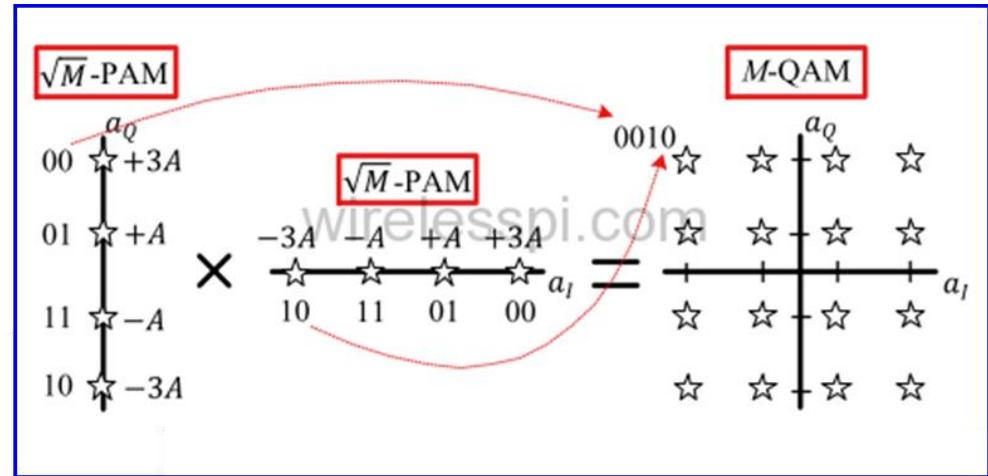
16-QAM

$$s_{mn}(t) = A_m \cos(2\pi f_c t + \theta_n) \quad m = 1, 2, \dots, M_1 \\ n = 1, 2, \dots, M_2$$

$$S_i(t) = \sqrt{\frac{2E_{min}}{T_s}} a_i \cos(2\pi f_c t) + \sqrt{\frac{2E_{min}}{T_s}} b_i \sin(2\pi f_c t)$$

$$0 \leq t \leq T \quad i = 1, 2, \dots, M$$

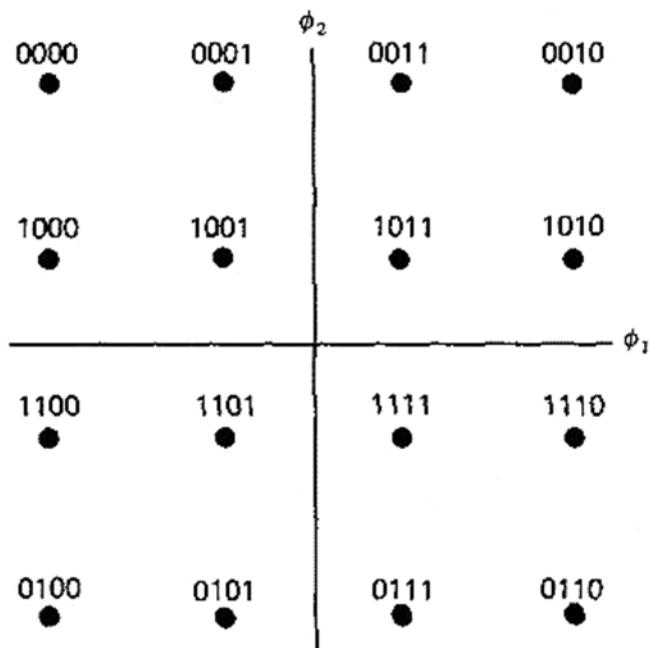
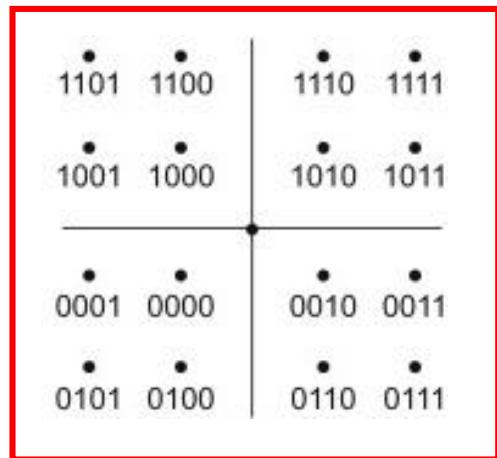
$$\{a_i, b_i\} = \begin{bmatrix} (-L+1, L-1) & (-L+3, L-1) & \dots & (L-1, L-1) \\ (-L+1, L-3) & (-L+3, L-3) & \dots & (L-1, L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-L+1, -L+1) & (-L+3, -L+1) & \dots & (L-1, -L+1) \end{bmatrix} \quad L = \sqrt{M}$$



QAM

$$\{a_i, b_i\} = \begin{bmatrix} (-L+1, L-1) & (-L+3, L-1) & \dots & (L-1, L-1) \\ (-L+1, L-3) & (-L+3, L-3) & \dots & (L-1, L-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (-L+1, -L+1) & (-L+3, -L+1) & \dots & (L-1, -L+1) \end{bmatrix}$$

$$\{a_i, b_i\} = \begin{bmatrix} (-3, 3) & (-1, 3) & (1, 3) & (3, 3) \\ (-3, 1) & (-1, 1) & (1, 1) & (3, 1) \\ (-3, -1) & (-1, -1) & (1, -1) & (3, -1) \\ (-3, -3) & (-1, -3) & (1, -3) & (3, -3) \end{bmatrix}$$



$$L = \sqrt{16} = 4$$

Figure 7.24 Signal-constellation of M-ary QAM for $M = 16$. (The message points are identified with 4-bit Gray codes for later discussion.)

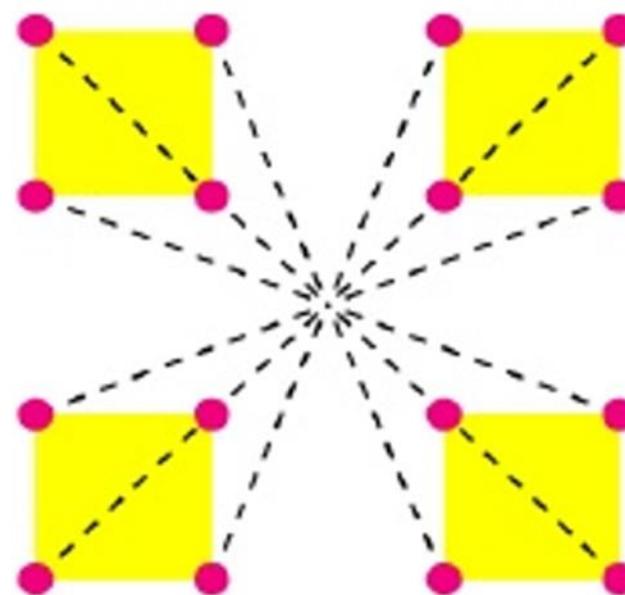
Binary input				16-QAM output	
Q	Q'	I	I'		
0	0	0	0	0.311 V	-135°
0	0	0	1	0.850 V	-165°
0	0	1	0	0.311 V	-45°
0	0	1	1	0.850 V	-15°
0	1	0	0	0.850 V	-105°
0	1	0	1	1.161 V	-135°
0	1	1	0	0.850 V	-75°
0	1	1	1	1.161 V	-45°
1	0	0	0	0.311 V	135°
1	0	0	1	0.850 V	165°
1	0	1	0	0.311 V	45°
1	0	1	1	0.850 V	15°
1	1	0	0	0.850 V	105°
1	1	0	1	1.161 V	135°
1	1	1	0	0.850 V	75°
1	1	1	1	1.161 V	45°

(a)

8 PHASES WITH SAME AMPLITUDE

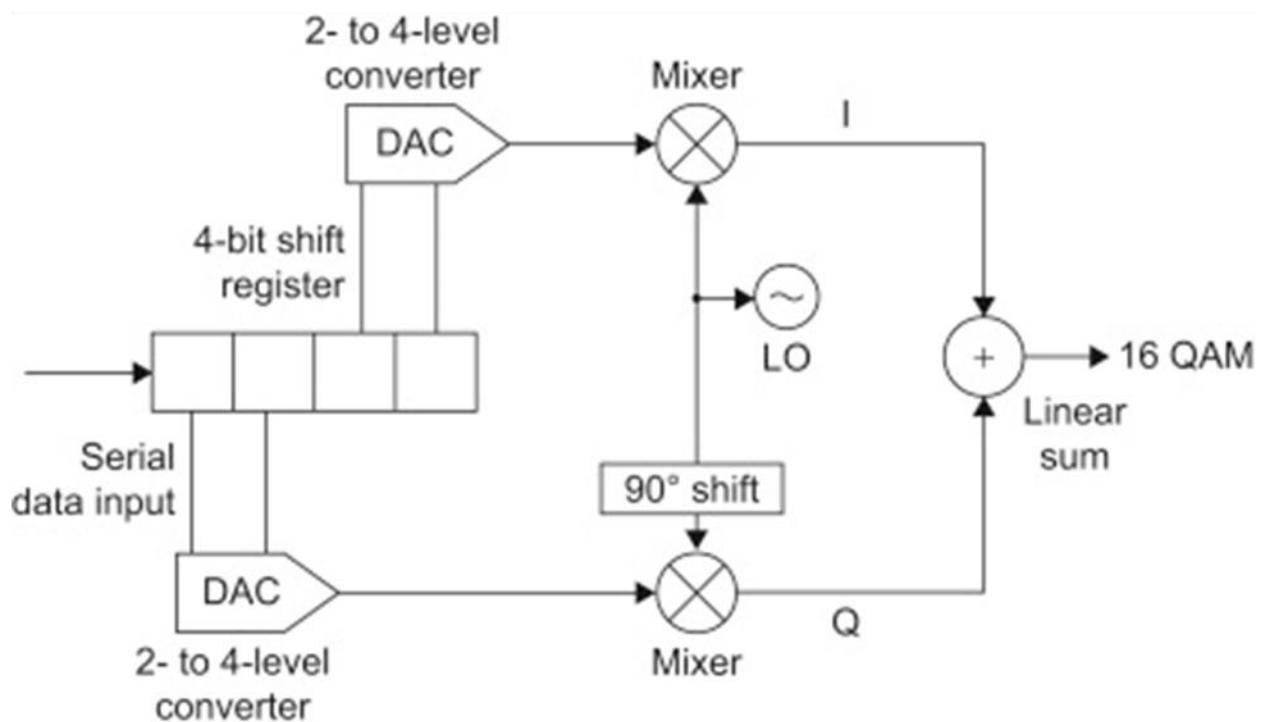
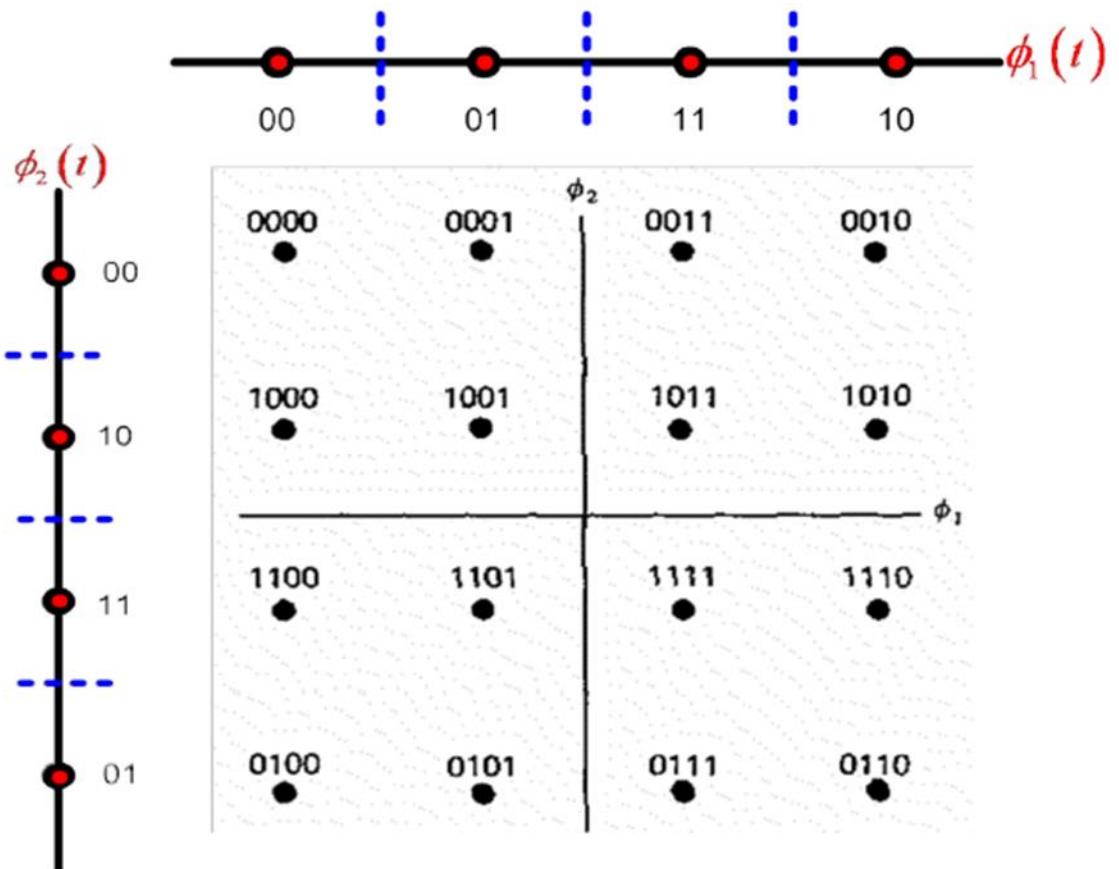
4 PHASES WITH 2 AMPLITUDES EACH

3 amplitudes, 12 phases

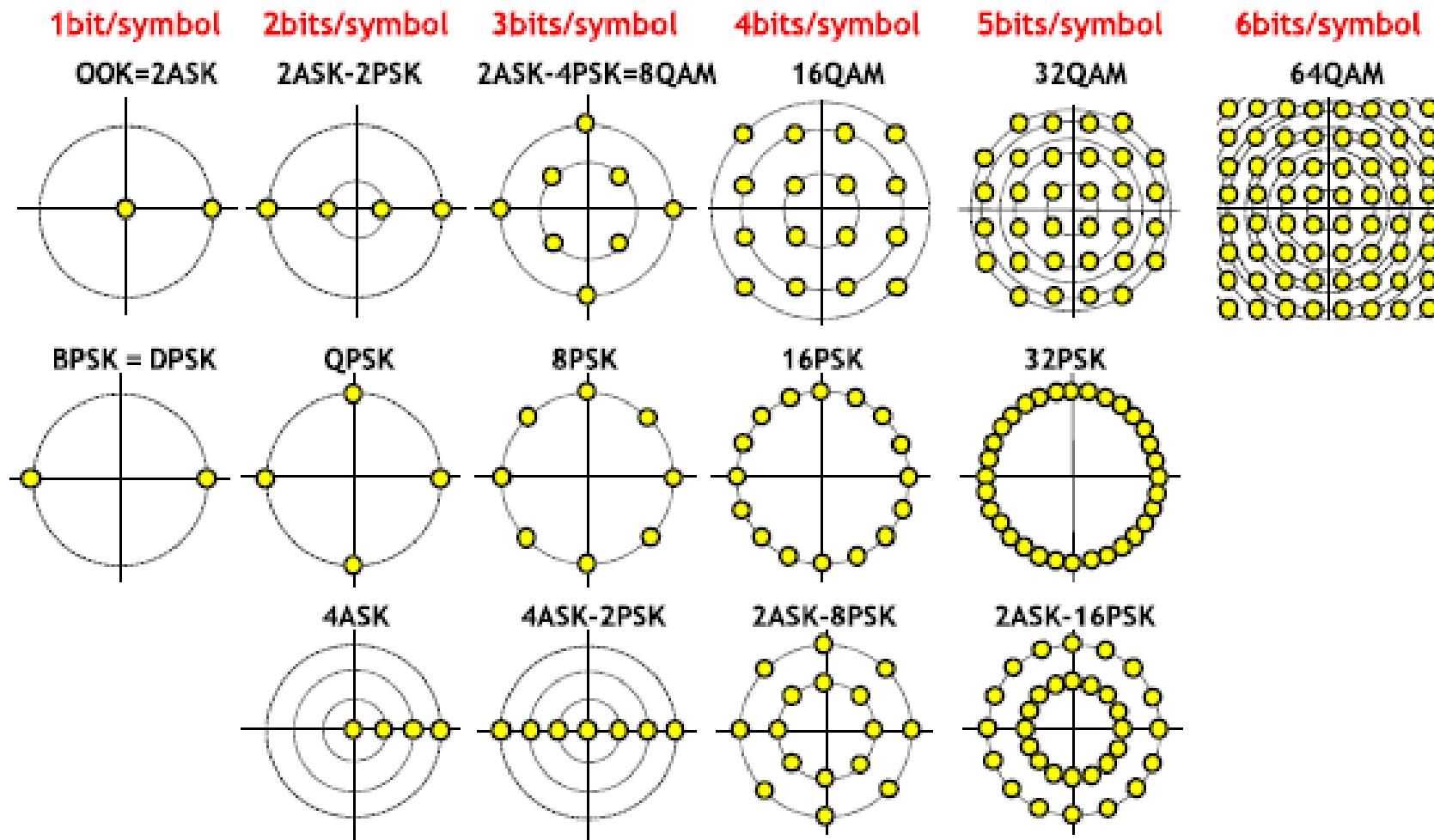


16-QAM

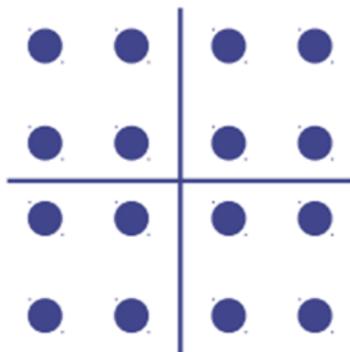
QAM



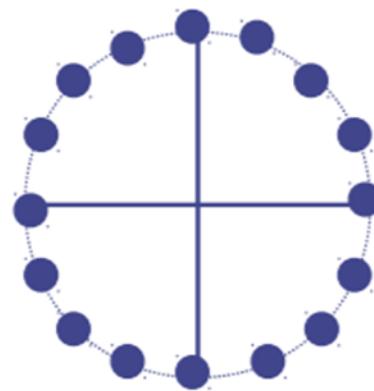
QAM



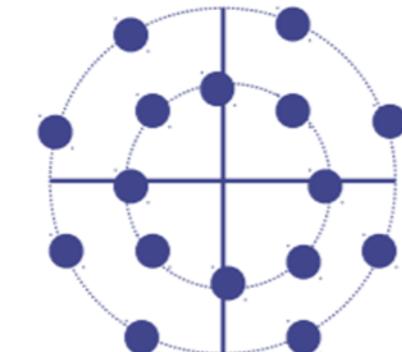
- BPSK modülasyonu uygulama yönünden basit, fakat bant genişliği kullanımı bakımından verimsizdir. Kararlı olması sebebiyle uydu haberleşmesinde kullanılır.
- QPSK modülasyonu, BPSK modülasyonuna göre iki kat daha fazla bant genişliği verimlidir. Fakat daha kompleks alıcı tasarımlı gerektirir.
- QAM genellikle sayısal mikrodalga radyo linklerinde kullanılır.
- ASK ve PSK için bant genişliği doğrudan veri transfer hızıyla orantılıdır.
- FSK modülasyonu bant genişliği düşük frekanslarda veri transfer hızıyla, yüksek frekanslarda taşıyıcı frekansıyla orantılıdır.



16 QAM

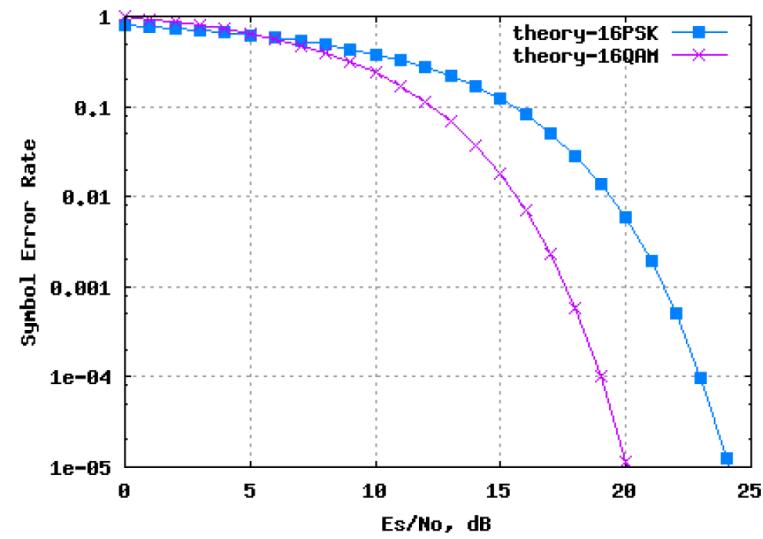


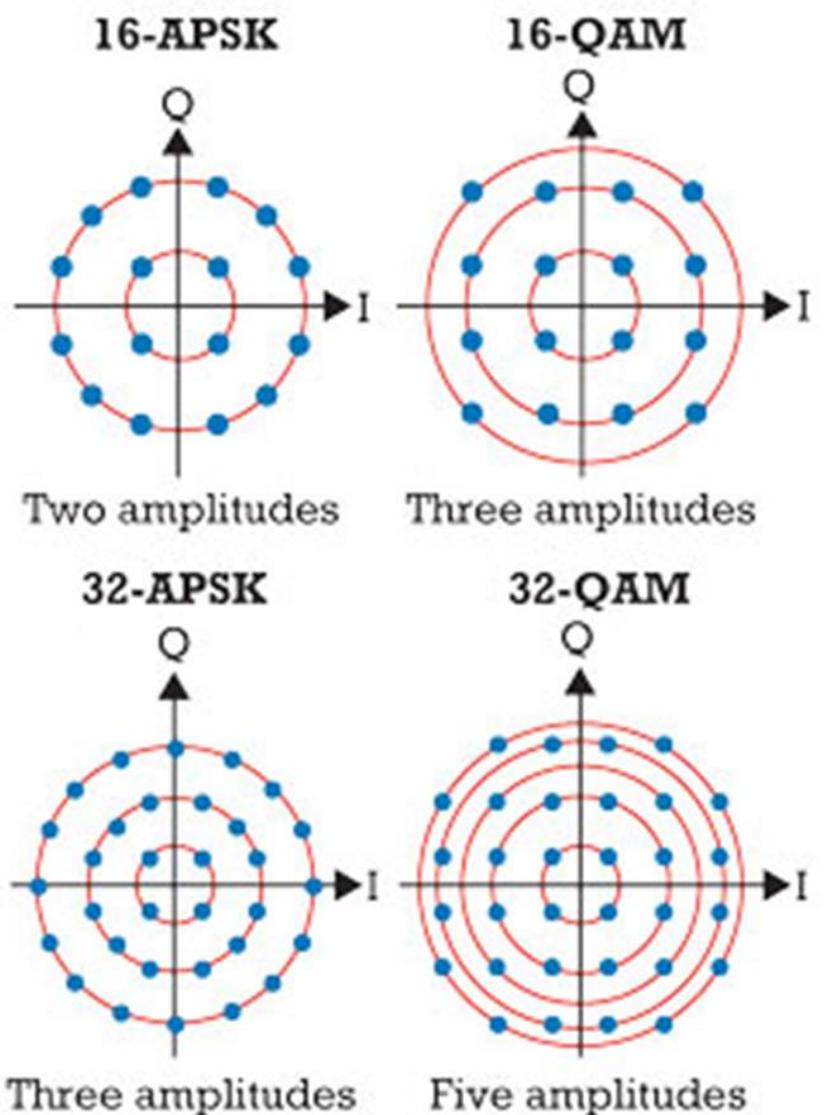
16 PSK



16 APSK

ARAŞTIR ?





ARAŞTIR ?

- 3-PSK Modülasyonu

$$s(t) = \begin{cases} A \cos(2\pi f_{ct} t + \frac{4\pi}{3}) \\ A \cos(2\pi f_{ct} t + \frac{2\pi}{3}) \\ A \cos(2\pi f_{ct} t) \end{cases}$$

ARAŞTIR ?

- Yıldız kümesi diyagramı

```
clc; clear all; close all;
% M-ary PSK BER hesaplama
M=2; % modülasyon derecesi, sembol sayısı BPSK
n=1e6; % işlenecek bit sayısı
SNR=10; % sinyal gücünün gürültü gücüne oranı

dataIn = randi([0 M-1],n,1); % gönderilen rasgele bit dizisi
txSig = pskmod(dataIn,M,pi/M); % gönderilen sinyal
% --- Y = pskmod(X,M) outputs the complex envelope of the
modulation of the
% message signal X, using the PSK modulation
rxSig = awgn(txSig,SNR); % alınan sinyal
% --- awgn Add white Gaussian noise to a signal.
scatterplot(rxSig)
% yıldız kümesi diyagramı
dataOut = pskdemod(rxSig,M,pi/M);
% alınan bit dizisi, gürültü sebebiyle hatalı bitler var
```

```
numErrs = symerr(dataIn,dataOut)
% hatalı sembol sayısını hesapla

[NBE,BER]=biterr(dataIn,dataOut);
% hatalı bit sayısı ve bit hata oranı hesapla
disp('NBE Computed Empirically');
NBE
disp('BER Computed Empirically');
BER

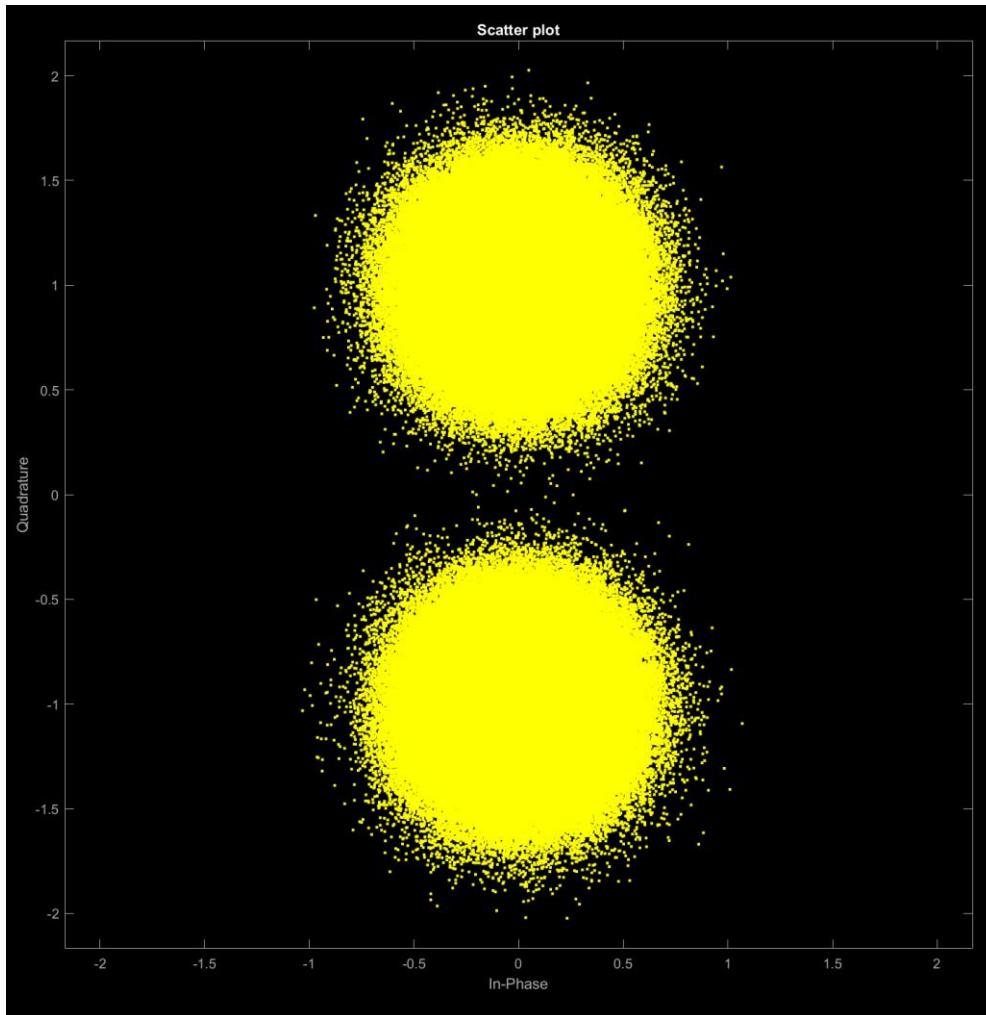
ber=berawgn(SNR, 'psk',M, 'nondiff'); % Teorik BER hesabı
disp('BER Computed theoretically');
ber

% BER = berawgn(EbNo, 'psk', M, DATAENC) returns the BER for
% coherently
% detected PSK over an uncoded AWGN channel.
% DATAENC -- 'diff' for differential data encoding,
% 'nondiff' for nondifferential data encoding
```

numErrs =
1
NBE Computed Empirically
NBE =
1
BER Computed Empirically
BER =
1.0000e-06
BER Computed theoretically
ber =
3.8721e-06



SNR=10



numErrs =

0

NBE Computed Empirically

NBE =

0

BER Computed Empirically

BER =

0

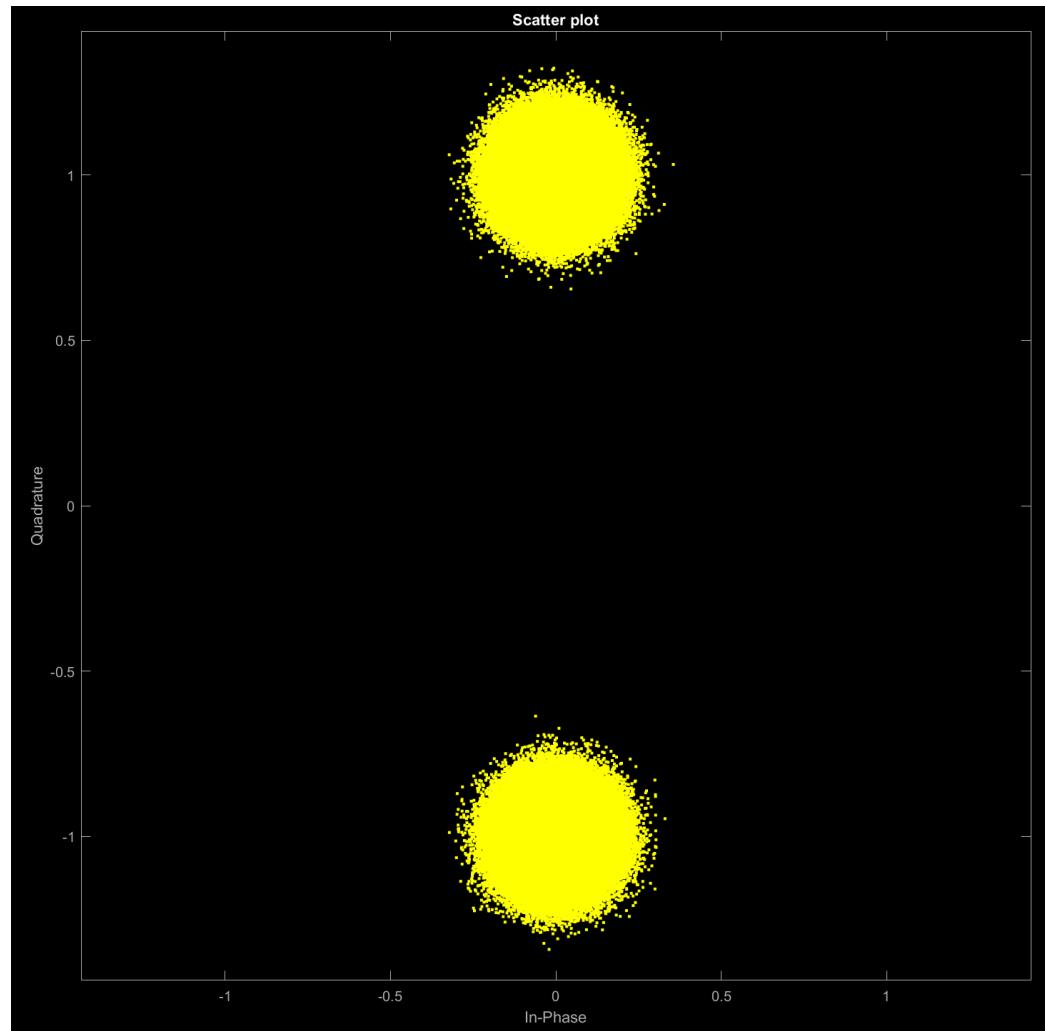
BER Computed theoretically

ber =

1.0442e-45



SNR=20



```
clc; clear all; close all;  
% M-ary PSK BER hesaplama  
M=4; % modülasyon derecesi, simböl sayısı QPSK  
n=1e6; % işlenecek bit sayısı  
SNR=10; % sinyal gücünün gürültü gücüne oranı  
  
dataIn = randi([0 M-1],n,1); % gönderilen rasgele bit dizisi  
txSig = pskmod(dataIn,M,pi/M); % gönderilen sinyal  
% --- Y = pskmod(X,M) outputs the complex envelope of the  
modulation of the  
% message signal X, using the PSK modulation  
rxSig = awgn(txSig,SNR); % alınan sinyal  
% --- awgn Add white Gaussian noise to a signal.  
scatterplot(rxSig)  
% yıldız kümesi diyagramı  
dataOut = pskdemod(rxSig,M,pi/M);  
% alınan bit dizisi, gürültü sebebiyle hatalı bitler var
```

```
numErrs = symerr(dataIn,dataOut)
% hatalı simbol sayısını hesapla

[NBE,BER]=biterr(dataIn,dataOut);
% hatalı bit sayısı ve bit hata oranı hesapla
disp('NBE Computed Empirically');
NBE
disp('BER Computed Empirically');
BER

ber=berawgn(SNR, 'psk',M, 'nondiff'); % Teorik BER hesabı
disp('BER Computed theoretically');
ber

% BER = berawgn(EbNo, 'psk', M, DATAENC) returns the BER for
coherently
% detected PSK over an uncoded AWGN channel.
% DATAENC -- 'diff' for differential data encoding,
% 'nondiff' for nondifferential data encoding
```

numErrs =

1587

NBE Computed Empirically

NBE =

2396

BER Computed Empirically

SNR=10

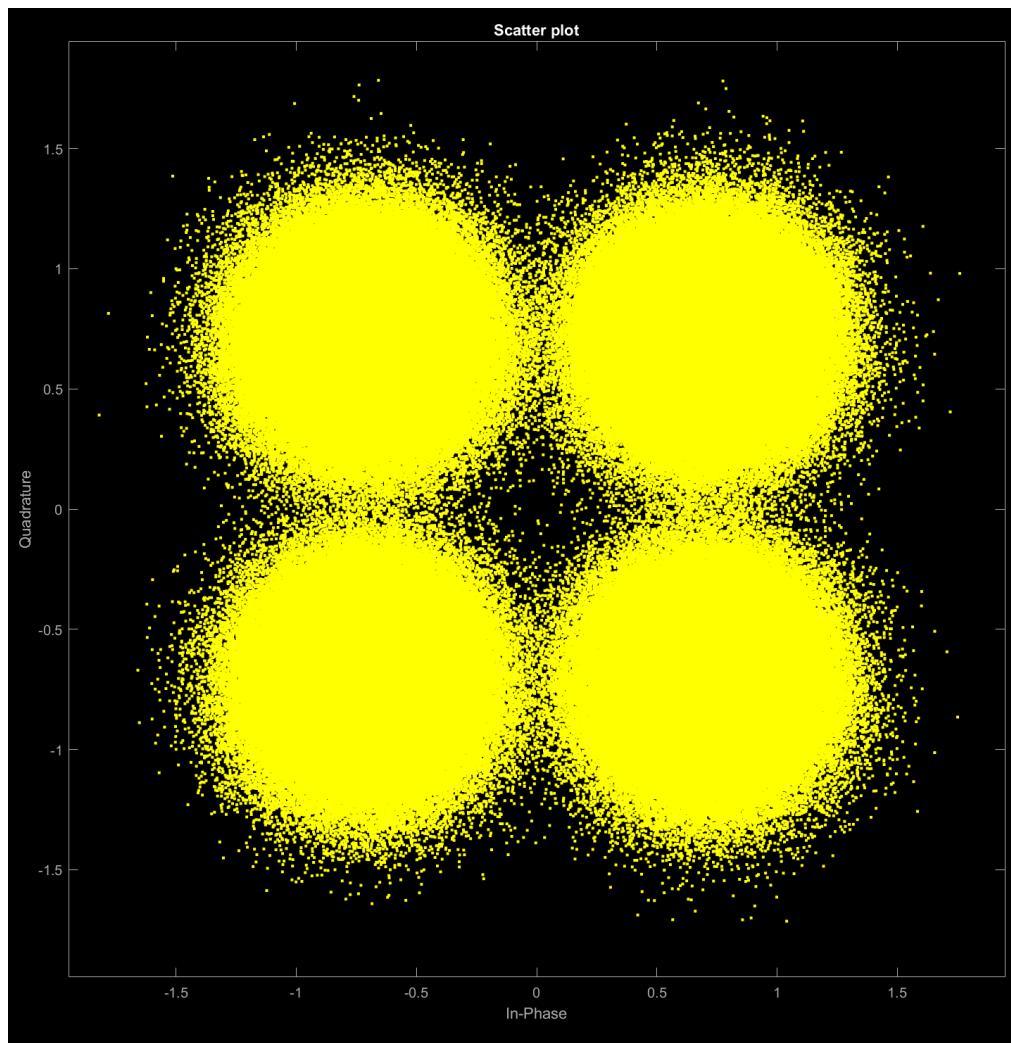
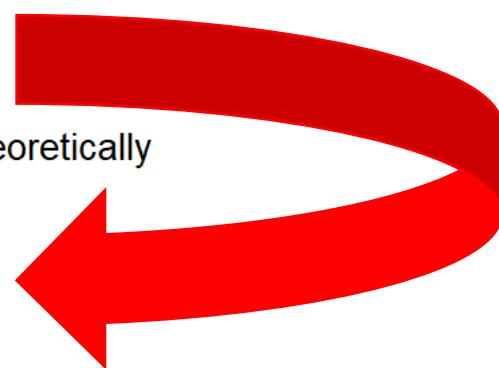
BER =

0.0012

BER Computed theoretically

ber =

3.8721e-06



numErrs =

0

NBE Computed Empirically

NBE =

0

BER Computed Empirically

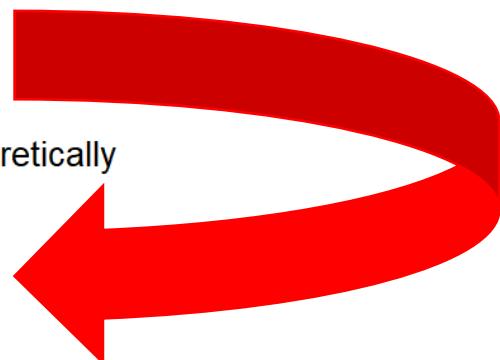
BER =

0

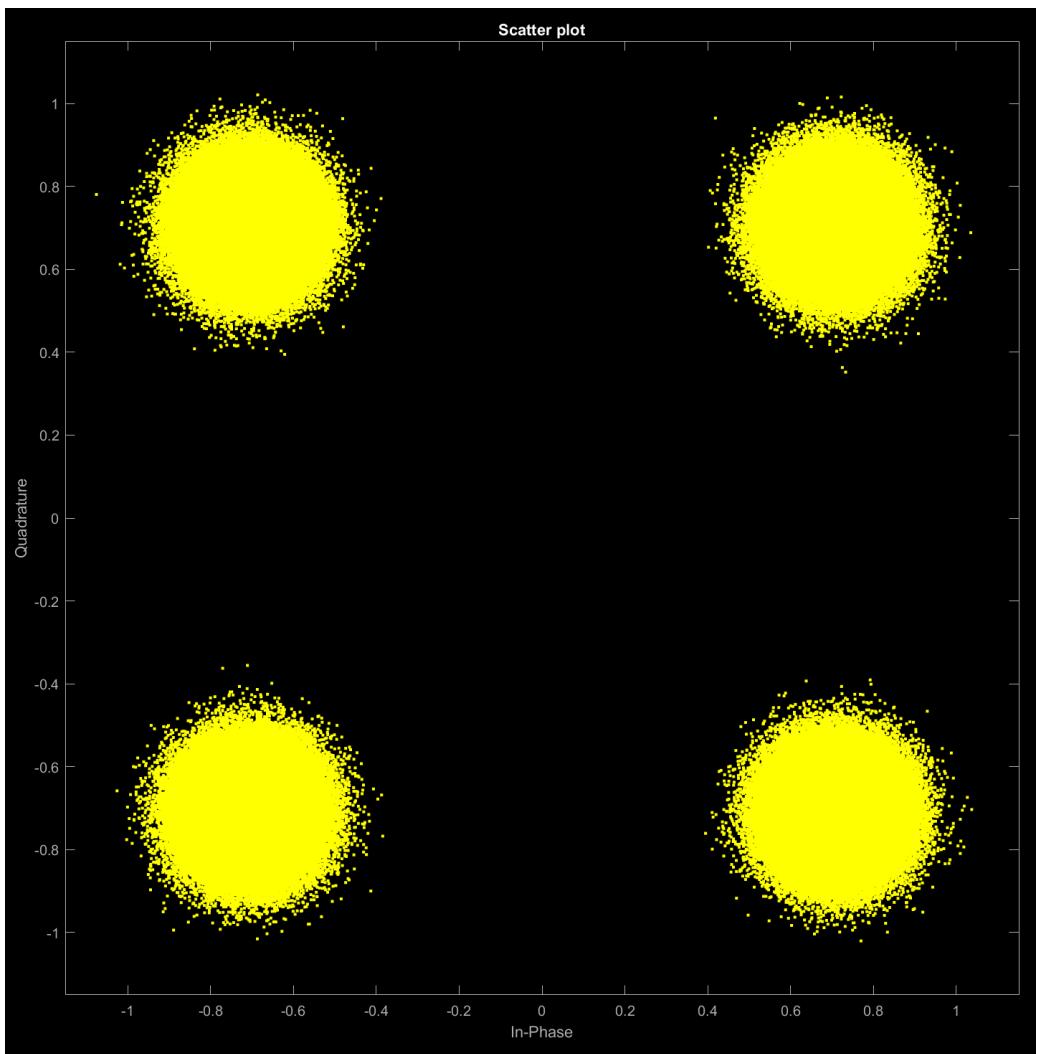
BER Computed theoretically

ber =

1.0442e-45



SNR=20



```
clc; clear all; close all;
% M-ary QAM BER hesaplama
M=16; % modülasyon derecesi, simbol sayısı 16QAM
n=1e6*log2(M); % işlenecek bit sayısı
% log2(M) bits per symbol
SNR=20; % sinyal gücünün gürültü gücüne oranı

dataIn = randi([0 1],n,1); % gönderilen rasgele bit dizisi
txSig =
qammod(dataIn,M,'InputType','bit','UnitAveragePower',true);
% gönderilen sinyal
% 'gray' – Use Gray Code ordering
% 'bin' – Use natural binary-coded ordering

rxSig = awgn(txSig,SNR); % alınan sinyal
% --- awgn Add white Gaussian noise to a signal.
scatterplot(rxSig)
% yıldız kümesi diyagramı
dataOut = qamdemod(rxSig,M,'bin','OutputType','bit');
% alınan bit dizisi, gürültü sebebiyle hatalı bitler var
```

```
numErrs = symerr(dataIn,dataOut)
% hatalı sembol sayısını hesapla

[NBE,BER]=biterr(dataIn,dataOut);
% hatalı bit sayısı ve bit hata oranı hesapla
disp('NBE Computed Empirically');
NBE
disp('BER Computed Empirically');
BER

ber=berawgn(SNR,'qam',M); % Teorik BER hesabı
disp('BER Computed theoretically');
ber
```

numErrs =

1000319

NBE Computed Empirically

NBE =

1000319

BER Computed Empirically

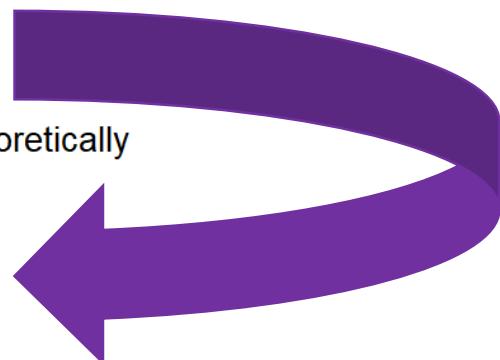
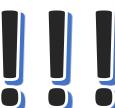
BER =

