

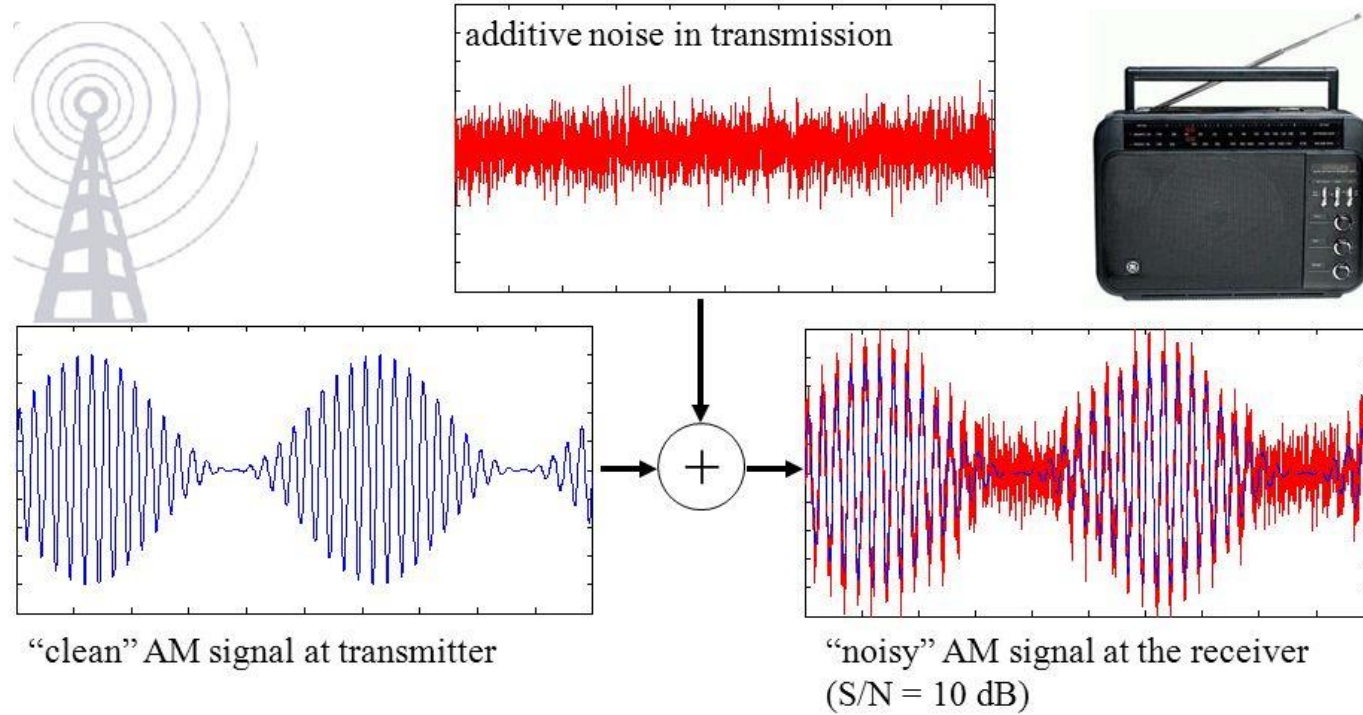
Haberleşme Mühendisliği

Ders 3: Frekans Modülasyonu

Dr. Hakkı SOY

Gürültü

- Kanal üzerinde gürültü sinyalin genliğine eklenir. Bu sebepten genlik modülasyonunun gürültüye karşı bağışıklığı oldukça düşüktür. Gürültü, modülasyonlu sinyal üzerinde mesaj sinyali ile birlikte demodüle edilir.



- Açı (frekans veya faz) modülasyonu fikri, genlik modülasyonuna alternatif olarak 1931 yılında Amerikan ordusunda binbaşı E.H. Armstrong tarafından ortaya atılmıştır. İlk başarılı FM yayını 1936 yılında gerçekleştirilmiş ve 1939 yılında New Jersey’de düzenli FM yayını başlamıştır.
- Açı modülasyonu (angle modulation) ile taşıyıcı sinyalin hem frekans hem de fazı, mesaj sinyaline göre değiştirilir. Açı modülasyonunun genlik modülasyonuna göre üstünlüğü gürültü ve girişimden daha az etkilenmesidir. Fakat açı modülasyonlu sinyal gönderimi için genlik modülasyonuna göre daha fazla bant genişliğine ihtiyaç vardır. Gürültü duyarlılığı ile bant genişliği arasında bir ödünleşim (trade-off) ortaya çıkar.
- Ayrıca açı modülasyonu uygulandığında hem alıcı hem de vericide sistem karmaşıklığı artar. Çünkü açı modülasyonu doğrusal olmayan (non-linear) bir prosesdir. Açı modülasyonlu sinyalin frekans domeninde spektral analizi oldukça zordur.