0.2501

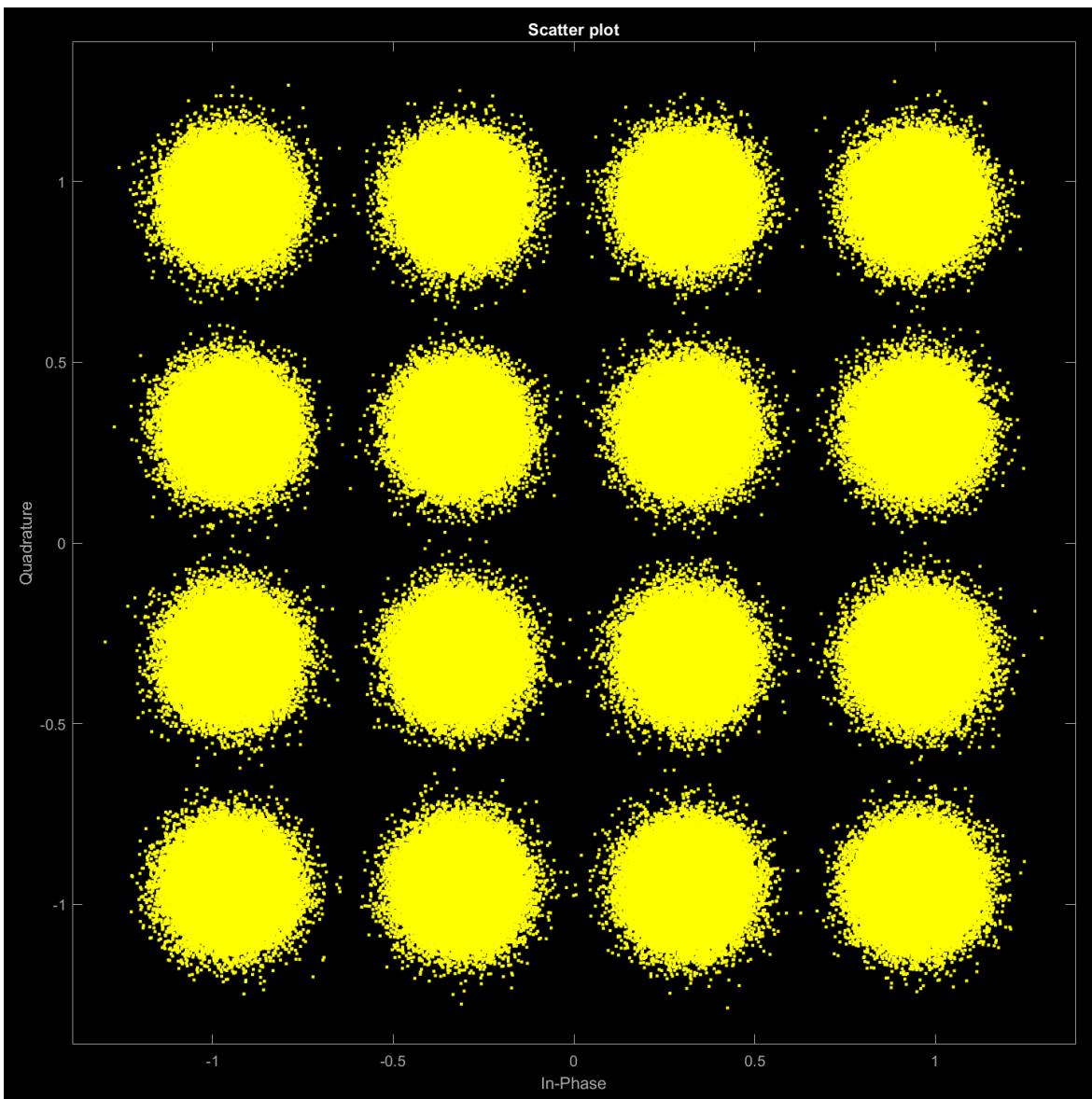
BER Computed theoretically

ber =

1.4040e-19



SNR=20



numErrs =

1005427

NBE Computed Empirically

NBE =

1005427

SNR=15

BER Computed Empirically

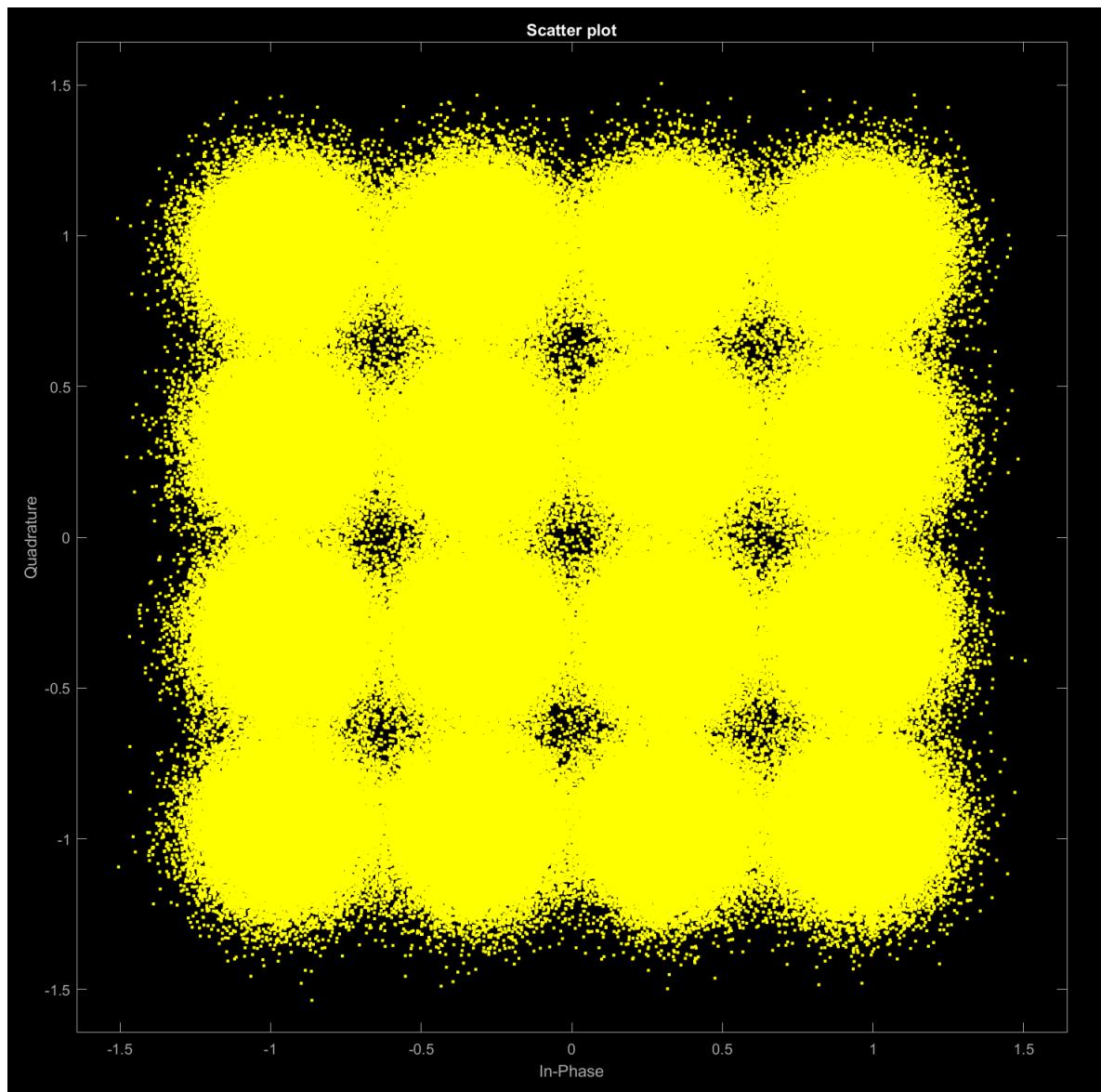
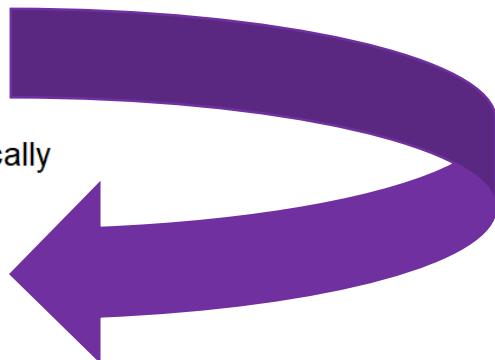
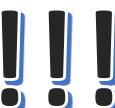
BER =

0.2514

BER Computed theoretically

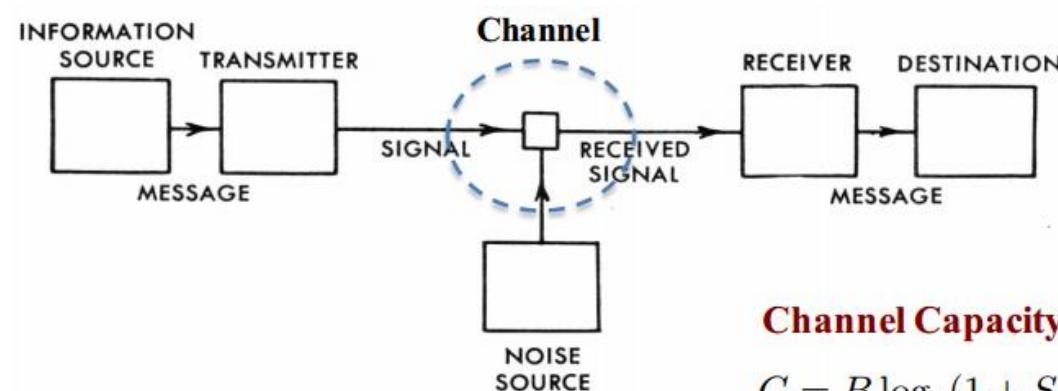
ber =

1.8419e-07



KAPASITE, SNR, BER

- C. Shannon tarafından temelleri atılan (1948) enformasyon teorisinde **kapasite**, kanal üzerinde hatasız olarak gönderilebilecek bilgi miktarının üst sınırı olarak açıklanmıştır. Bu sınırın pratikte ulaşılması oldukça zordur.
- Kapasite saniyede gönderilecek bit sayısını gösterir ve (bps) olarak ölçülür. Kanal kapasitesi, bant genişliği ve sinyal gürültü oranı (signal to noise ratio, SNR) değerlerine bağlı olarak hesaplanır. Veri hızı, kapasite değerinin üzerine çıkarsa alıcıda kod çözme (decoding) işlemi sırasında hatalar gözlenir.



Channel Capacity :

$$C = B \log_2(1 + SNR)$$

$$C = B \log_2 (1+S/N)$$

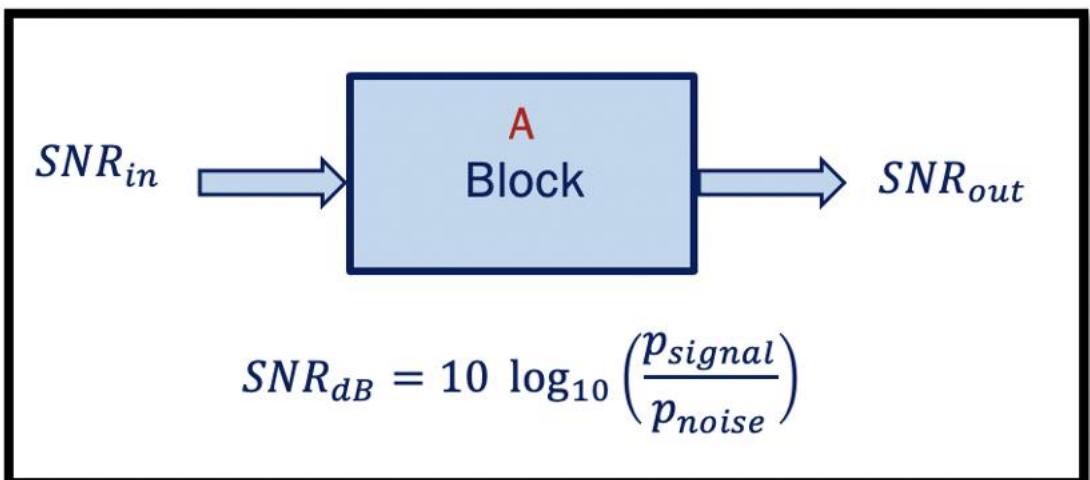
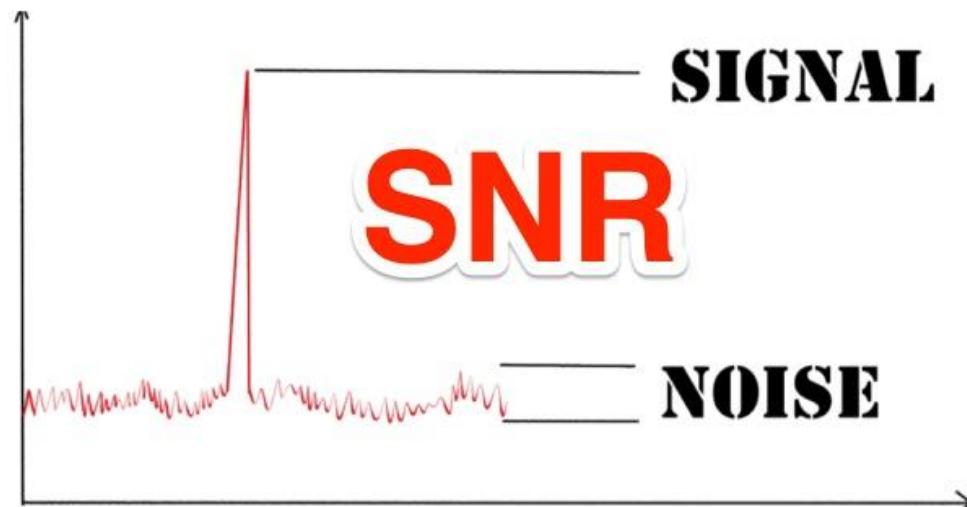
bandwidth of the channel
Channel capacity in bits/s signal-to-noise ratio

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_S}{P_N} \right)$$

P_S = Signal Power, P_N = Noise Power

$$AWGN = \sigma N(0,1)$$

Normal Distribution with mean = 0, variance = 1



- Sinyal gücünün 10 mW ve gürültü gücünün 1 μW olduğu haberleşme sisteminde SNR değerini dB olarak hesaplayın?

$$\text{SNR} = \frac{10,000 \mu\text{W}}{1 \mu\text{W}} = 10,000$$

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} 10,000 = 10 \log_{10} 10^4 = 40$$

- Bir haberleşme sisteminde kapasite değerinin 20 Mbps olduğu biliniyor. Bant genişliği 3 MHz ise bu kapasite değerine ulaşmak için ihtiyaç duyulan SNR değerini hesaplayın?

$$C = B \log_2 (1 + SNR)$$

$$20 \times 10^6 = 3 \times 10^6 \times \log_2 (1 + SNR)$$

$$\log_2 (1 + SNR) = 6.67$$

$$1 + SNR = 102$$

$$SNR = 101$$

58

- Dijital formda bir mesaj sinyali 3 KHz bant genişliğine sahip kanal üzerinden 20 dB sinyal gürültü oranı (SNR) değeri ile gönderiliyor. Ulaşılabilecek maksimum veri hızı değeri nedir?

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} (\text{SNR})$$

$$20 = 10 \log_{10} (\text{SNR})$$

$$\text{SNR} = 10^{20/10} = 100$$

$$C = B \log_2 (1+\text{SNR})$$

$$C = 3000 \log_2 (1+100)$$

$$C = 20 \text{ Kbps} \quad >> \log2(101)$$

ans =

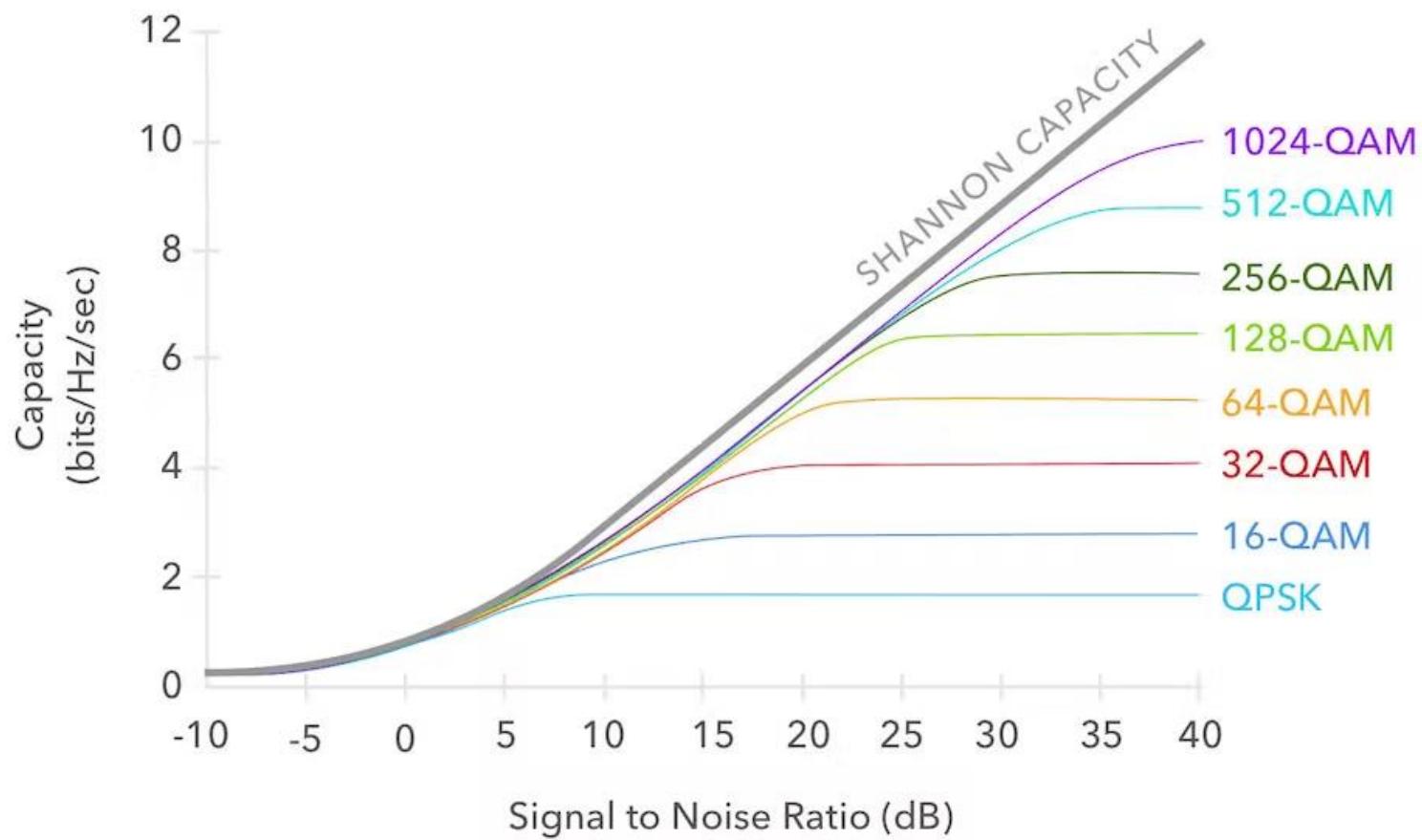
6.6582

- Yüksek dereceli modülasyon kullanıldığında veri transfer hızını ölçmek için baud (sembol) hızı kullanılır. Baud hızı birim zamanda sembol sayısıdır.

Multiplier	Scheme	Number of Bits	Bits Per Symbol	Symbol Example
1x	On-Off Keying	2^1	1	0
2x	QPSK	2^2	2	01
4x	16 QAM	2^3	4	0101
5x	32 QAM	2^4	5	01010
6x	64 QAM	2^5	6	010101
7x	128 QAM	2^6	7	0101010
8x	256 QAM	2^7	8	01010101
9x	512 QAM	2^8	9	010101010
10x	1024 QAM	2^9	10	0101010101

Modulation Type	BITS PER SYMBOL	UNIQUE SYMBOLS	SYMBOL RATE (BIT RATE = 80KBPS)
BPSK	1	2	80K Symbols/s
4 QAM (QPSK)	2	4	40K Symbols/s
16 QAM	4	16	20K Symbols/s
32 QAM	5	32	16K Symbols/s
64 QAM	6	64	13.3K Symbols/s
256 QAM	8	256	10K Symbols/s

5G's Higher Order Modulation Schemes vs Shannon Capacity



- Her sembol seçilen modülasyon tipine ve derecesine bağlı olarak değişen belirli sayıda bitten oluşur. Böylece genellikle **spektral verimlilik** (spectral efficiency) olarak isimlendirilen birim bant genişliği başına veri transfer hızı artırılır.

Modulation format	Theoretical bandwidth efficiency limits
MSK	1 bit/second/Hz
BPSK	1 bit/second/Hz
QPSK	2 bits/second/Hz
8PSK	3 bits/second/Hz
16 QAM	4 bits/second/Hz
32 QAM	5 bits/second/Hz
64 QAM	6 bits/second/Hz
256 QAM	8 bits/second/Hz

QAM Level	Number of Bits Per Symbol	Efficiency over Previous QAM Level
4 QAM	2	
8 QAM	3	50.00%
16 QAM	4	33.33%
32 QAM	5	25.00%
64 QAM	6	20.00%
128 QAM	7	16.67%
256 QAM	8	14.29%
512 QAM	9	12.50%
1024 QAM	10	11.11%

Number of bits represented by one symbol at all QAM levels

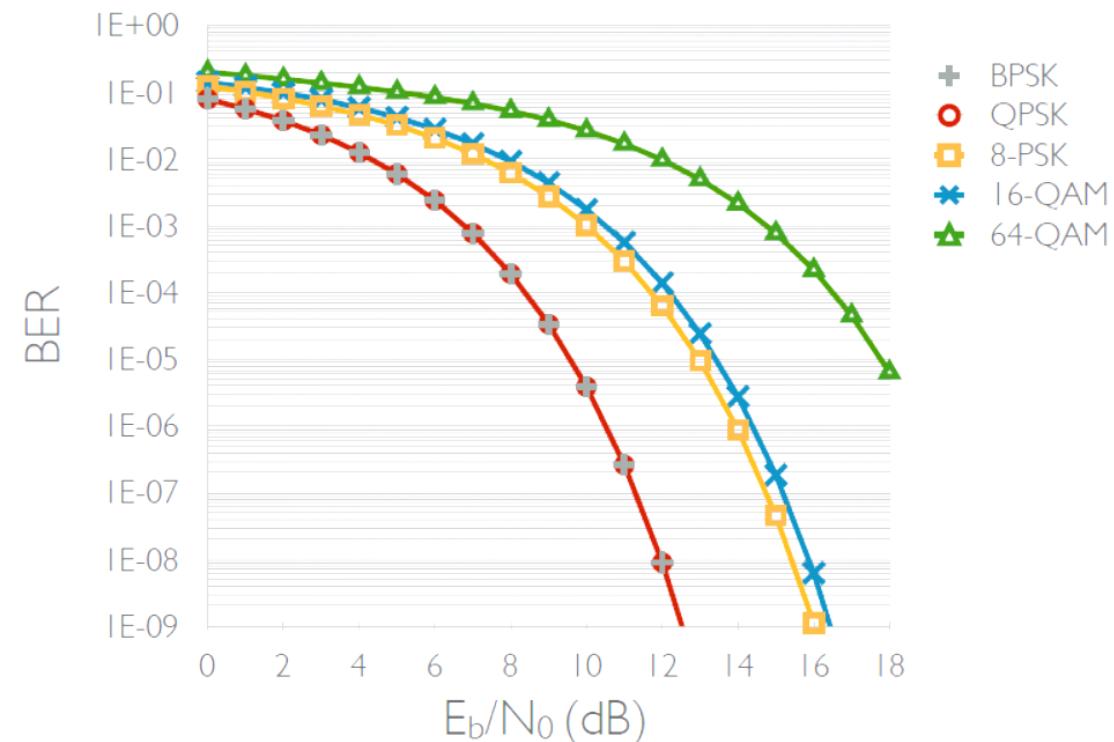
- Yüksek dereceli modülasyon ile simboller içinde daha fazla tutularak veri transfer hızı artırılabilir. Fakat bit sayısı artırıldığında aynı zamanda gönderilen bitlerin alıcıda birbirinden ayrılması oldukça zorlaşır, bu sebepten hatalı olarak alınan bit sayısı artar. Ayrıca yüksek dereceli modülasyon kullanımında sembollerin transferi için karmaşık bilgi kodlama teknikleri kullanılır.
- Yüksek dereceli modülasyon uygulamaları ancak alıcıda güçlü sinyal alınması durumunda tercih edilir. Kanal üzerinden alınan sinyal kalitesi, sinyal gürültü oranı (Signal-to-Noise Ratio, SNR) olarak ifade edilir ve desibel (dB) olarak ölçülür. SNR değeri artarsa gönderilen sinyal gürültüden daha az etkilenerek alıcıya ulaşır. Alıcı, hatalı bit olasılığı daha düşük olarak sinyali elde eder.

- Alıcıya ulaşan bitlerin hatalı olarak alınma olasılığı, SNR değerine bağlı olarak artar ve azalır. SNR değeri ile hatalı bit olasılığı ters orantılı olarak değişir. Sayısal haberleşme sistemlerinin performansı genellikle bit hata oranı (bit error rate, BER) değeri ile ölçülür. BER değeri, alınan hatalı bit sayısının gönderilen toplam bit sayısına oranı olarak ifade edilebilir.

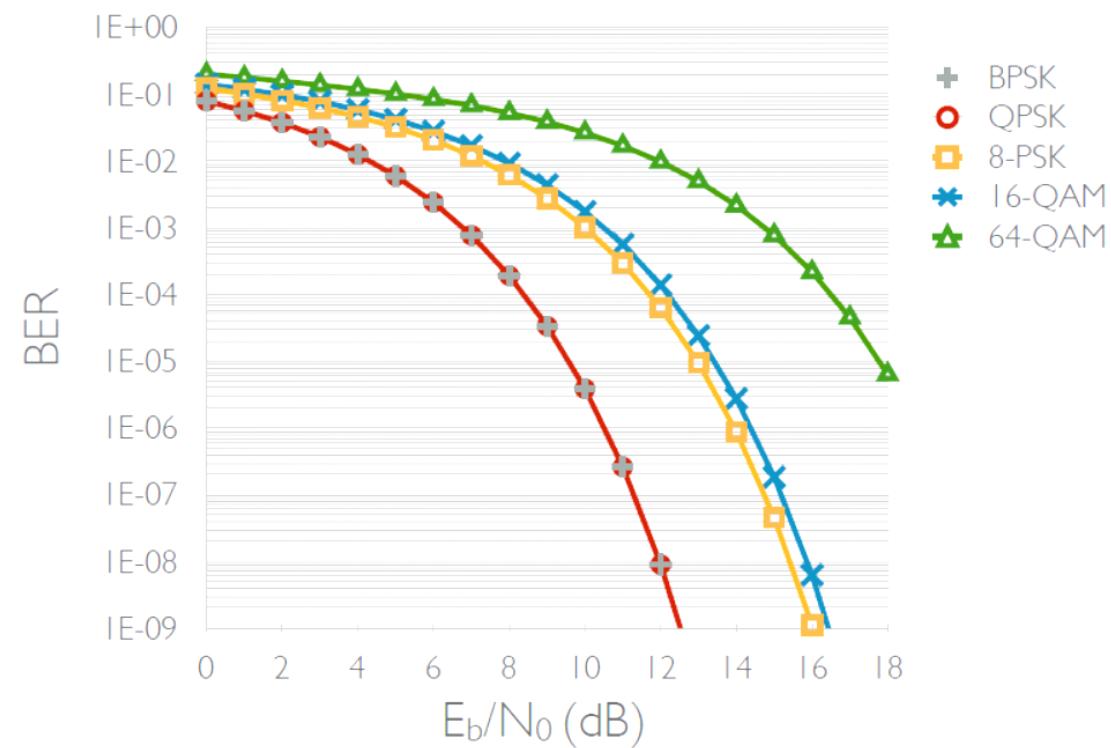
$$BER = \frac{\text{Hatalı Bit Say.}}{\text{Toplam Bit Say.}}$$

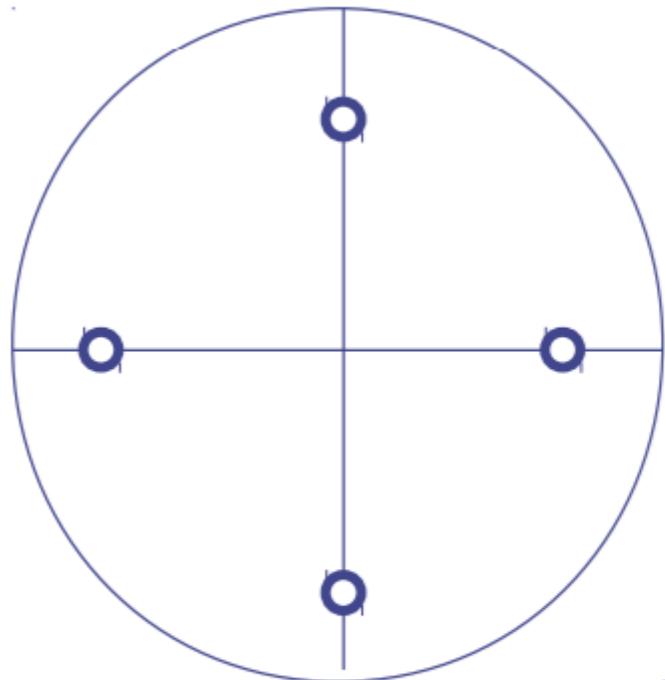
- BER değeri, bazı uygulamalarda gönderilen toplam bit sayısı içinde hatalı olarak alınan bit sayısına bağlı olarak bit hata olasılığı P_e olarak da ölçülür. Bazı uygulamalarda ise BER değeri yerine belirli sayıda bitten oluşan paket hata oranı (packet error rate, PER) değeri kullanılır.

- Haberleşme performansı alıcı üzerinde SNR değerinin fonksiyonu olarak BER değeri ile ölçülür. Farklı SNR değerleri için BER değeri grafiksel olarak çizilerek sistem performansı gösterilir. Düşük SNR durumunda BER artar, BER artarsa paket kayıpları oluşur, veri hızı düşer, veri transferinde gecikme meydana gelir.

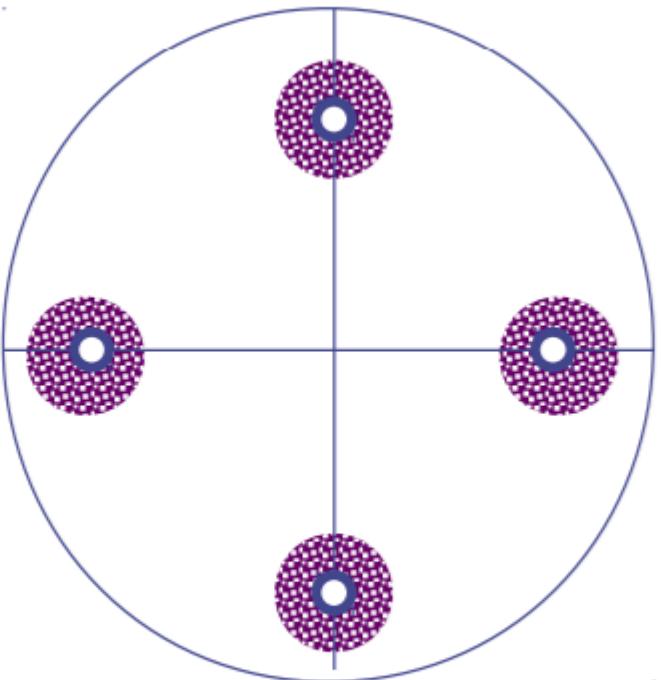


- Yüksek dereceli modülasyon uygulandığında aynı BER değerini elde etmek için daha yüksek sinyal gürültü oranı (SNR) değerine ihtiyaç vardır.

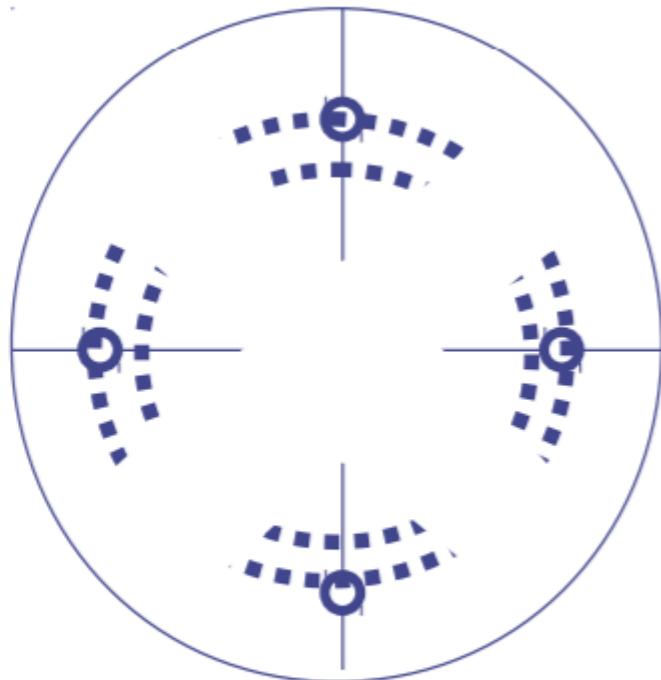




Perfect channel

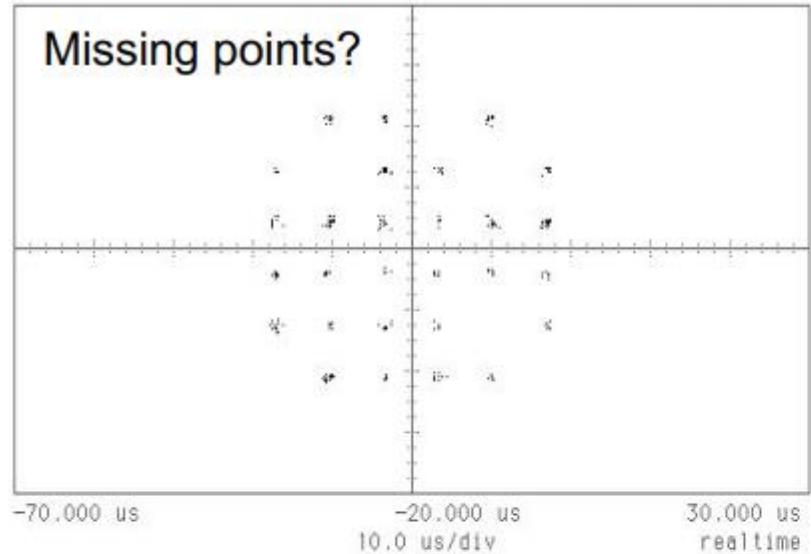


White noise

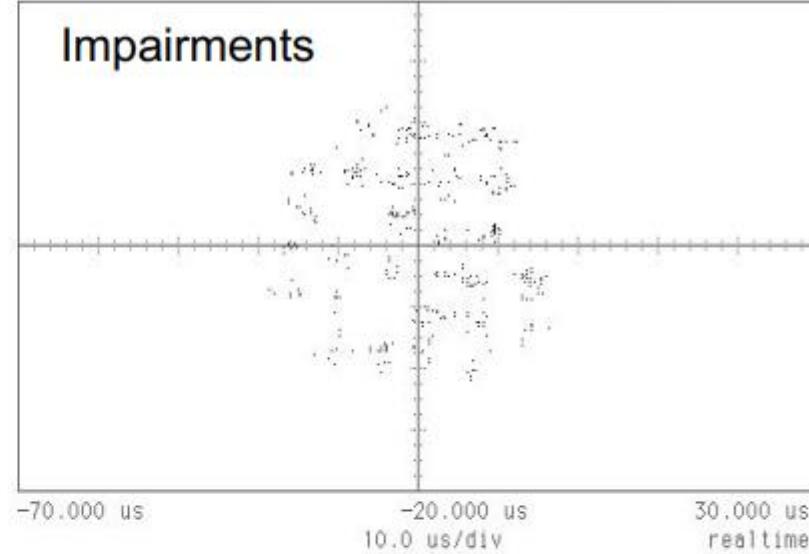


Phase jitter

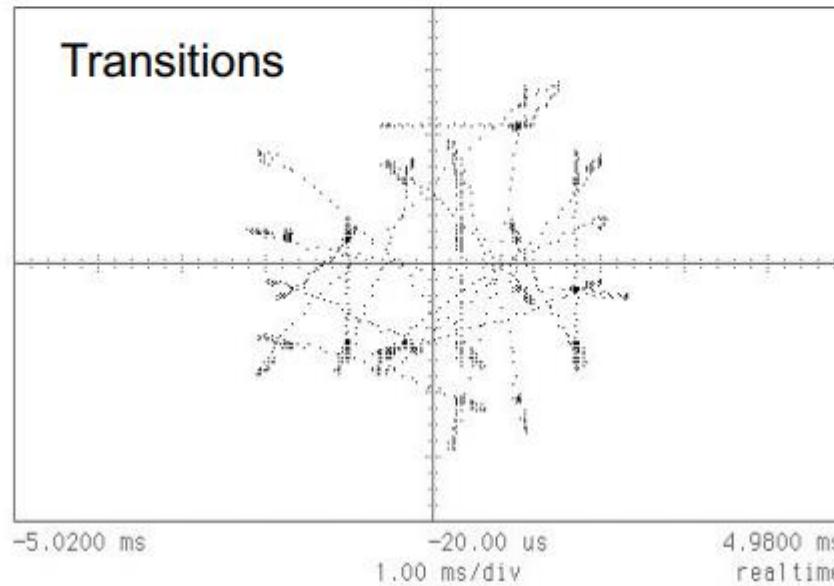
Missing points?



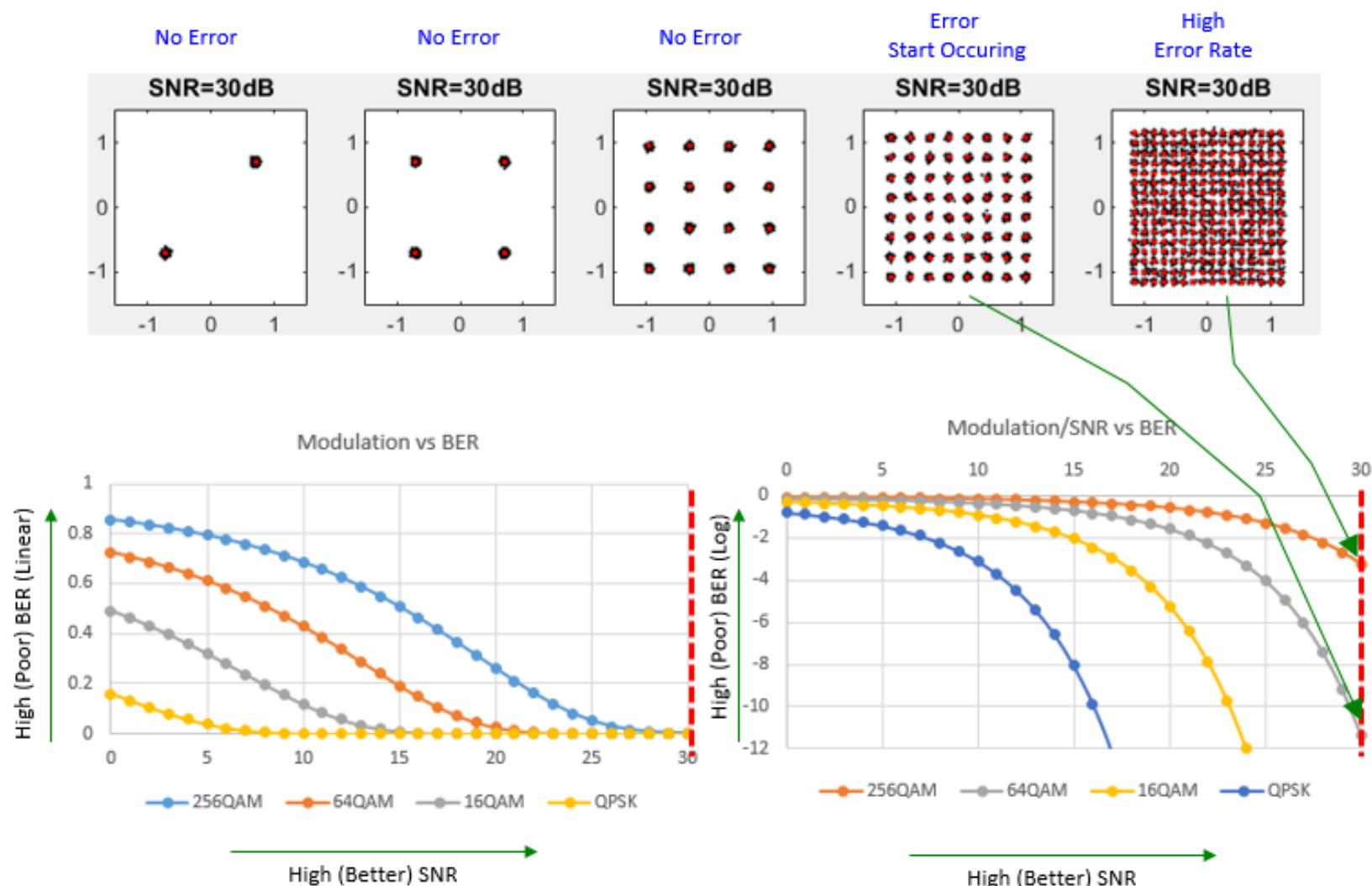
Impairments



Transitions



SNR ve BER



```

clear all; close all, clc;
% Number of symbols
N = 10000;
% Specify SNR in dB. Try setting various different value
here and see how the result changes
SNR_dB = 10;
% Create a randomly generated QAM symbols
s = (2*randi([0 1],1,N)-1)+j*(2*randi([0 1],1,N)-1);
% Calculate Symbol Energy
Eavg = sum(abs(s) .^ 2)/N;
% Convert SNR (in dB) to SNR (in Linear)
SNR_lin = 10 .^ (SNR_dB/10);
% Calculate the Sigma (Standard Deviation) of AWGN
awgnSigma = sqrt(Eavg/(2*SNR_lin));
% Generate a sequence of noise with Normal Distribution and
rescale it with the sigma
awgn = awgnSigma*(randn(1,N)+j*randn(1,N));
% Add the noise to the original signal
y = s + awgn;
% Plot the noised signal and the original signal
plot(real(y),imag(y), 'ko', 'MarkerFaceColor', [0 0
0], 'MarkerSize',1);
axis([-2 2 -2 2]);
title(strcat('SNR=', num2str(SNR_dB), ' dB'));
hold on;
plot(real(s),imag(s), 'ro', 'MarkerFaceColor', [1 0
0], 'MarkerSize',8);
axis([-2 2 -2 2]);
hold off;

```

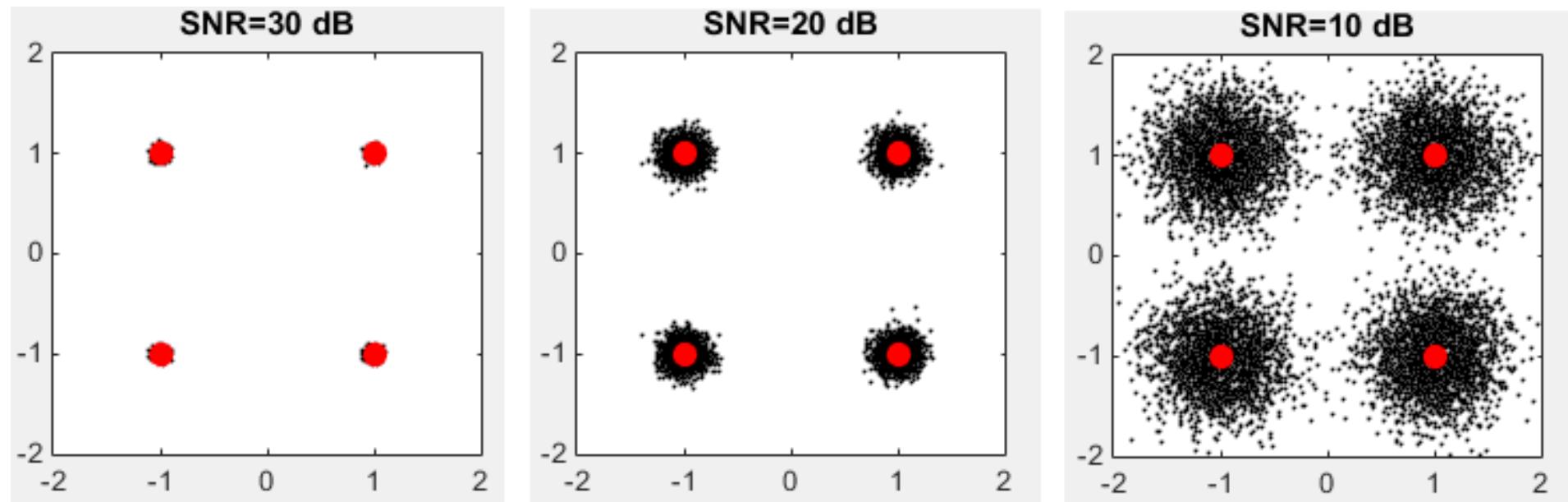
$$E_s = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} |s_i|^2$$

$\sqrt{\frac{E_s}{SNR_{linear}}}$ Symbol is real

$\sqrt{\frac{E_s}{2 SNR_{linear}}}$ Symbol is complex

$AWGN = \sigma N(0,1)$

Normal Distribution with mean = 0, variance = 1



- Alıcıda yüksek SNR sağlanması durumunda daha yüksek dereceli modülasyon planları tercih edilirken, düşük SNR durumunda modülasyon derecesi azaltılır ve hata olasılığı düşürülür. Bu uygulama uyarlamalı modülasyon (adaptive modulation) olarak adlandırılır.

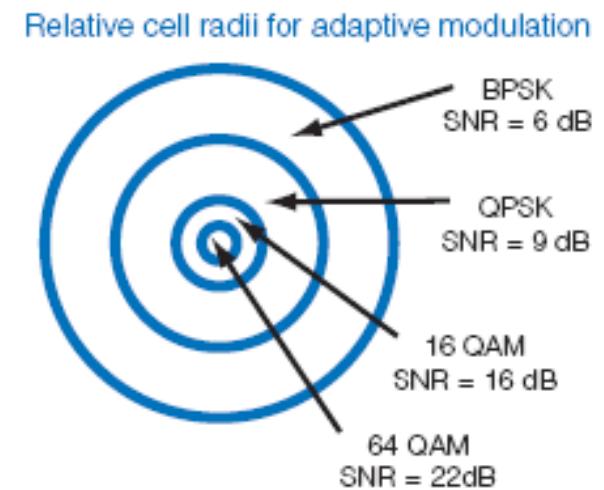
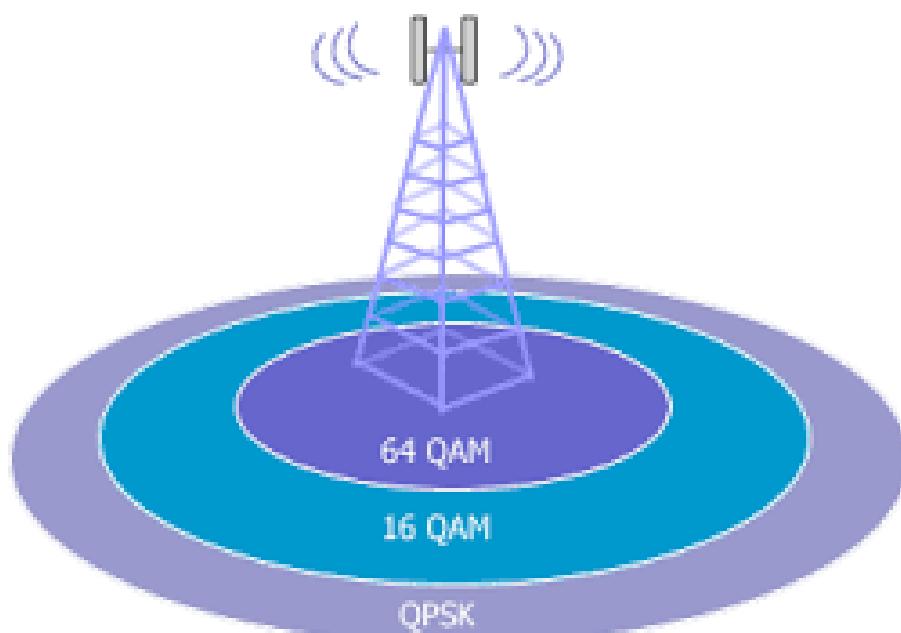
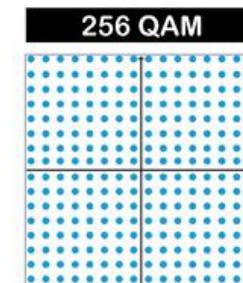
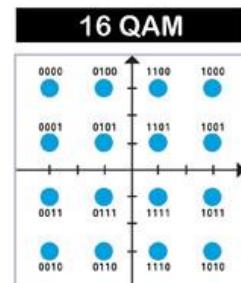


Figure 4 Adaptive modulation allows the WiMax system to adjust the signal modulation scheme depending on the SNR condition of the radio link. When the radio link is high in quality, the highest modulation scheme is used, giving the system more capacity.

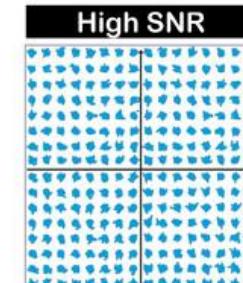
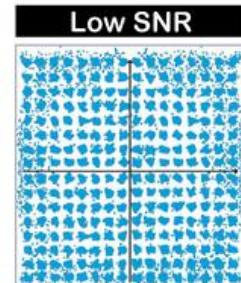
Advanced Modulation Required for Higher Throughput

Transition to 256 QAM drives need for higher quality RF

Higher order modulation adds more communication resolution increasing signal density



The RF challenge is to keep the signals distinct with a high signal to noise ratio (SNR)



Vs.

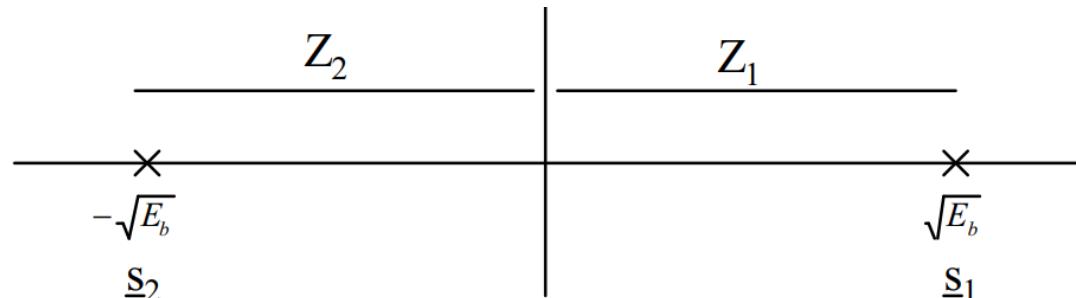
Achieved with better RF filters, amplifiers, switches, tuning and module design

- Alıcı üzerinde SNR değeri hesaplanması için farklı kablosuz kanal modelleri önerilmiştir. Bu kanal modellerinin hepsinde verici ile alıcı arasındaki uzaklığı bağlı olarak yol kaybı ve kazanç mevcuttur. Zamanla değişen kanal kazanç parametresini modellemek için çeşitli olasılık dağılım fonksiyonları mevcuttur. Bunlar arasında en önemli olanlar AWGN, Rayleigh ve Rician kanal modelleridir.
- AWGN kanal üzerinde vericiden gönderilen sinyal üzerine gürültü eklenir. Rayleigh kanal modeli, kentsel alanlar gibi ortamda bulunan engeller sebebiyle çok yolu yayılımı gerçekleşmesi durumunda geçerlidir. Rician kanal modeli, verici ile alıcı arasında doğrudan görüş hattı mevcut olması halinde geçerlidir.

Gürültülü (AWGN) Kanal

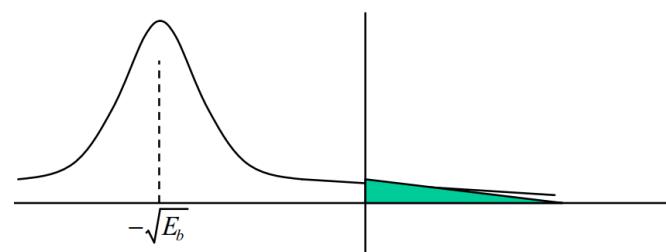
- BPSK modülasyonunda s_1 sinyali Z_1 bölgesinde dışında, s_2 sinyali ise Z_2 bölgesi dışında kalırsa hata meydana gelir. Hatanın kaynağında kanal üzerinde bulunan ortalaması 0 ve varyansı $\frac{N_0}{2}$ olan gürültü vardır.

$$\underline{s}_i + \underline{n} = \underline{r}, i=1,2$$



- Hatalı olarak alınan sinyal, ortalaması $-\sqrt{E_b}$ ve varyansı $\frac{N_0}{2}$ olan r rastgele değişkeni ile gösterilirse hata olasılığı aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

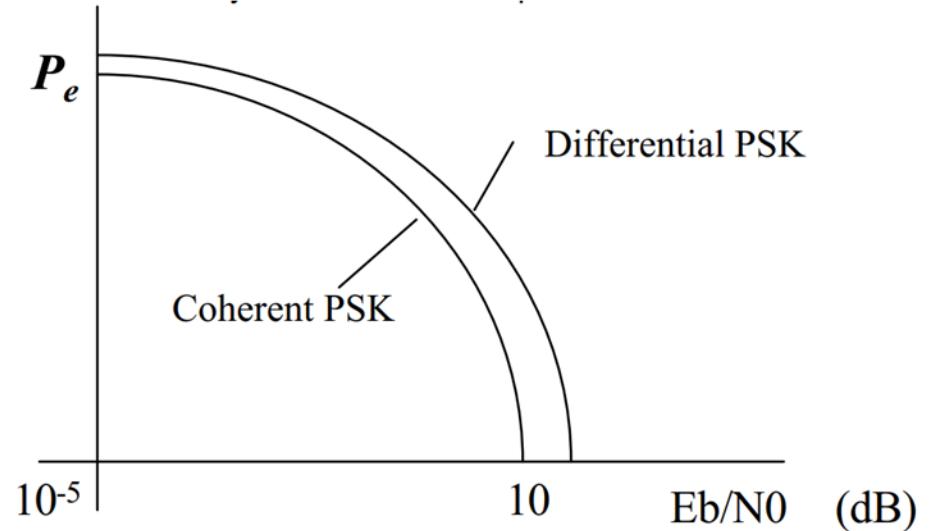
$$P_e = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{N_0}{2}} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{(x+\sqrt{E_b})^2}{N_0}\right)\right] dx$$



$$Z = \frac{(x + \sqrt{E_b})}{\sqrt{\frac{N_0}{2}}} \quad \Rightarrow \quad dZ = \frac{dx}{\sqrt{\frac{N_0}{2}}}$$

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad Z = \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}$$

$$P_e = \int_{\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-Z^2}{2}\right) dz = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q(\gamma_b)$$



<https://www.mathworks.com/help/comm/ug/bit-error-rate-ber.html>

- MATLAB'da **Q(.)** fonksiyonu bulunmaz, bunun yerine **erf** fonksiyonu kullanılır.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{ax^2}{2}} dx = \sqrt{\frac{2\pi}{a}}$$

$$Q(\alpha) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$Q(-\infty) = 1 \quad ; \quad Q(0) = \frac{1}{2} \quad ; \quad Q(\infty) = 0 \quad ; \quad Q(-x) = 1 - Q(x)$$

$$\text{erf}(\alpha) \triangleq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha} e^{-x^2} dx \quad ; \quad \text{erf}(0) = 0 \quad ; \quad \text{erf}(\infty) = 1$$

$$Q(\alpha) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{erf} \left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}} \right) \quad ; \quad \text{erf}(\alpha) = 1 - 2Q(\sqrt{2}\alpha)$$

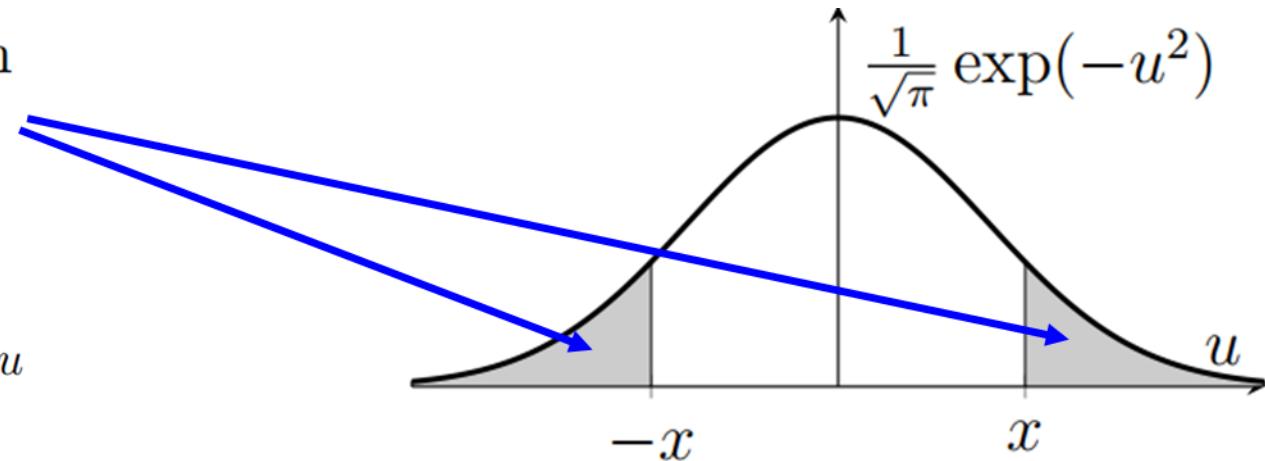
complementary error function

$$\text{erf}(x) = 1 - \text{erfc}(x)$$

$$\text{erfc}(x) = 2 \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) du$$

$$\text{erfc}(x) = 2Q\left(x\sqrt{2}\right)$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$$



marcumq

Generalized Marcum Q function

Syntax

```
Q = marcumq(a,b)
Q = marcumq(a,b,m)
```

Description

`Q = marcumq(a,b)` computes the Marcum Q function of a and b , defined by

$$Q(a,b) = \int_b^{\infty} x \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_0(ax) dx$$

where a and b are nonnegative real numbers. In this expression, I_0 is the modified Bessel function of the first kind of zero order.

`Q = marcumq(a,b,m)` computes the generalized Marcum Q, defined by

$$Q(a,b) = \frac{1}{a^{m-1}} \int_b^{\infty} x^m \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_{m-1}(ax) dx$$

where a and b are nonnegative real numbers, and m is a positive integer. In this expression, I_{m-1} is the modified Bessel function of the first kind of order $m-1$.

If any of the inputs is a scalar, it is expanded to the size of the other inputs.

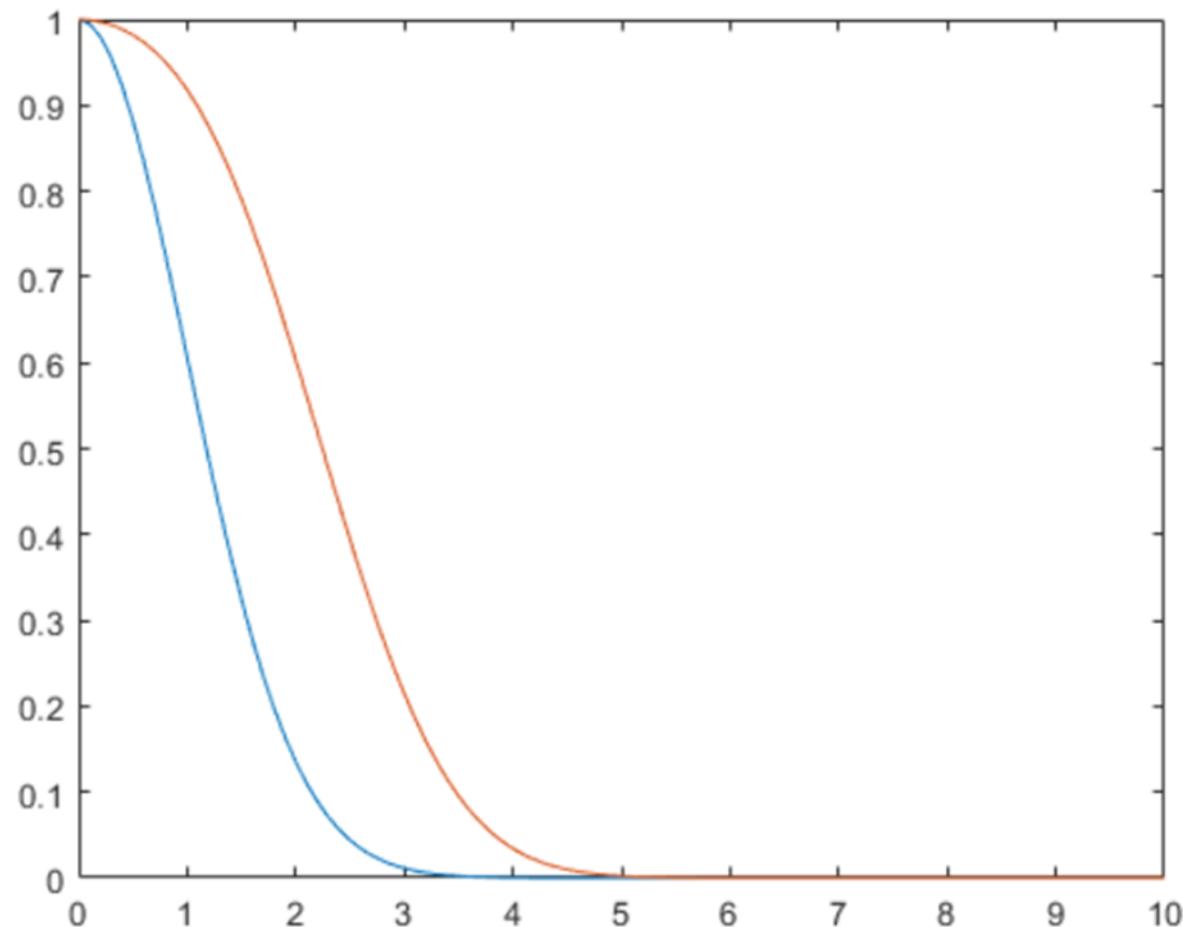
Q function

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2/2) dt$$

Marcum Q function

$$Q(a,b) = \int_b^{\infty} t \exp\left(-\frac{t^2 + a^2}{2}\right) I_0(at) dt$$

```
x = (0:0.1:10)';  
  
Q1 = marcumq(0,x);  
Q2 = marcumq(2,x);  
  
plot(x,[Q1 Q2])
```



- Faz kaydırmalı anahtarlama (PSK) tekniğinde taşıyıcı sinyalin fazı değiştirilerek dijital veri transferi gerçekleştirilir. En basit PSK uygulaması BPSK modülasyonu uygulanarak gerçekleştirilir. BPSK (veya 2-PSK) modülasyonunda 0 ve 1 bitleri taşıyıcı sinyalin aralarında 180° faz farkı bulunan iki farklı fazında gönderilir. Sinyal genliği sabit olup $\sqrt{E_b}$ ile $-\sqrt{E_b}$ değerlerine sahip olur. BPSK modülasyonlu sinyalin matematiksel ifadesi şöyledir:

$$S_c(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) + \pi(1 - n) \quad n = 0, 1$$

E_b : bit başına tüketilen enerji

$$E_b = p_0 T_b \quad T_b : \text{bit periyodu}$$

Bit başına tüketilen enerji E_b , verici gücü p_0 ile bit periyodunun T_b çarpımına eşittir ve Joule olarak ölçülür.

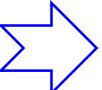
- AWGN kanal üzerinde bit başına tüketilen enerji E_b ve gürültü güç spektral yoğunluğu N_0 olmak üzere BPSK modülasyonu için bit hata olasılığı:

$$P_{e,BPSK} = Q \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}$$

- Q fonksiyonu Gaussian olasılık yoğunluk fonksiyonu (P.D.F.) kuyruğu altında kalan alanı hesaplamak için kullanılır.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\left(\frac{t^2}{2}\right)} dt$$

- BER değerinin hesaplanması için Q fonksiyonu yerine tamamlayıcı hata fonksiyonu kullanılabilir.

erfc  complementary error function

$$\text{BER}_{\text{BPSK, AWGN}} = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

- Sabit enerji ve gürültü seviyesinde gönderilen 0 ve 1 bitleri arasındaki uzaklık maksimum olduğundan, BPSK modülasyonu için en düşük bit hata olasılığı (BER) değerine sahiptir.
- BPSK modülasyonu ile simbol başına sadece 1 bit gönderildiği için bant genişliği kullanım verimliliği düşüktür. Bu sebepten yüksek veri transfer hızı istenen uygulamalarda BPSK kullanılması tercih edilmez.
- PSK modülasyonunda bant genişliğini daha verimli kullanarak veri transfer hızını artırmak mümkündür. Bunun için yüksek seviyeli modülasyon teknikleri kullanılır.

- QPSK modülasyonu ile 4 farklı fazda yerleştirilmiş 2 bit uzunlığında semboller gönderilir. Semboller arasında 90° faz farkı vardır. QPSK modülasyonlu sinyalin matematiksel ifadesi şöyledir:

$$S_{qpsk}(t) = \left\{ \sqrt{E_s} \cos \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right] \phi_1(t) - \sqrt{E_s} \sin \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right] \phi_2(t) \right\} \quad i = 1, 2, 3, 4$$

- Burada $\phi_1(t)$ ve $\phi_2(t)$ temel vektörlerdir.

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cos(2\pi f_c t) \quad \phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \sin(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T_s$$

T_s : simbol periyodu

E_s : simbol başına tüketilen enerji

- AWGN kanal için M-ary PSK modülasyonu uygulanırsa BER değeri:

$$\text{BER}_{M-\text{PSK}} = \frac{2}{\max(\log_2 M, 2)} \sum_{k=1}^{\max(M/4, 1)} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b \log_2 M}{N_0}} \sin \frac{(2k-1)\pi}{M}\right)$$

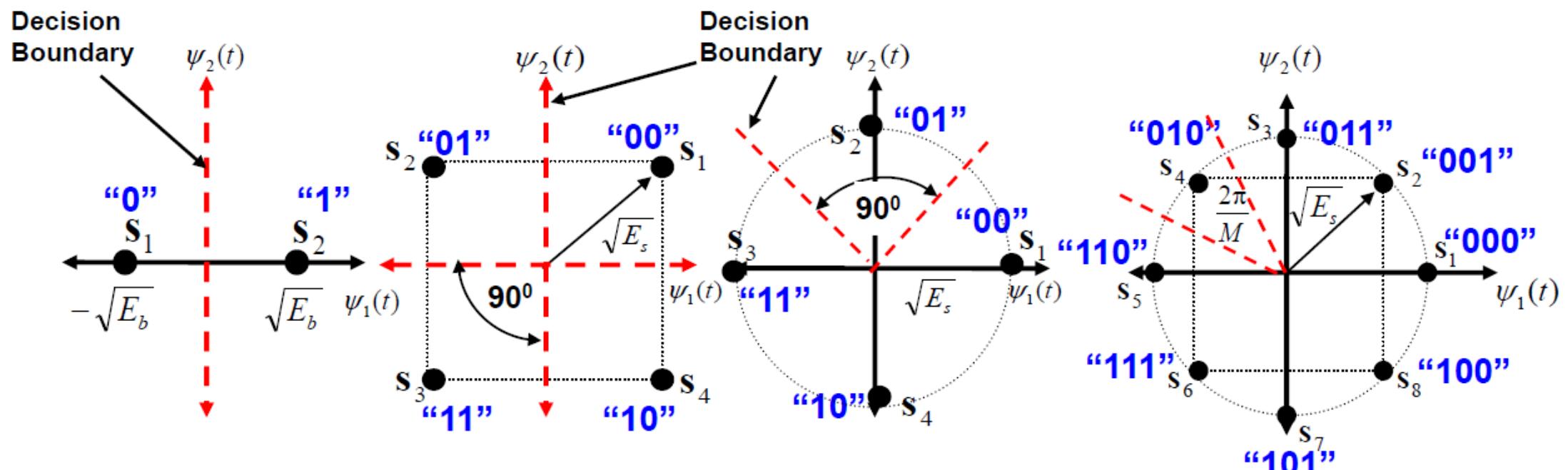
$$M = 2 \quad \Rightarrow \quad \text{BER}_{\text{BPSK}} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

- QPSK modülasyonu için bit hata olasılığı ifadesi BPSK ile aynıdır.

$$P_{e,QPSK} = Q\left[\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}\right]$$

- $M > 4$ ve yüksek E_b/N_0 değerleri için BER ifadesi basitleştirilerek aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\text{BER}_{M-\text{PSK}} = \frac{2}{\log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b \log_2 M}{N_0}} \sin \frac{\pi}{M}\right)$$



BPSK (M = 2)

$k = 1$ -bit/state

$M = 2^1 = 2$ states

$\Delta\theta = 180^\circ$ step

$d = 2\sqrt{E_s} = 2\sqrt{E_b}$

where the minimum distance between phase states is: $d_{\min} = 2\sqrt{E_s} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)$

QPSK (M = 4)

$k = 2$ -bits/state

$M = 2^2 = 4$ states

$\Delta\theta = 90^\circ$ steps

$d_{\min} = \sqrt{2E_s} = 2\sqrt{E_b}$

QPSK also

$k = 2$ -bits/state

$M = 2^2 = 4$

$\Delta\theta = 90^\circ$ steps

$d_{\min} = \sqrt{2E_s} = 2\sqrt{E_b}$

8-PSK (M = 8)

$k = 3$ -bits/state

$M = 2^3 = 8$ states

$\Delta\theta = 45^\circ$ steps

$d_{\min} = 0.7654\sqrt{E_s}$

<https://www.mathworks.com/help/comm/ug/phase-modulation.html>

BPSK

The probability of a bit error in an AWGN channel is

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right),$$

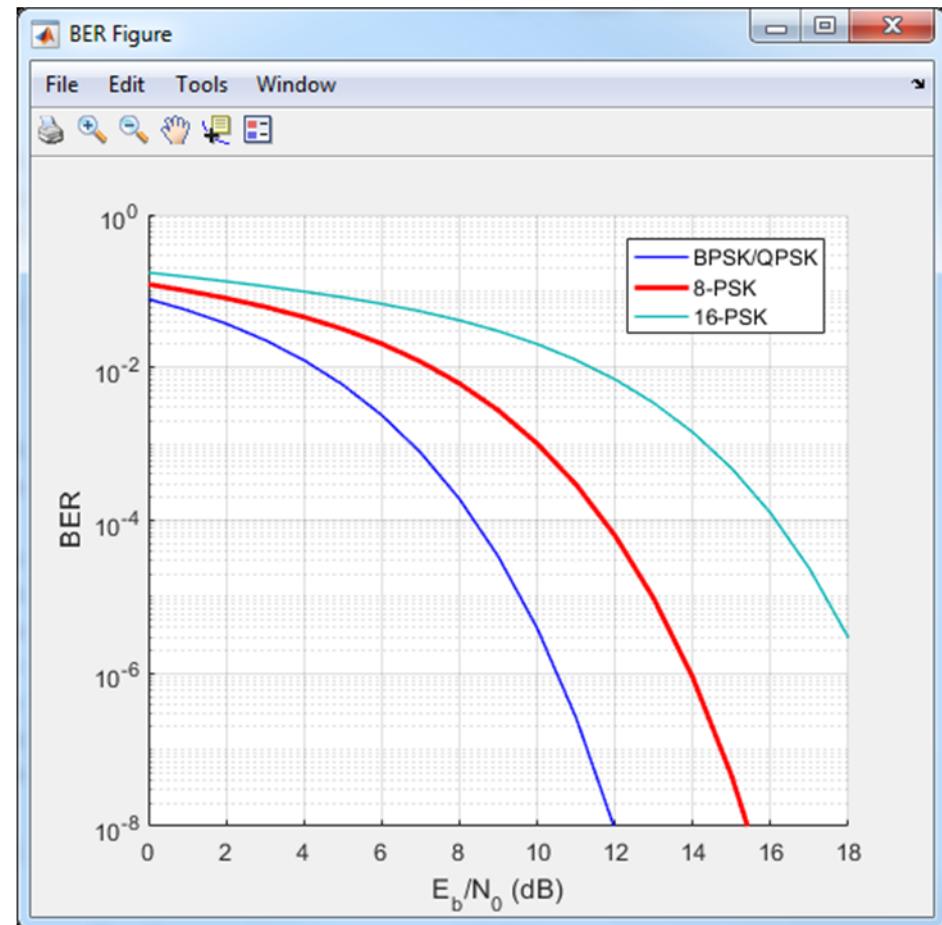
where N_0 is the noise power spectral density.

QPSK

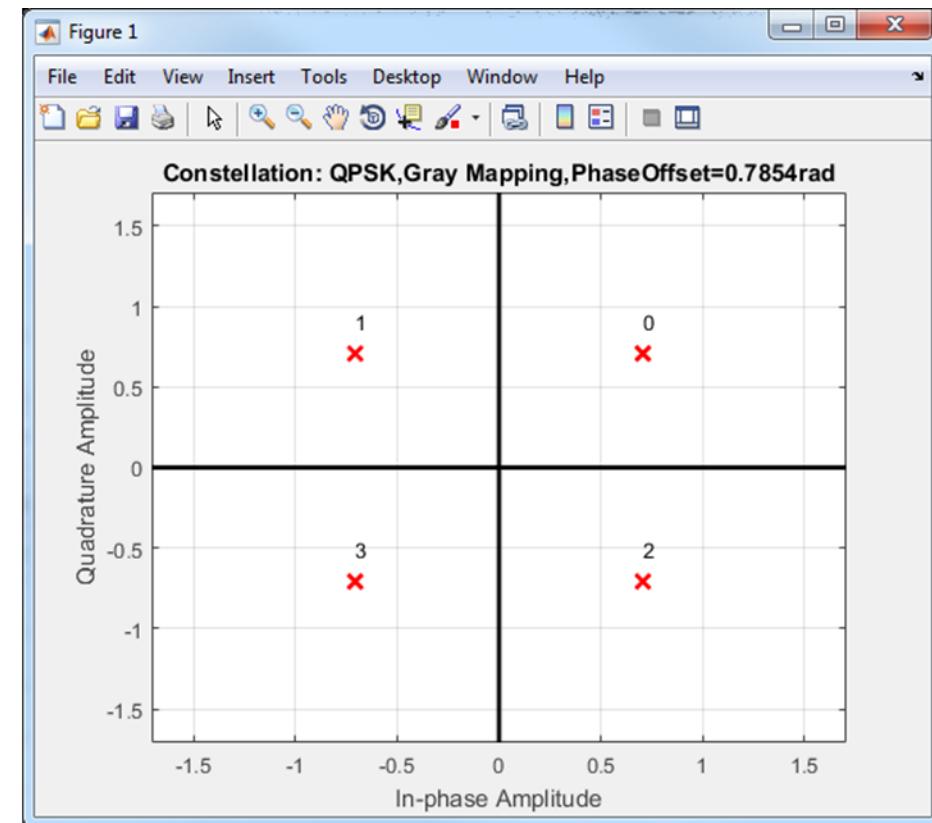
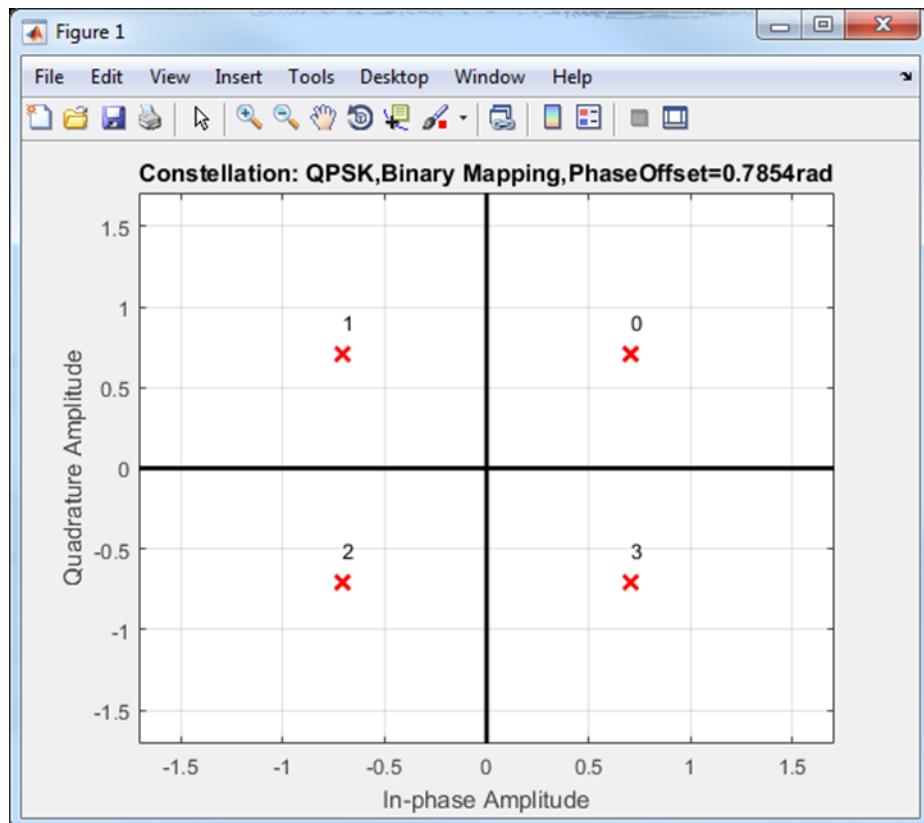
The bit error probability for QPSK in AWGN with Gray coding is

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right),$$

which is the same as the expression for BPSK. As a result, QPSK provides the same performance with twice the bandwidth efficiency.



Binary ve Gray Kodlama



Binary Sequence	Gray-coded Sequence
00	00
01	01
10	11
11	10

OQPSK

For OQPSK, the quadrature signal has a 1/2 symbol period offset (0.5 s).

The BER for an OQPSK signal in AWGN is identical to that of a QPSK signal. The BER is

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right),$$

where E_b is the energy per bit and N_0 is the noise power spectral density.

BPSK**QPSK**

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

OQPSK

Modulation	$P_s(\gamma_s)$	$P_b(\gamma_b)$
BPSK		$P_b = Q\left(\sqrt{2\gamma_b}\right)$
QPSK	$P_s \approx 2Q\left(\sqrt{\gamma_s}\right)$	$P_b \approx Q\left(\sqrt{2\gamma_b}\right)$
MPSK	$P_s \approx 2Q\left(\sqrt{2\gamma_s} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$	$P_b \approx \frac{2}{\log_2 M} Q\left(\sqrt{2\gamma_b \log_2 M} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$
M-QAM	$P_s \approx 4Q\left(\sqrt{\frac{3\bar{\gamma}_s}{M-1}}\right)$	$P_b \approx \frac{4}{\log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{3\bar{\gamma}_b \log_2 M}{M-1}}\right)$

SORU - CEVAP

SORU

- BASK modülasyonu uygulanan bir sayısal haberleşme sisteminde Gaussian gürültü gücü $N_0 = 1 \times 10^{-11}$ Watt/Hz olarak veriliyor. 300 bps veri hızında BER değerinin 1×10^{-5} olması için taşıyıcı sinyal genliği ne olmalıdır? Veri hızının 3 Kbps ve 9,6 Kbps değerlerine çıkması için taşıyıcı genliği hangi değerleri almalıdır?

$$BER_{BASK} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

tablo

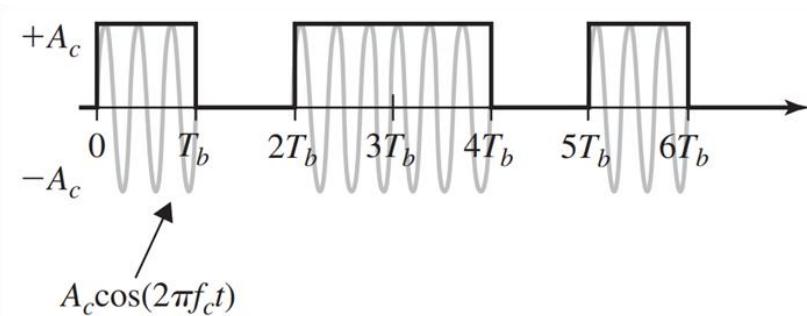
$$BER_{BASK} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

$$BER = 10^{-5}, \sqrt{\frac{E_b}{N_o}} = 4.27 \text{ or } \frac{E_b}{N_o} = (4.27)^2 = 18.233.$$

$$N_o = 10^{-11} \text{ W/Hz} \quad E_b = 18.233 \times 10^{-11}$$

$$\text{Binary 1: } s_1(t) = A_c \cos(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t \leq T_b$$

$$\text{Binary 0: } s_2(t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T_b$$



$$E_1 = \text{Energy in } s_1(t) = \int_0^{T_b} s_1^2(t) dt = \int_0^{T_b} A_c^2 \cos^2(2\pi f_c t) dt = \frac{A_c^2 T_b}{2}$$

$$E_2 = \text{Energy in } s_2(t) = 0$$

$$E_b = \frac{E_1 + E_2}{2} \quad E_b = \frac{A_c^2 T_b}{4}$$

x	$Q(x)$	x	$Q(x)$	x	$Q(x)$	x	$Q(x)$
0.00	0.5	2.30	0.010724	4.55	2.6823×10^{-6}	6.80	5.231×10^{-12}
0.05	0.48006	2.35	0.0093867	4.60	2.1125×10^{-6}	6.85	3.6925×10^{-12}
0.10	0.46017	2.40	0.0081975	4.65	1.6597×10^{-6}	6.90	2.6001×10^{-12}
0.15	0.44038	2.45	0.0071428	4.70	1.3008×10^{-6}	6.95	1.8264×10^{-12}
0.20	0.42074	2.50	0.0062097	4.75	1.0171×10^{-6}	7.00	1.2798×10^{-12}
0.25	0.40129	2.55	0.0053861	4.80	7.9333×10^{-7}	7.05	8.9459×10^{-13}
0.30	0.38209	2.60	0.0046612	4.85	6.1731×10^{-7}	7.10	6.2378×10^{-13}
0.35	0.36317	2.65	0.0040246	4.90	4.7918×10^{-7}	7.15	4.3389×10^{-13}
0.40	0.34458	2.70	0.003467	4.95	3.7107×10^{-7}	7.20	3.0106×10^{-13}
0.45	0.32636	2.75	0.0029798	5.00	2.8665×10^{-7}	7.25	2.0839×10^{-13}
0.50	0.30854	2.80	0.0025551	5.05	2.2091×10^{-7}	7.30	1.4388×10^{-13}
0.55	0.29116	2.85	0.002186	5.10	1.6983×10^{-7}	7.35	9.9103×10^{-14}
0.60	0.27425	2.90	0.0018658	5.15	1.3024×10^{-7}	7.40	6.8092×10^{-14}
0.65	0.25785	2.95	0.0015889	5.20	9.9644×10^{-8}	7.45	4.667×10^{-14}
0.70	0.24196	3.00	0.0013499	5.25	7.605×10^{-8}	7.50	3.1909×10^{-14}
0.75	0.22663	3.05	0.0011442	5.30	5.7901×10^{-8}	7.55	2.1763×10^{-14}
0.80	0.21186	3.10	0.0009676	5.35	4.3977×10^{-8}	7.60	1.4807×10^{-14}
0.85	0.19766	3.15	0.00081635	5.40	3.332×10^{-8}	7.65	1.0049×10^{-14}
0.90	0.18406	3.20	0.00068714	5.45	2.5185×10^{-8}	7.70	6.8033×10^{-15}
0.95	0.17106	3.25	0.00057703	5.50	1.899×10^{-8}	7.75	4.5946×10^{-15}
1.00	0.15866	3.30	0.00048342	5.55	1.4283×10^{-8}	7.80	3.0954×10^{-15}
1.05	0.14686	3.35	0.00040406	5.60	1.0718×10^{-8}	7.85	2.0802×10^{-15}
1.10	0.13567	3.40	0.00033693	5.65	8.0224×10^{-9}	7.90	1.3945×10^{-15}
1.15	0.12507	3.45	0.00028029	5.70	5.9904×10^{-9}	7.95	9.3256×10^{-16}
1.20	0.11507	3.50	0.00023263	5.75	4.4622×10^{-9}	8.00	6.221×10^{-16}
1.25	0.10565	3.55	0.00019262	5.80	3.3157×10^{-9}	8.05	4.1397×10^{-16}
1.30	0.0968	3.60	0.00015911	5.85	2.4579×10^{-9}	8.10	2.748×10^{-16}
1.35	0.088508	3.65	0.00013112	5.90	1.8175×10^{-9}	8.15	1.8196×10^{-16}
1.40	0.080757	3.70	0.0001078	5.95	1.3407×10^{-9}	8.20	1.2019×10^{-16}
1.45	0.073529	3.75	8.8417×10^{-5}	6.00	9.8659×10^{-10}	8.25	7.9197×10^{-17}
1.50	0.066807	3.80	7.2348×10^{-5}	6.05	7.2423×10^{-10}	8.30	5.2056×10^{-17}
1.55	0.060571	3.85	5.9059×10^{-5}	6.10	5.3034×10^{-10}	8.35	3.4131×10^{-17}
1.60	0.054799	3.90	4.8096×10^{-5}	6.15	3.8741×10^{-10}	8.40	2.2324×10^{-17}
1.65	0.049471	3.95	3.9076×10^{-5}	6.20	2.8232×10^{-10}	8.45	1.4565×10^{-17}
1.70	0.044565	4.00	3.1671×10^{-5}	6.25	2.0523×10^{-10}	8.50	9.4795×10^{-18}
1.75	0.040059	4.05	2.5609×10^{-5}	6.30	1.4882×10^{-10}	8.55	6.1544×10^{-18}
1.80	0.03593	4.10	2.0658×10^{-5}	6.35	1.0766×10^{-10}	8.60	3.9858×10^{-18}
1.85	0.032157	4.15	1.6624×10^{-5}	6.40	7.7688×10^{-11}	8.65	2.575×10^{-18}
1.90	0.028717	4.20	1.3346×10^{-5}	6.45	5.5925×10^{-11}	8.70	1.6594×10^{-18}
1.95	0.025588	4.25	1.0689×10^{-5}	6.50	4.016×10^{-11}	8.75	1.0668×10^{-18}
2.00	0.02275	4.30	8.5399×10^{-6}	6.55	2.8769×10^{-11}	8.80	6.8408×10^{-19}
2.05	0.020182	4.35	6.8069×10^{-6}	6.60	2.0558×10^{-11}	8.85	4.376×10^{-19}
2.10	0.017864	4.40	5.4125×10^{-6}	6.65	1.4655×10^{-11}	8.90	2.7923×10^{-19}
2.15	0.015778	4.45	4.2935×10^{-6}	6.70	1.0421×10^{-11}	8.95	1.7774×10^{-19}
2.20	0.013903	4.50	3.3977×10^{-6}	6.75	7.3923×10^{-12}	9.00	1.1286×10^{-19}
2.25	0.012224						

$$E_b = \frac{A_c^2 T_b}{4}$$

$$A_c = 2\sqrt{E_b R_b} \text{ Volts}$$

- a. 300 bps, $A_c = 2\sqrt{E_b R_b} = 2\sqrt{18.233 \times 10^{-11} \times 300} = 466.7 \mu\text{V}$
- b. 3000 bps, $A_c = 2\sqrt{E_b R_b} = 2\sqrt{18.233 \times 10^{-11} \times 3000} = 1479 \mu\text{V}$
- c. 9600 bps, $A_c = 2\sqrt{E_b R_b} = 2\sqrt{18.233 \times 10^{-11} \times 9600} = 2646 \mu\text{V}$

- Veri hızı 4800 bps olan bir sayısal haberleşme kanalında BER değerinin 1×10^{-6} olması için gerekli taşıyıcı gücünün BPSK ve BASK modülasyonları için bulun?

$$BER_{BASK} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

$$BER_{BPSK} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}\right)$$

- BPSK modülasyonu:

Binary 1: $s_1(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$, $0 \leq t \leq T_b$

Binary 0: $s_2(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \pi) = -A_c \cos(2\pi f_c t)$

$$E_1 = \text{Energy in } s_1(t) = \int_0^{T_b} s_1^2(t) dt = \int_0^{T_b} A_c^2 \cos^2(2\pi f_c t) dt = \frac{A_c^2 T_b}{2}$$

$$E_2 = \text{Energy in } s_2(t) = \int_0^{T_b} s_2^2(t) dt = \int_0^{T_b} A_c^2 \cos^2(2\pi f_c t) dt = \frac{A_c^2 T_b}{2}$$

$$E_b = \frac{E_1 + E_2}{2}$$

$$E_b = \frac{A_c^2 T_b}{2}$$

$$BER_{BPSK} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}\right)$$

$$Q(x) = 10^{-6}$$

tablo $x = 4.75$

$$\text{BASK, } E_b = (4.75)^2 \times 10^{-10} = 2.256 \times 10^{-9}$$

$$\text{BPSK, } E_b = \frac{(4.75)^2}{2} \times 10^{-10} = 1.128 \times 10^{-9}$$

$$P_{\text{av}} = \frac{E_b}{T_b} = E_b R_b = 2.256 \times 10^{-9} \times 4800 = 10.83 \mu\text{W} = -19.65 \text{ dBm}$$

$$P_{\text{av}} = \frac{E_b}{T_b} = E_b R_b = 1.128 \times 10^{-9} \times 4800 = 5.415 \mu\text{W} = -22.66 \text{ dBm}$$

SORU

- Gürültü gücünün $N_0 = 1 \times 10^{-11}$ Watt/Hz kabul edildiği AWGN kanal için 1 Mbps veri hızında BER değerinin 1×10^{-6} olarak tutulması isteniyor. Gerekli olan SNR değerini E_b/N_0 değerini BPSK, QPSK, O-QPSK, 8-PSK, 16PSK, 16QAM ve 64QAM modülasyonları için bulun?