- Frekans Modülasyonu (FM) ve Faz Modülasyonu (PM) açı modülasyonu çeşitleridir. FM ile PM arasındaki fark mesaj sinyalinin frekansı mı yoksa fazı mı değiştirdiğidir. Gerçekte bir sinyalin frekansı değişirse dolaylı olarak fazı değişir. Daha açık bir anlatımla periyodik sinüzoidal sinyalin periyodu değişirse hem frekans hem de faz değişir. Frekanstaki değişikliğe frekans sapması Δf , fazdaki değişikliğe ise faz sapması $\Delta\phi$ denir.

$$\omega = 2\pi f$$

$$c(t) = V_c \cos \theta(t) = V_c \cos(\omega_c t + \phi(t))$$

$\theta(t)$: açı

- Belirli bir zamanda taşıyıcının faz değeri anlık faz olarak isimlendirilir. Anlık faz sapması ise belirli bir zamanda taşıyıcının fazındaki değişim miktarıdır.

$$c(t) = V_c \cos \theta(t) = V_c \cos(\underbrace{w_c t + \phi(t)}_{\theta(t): \text{açı}})$$

anlık faz $\rightarrow w_c t + \phi(t)$
faz sapması $\rightarrow \phi(t)$

- Belirli bir zamanda taşıyıcının frekans değeri anlık frekans olarak isimlendirilir. Anlık frekans sapması taşıyıcı frekansındaki anlık değişikliktir.

anlık frekans $\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [w_c t + \phi(t)] = w_c + \phi'(t)$

anlık frekans sapması $\phi'(t)$

- $x(t) = A \cos(10\pi t + \pi t^2)$ şeklinde verilen sinyalin anlık frekansını belirleyin?

$$\theta(t) = 10\pi t + \pi t^2 \quad \longrightarrow \quad w(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = 10\pi + 2\pi t = 2\pi(5 + t)$$

$$t = 0 \text{ s} \rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

$$t = 1 \text{ s} \rightarrow f = 6 \text{ Hz}$$

- Faz modülasyonunda taşıyıcının fazı mesaj sinyali genliğine göre değiştirilir. Frekans modülasyonunda taşıyıcının frekansı mesaj sinyali genliğine göre değiştirilir.

Anlık faz sapması $\phi(t) = K_p V(t)$ $V(t)$: mesaj sinyali

Anlık frekans sapması $\phi'(t) = K_f V(t)$

- Burada K_p (radyan/Volt) ve K_f (Hertz/Volt) modülatörlerin sapma hassasiyetine eşit olan katsayılarıdır.

- Açı modülasyonlu sinyal, t anında açısı $\theta_i(t)$ ve genliği A_c olmak üzere aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$s(t) = A_c \cos[\theta_i(t)]$$

- Tam salınım (osilasyon) meydana geldiğinde sinyalin açısı 2π radyan değişir. Açı zamanla lineer değiştiğinde t ile $t + \Delta t$ arasında ortalama frekans Hertz olarak şöyle bulunur:

$$f_{\Delta t}(t) = \frac{\theta_t(t + \Delta t) - \theta_i(t)}{2\pi \Delta t}$$

- Zaman aralığı Δt değeri sıfıra gittiğinde açı modülasyonlu $s(t)$ sinyalinin anlık frekans değeri, açının zamana göre değişim hızı (türevi) şeklinde elde edilir:

$$f_i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f_{\Delta t}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\theta_t(t + \Delta t) - \theta_i(t)}{2\pi \Delta t} \right] = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta_i(t)}{dt}$$

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + \phi_c$$

- Açı modülasyonlu sinyal ifadesi incelenirse, frekans ve faz parametreleri mesaj sinyaline göre değiştirilip modülasyon gerçekleştirilebilir. Faz modülasyonunda (PM) taşıyıcı sinyalin faz açısı mesaj sinyali ile doğrusal olarak değiştirilir.

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + k_p m(t)$$

- Burada açı içerisinde $2\pi f_c t$ terimi, faz açısı $\phi = 0$ olmak üzere modüle edilmemiş taşıyıcı sinyalin açısını göstermektedir. k_p terimi radyan/Volt olarak modülatörün faz duyarlılık faktörüdür. Buna göre faz modülasyonlu sinyal aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$c(t) = V_c \cos \theta(t) = V_c \cos(\omega_c t + \phi(t))$$

$$\phi(t) = k_p m(t)$$

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m(t)]$$

- Frekans modülasyonunda (FM), taşıyıcı sinyalin frekansı mesaj sinyali ile doğrusal olarak değiştirilir.

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t)$$

- Burada f_c sabit terimi modüle edilmemiş taşıyıcı sinyalin frekansını gösterir. k_f terimi ise Hz/Volt olarak modülatörün frekans duyarlılık faktörüdür. Sinyal frekansının zamana göre integrali alınır ve 2π ile çarpılırsa açı ifadesi bulunur:

$$c(t) = V_c \cos \theta(t) = V_c \cos(\omega_c t + \phi(t))$$

$\phi'(t) = k_f m(t)$

$$\theta_i(t) = 2\pi \int_0^t f_i(\tau) d\tau = 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$$

- FM için de taşıyıcı sinyalin açısı, mesaj sinyaline göre artıp azalır.