BPSK/QPSK/OQPSK/MSK

$$BER_{BPSK} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}\right) \quad Q(x) = 10^{-6} \quad x = 4.75$$

$$\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}} = 4.75$$

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{4.75^2}{2} = 11.28 = 10.53 \text{ dB}$$

8-PSK

$$BER_{MPSK} \approx \frac{1}{\log_2 M} 2Q\left[\sqrt{\frac{2E_b \log_2 M}{N_o}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right]$$

$$1.5 \times 10^{-6} \approx Q\left[\sqrt{\frac{6E_b}{N_o}} \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right]$$

$$Q(x) = 1.5 \times 10^{-6}$$

$$x = 4.67$$

$$4.67^2 = \frac{6E_b}{N_o} \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$$

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{21.8}{6 \times 0.146} = 24.8 = 13.94 \text{ dB}$$

16-PSK

$$2 \times 10^{-6} \approx Q \left[\sqrt{\frac{8E_b}{N_o}} \sin \left(\frac{\pi}{16} \right) \right]$$

$$Q(x) = 2 \times 10^{-6}$$

$$x = 4.61$$

$$4.61^2 = \frac{8E_b}{N_o} \sin^2 \left(\frac{\pi}{16} \right)$$

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{21.252}{8 \times 0.038} = 69.8 = 18.44 \text{ dB}$$

16-QAM

$$M = 16$$

$$BER_{16-QAM} = \frac{3}{4} Q \left(\sqrt{\frac{0.8E_b}{N_o}} \right)$$

$$\frac{4}{3} \times 10^{-6} = Q \left(\sqrt{\frac{0.8E_b}{N_o}} \right)$$

$$Q(x) = 1.333 \times 10^{-6}$$

$$x = 4.7$$

$$4.7^2 = \frac{0.64 \times E_b}{N_o}$$

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{22.09}{0.64} = 34.51 = 15.38 \text{ dB}$$

64-QAM

$$BER_{64-QAM} = \frac{7}{12} Q\left(\sqrt{\frac{18E_b}{63N_o}}\right)$$

$$\frac{12}{7} \times 10^{-6} = Q\left(\sqrt{\frac{0.2857E_b}{N_o}}\right)$$

$$Q(x) = 1.714 \times 10^{-6}$$

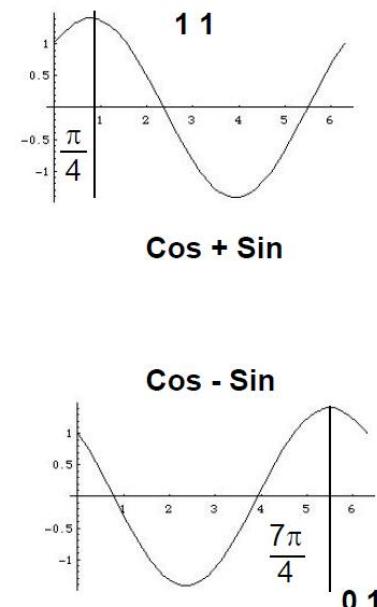
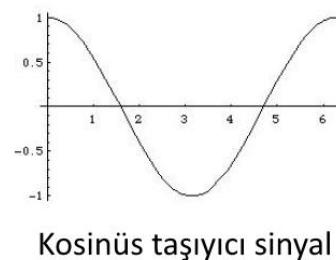
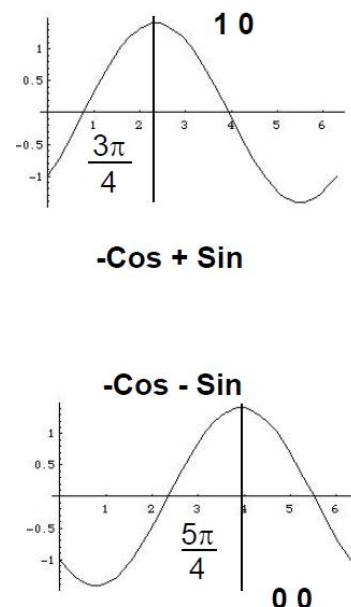
$$x = 4.64$$

$$4.64^2 = \frac{0.2857E_b}{N_o}$$

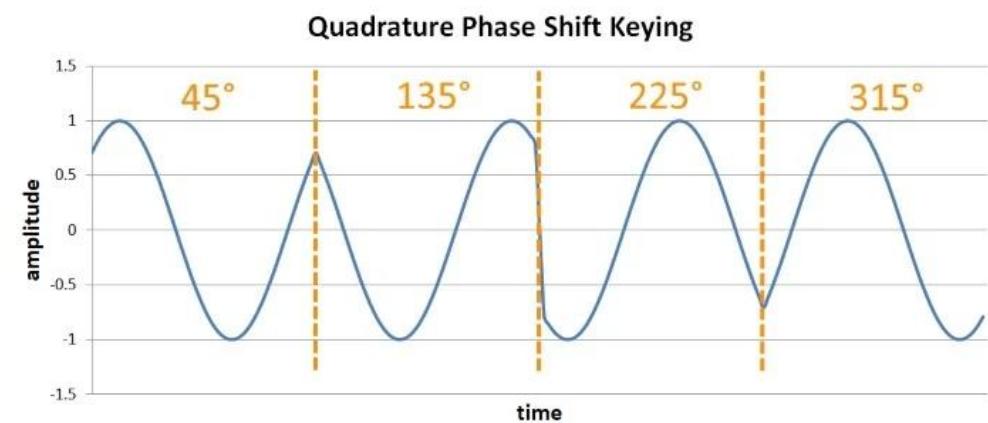
$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{21.53}{0.2857} = 75.357 = 18.77 \text{ dB}$$

QPSK, O-QPSK ve $\pi/4$ QPSK

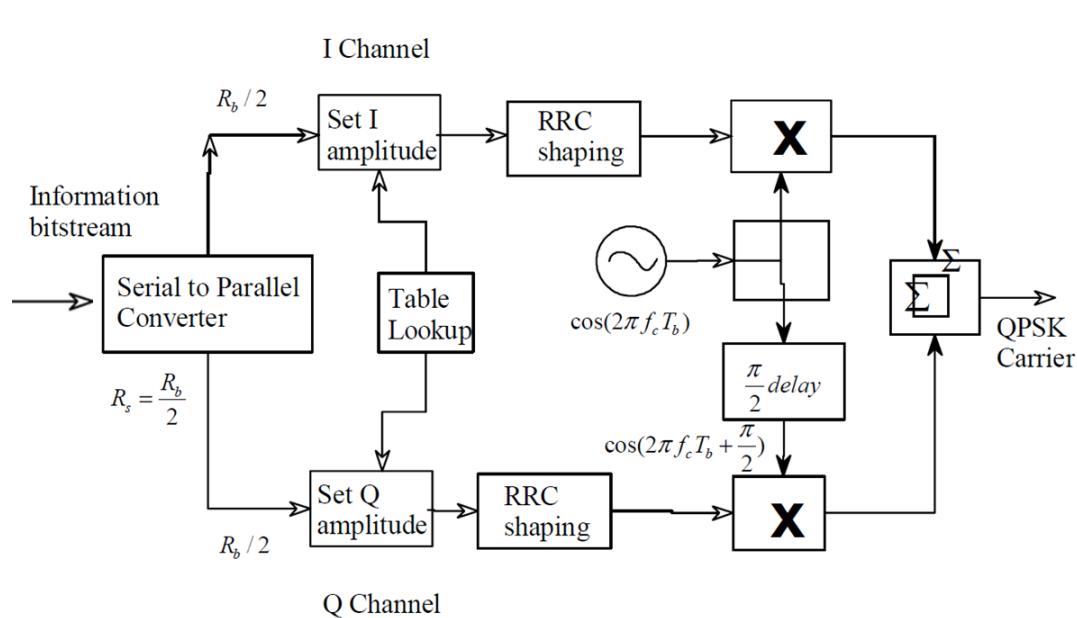
- QPSK sinyali için taşıyıcı fazı $2T$ periyodunda değişir. Bir T aralığından diğerine I ve Q bit akışlarının her ikisinin de işaretini değiştirmiyorsa taşıyıcı fazı değişmeden kalır. Bir tanesinin işaretini değiştiyorsa 90° faz farkı meydana gelir. Her ikisinin de işaretini değiştiyorsa 180° faz farkı oluşur.



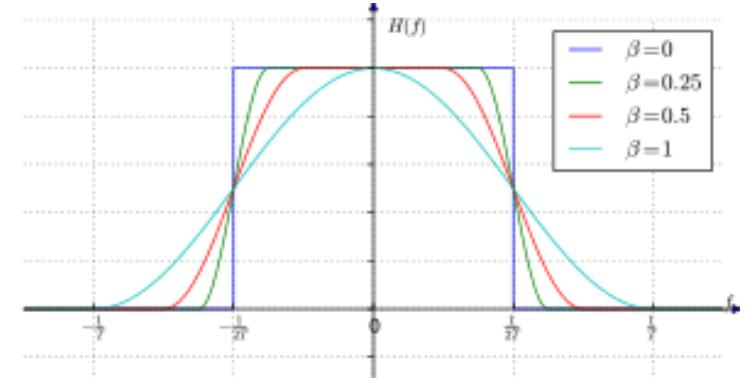
Kosinüs taşıyıcı sinyal



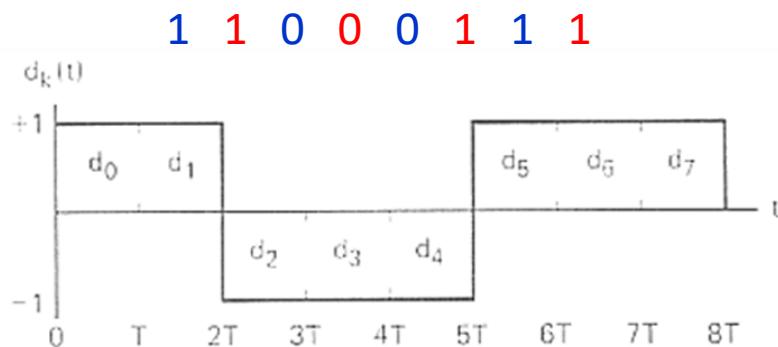
- Seri-paralel dönüştürücü gelen bit akışını I ve Q olmak üzere iki kola ayırır. I ve Q bit akışlarının genlikleri table arama (table look up) fonksiyondan belirlenir. I ve Q bit akışları frekansı w olan RRC (root raised cosine) halinde darbe olarak biçimlendirilmiş kosinüs ve sinüs şeklinde taşıyıcı sinyaller ile modüle edilir, toplanır ve gönderilecek sinyal elde edilir.



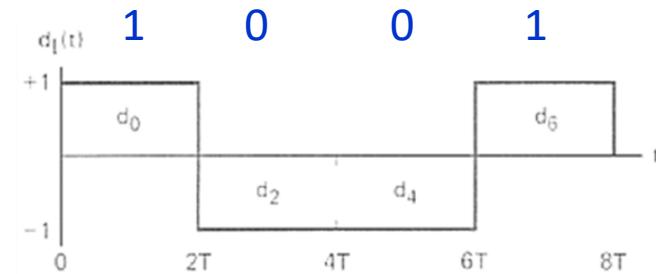
RRC (root raised cosine) filtre



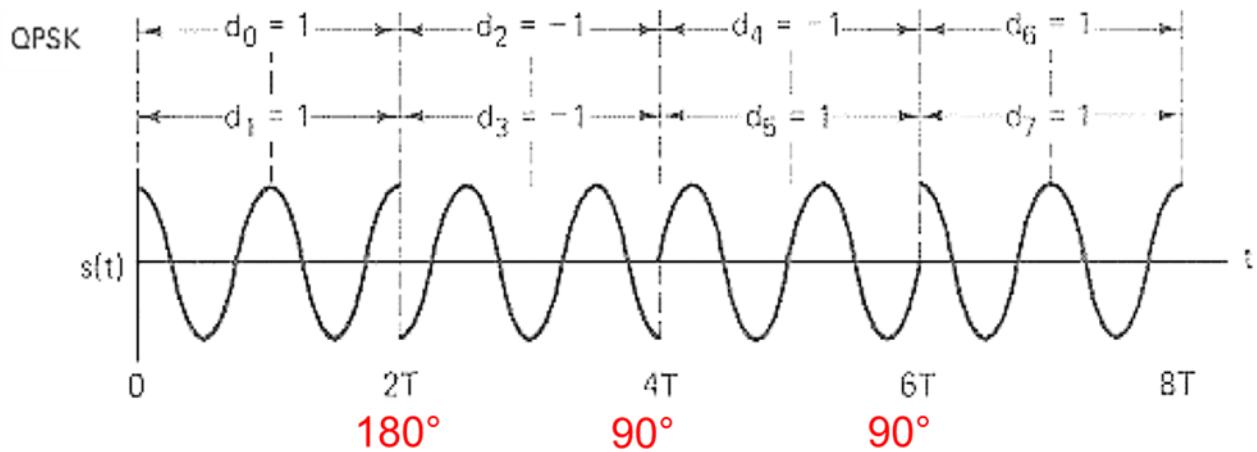
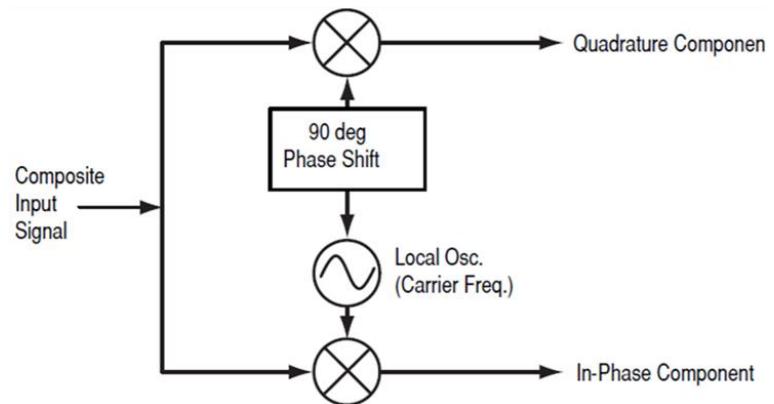
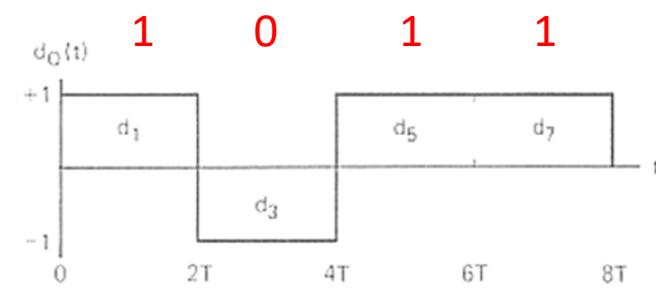
Geleneksel QPSK



I



Q



- Gönderilecek bit dizisi: 11 00 11 10 00 10 00 01 00

- Bit dizisinin kutupsal sinyale dönüştürülmüş hali:

1 1 -1-1 1 1 1-1 -1-1 1-1 -1-1 -1 1 -1-1

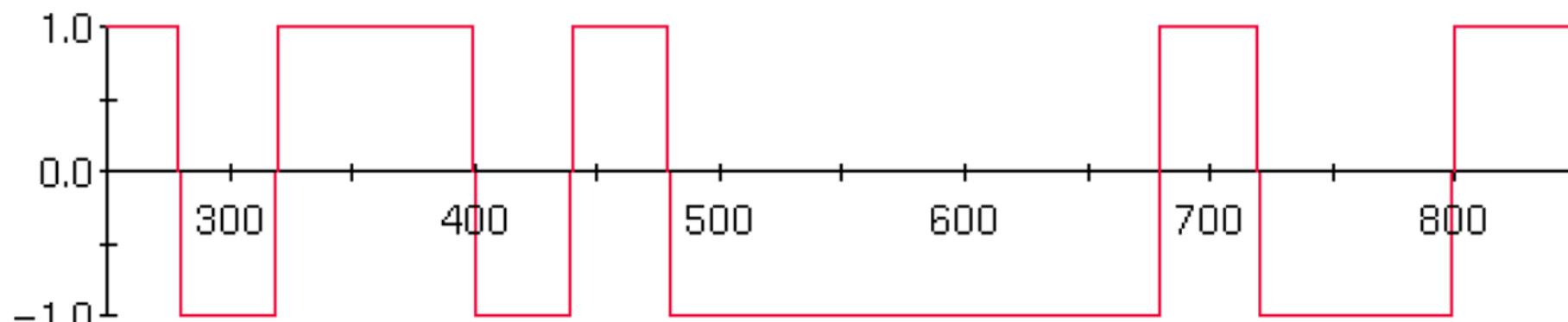
- I ve Q kanalları:

I 1 -1 1 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1

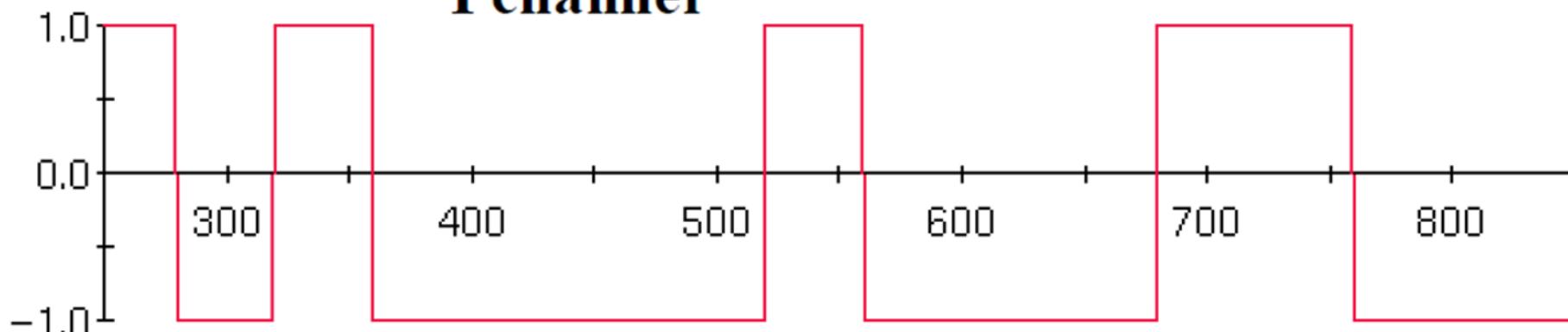
Q 1 -1 1 -1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 1 -1 -1

Uygulama

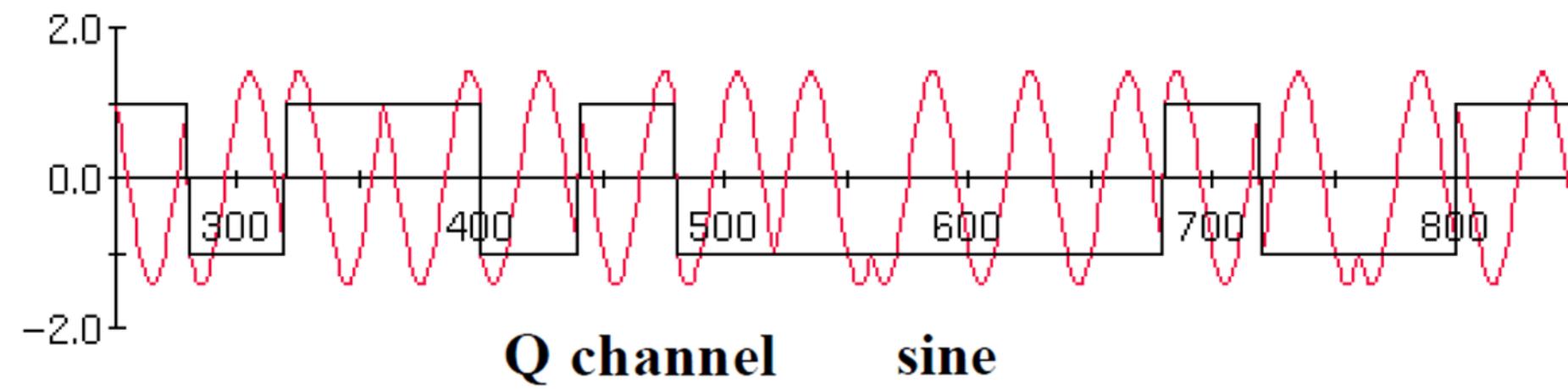
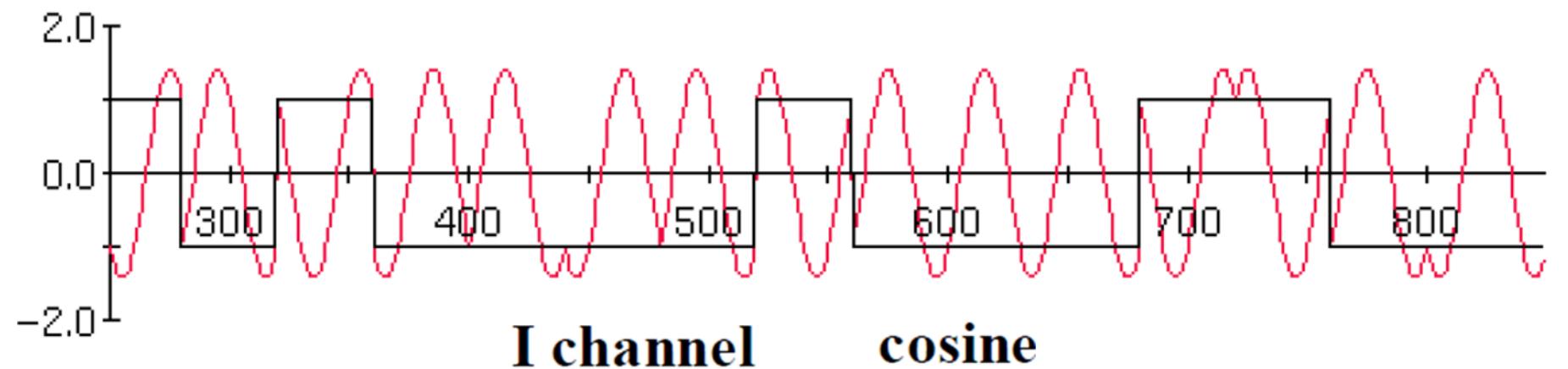
I	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
Q	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1



I channel

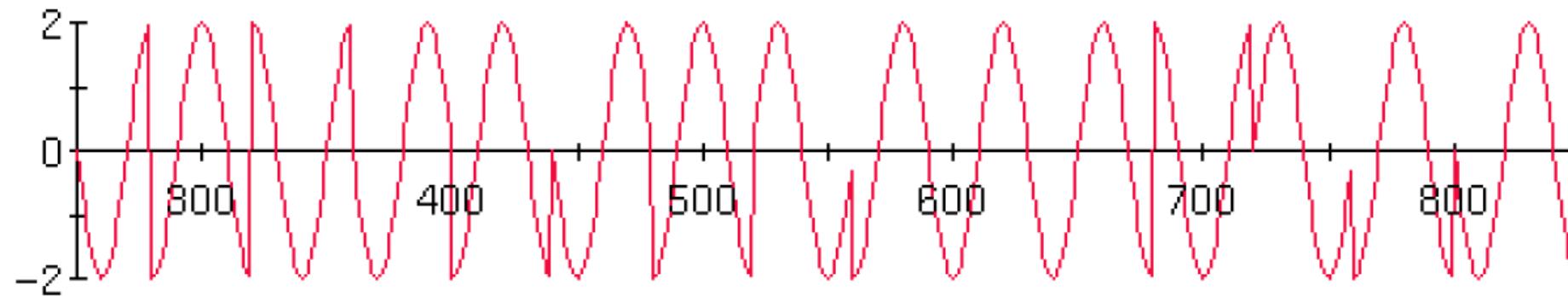


Q channel



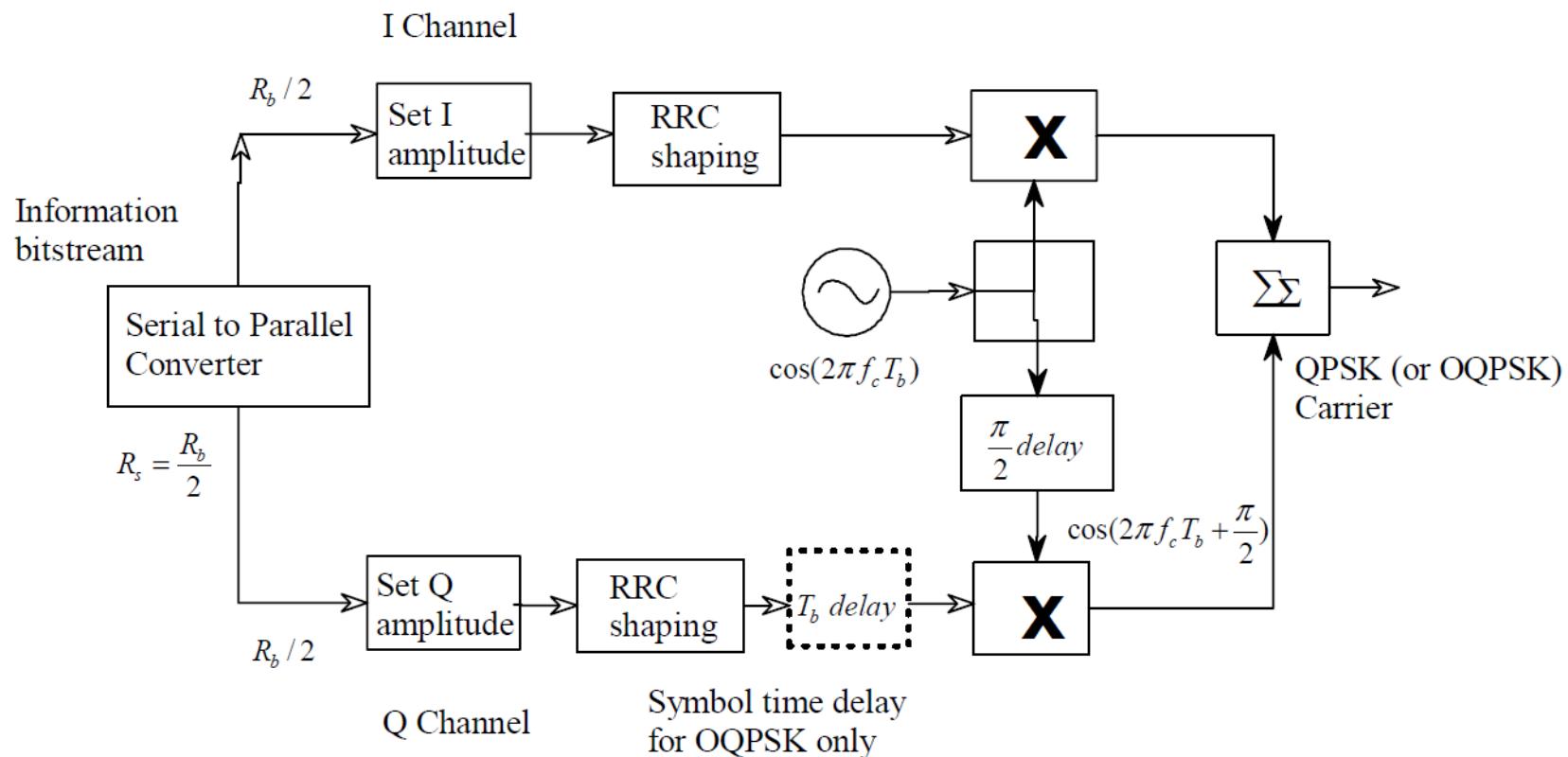
- QPSK Sinyali:

$$s(t) = 1/\sqrt{2} d_I(t) \cos(2\pi ft + \pi/4) + 1/\sqrt{2} d_Q(t) \sin(2\pi ft + \pi/4)$$



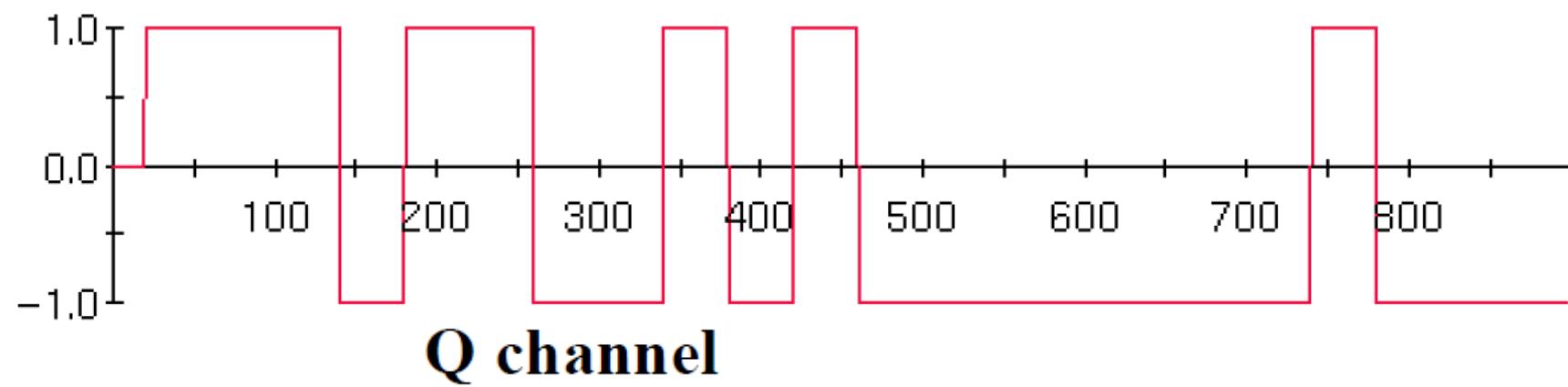
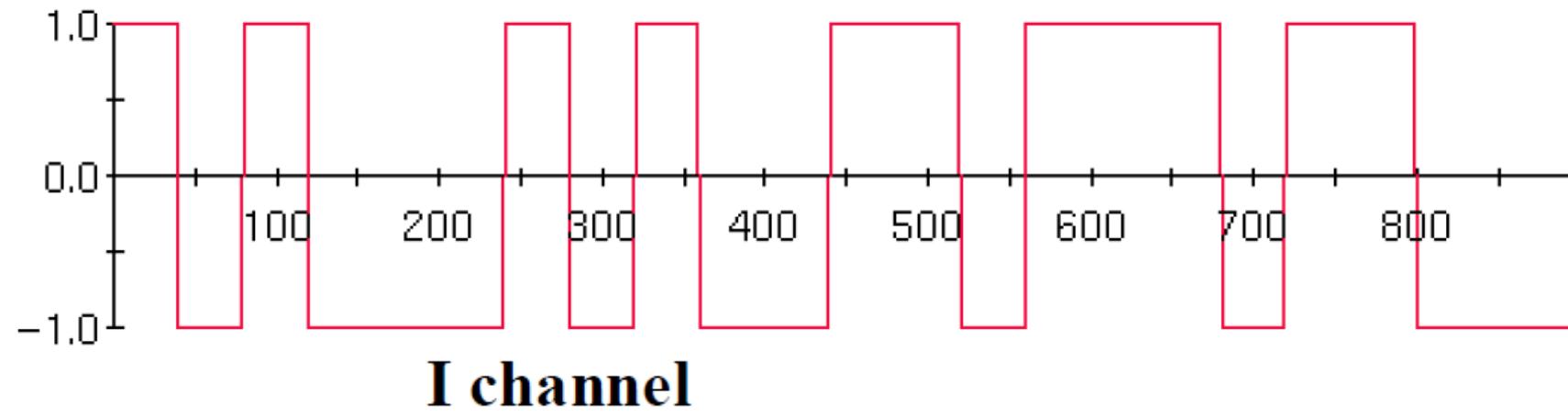
- Geleneksel QPSK için modülasyonu ile üretilen sinyalin taşıyıcı ile aynı fazda (I) ve taşıyıcıya göre dik fazda (Q) olan bileşenleri senkronize yani eş zamanlı olarak değişir. Giriş sinyalinde alınan 2 bitin (dabit) 00'dan 11'e veya 01'den 10'a değişmesi halinde, çıkış sinyali fazında 180° kayma meydana gelir. Faz kayması artarsa kuvvetlendirici devrelerin lineer çalışması sağlanamaz.
- Offset QPSK uygulandığında ise I ve Q bileşenleri birbirlerine göre sembol periyodunun yarısı kadar sonra, $1/2$ bit kayma (offset) ile değiştirilir. Offset QPSK için semboller arasında faz geçişleri 90° ile sınırlıdır ve bu durum geleneksel QPSK modülasyonuna göre avantaj sağlar. Dezavantajı ise çıkış fazında değişikliklerin I ve Q kanallarındaki veri hızından iki kat fazla olması sebebiyle bant genişliği ihtiyacı, geleneksel QPSK modülasyonuna göre iki kat fazladır.

- 0-QPSK elde etmek için QPSK sinyalinde I ve Q bit akışları arasında 1 bit gecikme oluşturulur. Böylece semboller arasında faz geçişleri 0° ile 90° arasında değişir, genlik dalgalanmaları minimuma indirilir ve hiçbir zaman 180° faz farkı oluşmaz.

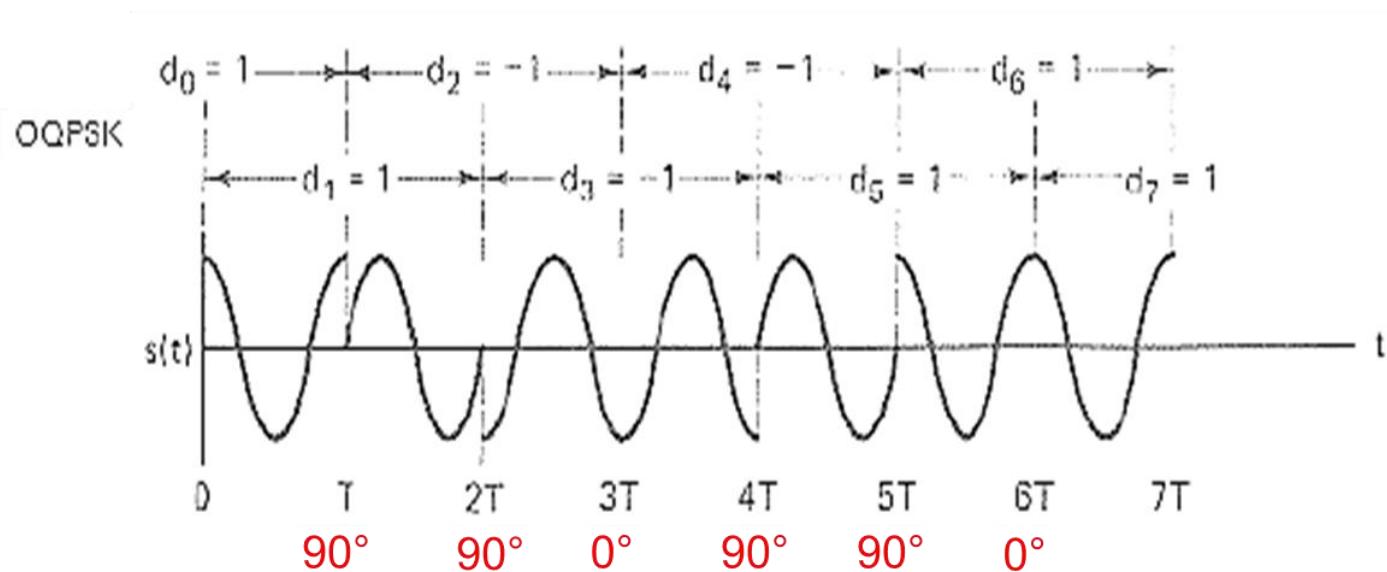
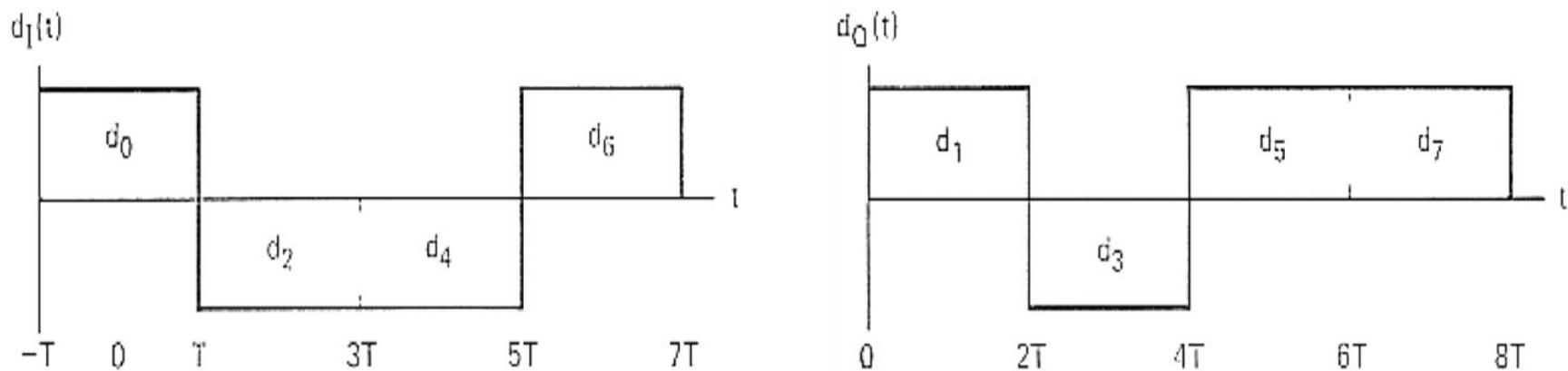


Offset QPSK (0-QPSK)

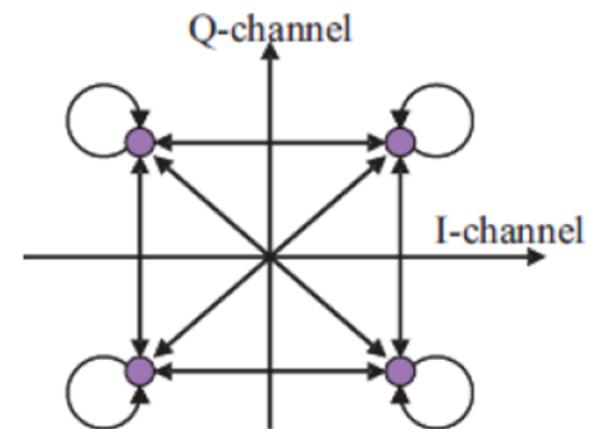
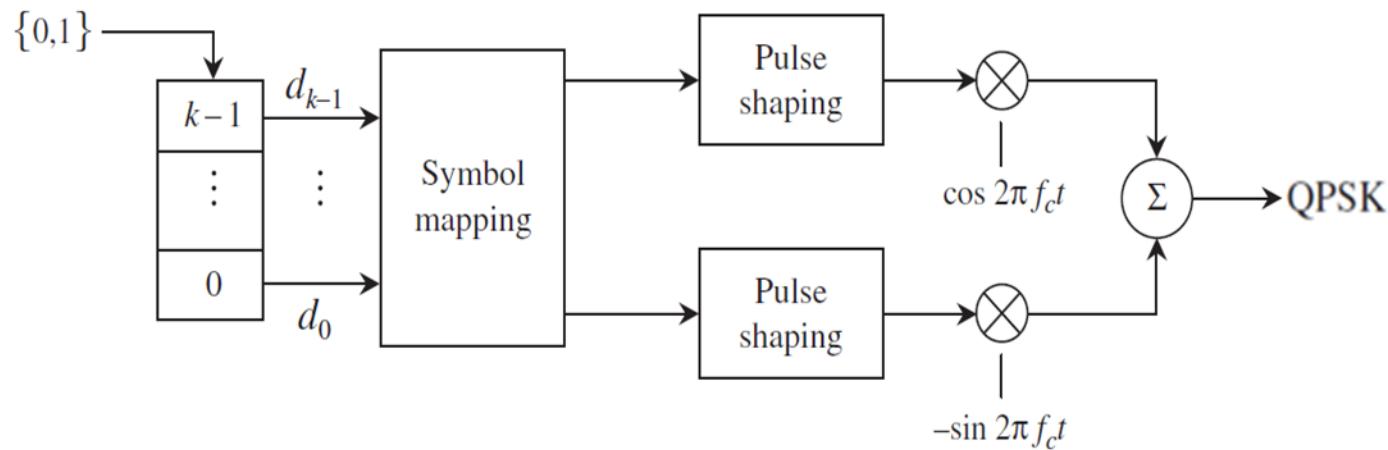
- I ve Q kanalları için symbol geçişleri aynı anda gerçekleşmez.



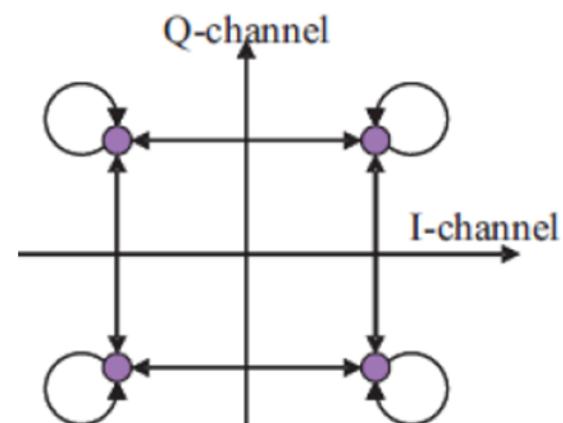
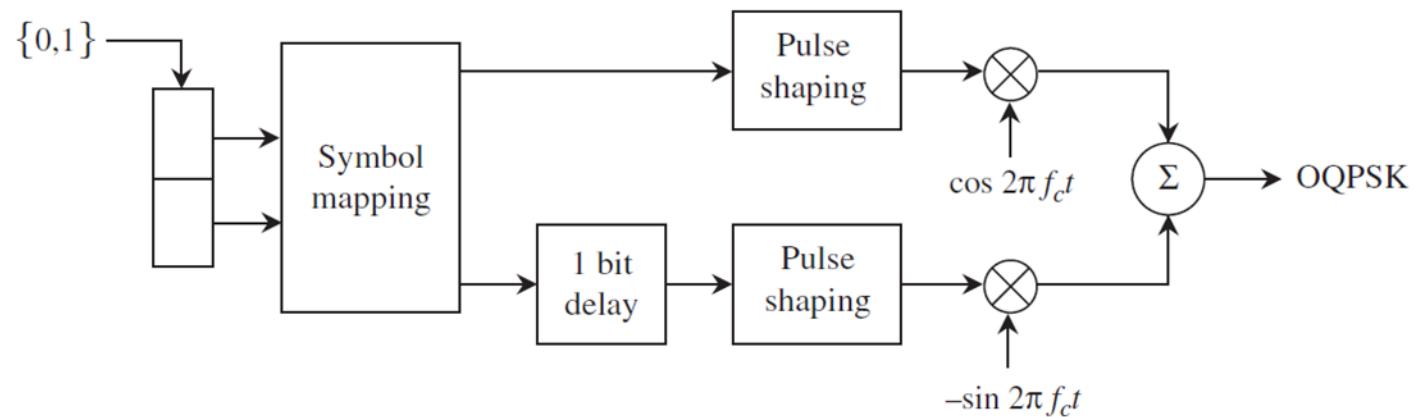
Offset QPSK (O-QPSK)



Offset QPSK (O-QPSK)



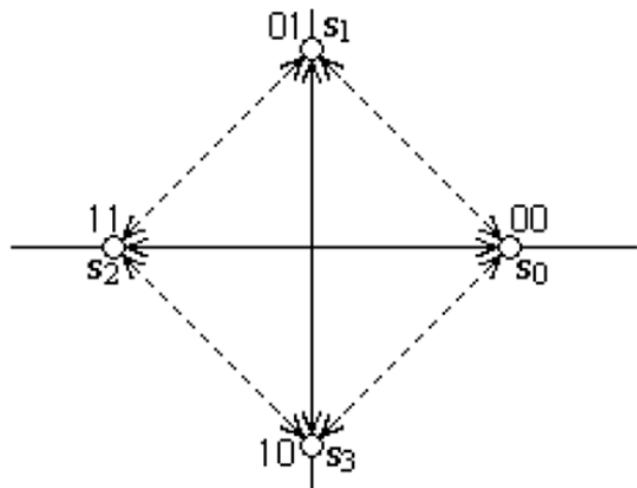
QPSK modülasyonunda faz geçişleri 90° ve 180° iken, OQPSK modülasyonunda 90° 'dir.



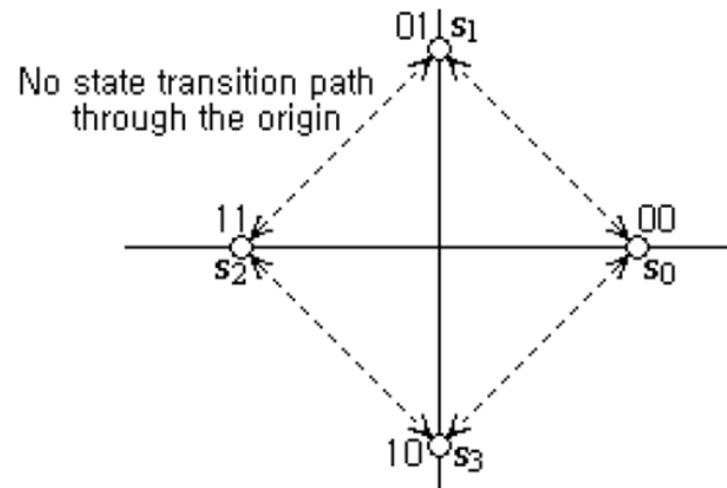
O-QPSK modülasyonunda orijin üzerinden durum geçisi yoktur.

Offset QPSK (O-QPSK)

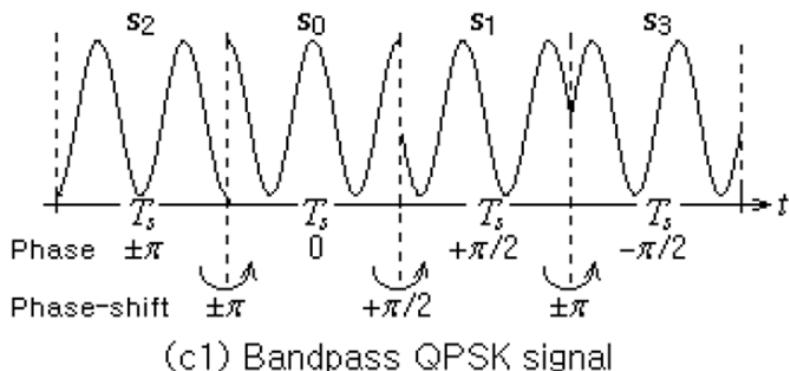
OQPSK modülasyonunda orijin üzerinden durum geçisi yoktur.



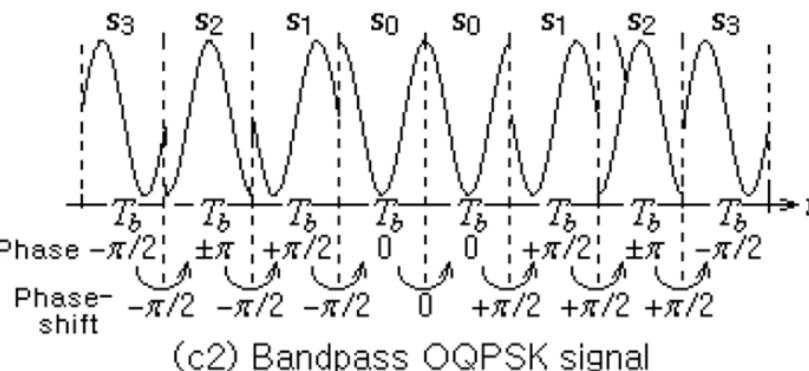
(a1) QPSK signals in the signal space



(a2) OQPSK signals in the signal space



(c1) Bandpass QPSK signal

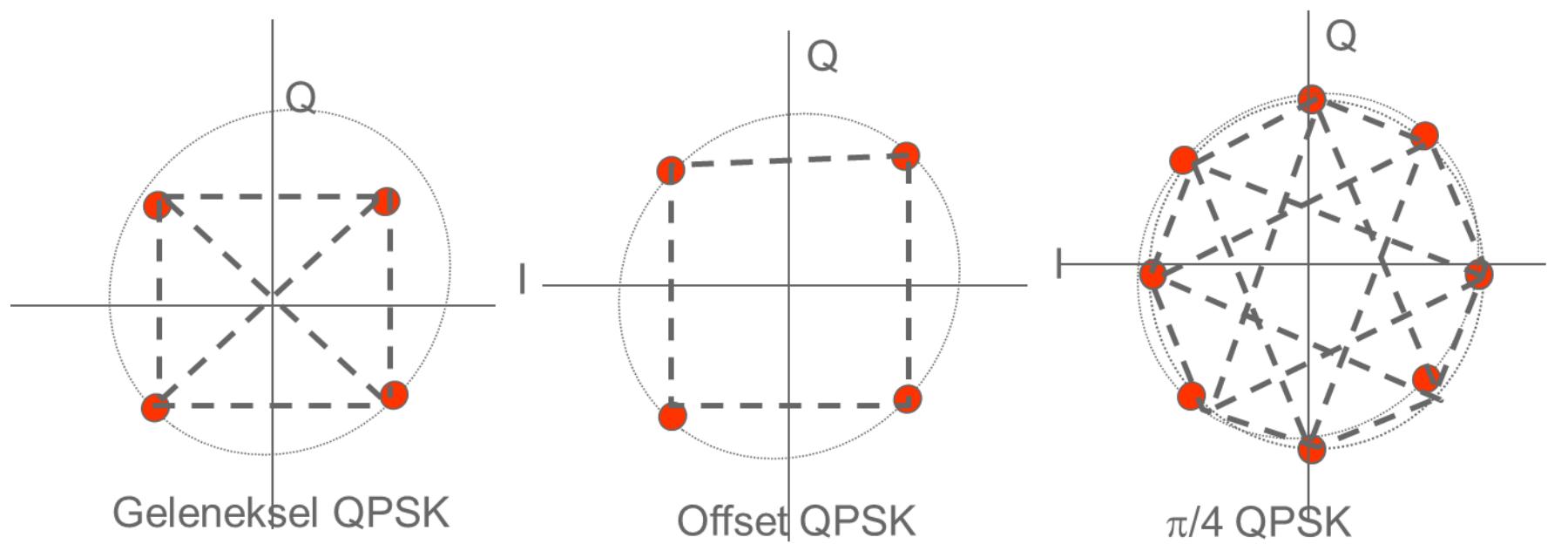


(c2) Bandpass OQPSK signal

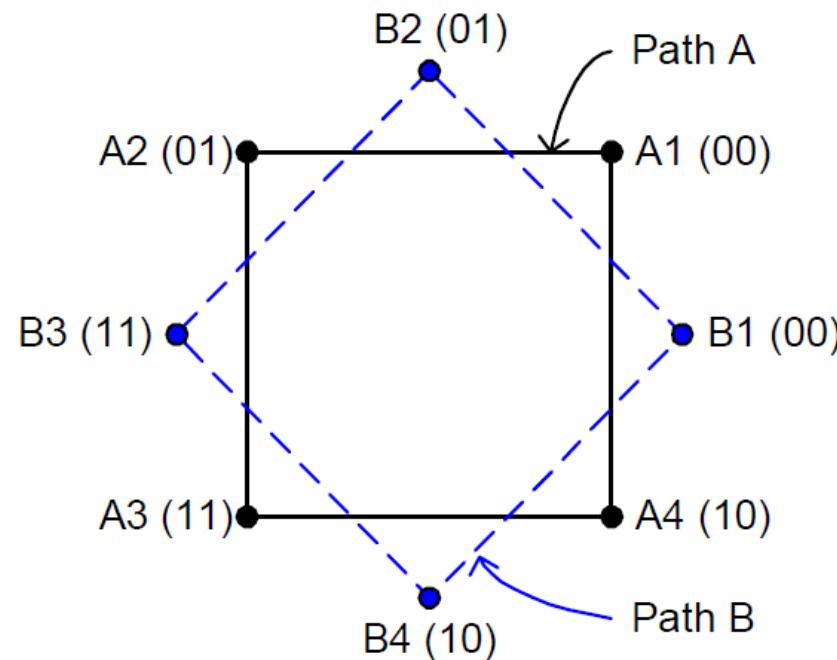
QPSK modülasyonunda faz geçişleri 90° ve 180° iken, OQPSK modülasyonunda 90° 'dir.

- QPSK modülasyonun bir başka uygulaması $\pi/4$ QPSK modülasyonudur. Bu şekilde isimlendirilmesinin sebebi her yeni simbol geçişinde yıldız kümesi diyagramında yer alan dört simbolün 45° dönmesidir. Bu dönüşün sebebi QPSK sinyali modülasyonlu dalga şeklinin hiçbir zaman sıfırdan geçmemesini sağlamaktır.
- $\pi/4$ QPSK modülasyonunda simboller arasında her zaman faz geçisi vardır. Bu durum RF güç kuvvetlendirici tasarımda çok önemlidir. Çünkü RF kuvvetlendirici çıkış gücünün sıfıra düşmesi durumunda doğrusal karakteristik elde edilmesi oldukça zordur.

- QPSK modülasyonunda olduğu gibi $\pi/4$ -QPSK modülasyonunda semboller 2 bitten meydana gelir. QPSK modülasyonunda 2 bitlik 4 sembolü göndermek için 4 farklı taşıyıcı sinyal kullanılır. Buna karşın $\pi/4$ -QPSK modülasyonunda QPSK yıldız kümesi diyagramında sembollerin $\pi/4$ kadar kaydırılması ile elde edilen 8 farklı sinyal mevcuttur.



- $\pi/4$ QPSK modülasyonunda komşu semboller arasında her zaman faz kayması vardır. Birbirini takip eden iki sembolden A sembolü, A yolu üzerindeki sinyali kullanırken, bir sonraki B sembolü tamamen aynı bit dizisiyle elde edilen B yolu üzerindeki sinyali kullanır. Bu şekilde 8-PSK modülasyonuna benzer bir yıldız kümesi diyagramı elde edilir.

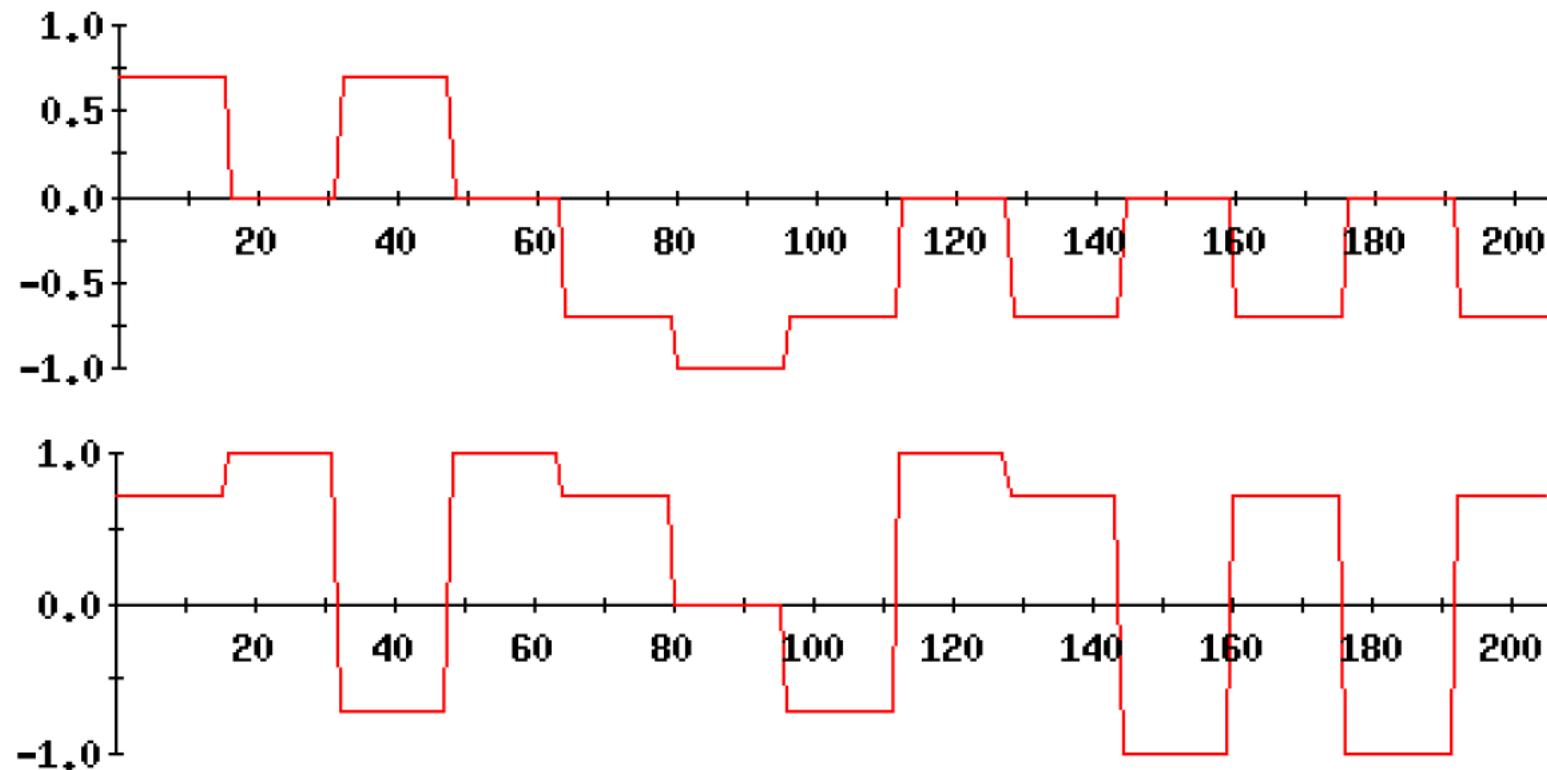


- $\pi/4$ -QPSK modülasyonunda gönderilecek bit dizisi 2 bitlik semboller olarak ayrılır. İlk sembol A yıldız kümesi, sonraki ise B yıldız kümesi kullanılarak gönderilir.

00 00 10 00 01 11 11 00 01 00

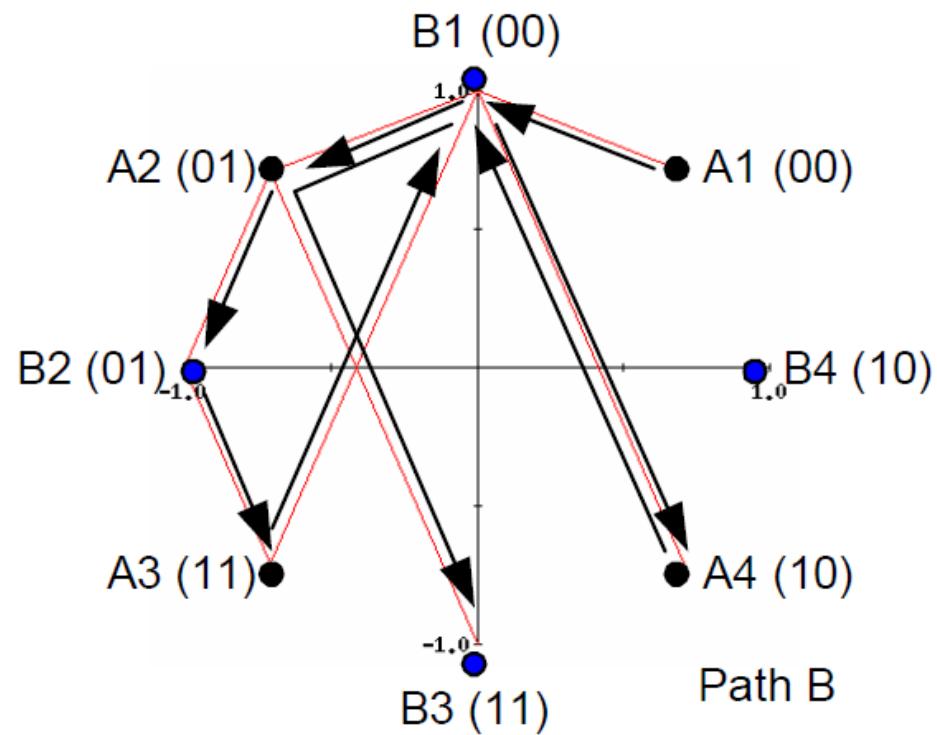
Symbol	Bits	Symbol ID	I coordinate	Q coordinate
1	00	A1	.707	.707
2	00	B1	0	1
3	10	A4	.707	-.707
4	00	B1	0	1
5	01	A2	-.707	.707
6	11	B2	-1	0
7	11	A3	-.707	-.707
8	00	B1	0	1
9	01	A2	-.707	.707
10	00	B1	0	1

- $\pi/4$ -QPSK sinyali I ve Q kanalları:

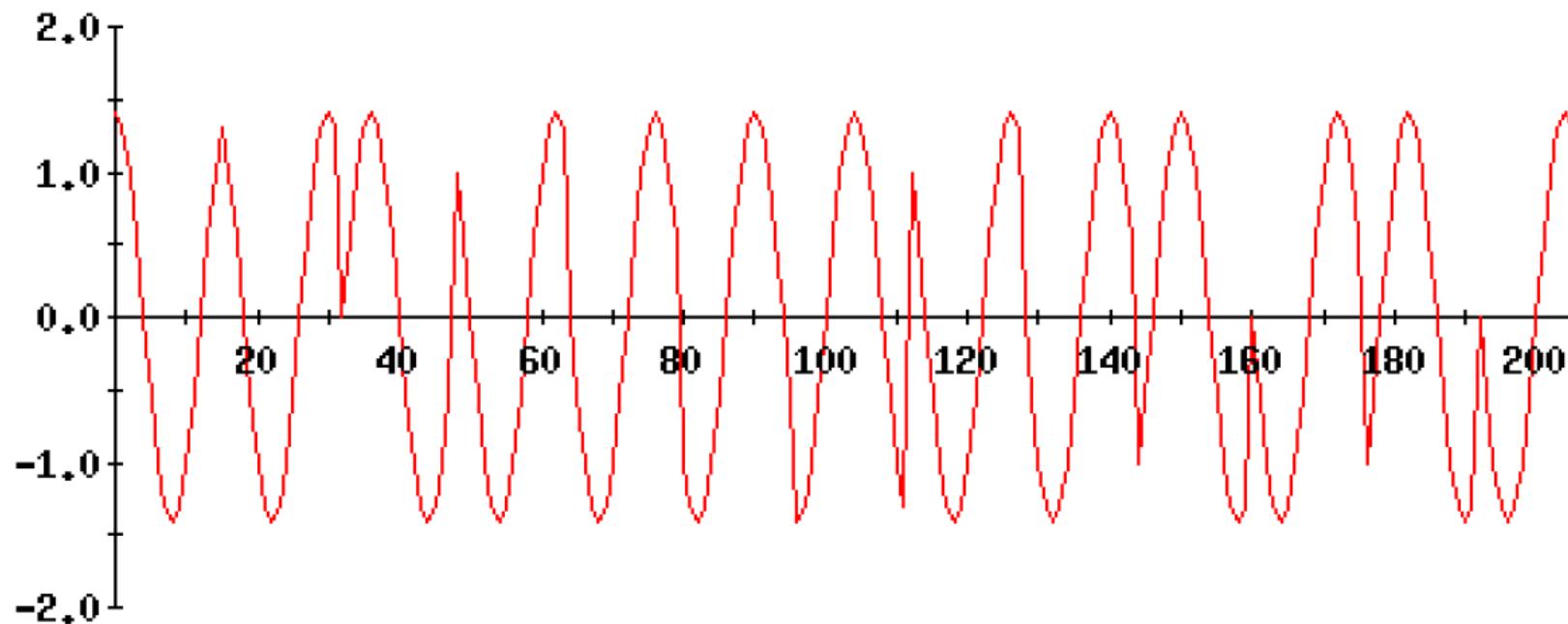


- Sembollerin yıldız kümesi diyagramında izledikleri yol:

Bits	00	00	10	00	01	11	11	00	01	00
Symbols	A1	B1	A4	B1	A2	B2	A3	B1	A2	B3



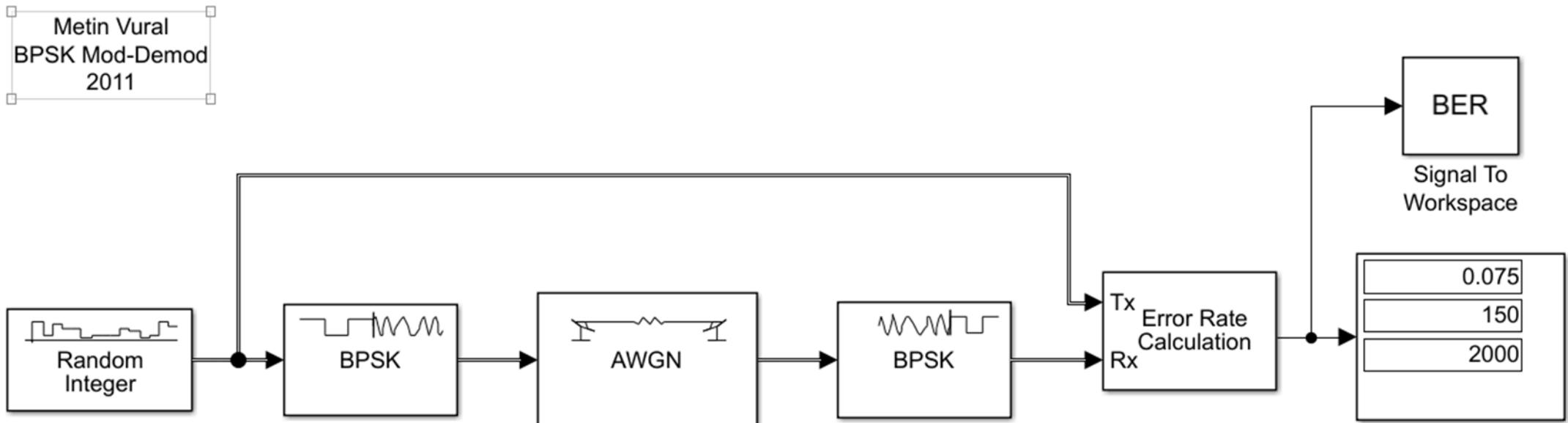
- I ve Q kanalları birleştirilerek elde edilen $\pi/4$ -QPSK sinyali:



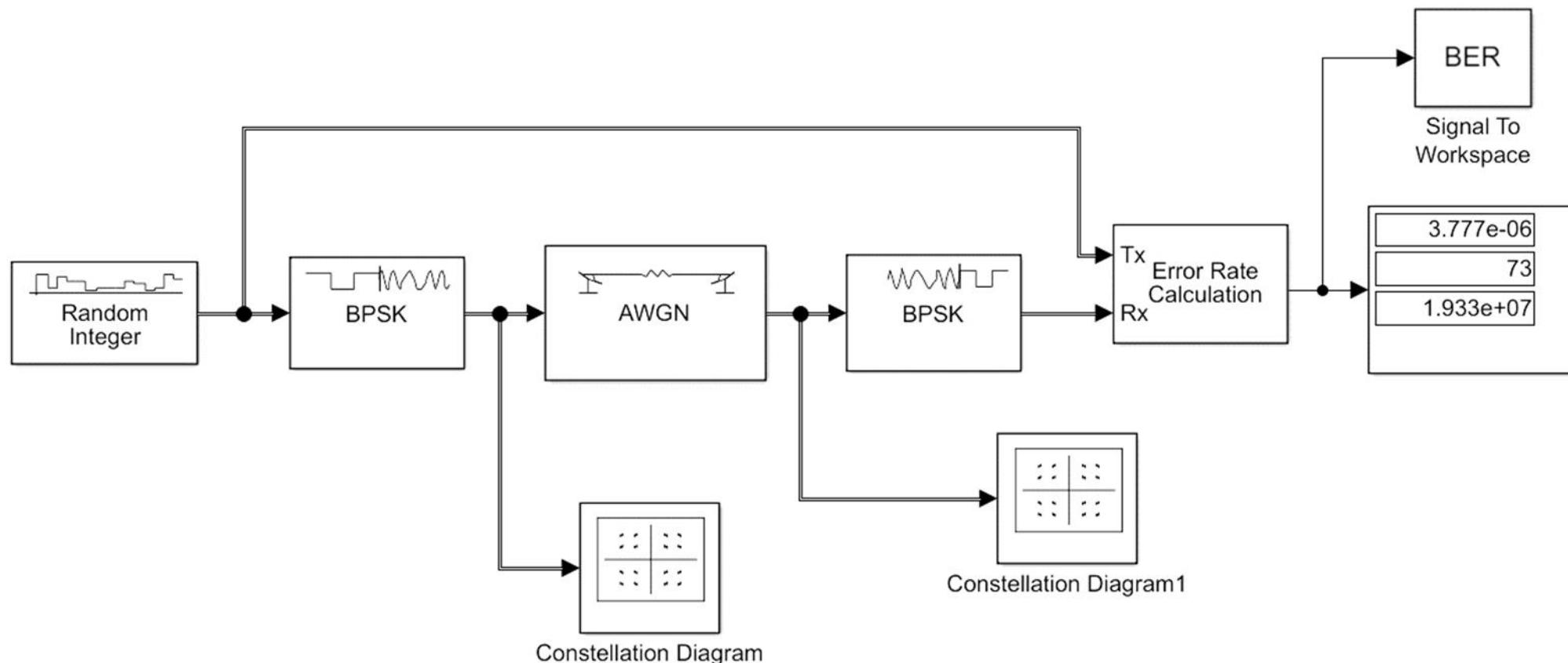
- $\pi/4$ QPSK modülasyonu yıldız kümesi diyagramı iki parçaya bölünmüş 8-PSK yıldız kümesi diyagramına benzer. Fakat BER performansı ve bant genişliği bakımından QPSK modülasyonu ile eşdeğerdir. QPSK modülasyonu ile karşılaştırıldığında tek fark gönderilecek sembollerin birbirleri etrafında dönmesidir. Böylece faz geçişleri QPSK modülasyonuna göre daha düşüktür. Sonuçta kenar kulaklar küçülür ve yan kanal taşıyıcı girişimi etkisi azalır. Sinyalin C sınıfı kuvvetlendirici cevabı daha iyidir. Bu avantajlarından dolayı mobil haberleşme sistemlerinde kullanılır.

Simulink Uygulaması

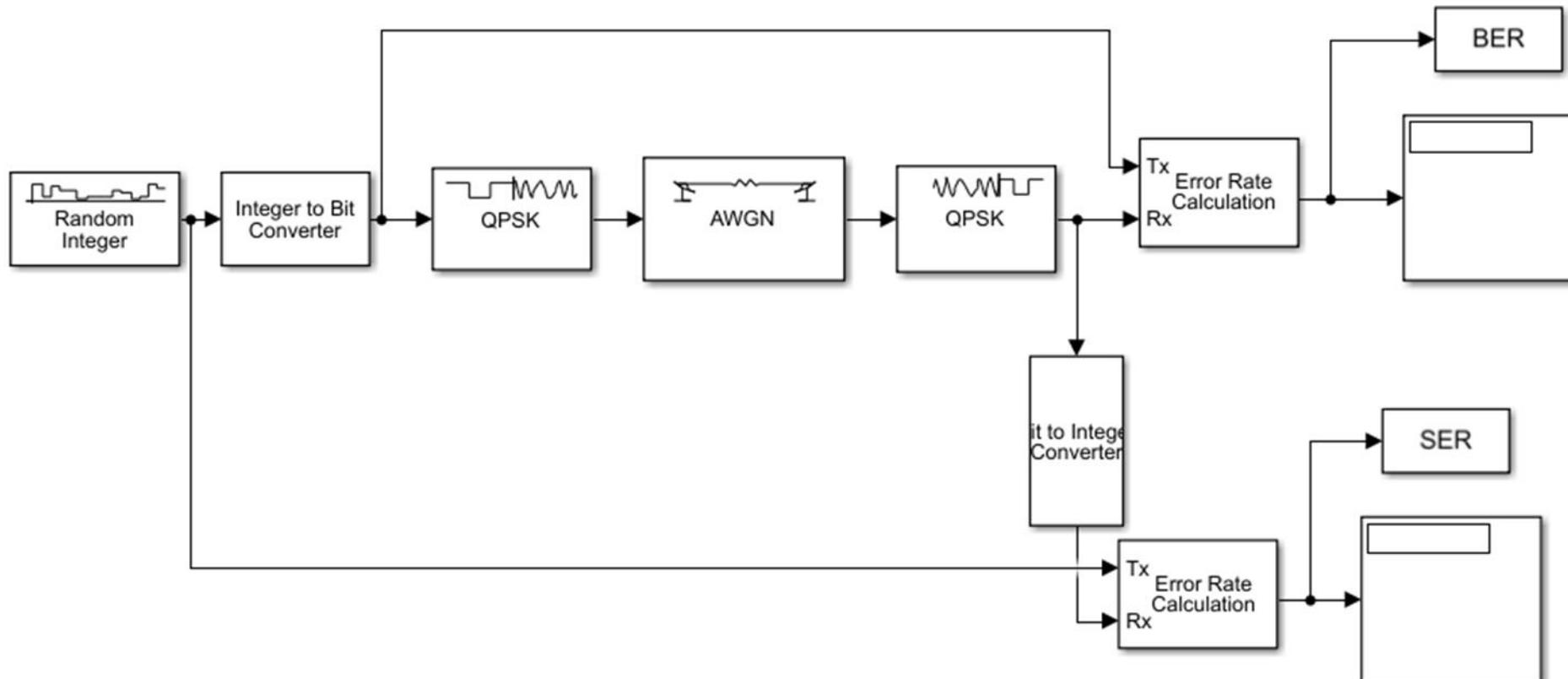
<http://web.itu.edu.tr/vuralmeti/index.html/simulink.html>



BPSK

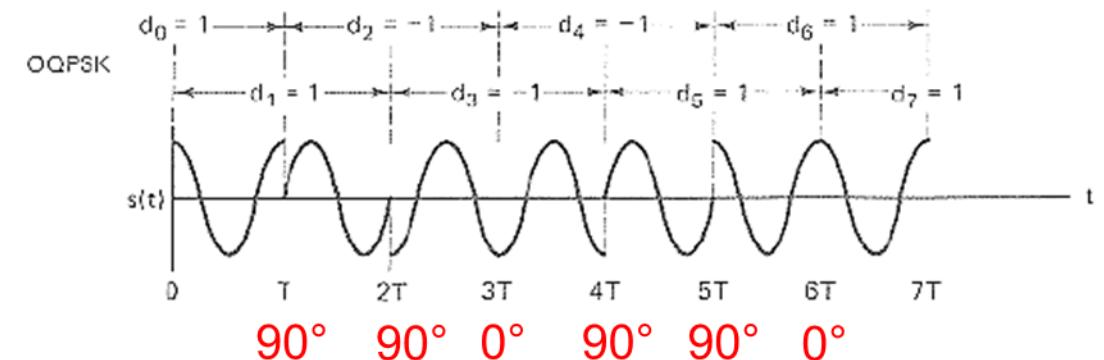
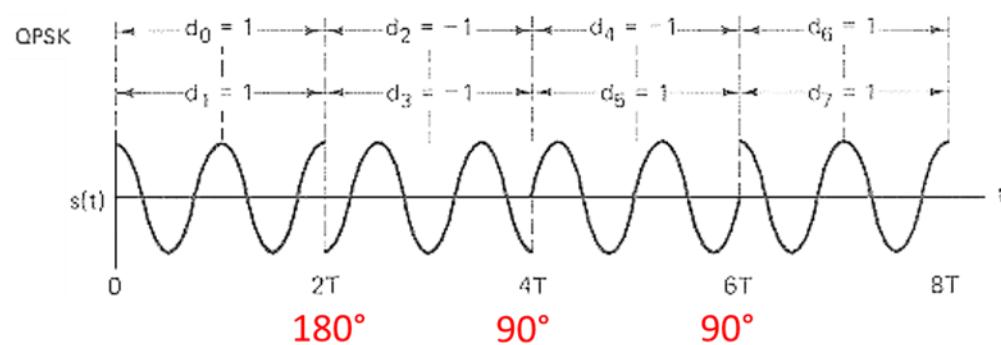


BPSK

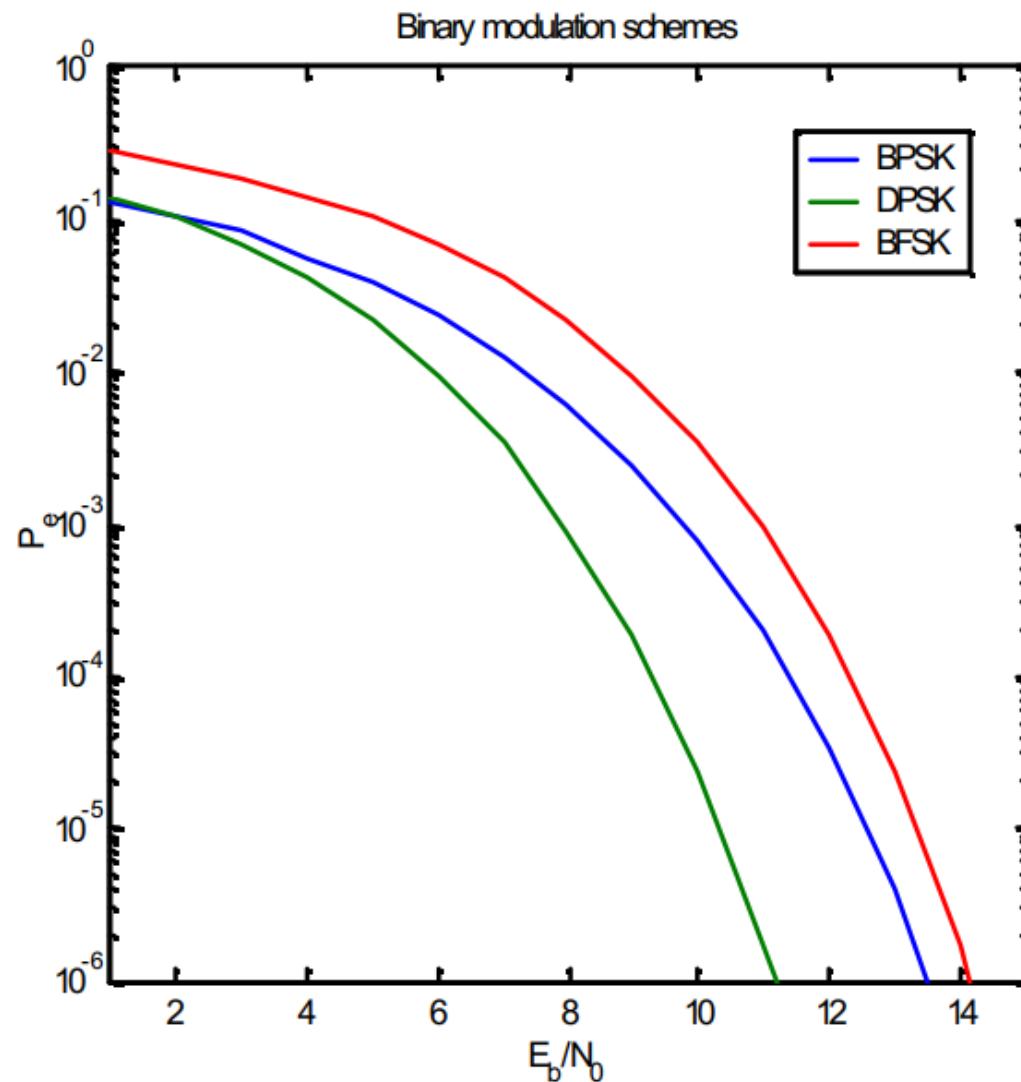


QPSK

- 0-QPSK sinyali, geleneksel QPSK sinyali için I ve Q bit akışları arasında $1/2$ bit gecikme oluşturularak elde edilir. Bu gecikme bit hata oranı (BER) ve sinyal bant genişliğini etkilemez. 0-QPSK sinyali bant genişliği sınırlandığında 90° faz geçişlerinin olduğu bölgede semboller arası girişim sebebiyle sinyal zarfı küçük bir miktar azalır, fakat 180° faz geçisi önlediğinden genlik değeri sıfıra düşmez.

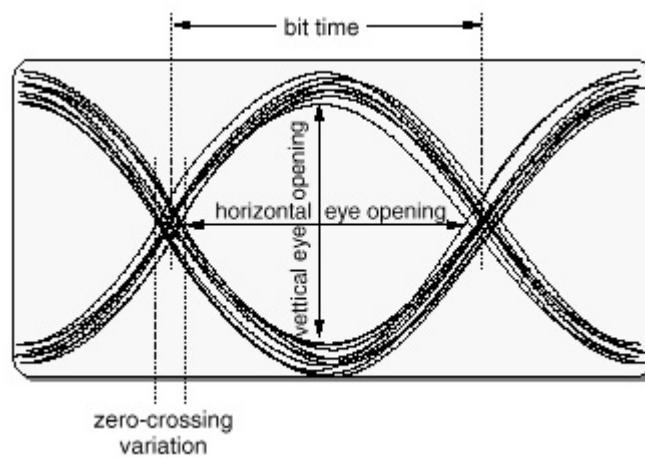
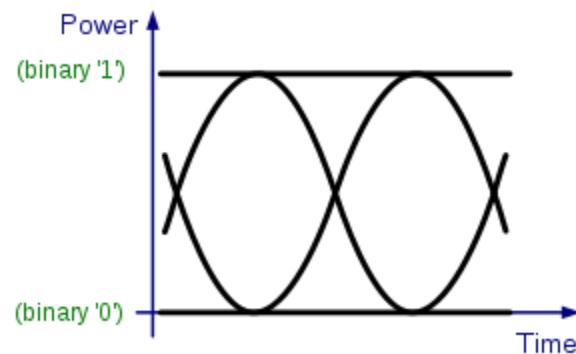


QPSK ve O-QPSK modülasyonları için bit hata oranı (BER) değeri BPSK modülasyonu ile aynıdır.



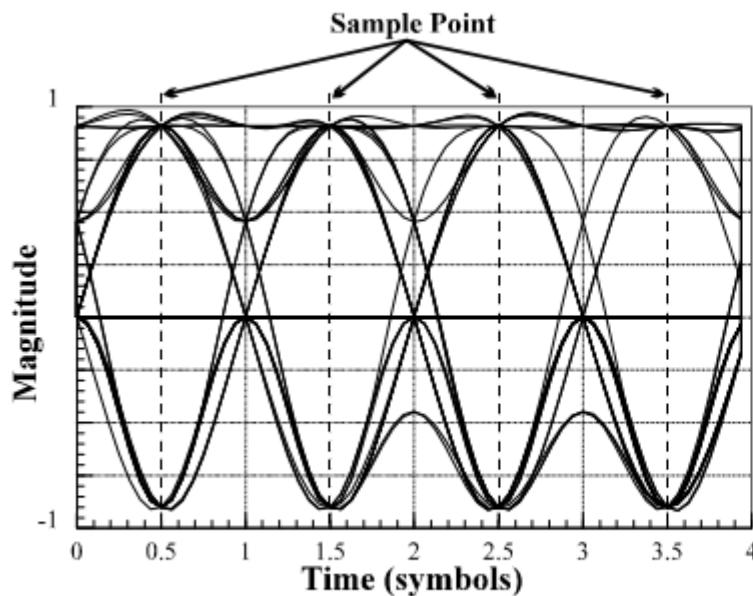
Göz Diyagramı

- Göz diyagramı (eye diagram) sayısal haberleşme sistemlerinin performansı analiz edilirken kullanılan görsel araçlardan biridir. Göz diyagramı oluşturulurken alınan sinyal zamana göre belirli zaman aralıklarında çizdirilir. Sabit bir zaman aralığı sonunda tekrar zaman ekseninin başına dönülür. Bit dizisi şeklinde sayısal veri transferi üzerinde **semboller arası girişim** (intersymbol interference) ve diğer kanallardan kaynaklanan bozulmalar göz diyagramı üzerinde incelenebilir. MATLAB ortamında göz diyagramı çizdirmek için **eyediagram** fonksiyonu mevcuttur.

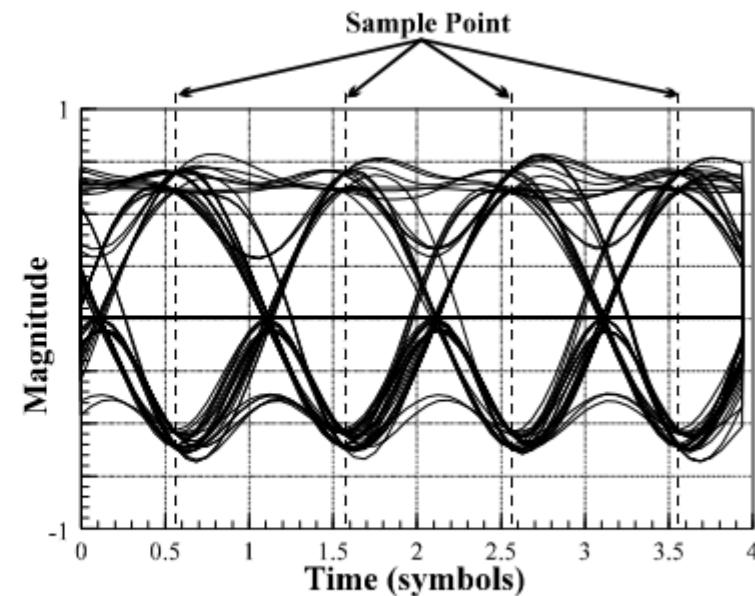


Göz Diyagramı

- Göz diyagramı farklı zamanlarda sinyalin üst üste çizdirilmesi ile elde edilir. Eğer göz aynı örneklemeye noktalarında açık değilse, hatalar ortaya çıkar. Pratikte gürültü ve girişim etkisi sebebiyle göz diyagramında bozulmalar meydana gelir.



(i) No noise or interference



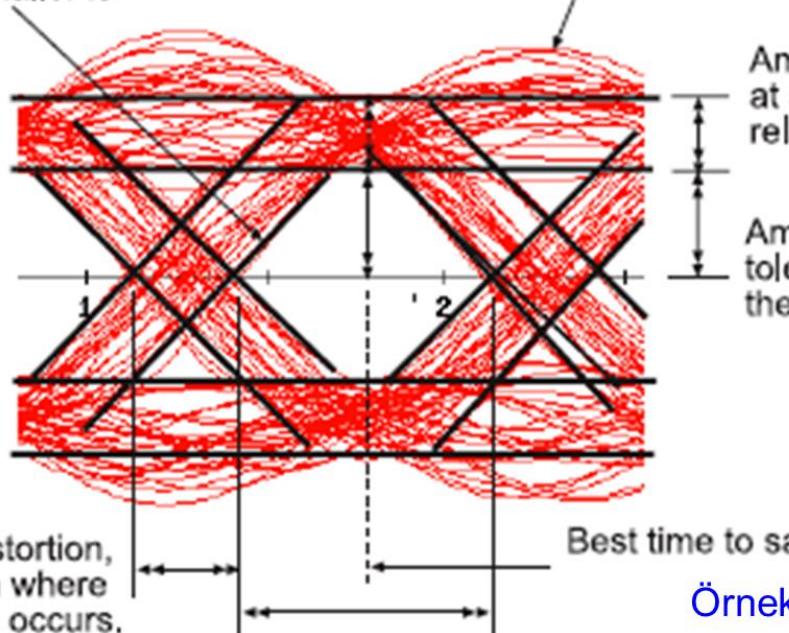
(ii) System corrupted by interference

Göz Diyagramı

Eğim zamanlama hatasına duyarlılığı gösterir, küçük değer daha iyidir.

Slope indicates sensitivity to timing error, smaller is better.

Bozulma miktarı veya değişim, burada sıfır geçişlerinin meydana gelir.



Sinyal farklığı veya boş harcanan enerji

Signal excursion or wasted power

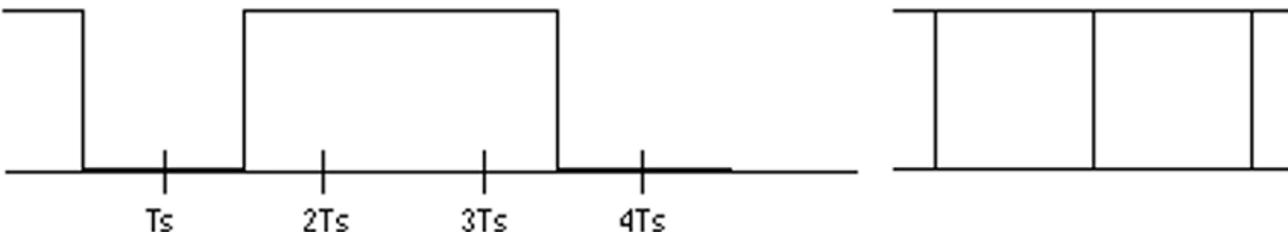
Göz açılığı, dalga şeklinin başarılı olarak örneklenileceği zaman aralığı

Örnekleme anında bozulma miktarı, sinyal SNR değeri ile bağlantılı

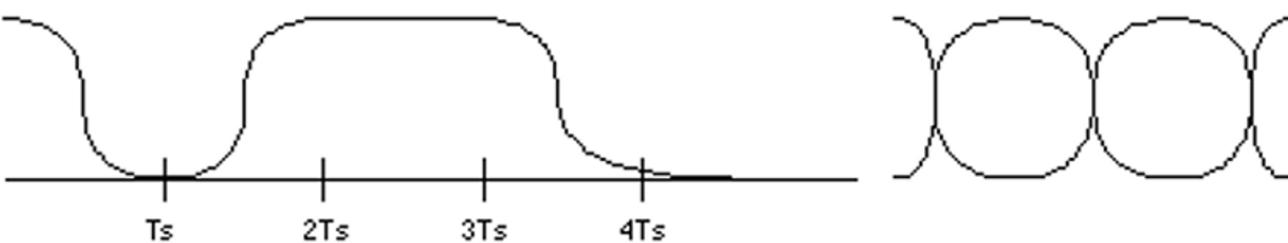
Sinyal tarafından göz ardı edilebilecek gürültü miktarı, büyük değer daha iyidir.

Örnekleme için en iyi zaman

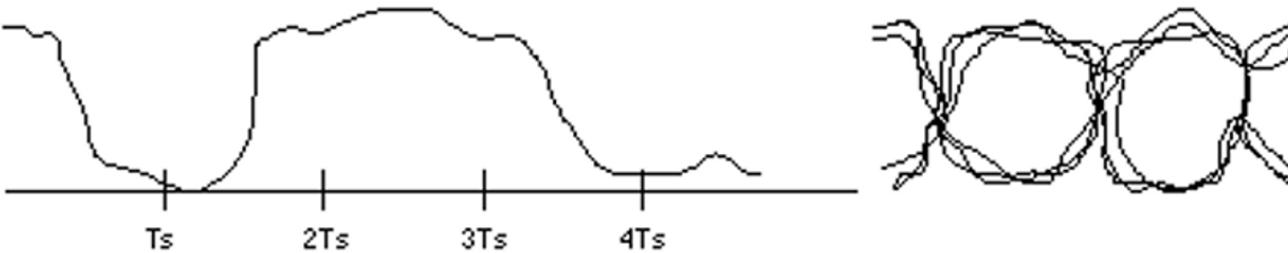
- İdeal durum (sınırsız bant genişliği)



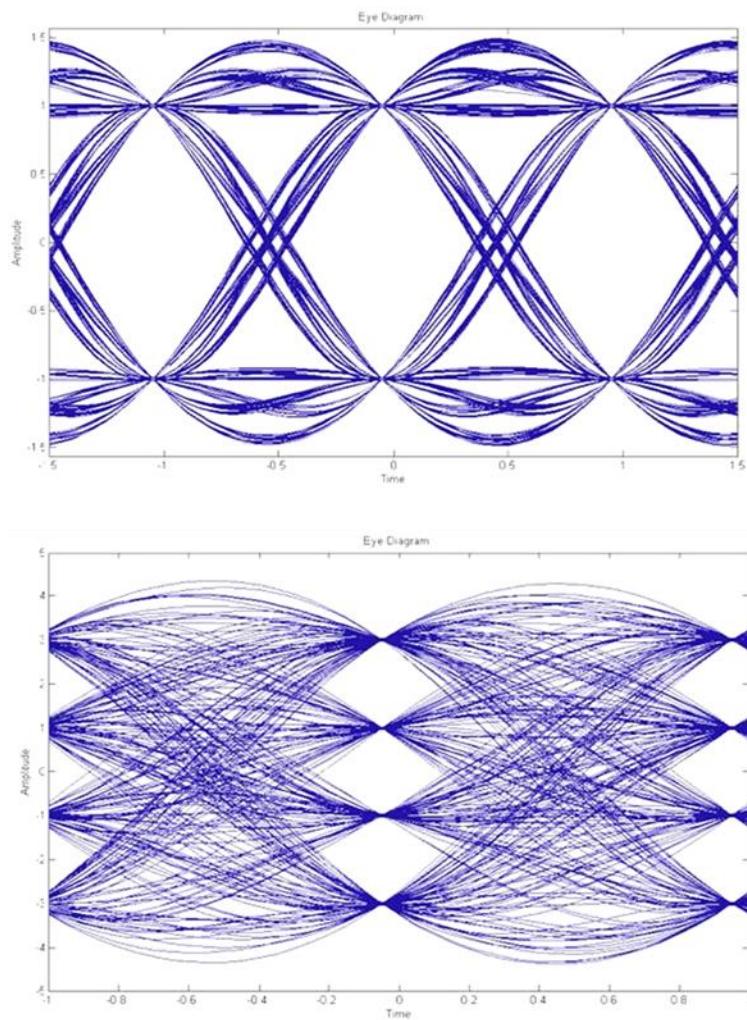
- İdeal durum (sınırlı bant genişliği)



- Bozulmuş



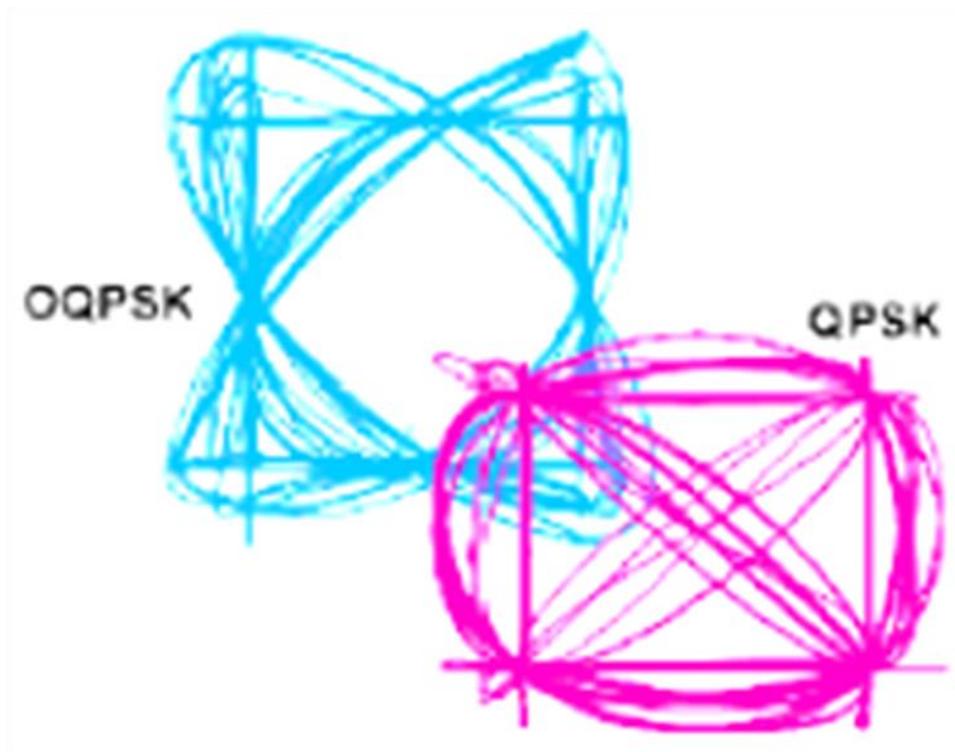
Göz Diyagramı



3 bit symbol

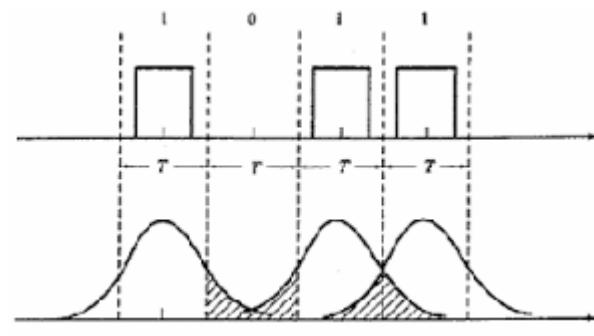
4 bit symbol

2 bit symbol

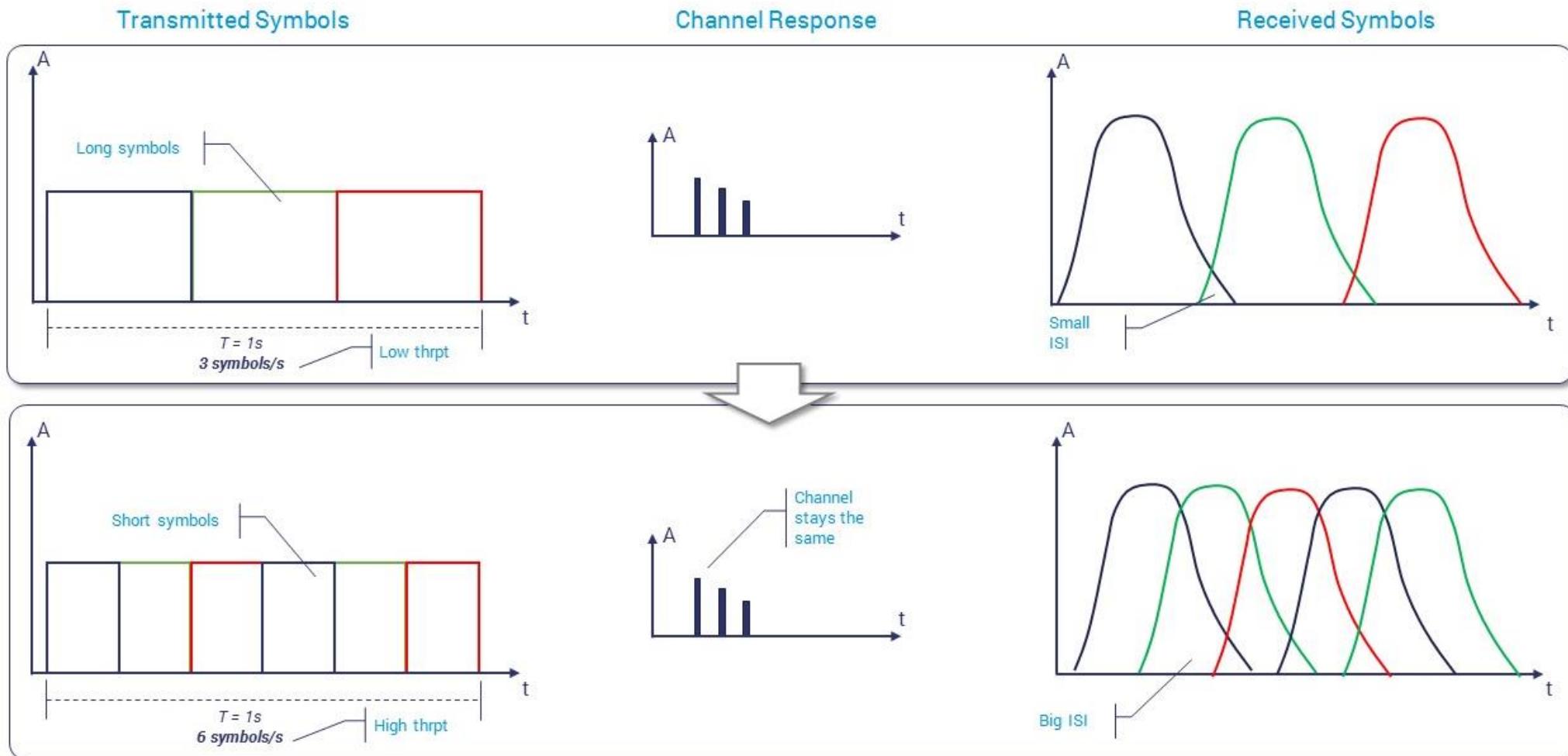


FSK, MSK, GMSK

- İdeal durumda sayısal haberleşme sistemlerinde kullanılan drebelerin dikdörtgen darbe şekline sahip olduğu, haberleşme kanalının da lineer ve bozulmadan sinyal gönderimine uygun olduğu kabul edilir. Pratikte ise haberleşme kanallarının sınırlı bant genişliğine sahip olduğu ve sinyal gönderiminde iletilen drebelerin genişlemeye maruz kalacağı düşünülür. Bu sebepten bitişik drebelerin üst üste gelmesi (overlap) sonucunda bozulma (distortion) meydana gelir. Sonuç olarak sinyal iletiminde hatalar ortaya çıkar. Bu etki semboller arası girişim (inter-symbol interference, ISI) olarak adlandırılır.



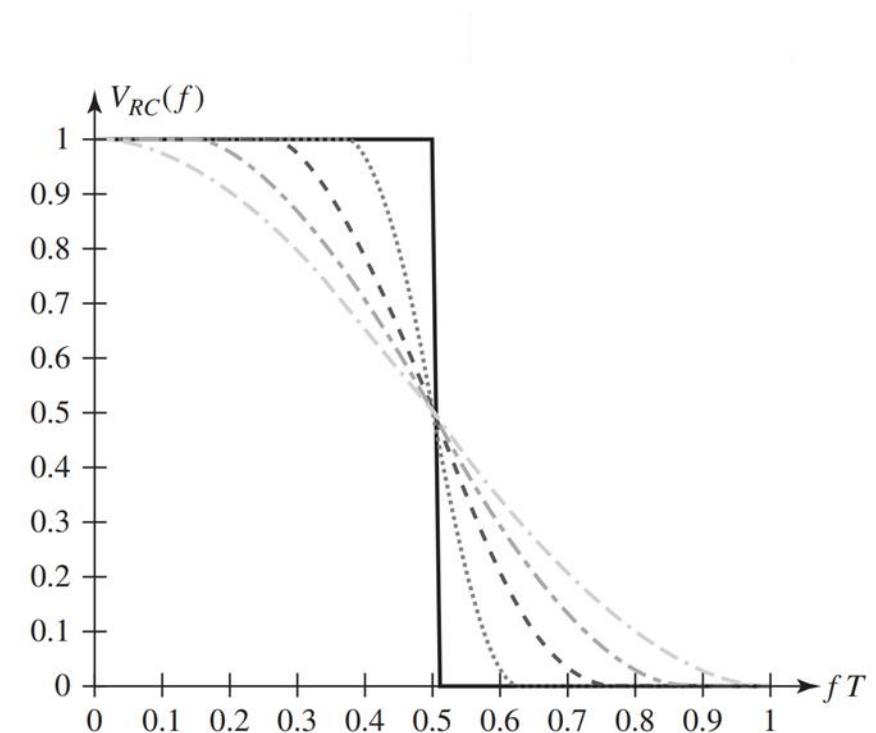
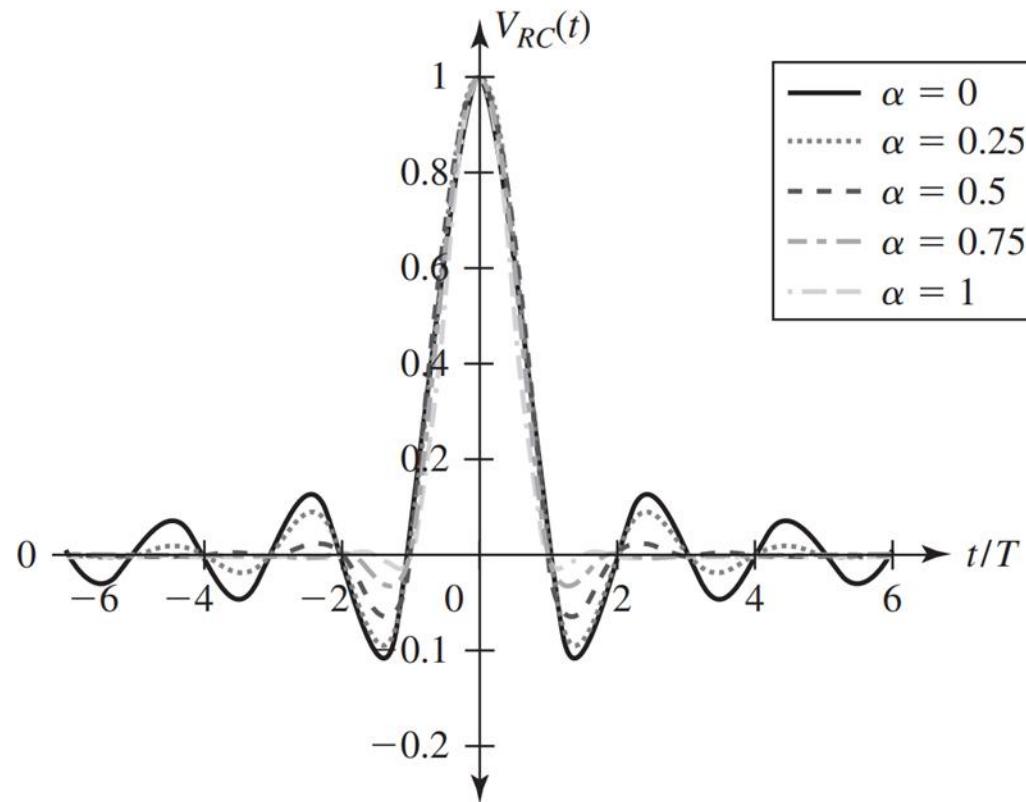
Semboller Arası Girişim (ISI)



- Dikdörtgen ve kare dalga şeklinde darbe sinyalleri bant genişliğinin fazla olması sebebiyle iletim hattından gönderilmeye uygun değildir. Bu sebepten dijital haberleşme yapılırken aynı bilgiyi daha küçük bant genişliğinde içeren şekillendirilmiş darbe (shaped pulse) sinyali kullanılması tercih edilir.
- Darbe şekillendirme için genellikle «root raised cosine -> QPSK», «half cycle sinusiod -> MSK», «gaussian filter -> GMSK», «quadrature partial response -> QPR» gibi yöntemler kullanılır. Bu işlem yapılırken «roll-off» (yuvarlama) parametresi değiştirilerek darbe şekli ve sinyalin bant genişliği kontrol edilir. Roll-off parametresi darbenin keskinliğini belirler.

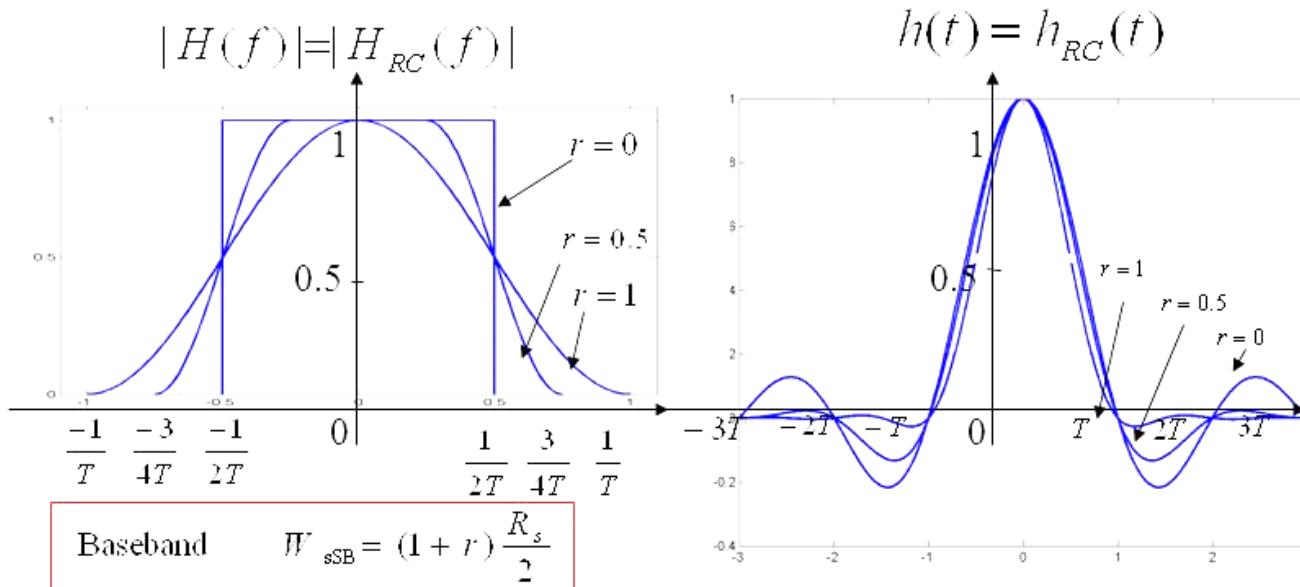
Raised Cosine Şekillendirilmiş Darbe

$$V_{RC}(f) = \begin{cases} T, & 0 \leq |f| \leq (1 - \alpha)/2T \\ \frac{T}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi T}{\alpha} \left(|f| - \frac{1 - \alpha}{2T} \right) \right] \right\}, & (1 - \alpha)/2T \leq |f| \leq (1 + \alpha)/2T \\ 0, & |f| > (1 + \alpha)/2T \end{cases}$$



- Raise cosine characteristics

- Roll off value; r . $r=0$ roll off is Nyquist minimum bandwidth case.
- Example of Nyquist filters: Raised-Cosine filter

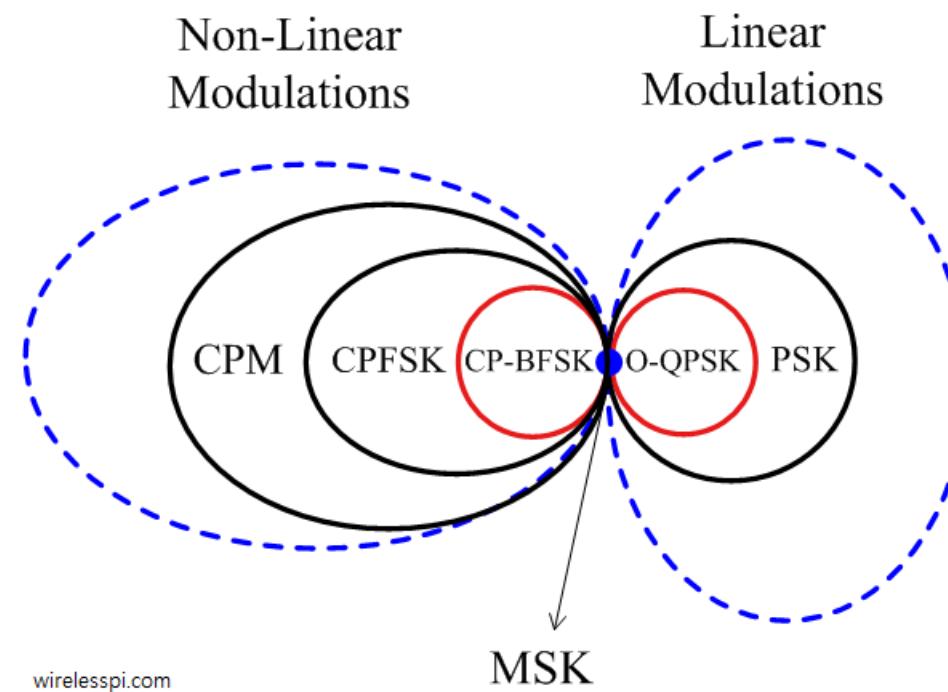


- Relationship of bandwidth and symbol transmission rate

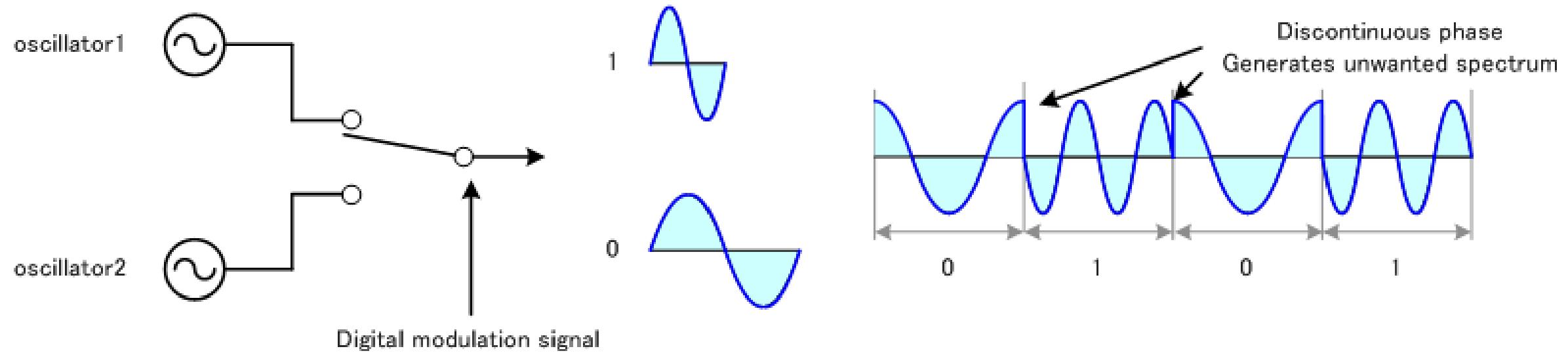
Passband $W_{DSB} = (1 + r) R_s$

- Relationship of DBS bandwidth W_{DBS} and symbol transmission rate R_s

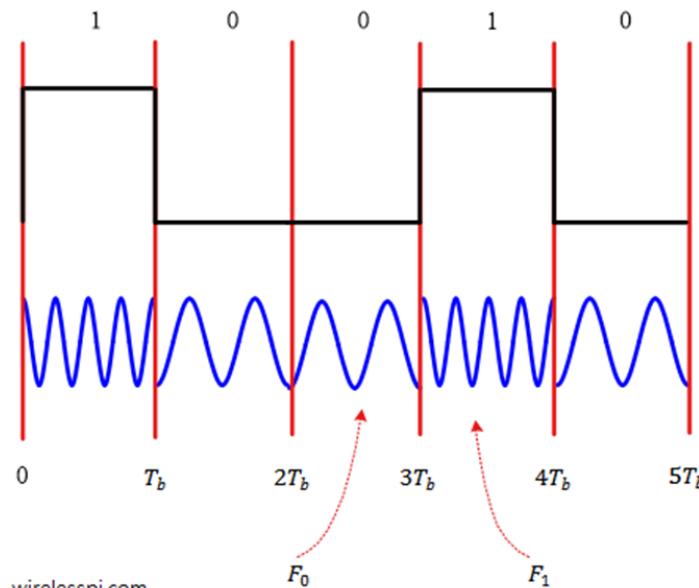
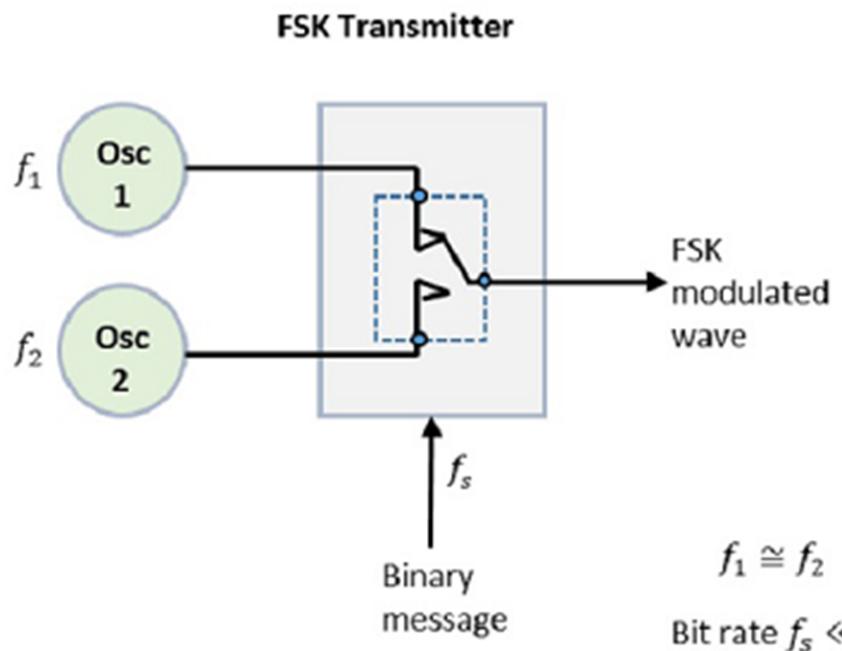
- Lineer modülasyon teknikleri: Modülasyonlu sinyal genliği, mesaj sinyali ile lineer olarak değişir. Spektral verimlilik bakımından avantajlı olsa da vericide doğrusal RF kuvvetlendirici kullanılarak sinyal gönderilmesi gereğinden güç verimliliği kötüdür.
 - M-ASK, M-PAM, BPSK, DPSK, QPSK, $\pi/4$ PSK, M-QAM
- Lineer olmayan modülasyon teknikleri: Modülasyonlu sinyal genliği, mesaj sinyali ile non-lineer olarak değişir. Güç verimliliği bakımından avantajlıdır.
 - CPFSK, MSK, GMSK



- FSK modülasyonunda iki farklı osilatör arasında anahtarlama yapılır. Bu uygulamada semboller arasında geçiş yapılırken anahtarlama anlarında süreksızlik görülür. Sonuç olarak FSK modülasyonlu sinyal spektrumu genişler.



Frekans Kaydırmalı Anahtarlama (FSK)



$$\text{Binary 1: } s_1(t) = A_c \cos(2\pi f_1 t + \phi_1), \quad 0 \leq t \leq T_b$$

$$\Delta f = f_1 - f_2$$

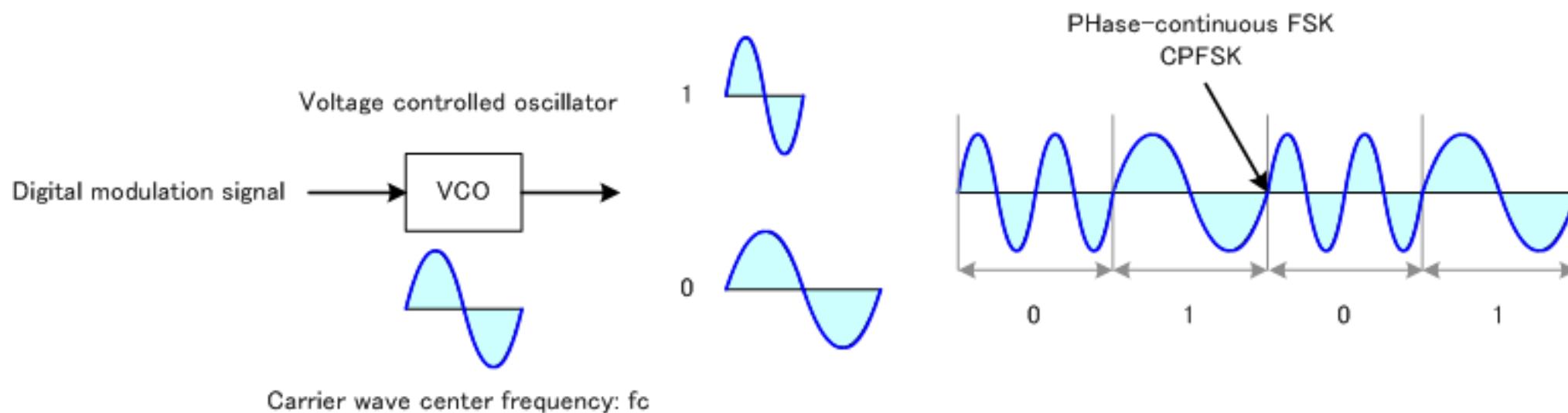
$$\text{Binary 0: } s_2(t) = A_c \cos(2\pi f_2 t + \phi_2), \quad 0 \leq t \leq T_b$$

$$\text{Binary 1: } s_1(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \pi \Delta f t + \phi_1), \quad 0 \leq t \leq T_b$$

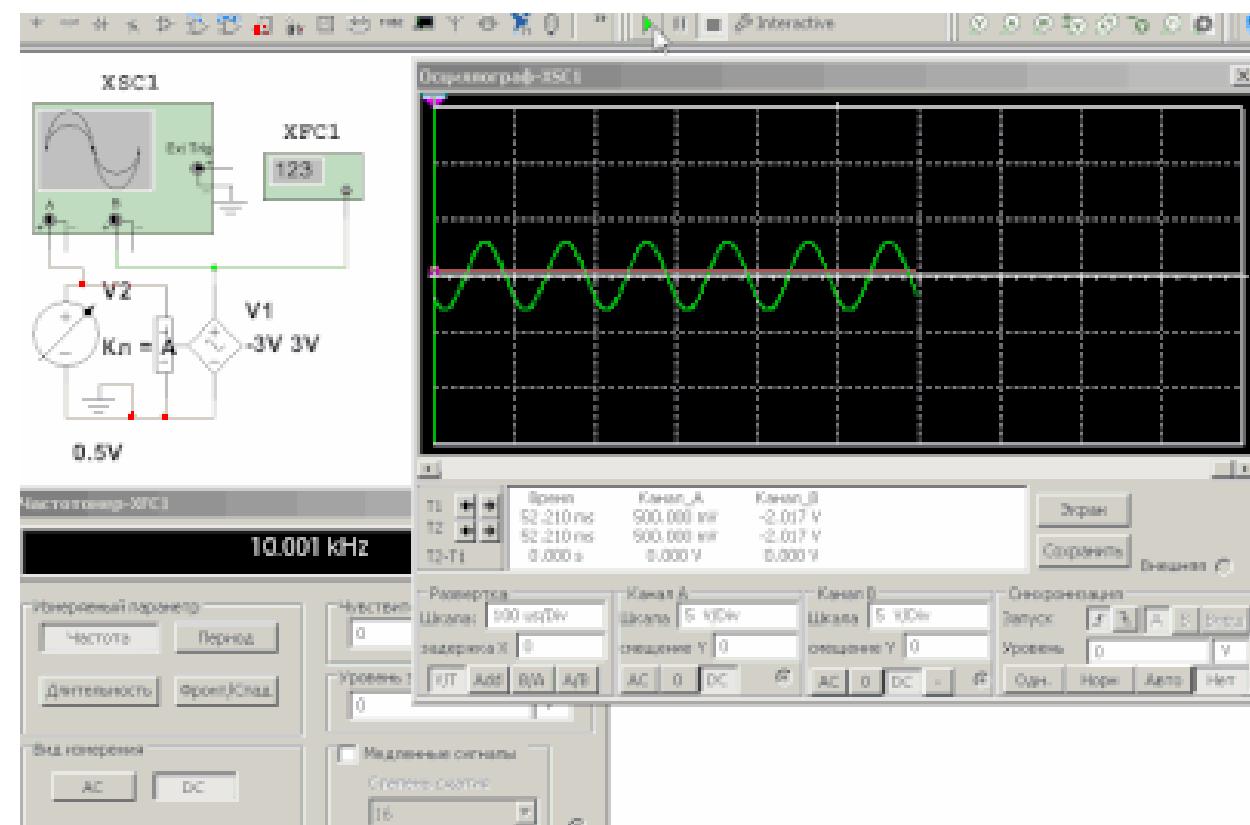
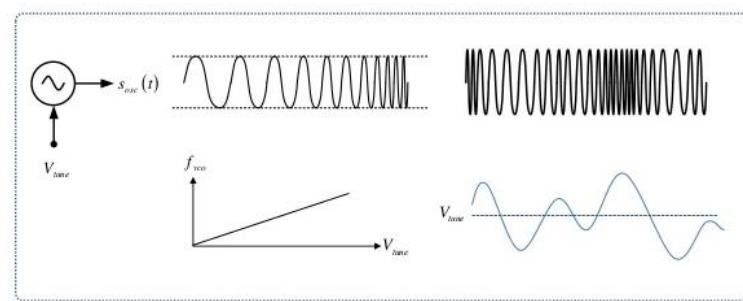
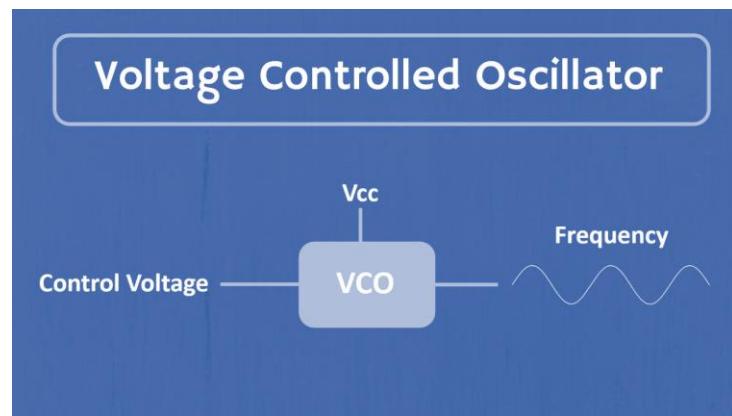
$$\text{Binary 0: } s_2(t) = A_c \cos(2\pi f_c t - \pi \Delta f t + \phi_2), \quad 0 \leq t \leq T_b$$

$$\text{Binary 1: } s_1(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \pi \Delta f t + \phi_1), \quad 0 \leq t \leq T_b$$

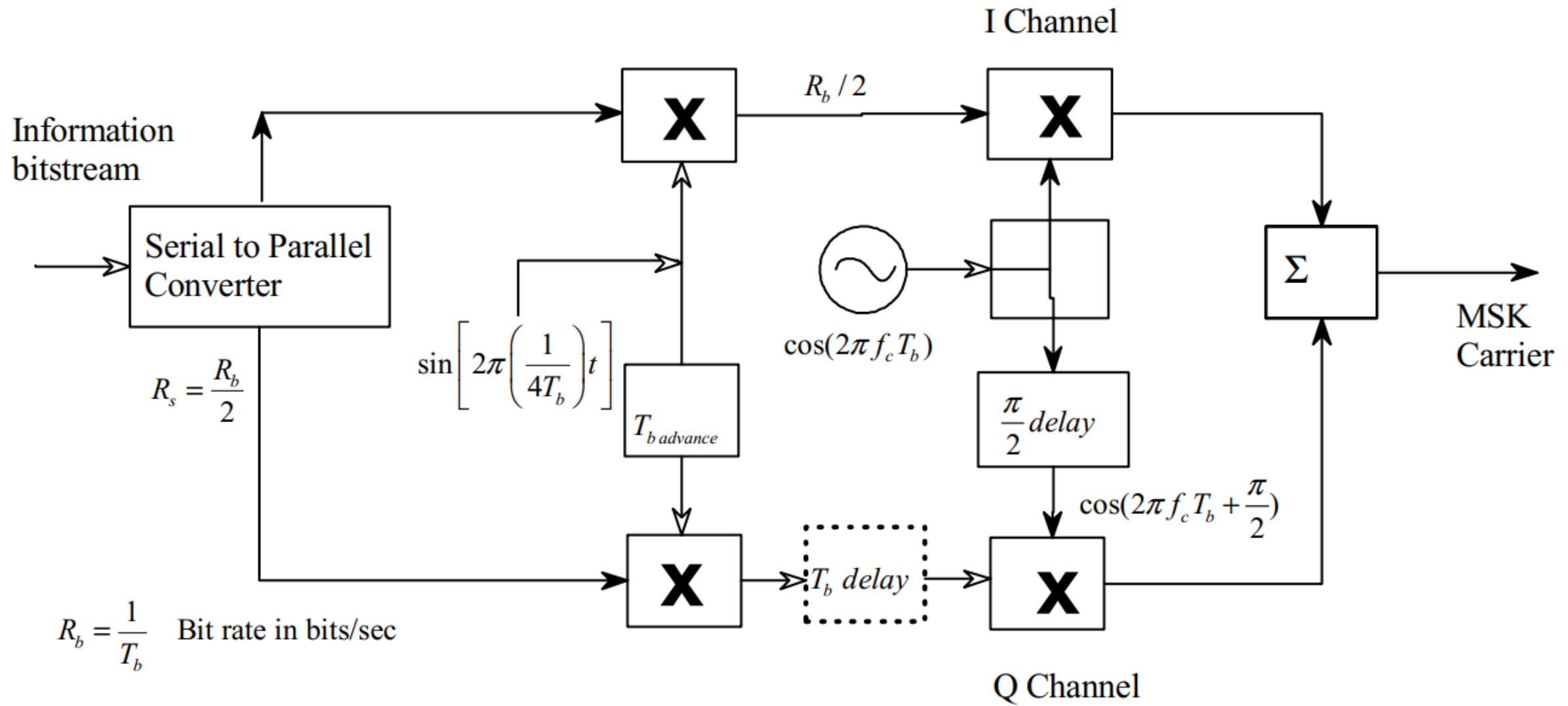
- FSK modülasyonunda frekans geçişlerinde oluşan faz süreksizlik probleminin önlenmesi için tek bir osilatör kullanılmasına ihtiyaç duyulur. Eğer gerilim kontrollü osilatör (VCO) kullanılarak çıkış frekansı, mesaj sinyaline bağlı olarak değiştirilirse sürekli faz frekans kaydırmalı anahtarlama (CP-FSK) modülasyonu elde edilir. CPFSK modülasyonu, FM modülasyonunun dijital versiyonu olarak düşünülebilir.



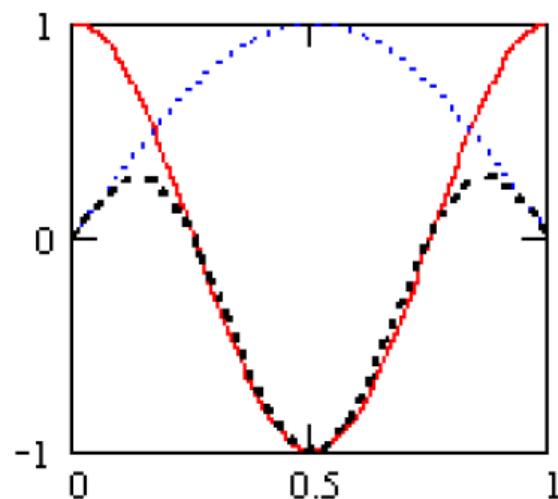
Gerilim Kontrollü Osilatör (VCO)



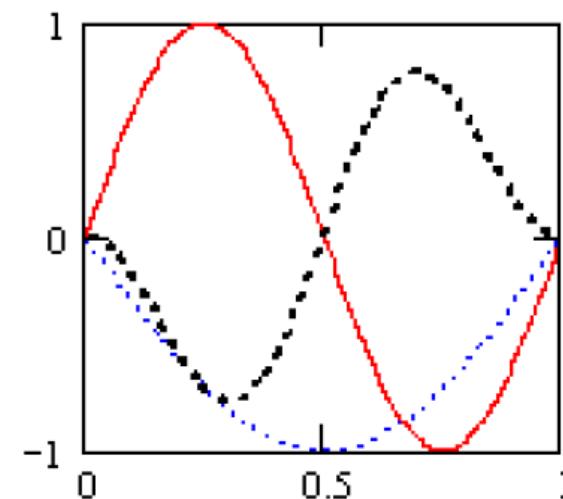
- MSK modülasyonlu sinyal dikdörtgen darbe kullanılan O-QPSK modülasyonunda darbe şekillendirme ile yarım dalga sinüzoidal darbe kullanılarak elde edilebilir. O-QPSK sinyali ise geleneksel QPSK sinyalinin Q kanalında I kanalına göre 1 bit gecikme yapılarak elde edilir ve böylece faz kayması sınırlanarak kuvvetlendirici için daha uygun bir sinyal elde edilir.
- MSK sinyali elde etmek için O-QPSK sinyali I ve Q kanallarında «square root raised cosine» darbe şekillendirme uygulanmış sinyaller kullanılarak değişiklik yapılır. Böylece yarım dalga sinüzoidal (half cycle sinusoid) sinyal elde edilir. Bu sebepten MSK için modülatör ve demodülatör blokları da karmaşık yapıda değildir.



- Kırmızı -> Taşıyıcı sinyal
- Mavi -> Yarım dalga darbe sinyali
- Siyah -> Taşıyıcı sinyal ve yarım dalga darbe sinyalinin çarpımı

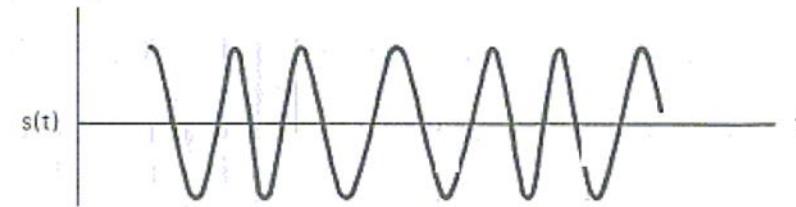
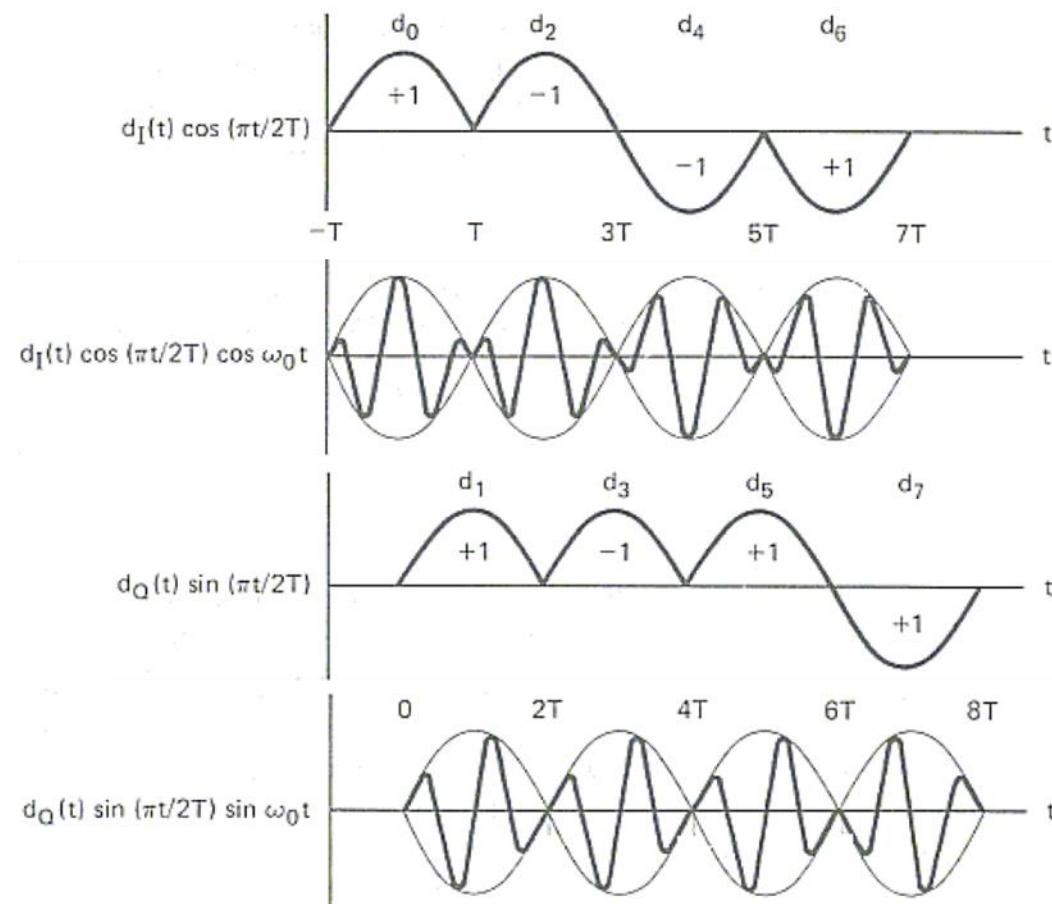


1 bit



0 bit

- MSK modülasyonlu sinyal dalga şekli için faz değişimi lineer olup bit aralığı (T) süresince $\pm\pi/2$ ile sınırlıdır.



$$S(t) = d(t) \cos(\pi t/2T) \cos 2\pi f t + d(t) \sin(\pi t/2T) \sin 2\pi f t$$

- MSK modülasyonu CP-FSK modülasyonun modülasyon indisini değerinin 0,5 olduğu özel bir durumudur.

$$\Delta f T_b = 0.5$$

$$\Delta f = f_1 - f_2 = \frac{R_b}{2} = \frac{1}{2T_b}$$

$$x(t) = A \cos \{2\pi f_c t + \phi(t)\}$$

$$\phi(t) = \pm \pi \Delta f t$$

$$f_1 - f_2 = \Delta f$$

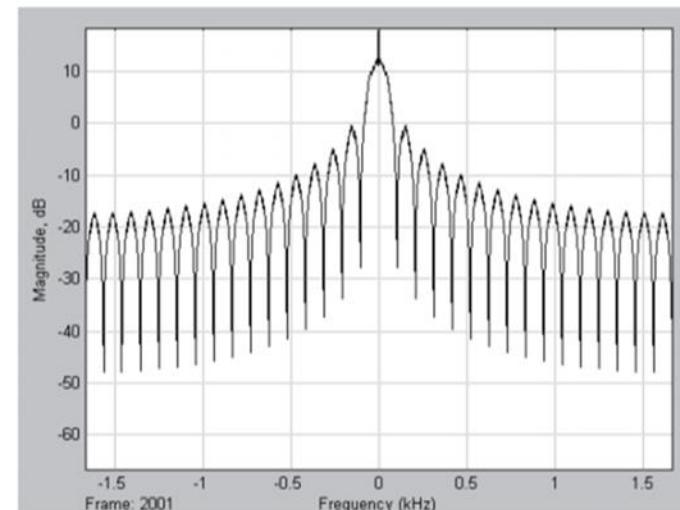
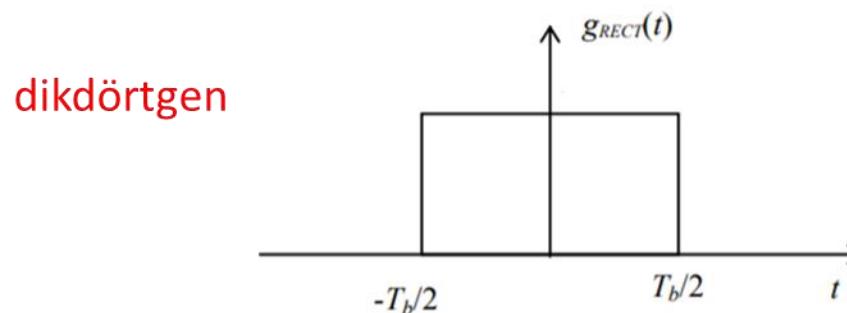
$$f_1 = f_c + \frac{\Delta f}{2}$$

$$f_2 = f_c - \frac{\Delta f}{2}$$

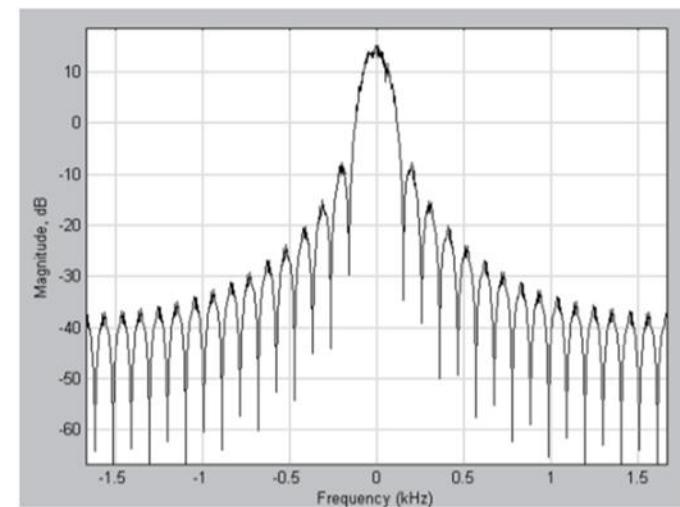
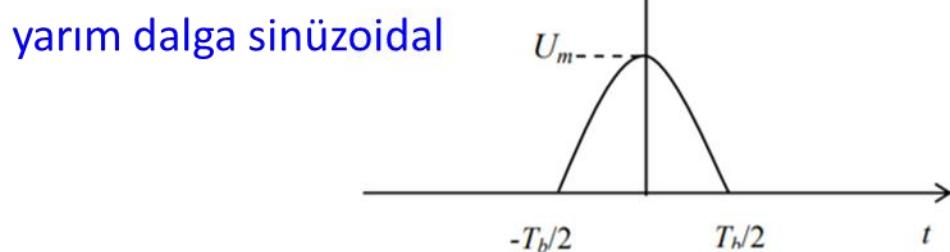
$$f_1 \rightarrow \phi(t) = \pi \Delta f t = \frac{\pi t}{2T_b} \quad f_2 \rightarrow \phi(t) = -\pi \Delta f t = -\frac{\pi t}{2T_b}$$

$$x(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos \left[2\pi f_c t \pm \frac{\pi t}{2T_b} + \psi(0) \right], \quad 0 \leq t \leq T_b$$

$$g_{RECT}(t) = \begin{cases} U_m, & -\frac{T_b}{2} \leq t \leq \frac{T_b}{2} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$



$$g_{RECT}(t) = \begin{cases} U_m \cos\left(\frac{\pi t}{T_b}\right), & -\frac{T_b}{2} \leq t \leq \frac{T_b}{2} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$



- MSK modülasyonunda doğrusal faz değişimi nedeniyle güç spektral yoğunluğu incelendğinde düşük yan kulaklara sahiptir. Bu durum yan kanal girişiminin (adjacent-channel interference) kontrol edilmesinde etkilidir. Buna karşın MSK modülasyonunda ana kulak, QPSK modülasyonuna göre daha genişstir.

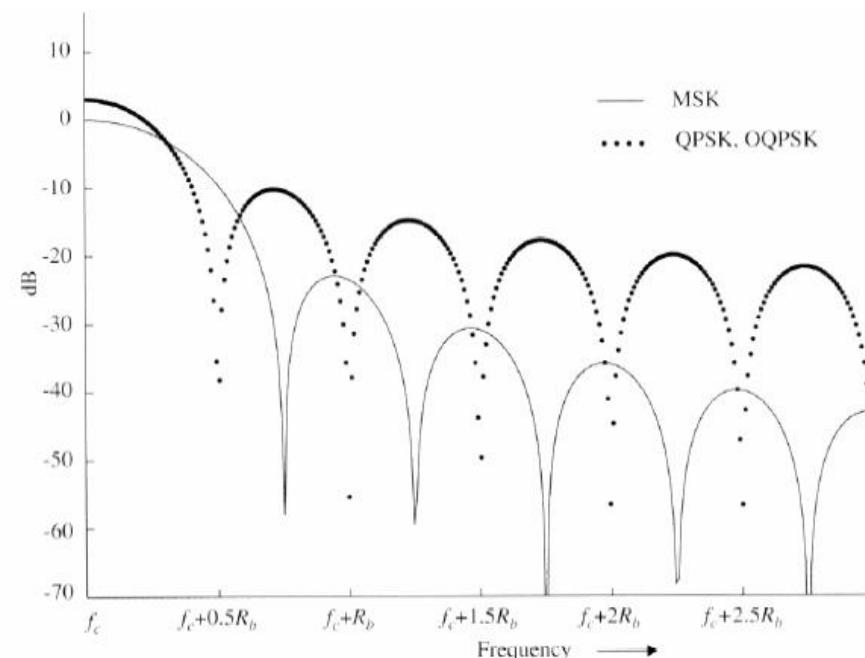
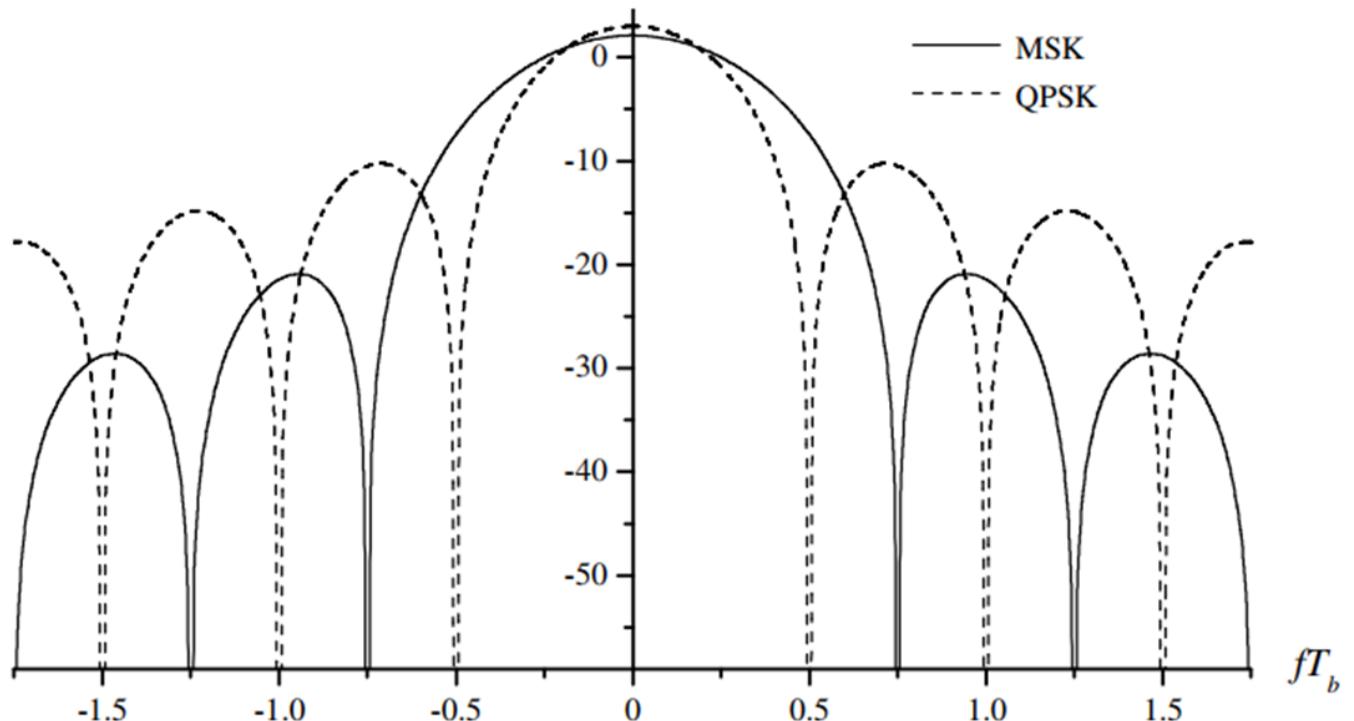
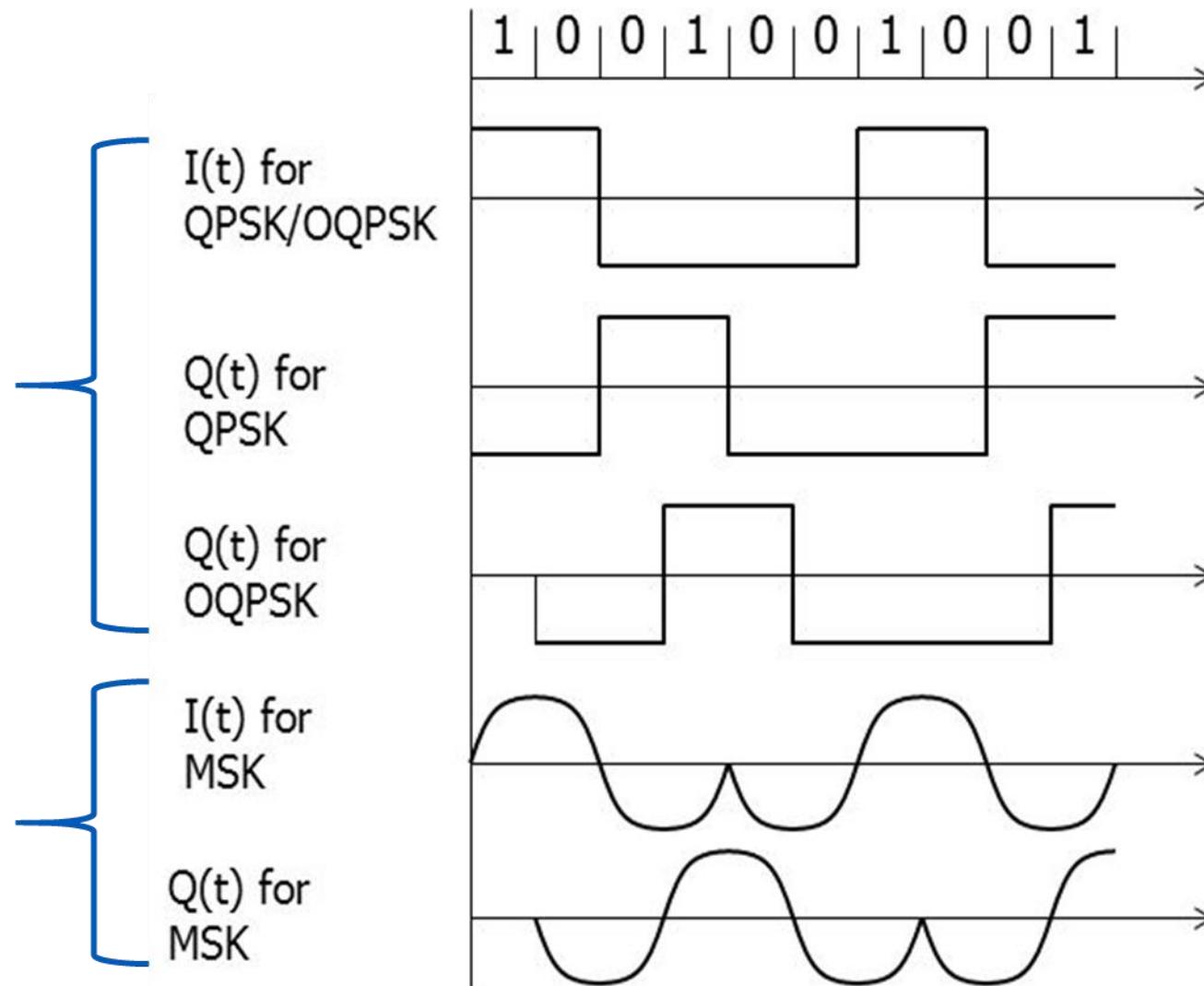
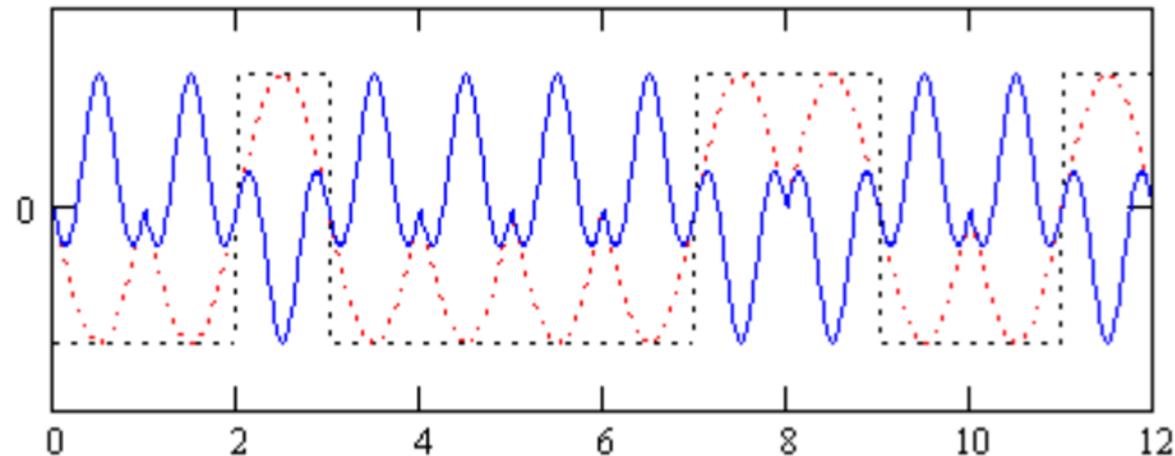


Figure 6.38 Power spectral density of MSK signals as compared to QPSK and OQPSK signals.

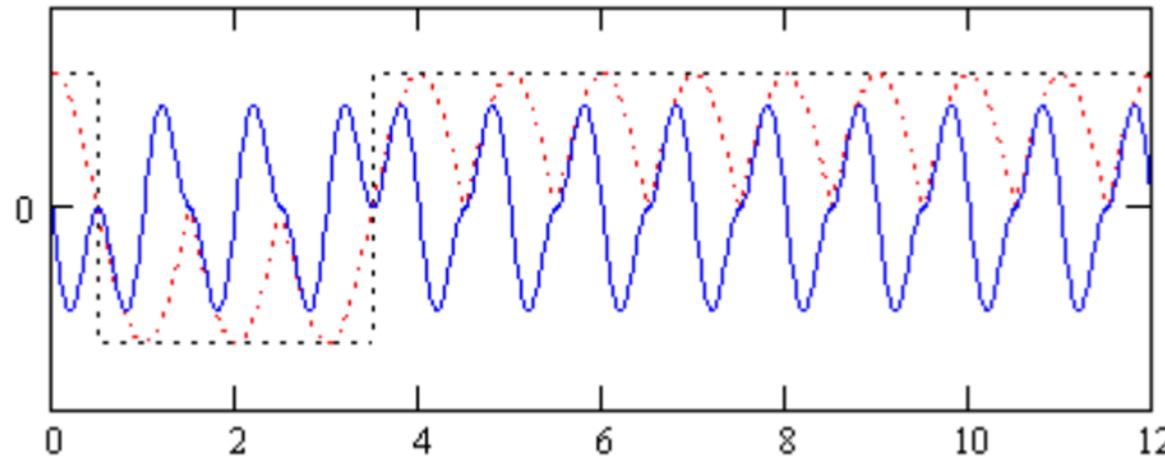


MSK modülasyonu güç spektrumunda ana kulak, QPSK modülasyonuna göre daha genişir. MSK modülasyonu için güç spektral yoğunluğu frekans artarsa hızlı bir şekilde azalır. QPSK modülasyonu için modülasyonlu sinyal gücünün yaklaşık olarak %90'ı ana kulak içinde kalır. MSK modülasyonu için bu değer %99'a çıkar.



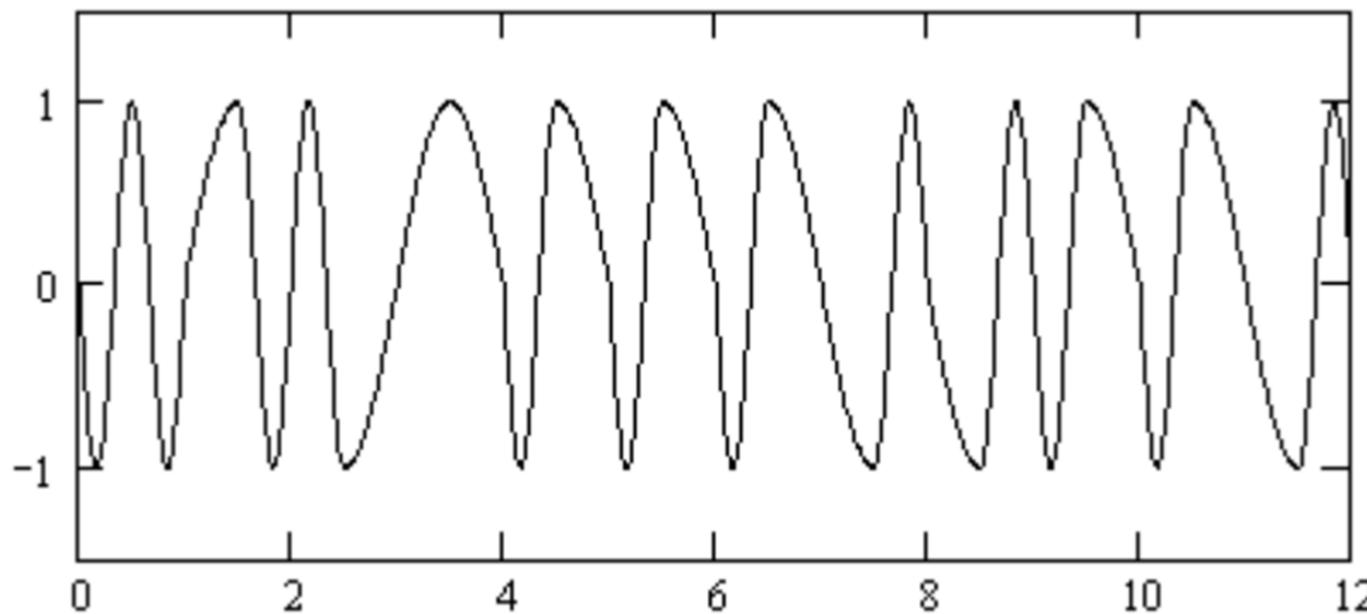


$$MSKcarrI(t) = QPSKI(t) \left| \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \right| \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)$$



$$MSKcarrQ(t) = QPSKQ(t) \left| \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) \right| \sin\left(\frac{\pi(t + .5T)}{T}\right)$$

- I ve Q kanalları toplanarak MSK sinyali elde edilir:



$$c(t) = a(t) \sin\left(\frac{\pi}{2T}t\right) \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) + a(t) \sin\left(\frac{\pi}{2T}t\right) \sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)$$

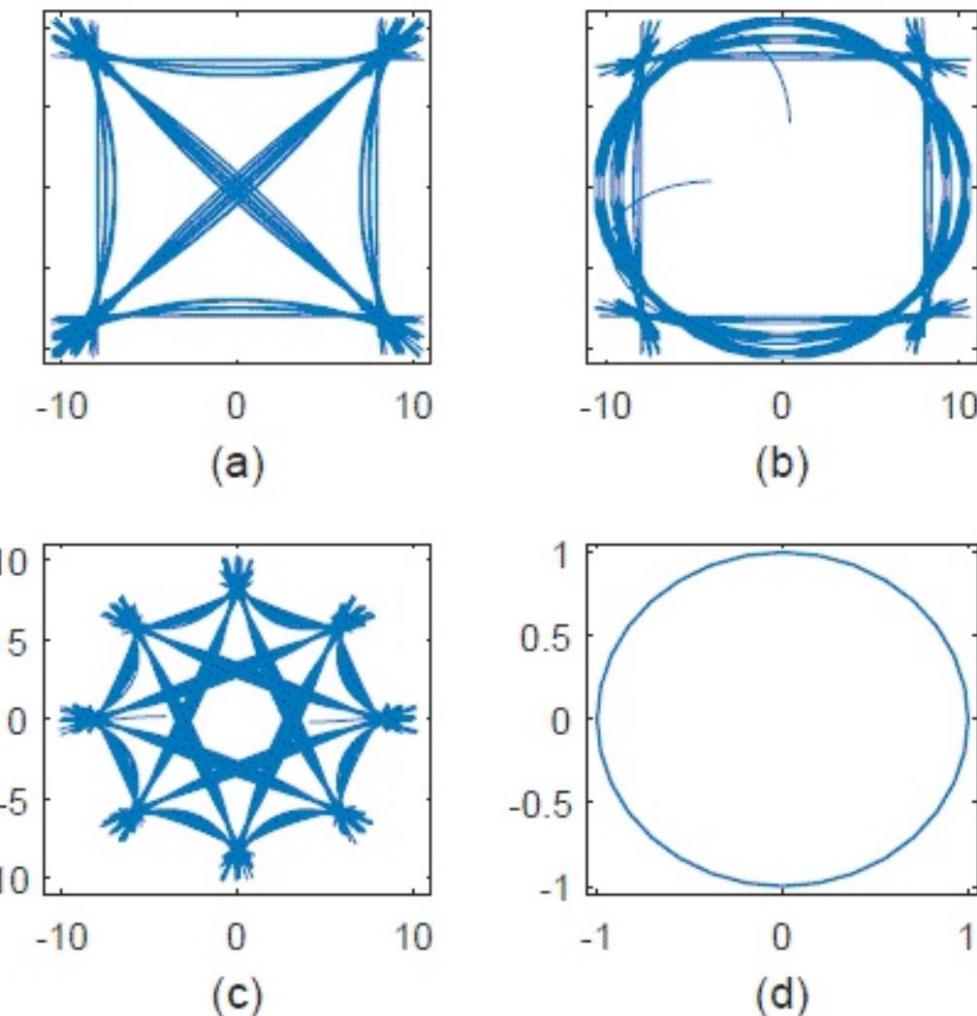


Fig. 2.29: Constellations plots for: (a) $\alpha = 0.3$ RC-filtered QPSK, (b) $\alpha = 0.3$ RC-filtered O-QPSK, (c) $\alpha = 0.3$ RC-filtered $\pi/4$ -DQPSK and (d) MSK

- MSK modülasyonunda bant genişliği bakımından verimliliğini artırmak için GMSK (Gaussian-filtered minimum shift keying) modülasyonu geliştirilmiştir. GMSK modülasyonunda Gaussian filtreleme yapacak şekilde darbe cevabına sahip filtre kullanarak, dikdörtgen darbeye göre yan kulakları düşük ve ana kulağı daha dar olan sinyal üretmek mümkündür.
- Gaussian darbe şekillendirme filtresi 3 dB bant genişliği B (veya W) ve bit süresi T parametrelerine bağlı olarak çalışır. GMSK modülasyonu C sınıfı doğrusal olmayan kuvvetlendiricilerin kullanımını mümkün hale getirir. Buna karşın düşük $B.T$ değerleri için bile bant genişliği verimliliği bakımından filtrelenmiş QPSK modülasyonundan daha kötüdür.

- Gaussian darbe şekillendirme滤resi darbe cevabnda **B.T** çarpımına göre darbe şekillendirme işlemi aşağıda verilmiştir.

$$h(t) = \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} W \exp\left(-\frac{2\pi^2}{\ln 2} W^2 t^2\right)$$

GMSK = MSK + Gaussian filter

T = bit duration

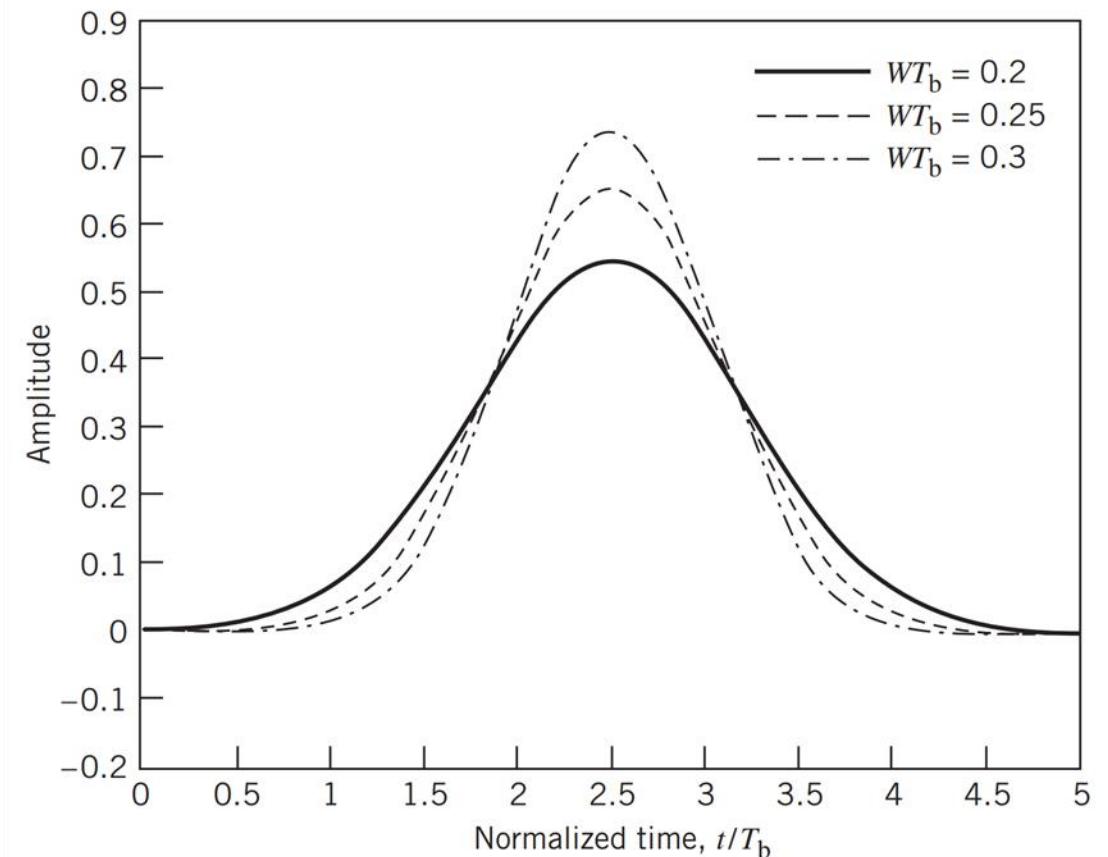
B = 3dB Bandwidth of the shaping filter

BT = 0.3 for GSM

Bandwidth Time

BT = 0.5 for DECT (Digital Enhanced Cordless Telecommunications)

Data rate: 270.8 kbps



- MSK modülasyonunda kare dalga yerine yarım dalga sinüzoidal dalga kullanılır. Gaussian darbe şekillendirici kullanılarak elde edilen modülasyonlu sinyal ile spektral verimlilik bakımından daha iyi sonuçlar alınabilir.
- GMSK modülasyonunda Gaussian filtreleme işlemi semboller arası girişim (ISI) etkisinden dolayı küçük bir miktarda performans kaybına sebep olabilir. Fakat sürekli faz FSK modülasyonu gibi semboller arasında faz değişerek sabit bir genlik üretir. Bu sebepten QPSK modülasyonuna alternatif olarak faydalananır. GMSK modülasyonu GSM, DECT, CDPD, DCS1800, PCS1900 gibi mobil haberleşme sistemlerinde kullanılmıştır.

- GMSK modülasyonu, ses sinyallerinin modülasyonu için iyi bir seçimdir. GSM ve DECT standartlarında kullanılmıştır. Örneğin GSM sistemi için BT değeri 0,3 ve veri hızı 270,833 Kbps'dır. Buna karşın DECT için BT değeri 0,5 ve veri hızı 1,728 Mbps'dır.

GSM:

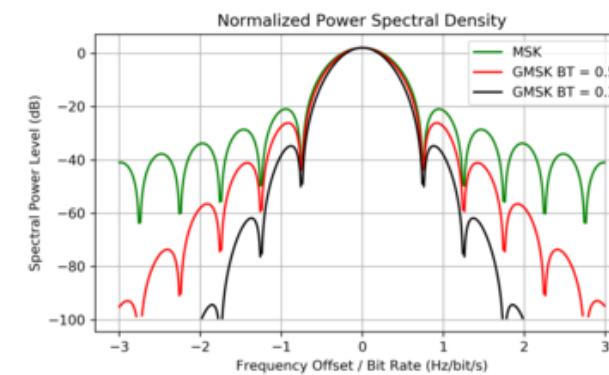
- GMSK, modulation index $h=0.5$, BT = 0.3, bit rate: 270.833 Kbps, channel spacing: 200 KHz

DECT:

- GFSK, BT = 0.5, bit rate: 1.152 Mbps, channel spacing: 1.728 MHz

Bluetooth:

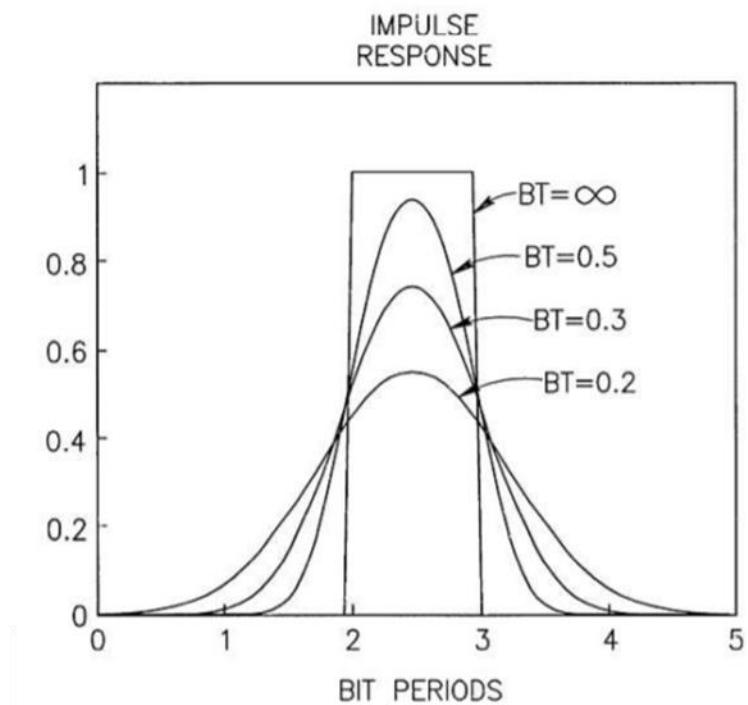
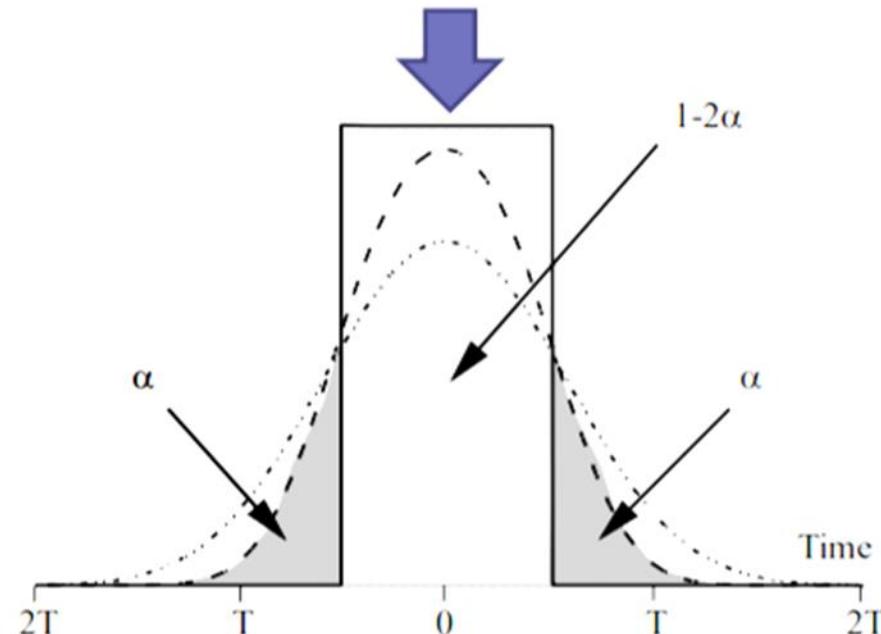
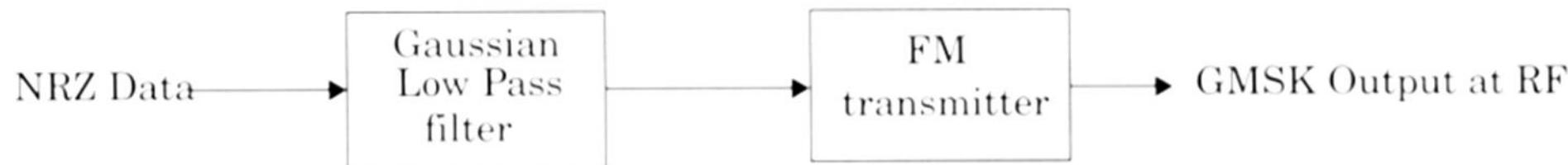
- GFSK, modulation index $h = 0.32$, BT = 0.5



- Good choice for voice modulation.



Gaussian Minimum Kaydirmalı Anahtarlama (GMSK)



◆ Gaussian Filter

- Reasonable $B_G T_b$
 - » 0.3 to 0.5
 - » Greater than 0.5?
 - sidelobe levels not reduced enough
 - » Less than 0.3?
 - ISI becomes too large
- GMSK normally specified by amount of filtering
 - » Example: 0.3 GMSK is GMSK with $B_G T_b = 0.3$

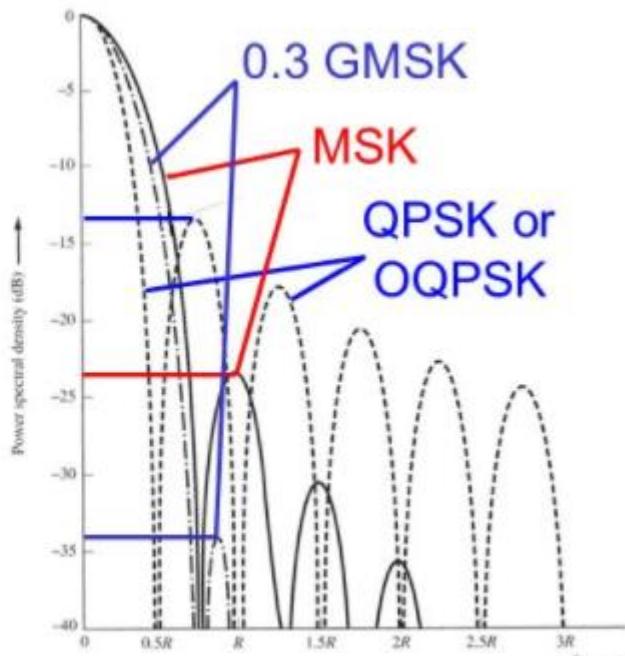
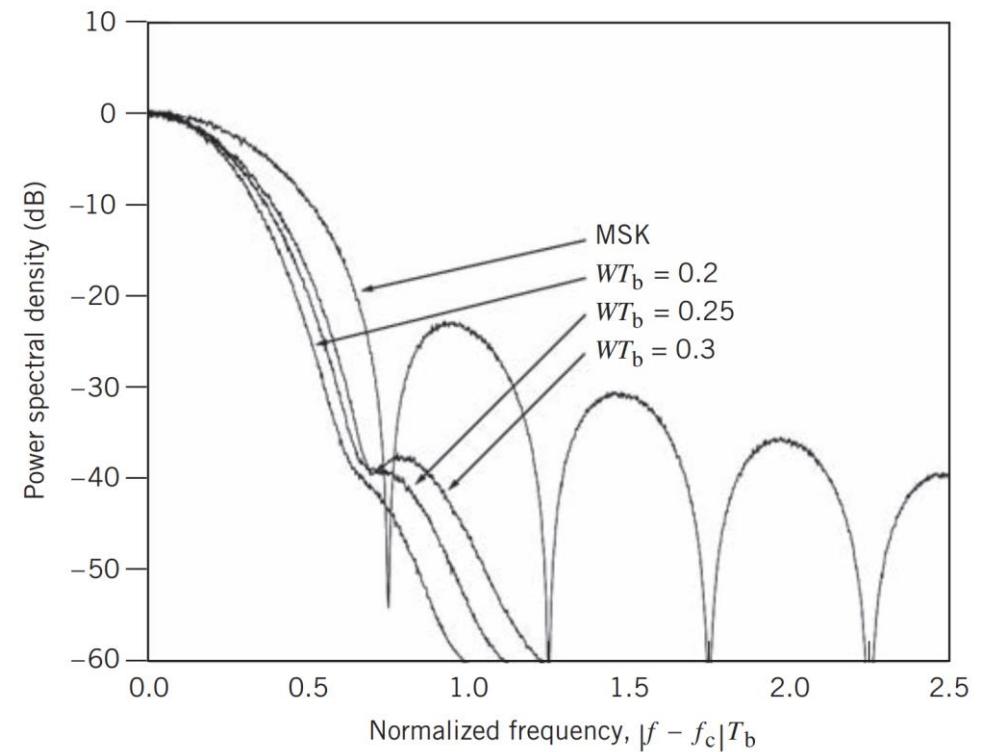
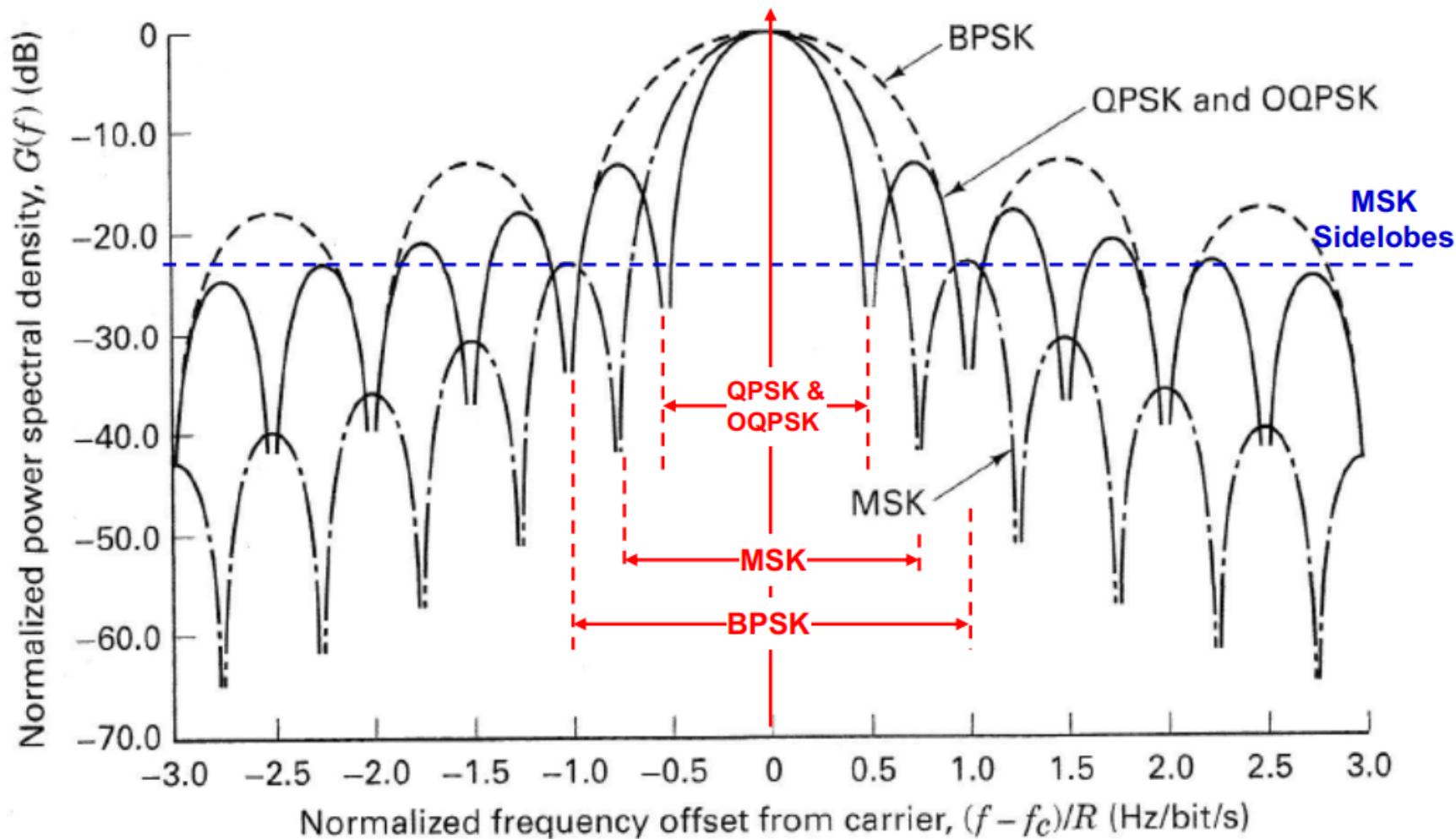


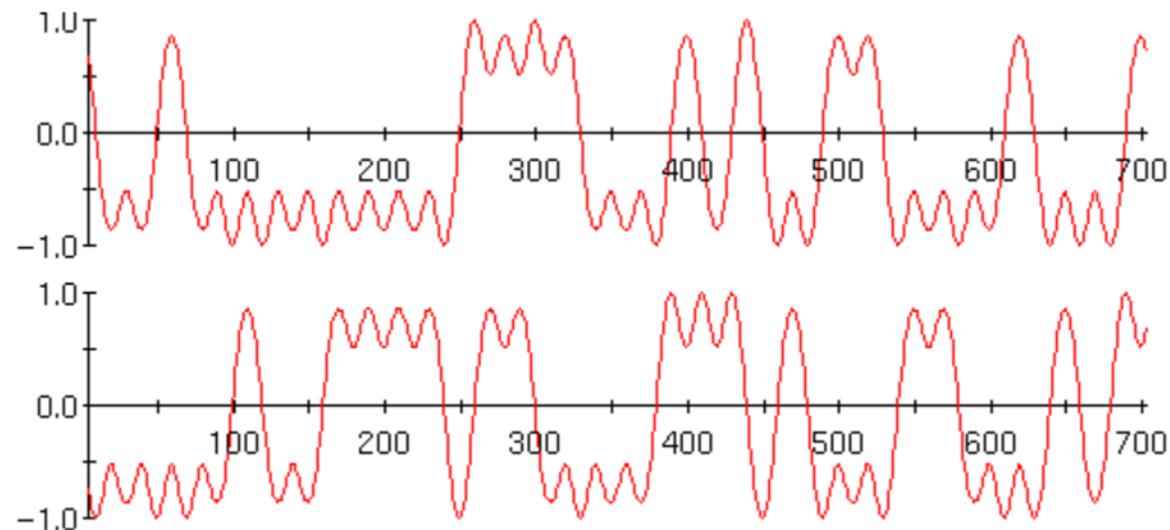
Figure 5-35 PSD for complex envelope of MSK, GMSK, QPSK, and OQPSK, where R is the bit rate (positive frequencies shown).



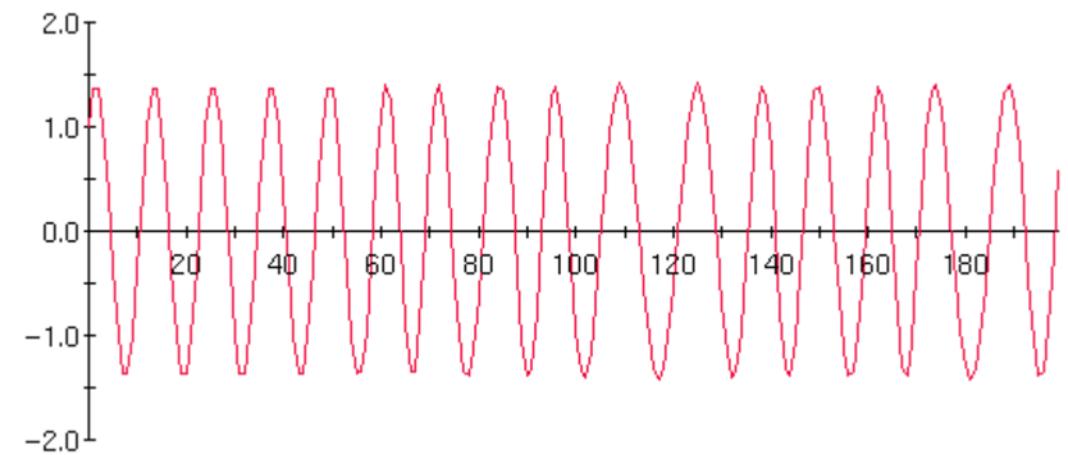
Normalized Power Spectral Density for BPSK, QPSK, O-QPSK, and MSK



- GMSK modülasyonlu sinyal dalga şekli hemen hemen FM sinyaline benzer.



GMSK modülasyonu için I ve Q taşıyıcıları



I ve Q taşıyıcıları toplanarak elde edilen GMSK sinyali

- GMSK modülasyonu için BER değeri aşağıda verilmiştir:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2\lambda E_b}{N_0}}\right)$$

P_e = bit error probability

λ is constant related to $B_{3dB} T_b$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2\gamma E_b}{N_0}}\right)$$

$$\gamma \equiv \begin{cases} 0.68 & \text{for GMSK with } BT = 0.25 \\ 0.85 & \text{for simple MSK (} BT = \infty \text{)} \end{cases}$$

- $B_{3dB} T_b = 0.25 \rightarrow \lambda = 0.68$
- $B_{3dB} T_b = \infty \rightarrow \lambda = 0.85$ (MSK)

- MSK modülasyonu için BER değeri aşağıda verilmiştir:

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

- GMSK modülasyonu kullanılan uygulamalarda güç verimliliği ve bant genişliği verimliliği arasında ödünleşim (trade-off) vardır. Hata olasılığı ifadesi α GMSK parametresi, BT çarpımı ile bağlantılı olarak aşağıda verilmiştir:

GMSK $P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2\alpha E_b}{N_0}}\right)$

MSK $P_e \approx Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

BT	α
0.25	0.68
∞	0.85

$BT \rightarrow \infty$ GMSK \rightarrow MSK

$$P_e^{GMSK} > P_e^{MSK}$$

GMSK modülasyonu MSK'dan daha iyi bant genişliği verimliliği sağlar. Fakat güç verimliliği MSK'dan daha biraz kötüdür.

Advantages

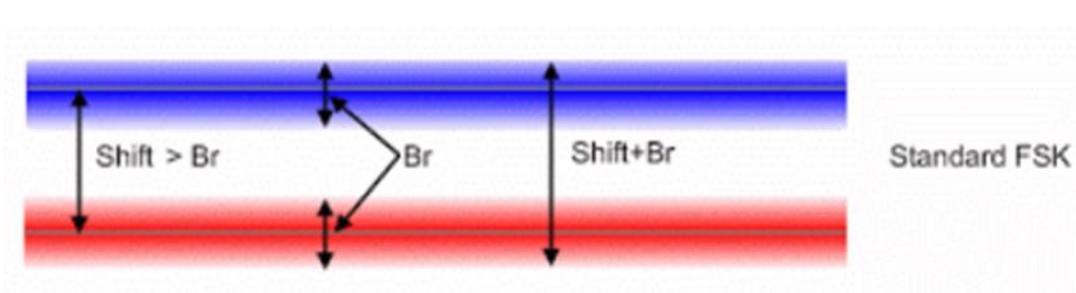
- High spectral efficiency.
- Reducing sideband power.
- Excellent power efficiency due to constant envelope.
- reducing the interference between signal carriers in adjacent frequency channels.
- Self synchronizing capability
- Good choice for voice modulation.

Disadvantages

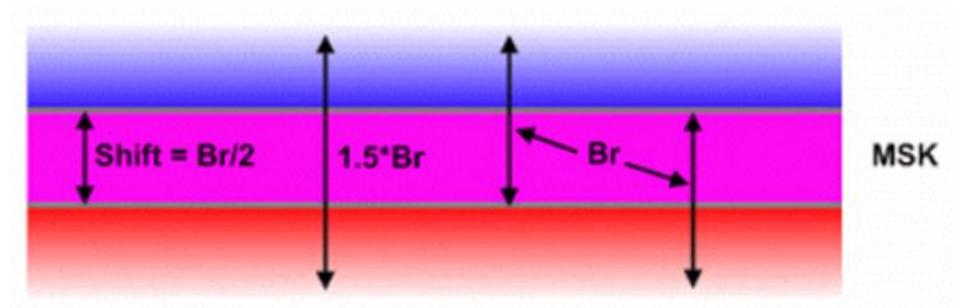
- causes (inter symbol interference[ISI])
- Higher power level than QPSK.
- Requiring more complex channel equalization algorithms such as an adaptive equalizer.

- FSK – uygulanması kolay ve nispeten geniş spektruma sahiptir.
- GFSK – uygulanması kolay ve daha dar spektrum avantajı, fakat FSK modülasyonuna göre gürültü bağışıklığı biraz daha kötüdür.
- MSK – nispeten dar spektrumda çok fazla gürültü bağışıklığı avantajı, fakat modülatör-demodülatör devreleri oldukça karmaşık yapıdadır.
- GMSK – spektrum genişliği teorik sınıra (B_r) hemen hemen yakın, MSK modülasyonu ile karşılaştırıldığında gürültü bağışıklığı biraz daha kötü, modülatör-demodülatör devreleri karmaşıklığı MSK modülasyonu ile aynıdır.

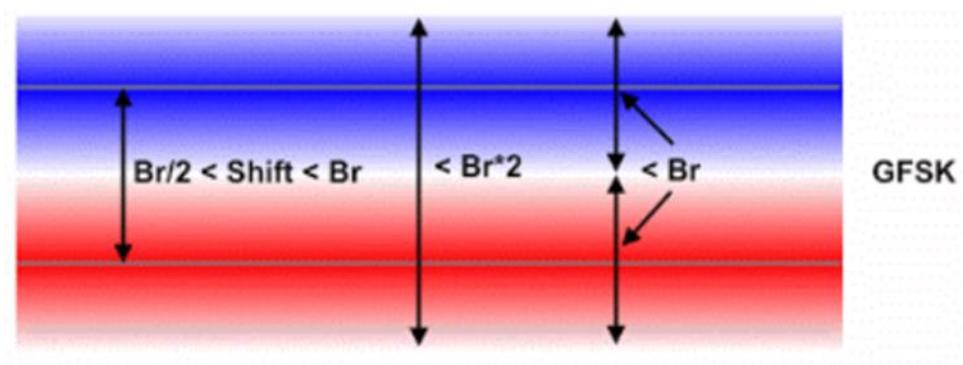
Değerlendirme



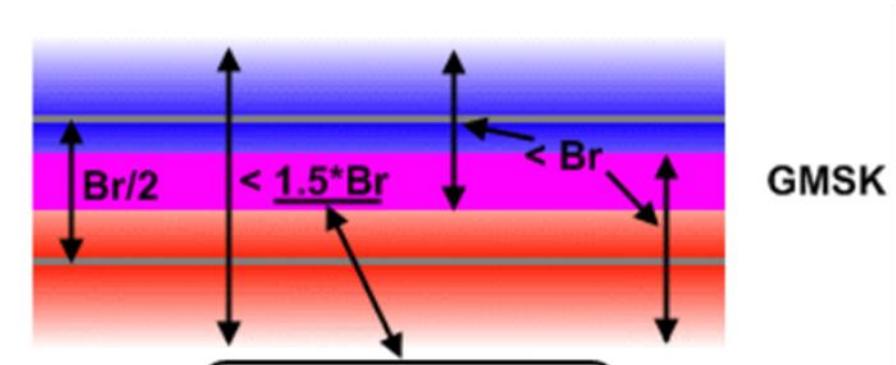
Standard FSK



MSK



GFSK



GMSK

mskmod

Minimum shift keying modulation

Syntax

```
y = mskmod(x,nsamp)
y = mskmod(x,nsamp,dataenc)
y = mskmod(x,nsamp,dataenc,ini_phase)
[y,phaseout] = mskmod(...)
```

comm.MSKModulator System object

Modulate using MSK method

Examples

Eye Diagram of MSK Signal

Generate a random binary signal.

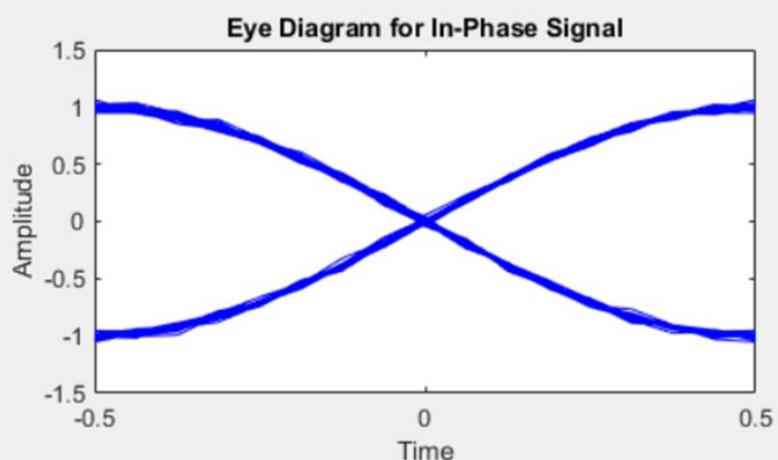
```
x = randi([0 1],100,1);
```

MSK modulate the data.

```
y = mskmod(x,8,[],pi/2);
```

Pass the signal through an AWGN channel. Display the eye diagram.

```
z = awgn(y,30,'measured');
eyediagram(z,16);
```





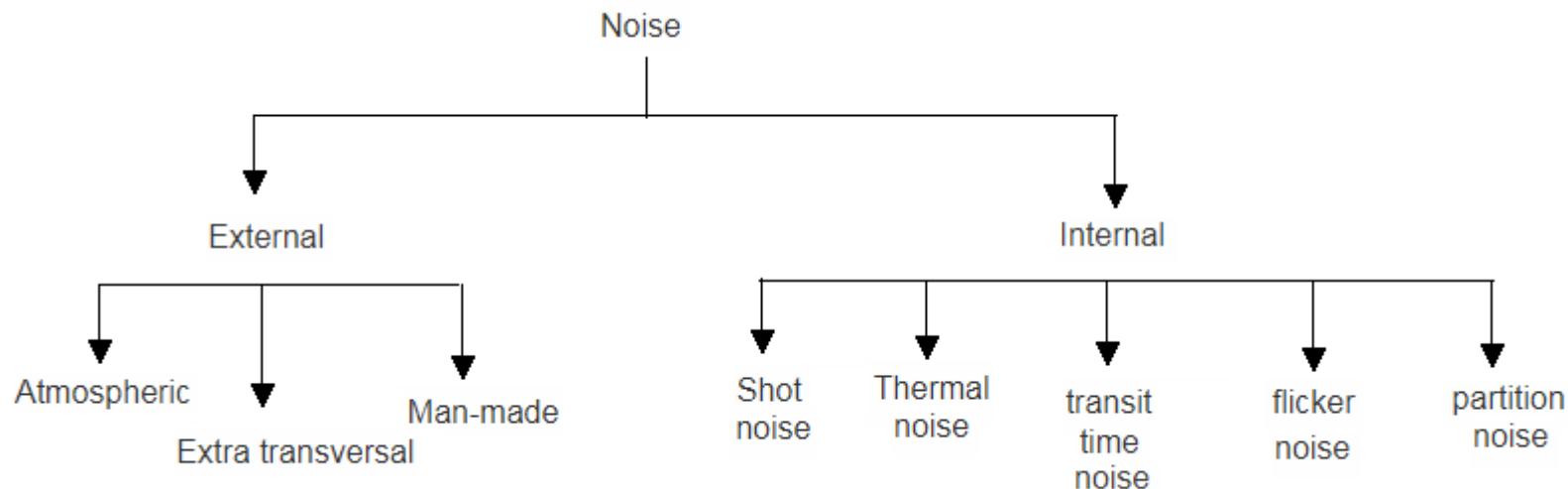
Thank You

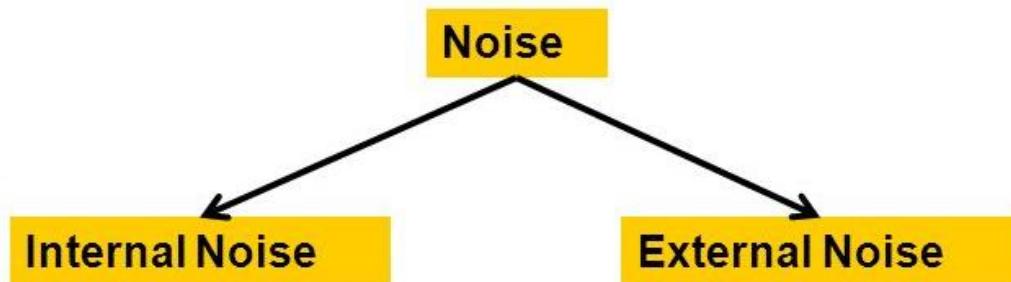
hakkisoy@karatay.edu.tr

Gürültü

- Haberleşme sistemlerinde kanal üzerinde **toplanır beyaz Gauss gürültüsü** (additive white Gaussian noise, AWGN) ve **semboller arası girişim** (inter-symbol interference, ISI) gibi bozucu etkenler sebebiyle kapasite SNR değerine göre anlık olarak değişiklik gösterir.
- Haberleşme sistemlerinin temel karakteristiği kendi içerisinde belirsizlik barındırmamasıdır. Bu belirsizliğin temelinde gürültü (noise) adı verilen istenmeyen sinyaller vardır. Gürültü, birden fazla sayıda genlik ve frekansta bileşenleri olan rasgele sinyal biçimindedir. Bu tip gürültü genellikle beyaz gürültü olarak isimlendirilir ve mesaj sinyali üzerine eklenerek hatalara sebep olur.
- Gürültü ve girişim aynı değildir. Girişim kanal üzerindeki bilgi taşıyan diğer sinyallerden kaynaklanır. Gürültü hiçbir anlamlı bilgi taşımaz.

- Kanal üzerinde gürültü yüksek seviyeye ulaşırsa ve/veya mesaj sinyali seviyesi yeterince yüksek seviyede değilse bilginin alıcıda tekrar elde edilmesi mümkün olmaz. Gürültü dahili ve harici kaynaklardan meydana gelebilir.





- Due to **random movement of electrons** in electronic circuit.
- Electronic components in a receiver such as **resistors, diodes, and transistors** are major sources of internal noise
 - Thermal (agitation) noise
 - Shot noise
 - Transit time noise

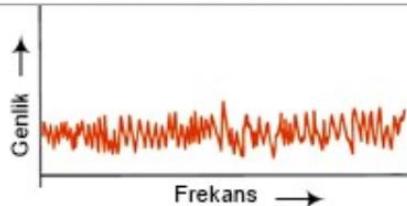
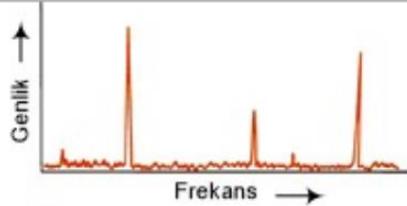
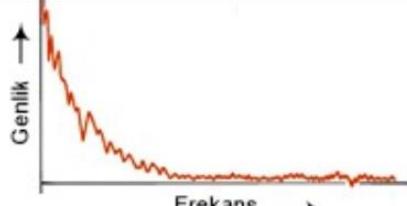
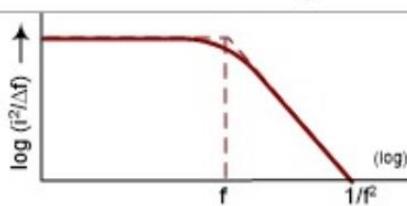
- Man-made noise and natural resources
- External noise comes from sources over which we **have little or no control**
 - Industrial sources
 - motors, generators, manufactured equipment
 - Atmospheric sources / static electricity
 - speaker when there is no signal present

6

- Haberleşme sistemlerinde verici ve alıcı cihazların içinde üretilen dahili gürültü sıcaklık, bant genişliği, akım, kazanç ve direnç ile orantılıdır. Bunlardan biri artarsa gürültü artar. Düşük gürültü için bant genişliği dar, kazancı düşük, az akım çeken ve düşük direnç değerine sahip devreler ile sağlanır. Sıcaklığın düşürülmesi de önemlidir.
- Alıcı üzerinde elektronik devreler içerisinde yer alan devre elemanları (direnç, diyon ve transistor gibi) dahili gürültü kaynağıdır. Dahili gürültü düşük seviyede olsa da zayıf sinyaller üzerinde bozucu etki meydana getirir. Dahili gürültünün temel kaynakları termal gürültü, yarıiletken gürültüsü ve ara modülasyon bozulmasıdır. Bazı önlemler alınarak dahili gürültü etkisi azaltılabilir.

Dahili Gürültü

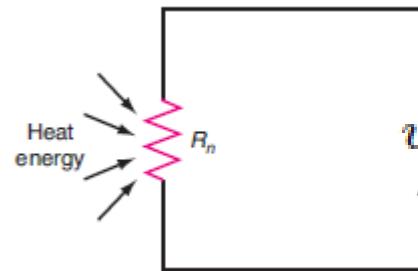
GÜRÜLTÜ VE GÜRÜLTÜ KAYNAKLARI

Gürültü	Tanımlama	Spektral Yoğunluk
Jonhson (Termal) Gürültüsü (beyaz spektrum) (Hızın rastgele sapması)	$i_{rms} = \sqrt{\frac{4 k T \Delta f}{R}}$ $v_{rms} = \sqrt{4 k T R \Delta f}$	
Shot (Vurma) Gürültüsü (beyaz spektrum) (p-n bağlantısın- daki DC akım)	$i_{rms} = \sqrt{2 I e \Delta f}$	
Flicker (1/f) Gürül- tüsü (pembe spektrum) (Kristal dokuda tutulma)	$i_{rms} = \sqrt{K \frac{I}{f} \Delta f}$ $v_{rms} = \sqrt{K \frac{f}{f_c}}$	
Burst Gürültüsü (Ağır metal iyonu kirlenmesi; altın, vs)	$i_{rms} = \sqrt{K \frac{I}{1 + (f/f_c)^2} \Delta f}$	

v_{rms} = gürültü voltajı (ortalama); k = Boltzmann sabiti (1.38×10^{-23} J/K); i_{rms} = akım dalga-
lanması; I = doğru akım (A); e = bir elektronun yükü (1.60×10^{-19} C); T = sıcaklık (K); R =
direnç (Ω); Δf (Hz) = bant genişliği; K = sabit

- **Termal gürültü:** Dahili gürültünün büyük bir bölümü termal gürültü şeklinde ortaya çıkar. Bunun kaynağı iletken içerisinde serbest elektronların rasgele hareketidir. Sıcaklık artarsa, bu atomik harekete sebep olur. İletkende elektronların hareketi gürültü olarak değerlendirilecek rasgele gerilim oluşturur. Bu etki çok yüksek değerli (mega-ohm seviyesinde) direnç, yüksek kazançlı osiloskoba bağlanarak gözlenebilir. Oda sıcaklığında elektron hareketinden dolayı direnç üzerinde gerilim oluşur. Gerilim değişimi tamamen rasgele ve düşük seviyede, sıcaklıkla orantılıdır. Bu termal etki 1928 yılında J.B. Johnson tarafından gözlemlenmiştir. Bu sebepten Johnson gürültüsü adı verilir.

- Direnç üzerinde açık devre gürültü gerilimi Johnson formülü ile hesaplanabilir:



$$v_n = \sqrt{4kTBR}$$

v_n = rms noise voltage

k = Boltzman's constant (1.38×10^{-23} J/K)

T = temperature, K ($^{\circ}\text{C} + 273$)

B = bandwidth, Hz

R = resistance, Ω

- Örneğin $100 \text{ k}\Omega$ direnç uçlarında açık devre gürültü gerilimi oda sıcaklığında (25°C) DC ile 20 KHz frekansları arasında nedir?

$$\begin{aligned}v_n &= \sqrt{4kTBR} \\&= \sqrt{4(1.38 \times 10^{-23})(25 + 273)(20 \times 10^3)(100 \times 10^3)} \\v_n &= 5.74 \mu\text{V}\end{aligned}$$

- **Yarıiletken gürültüsü:** Diyot ve transistor gibi yarıiletken devre elemanları bu tip gürültünün kaynağıdır. Yarıiletken devre elemanları termal gürültü yanında saçma gürültüsü (shot noise), geçiş zamanı gürültüsü (transit-time noise) ve kırپışma gürültüsü (flicker noise) gibi gürültüler üretir. Saçma gürültüsü bunlardan en yaygın olanıdır. Elektronlar ve boşluklar kaynaktan hedefe ilerlerken bazen rasgele yollar izler. Bu rasgele yollar sebebiyle saçma gürültüsü oluşur.

- Saçma gürültüsü elektron ve boşlukların PN jonksiyonundan geçen izledikleri rasgele yollardan kaynaklanır. Akım her ne kadar harici kutuplama gerilimi ile olussa da, elektron ve boşlukların rasgele hareketi yarıiletken cihaz içerisinde süreklişıklıkların sonucudur. Örneğin bakır tel ile yarıiletken malzeme arasındaki ara yüz süreklişıklık oluşturur ve taşıyıcıların rasgele hareketine sebep olur.
- Saçma gürültüsü geniş bir aralıkta çok sayıda frekans ve genlikte bileşenden meydana geldiğinden beyaz gürültü karakteristiğindedir. Saçma gürültüsü değeri DC kutuplama akımı ve bant genişliği ile orantılıdır. Gürültü akımı aşağıdaki formülle hesaplanır:

$$I_n = \sqrt{2qIB}$$

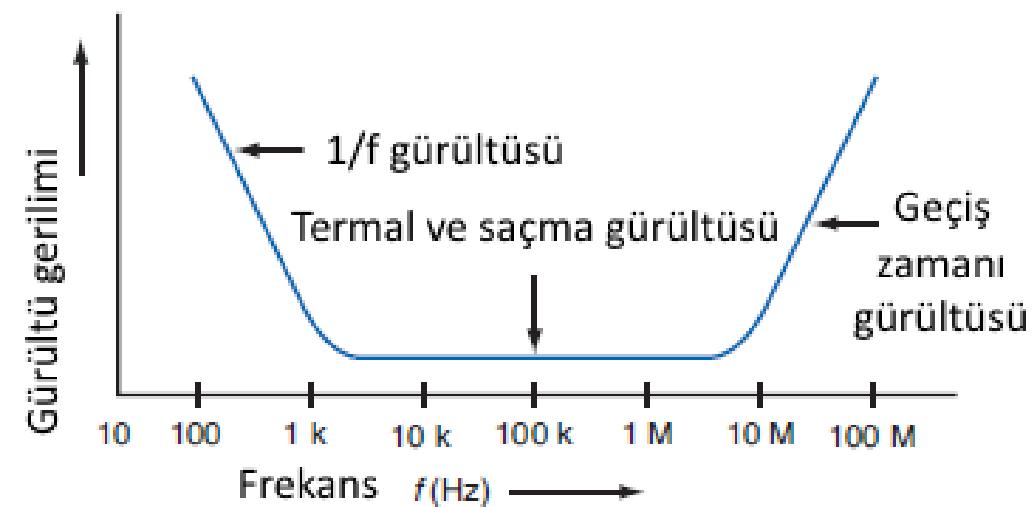
q = charge on an electron, 1.6×10^{-19} C

I = direct current, A

B = bandwidth, Hz

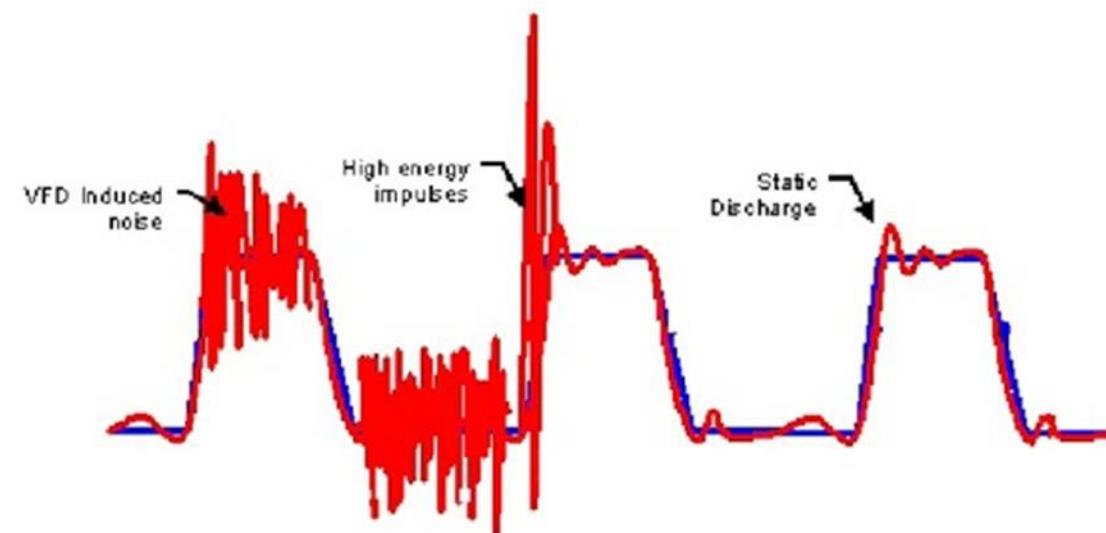
- **Geçiş zamanı gürültüsü:** Transistor içinde meydana gelen bir diğer gürültü tipi geçiş zamanı gürültüsüdür. Geçiş zamanı terimi elektron ve boşluk gibi taşıyıcıların girişten çıkışa ne kadar zamanda hareket ettiğini anlatır. Yarıiletken elemanlar çok ince olduklarından taşıyıcı hareket süresi oldukça hızlıdır. Düşük frekanslarda bu süre ihmali edilebilir, fakat yüksek frekanslarda geçiş süresi uzar ve bu durum problem oluşturur. Geçiş süresi gürültüsü çalışılan frekansla orantılıdır. Çoğu devre transistor üst limitinden daha düşük frekanslarda çalıştığından geçiş zamanı gürültüsü nadiren probleme sebep olur.

- Kırپışma gürültüsü:** Yarıiletken elemanlar dışında direnç ve iletkenler üzerinde de görülür. Yarıiletken malzeme direncinin rasgele değişimi sonucunda oluşur. Akım ve sıcaklıkla doğru orantılıdır. Fakat frekans ile ters orantılıdır. Kırپışma gürültüsü düşük frekanslarda daha yüksektir ve beyaz gürültü gibi düzgün dağılıma sahip değildir. Aynı zamanda pembe gürültü olarak isimlendirilir. Transistor içinde gürültünün frekansla değişimi aşağıda gösterilmiştir:



- Harici gürültü farklı kaynaklardan meydana gelir. Harici gürültünün kaynağı endüstriyel, atmosferik veya uzay olabilir. Haberleşme sistemi üzerinde atmosferik ve uzay kaynaklı gürültü etkisi yok edilemez. Endüstriyel kaynaklı gürültü etkisi ise belirli ölçüde kontrol edilebilir.

Electric motors turned on
Fluorescent lighting tubes
Motor drive circuits (VFDs)
Lightning
Electrical faults
Welding equipment
Static discharge

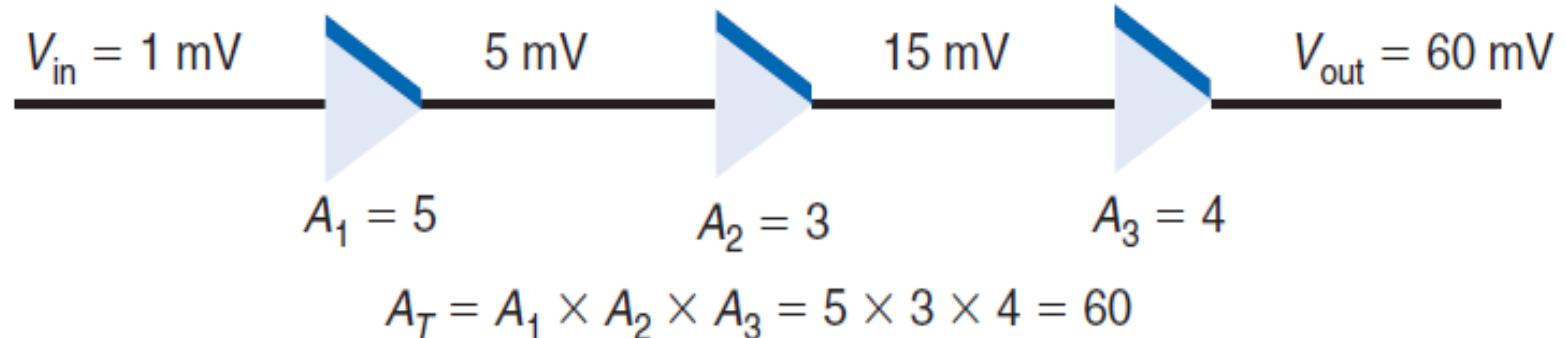


- **Endüstriyel gürültü:** Otomobil ateşleme sistemleri, elektrik motorları ve jeneratörler bu tip gürültünün kaynağıdır. İlk çalışmaları sırasında anahtarlama yapıldığında oluşan çok yüksek gerilim veya akım sebebiyle gürültü meydana gelir. Motor ve diğer indüktif cihazlar açılıp kapatıldığında yüksek genlikte gürültü darbeleri oluşur. Floresan ve benzeri gaz dolu aydınlatma elemanları diğer bir endüstriyel gürültü kaynağıdır.
- **Atmosferik gürültü:** Dünya atmosferinde meydana gelen elektriksel olaylar gürültüye sebep olur. Buna örnek olarak bulutlardan toprağa elektrik deşarjıyla oluşan yıldırım verilebilir. Endüstriyel gürültü gibi atmosferik gürültüde genlik değişimi şeklinde görülür, 30 MHz altında frekanslarda etkisi önemlidir.

- **Uzay kaynaklı gürültü:** Uzaydaki kaynaklardan gelen solar ve kozmik gürültüdür. Uzay gürültüsünün temel kaynağı güneşdir. Güneşten gelen gürültü geniş bir spektrum üzerinde yayılır. Güneş kaynaklı gürültü yoğunluğu zamanla değişir. Güneş 11 yıl süre içerisinde tekrar edebilen gürültü çevrimine sahiptir. Güneş gürültüsü sebebiyle gürültünün baskın hale geldiği belirli zamanlarda (belirli yıllarda) haberleşme sistemlerinin çalışması aksar, belirli frekanslar kullanılamaz duruma gelir. Bunun dışında ise gürültü seviyesi problem oluşturmaz.
- Güneş sistemi dışında kalan bazı yıldızlar kozmik gürültü olarak isimlendirilen gürültü üretir. Bu yıldızların dünyaya çok uzak olmalarından dolayı kozmik gürültü etkisi güneş kadar fazla olmasa da belirli uygulamalarda dikkate alınmak gereklidir. Kozmik gürültü etkisi 10 MHz ile 1,5 GHz arasında etkili olsa da en fazla bozucu etkiyi 15 ile 150 MHz arasında gösterir.

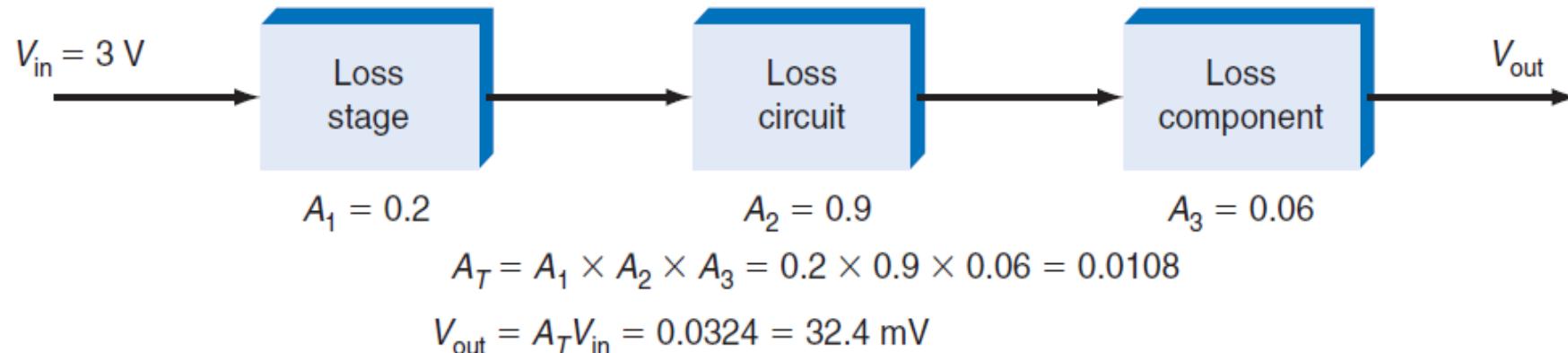
Kazanç ve Kayıp Hesabı

- İki veya daha fazla kademeli kuvvetlendirici ile kaskat sinyal işleme gerçekleştiriliyorrsa, toplam kazanç değeri kazançların çarpımına eşittir.

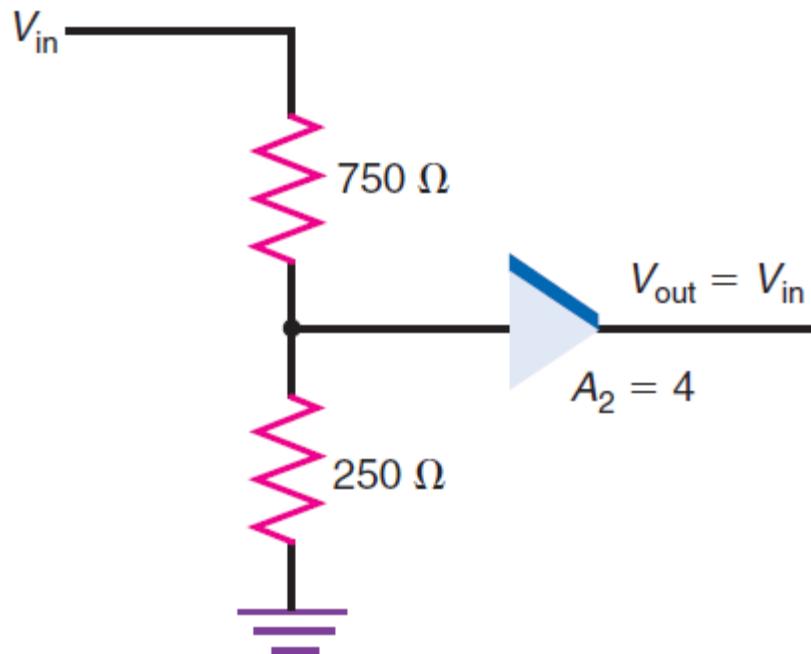


- Zayıflama (attenuation), devre veya devre elemanı üzerinde kayıp (loss) olduğu anlamına gelir. Pratikte pek çok devre giriş sinyalinin genliğini azaltarak çıkışa aktarır. Zayıflama oranı yine çıkış sinyalinin, giriş sinyaline oranı şeklinde hesaplanır.

$$A = \frac{\text{output}}{\text{input}} = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$$



- Aşağıdaki devrede kazanç/zayıflama nedir?



$$A_1 = \frac{250}{750 + 250} \quad A_T = A_1 A_2 = 0.25(4) = 1$$

$$A_1 = \frac{250}{1000} = 0.25$$

- Elektronik devrelerde kazanç ve zayıflama genellikle **desibel** olarak ifade edilir. Desibel, insan kulağının ses seviyesini işitme cevabından esinlenerek kullanılmıştır. Gerilim, akım ve güce bağlı olarak desibel hesabı aşağıdaki formüller ile yapılabilir.

$$dB = 20 \log \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$$

$$dB = 20 \log \frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{in}}}$$

$$dB = 10 \log \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

- Elektronik devreler için bazı durumlarda milyon kat kazanç veya zayıflama elde edilmesi gereklidir. Bu durumda kazanç veya zayıflamayı desibel olarak ifade etmek işlem kolaylığı sağlar. **Desibel değeri 1'den büyükse kazanç, 1'den küçükse zayıflama olduğu anlaşılır.** Kazanç ve zayıflama desibele çevrildiğinde birden fazla bloktan oluşan bir elektronik devrenin toplam kazancı, her blok kazancının toplamı ile bulunur.

- Desibel değeri bildiğinde ters logaritma işlemiyle giriş ve çıkış gücünü belirlenebilir.

$$dB = 10 \log \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad \Rightarrow \quad \frac{dB}{10} = \log \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

$$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \text{antilog} \frac{dB}{10} = \log^{-1} \frac{dB}{10}$$

Desibel

dB GAIN OR ATTENUATION			
Ratio (Power or Voltage)	Power	Voltage	Intensity level, dB
0.000001	-60	-120	
0.00001	-50	-100	
0.0001	-40	-80	Sound
0.001	-30	-60	Hearing threshold 0
0.01	-20	-40	Rustling leaves 10
0.1	-10	-20	Whisper 20
0.5	-3	-6	Quiet radio 40
1	0	0	Normal conversation 65
2	3	6	Busy street corner 80
10	10	20	Subway car 100
100	20	40	Pain threshold 120
1000	30	60	Jet engine 140–160
10,000	40	80	
100,000	50	100	

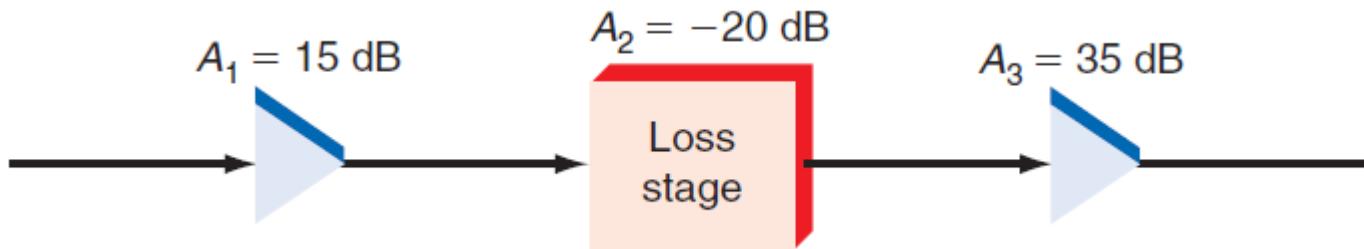
- Giriş sinyali genliği 3 mV ve çıkış sinyali 5 V olan kuvvetlendiricinin kazancı kaç desibeldir?

$$dB = 20 \log \frac{5}{0.003} = 20 \log 1666.67 = 20(3.22) = 64.4$$

- Giriş sinyali gücü 50 mW ve çıkış sinyali gücü 2 mW olan filtrenin zayıflaması kaç desibeldir?

$$dB = 10 \log \frac{2}{50} = 10 \log 0.04 = 10(-1.398) = -13.98$$

- Aşağıdaki devrede toplam kazanç/kayıp nedir?



$$A_T = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_T = 15 - 20 + 35 = 30 \text{ dB}$$

- Bir güç kuvvetlendirici için kazanç 40 dB olup çıkış gücü 100 W olarak ölçülüyor. Giriş gücü nedir?

$$\text{dB} = 10 \log \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

$$\frac{40}{10} = \log \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

$$\log^{-1} 4 = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = 10^4 = 10,000$$

$$P_{\text{in}} = \frac{P_{\text{out}}}{10,000} = \frac{100}{10,000} = 0.01 \text{ W} = 10 \text{ mW}$$

Uygulama

- Kazancı 60 dB olan kuvvetlendirici için giriş gerilimi 50 µV ise çıkış gerilimi nedir?

$$\text{dB} = 20 \log \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$$

$$\frac{\text{dB}}{20} = \log \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \log^{-1} \frac{\text{dB}}{20} = 10^{\text{dB}/20}$$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = 10^{60/20} = 10^3$$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = 10^3 = 1000$$

$$V_{\text{out}} = 1000V_{\text{in}} = 1000(50 \times 10^{-6}) = 0.05 \text{ V} = 50 \text{ mV}$$

- Bir güç kuvvetlendirici için giriş gerilimi $10 \text{ k}\Omega$ direnç üzerinde 90 mV olarak ölçülüyor. Çıkış gerilimi 8Ω dirence sahip hoparlör üzerinde $7,8 \text{ V}$ ise güç kazancı desibel olarak nedir?

$$P = \frac{V^2}{R} \quad P_{\text{in}} = \frac{(90 \times 10^{-3})^2}{10^4} = 8.1 \times 10^{-7} \text{ W}$$

$$P_{\text{out}} = \frac{(7.8)^2}{8} = 7.605 \text{ W}$$

$$A_P = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{7.605}{8.1 \times 10^{-7}} = 9.39 \times 10^6$$

$$A_P(\text{dB}) = 10 \log A_P = 10 \log 9.39 \times 10^6 = 69.7 \text{ dB}$$

- Desibel olarak kazanç veya zayıflama ölçüldüğünde çıkış ve giriş değerleri birbirleriyle karşılaştırılır. Çıkışın girişe oranı hesaplanarak desibel değeri bulunur. Bazı uygulamalarda sinyal, referans alınan başka bir sinyale göre değerlendirilir.
- Haberleşme sistemlerinde sinyaller için değerlendirme yapılırken referans sinyal olarak gücü 1 mW olan sinyal alınır. Gücü 1 mW olan sinyal kullanılarak desibel hesabı yapıldığında sonuç dBm olarak elde edilir.

$$dBm = 10 \log \frac{P_{out}(W)}{0.001(W)}$$

- Çıkışı 1 W olan kuvvetlendirici gücünü dBm olarak hesaplayın?

$$\text{dBm} = 10 \log \frac{1}{0.001} = 10 \log 1000 = 10(3) = 30 \text{ dBm}$$

- 12,3 dBm olarak verilen sinyalin gücünü Watt olarak bulun?

$$\frac{P_{\text{out}}}{0.001} = 10^{\text{dBm}/10} = 10^{12.3/10} = 10^{1.23} = 17$$

$$P_{\text{out}} = 0.001 \times 17 = 17 \text{ mW}$$

- Bazı cihaz ve devreler için çıkış dBm olarak verilir. Örneğin mikrofon için çıkış gücü -50 dBm olarak ifade edilmiş ise çıkış gücü Watt olarak hesaplanabilir:

$$-50 \text{ dBm} = 10 \log \frac{P_{\text{out}}}{0.001}$$

$$\frac{-50 \text{ dBm}}{10} = \log \frac{P_{\text{out}}}{0.001}$$

$$\frac{P_{\text{out}}}{0.001} = 10^{-50 \text{ dBm}/10} = 10^{-5} = 0.00001$$

$$P_{\text{out}} = 0.001 \times 0.00001 = 10^{-3} \times 10^{-5} = 10^{-8} \text{ W} = 10 \times 10^{-9} = 10 \text{ nW}$$

- Modülasyon işleminde desibel olarak kazanç/zayıflama hesabı yapılırken referans olarak taşıyıcı sinyal olarak kullanılan sinüzoidal dalga alınabilir.
- Örneğin gücü 1 mW olan sinyal, 10 W gücünde taşıyıcı ile karşılaşıldığında gücü dBc olarak ifade edilebilir:

$$dBc = 10 \log \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{carrier}}}$$

$$dBc = 10 \log \frac{0.001}{10} = 10(-4) = -40$$

- Güç kazancı 28 dB olan kuvvetlendirici için giriş gücü 36 mW ise çıkış gücü nedir?

$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = 10^{\text{dB}/10} = 10^{2.8} = 630.96 \quad P_{\text{out}} = 630.96 P_{\text{in}} = 630.96(36 \times 10^{-3}) = 22.71 \text{ W}$$

- 6,8 ve 14,3 dB kazanca sahip iki kuvvetlendirici ile bunlara kaskat bağlı - 16,4 ve - 2,9 dB zayıflamaya sahip iki filtreden oluşan devrenin çıkışında gerilim 800 mV ise giriş gerilimi nedir?

$$A_T = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 6.8 + 14.3 - 16.4 - 2.9 = 1.8 \text{ dB}$$

$$A_T = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = 10^{\text{dB}/20} = 10^{1.8/20} = 10^{0.09} \quad \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = 10^{0.09} = 1.23$$

$$V_{\text{in}} = \frac{V_{\text{out}}}{1.23} = \frac{800}{1.23} = 650.4 \text{ mV}$$