FAZ MODÜLASYONU (PM) FREKANS MODÜLASYONU (FM)

Anlık faz
 $\theta_i(t)$

$$2\pi f_c t + k_p m(t)$$

$$2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$$

A_c : taşıyıcı genliği
 f_c : taşıyıcı frekansı
 $m(t)$: mesaj sinyali
 k_p : faz duyarlılık faktörü
 k_f : frekans duyarlılık faktörü

Anlık frekans
 $f_i(t)$

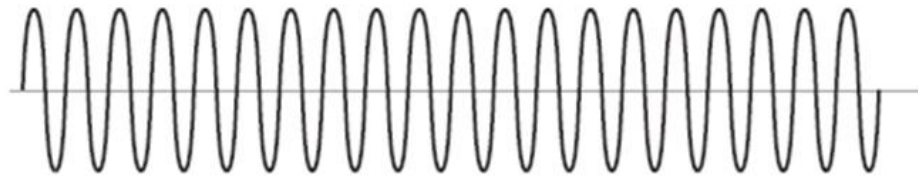
$$f_c + \frac{k_p}{2\pi} \frac{d}{dt} m(t)$$

$$f_c + k_f m(t)$$

Modülasyonlu
sinyal $s(t)$

$$A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m(t)]$$

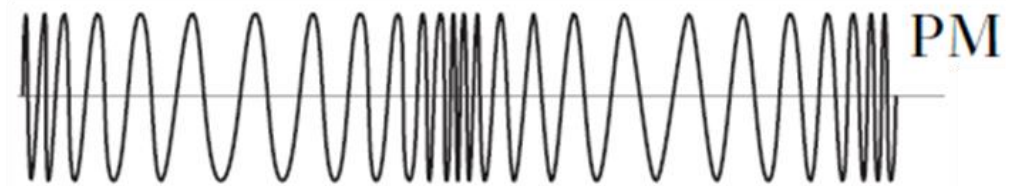
$$A_c \cos\left[2\pi f_c t + \boxed{2\pi} k_f \int_0^t m(\tau) d\tau\right]$$



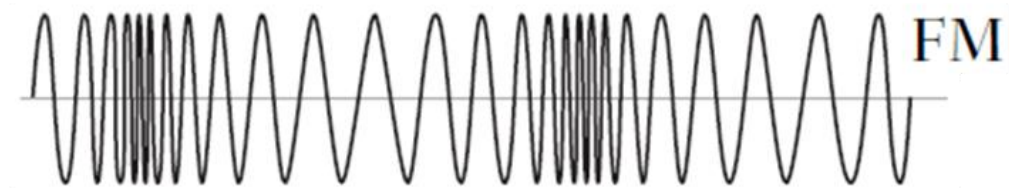
$c(t)$



$m(t)$



PM



FM

- Açı modülasyonu uygulanan bir sistem için mesaj sinyali $m(t) = a \cos(2\pi f_m t)$ ve taşıyıcı sinyal $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$ olarak veriliyor. Buna göre FM ve PM sinyallerini elde edin?

$$\begin{array}{c} \text{PM} \\ \theta_i(t) \rightarrow 2\pi f_c t + \underbrace{k_p m(t)}_{\phi(t)} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{FM} \\ \theta_i(t) \rightarrow 2\pi f_c t + \underbrace{2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau}_{\phi'(t)} \end{array}$$

$$\text{PM} \longrightarrow \phi(t) = k_p m(t) = k_p a \cos(2\pi f_m t)$$

$$\text{FM} \longrightarrow \phi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau = \frac{k_f a}{f_m} \sin(2\pi f_m t)$$

k_p k_f \longrightarrow faz ve frekans sapma sabiti, modülatör duyarlılık faktörü

- Açı modülasyonlu sinyal ifadeleri, modülasyon indisi ile basitleştirilebilir:

PM

FM

$$A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m(t)] \quad A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau\right]$$

modülasyon indisi

$$\text{PM} \longrightarrow s(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + k_p a \cos(2\pi f_m t)] \longrightarrow \beta_{\text{PM}} = \beta_p = k_p a$$

$$\text{FM} \longrightarrow s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + \frac{k_f a}{f_m} \sin(2\pi f_m t)\right] \longrightarrow \beta_{\text{FM}} = \beta_f = \frac{k_f a}{f_m}$$

$$\text{PM} \longrightarrow s(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + \beta_p \cos(2\pi f_m t)]$$

$$\text{FM} \longrightarrow s(t) = A_c \cos [2\pi f_c t k_p + \beta_f \sin(2\pi f_m t)]$$

- Hem PM hem de FM için taşıyıcı genliği A_c tüm t değerlerinde sabit kaldığından açılı modülasyonunda modüle edilmiş sinyal ortalama gücü sabittir.

$$P_{av} = \frac{1}{2}A_c^2$$

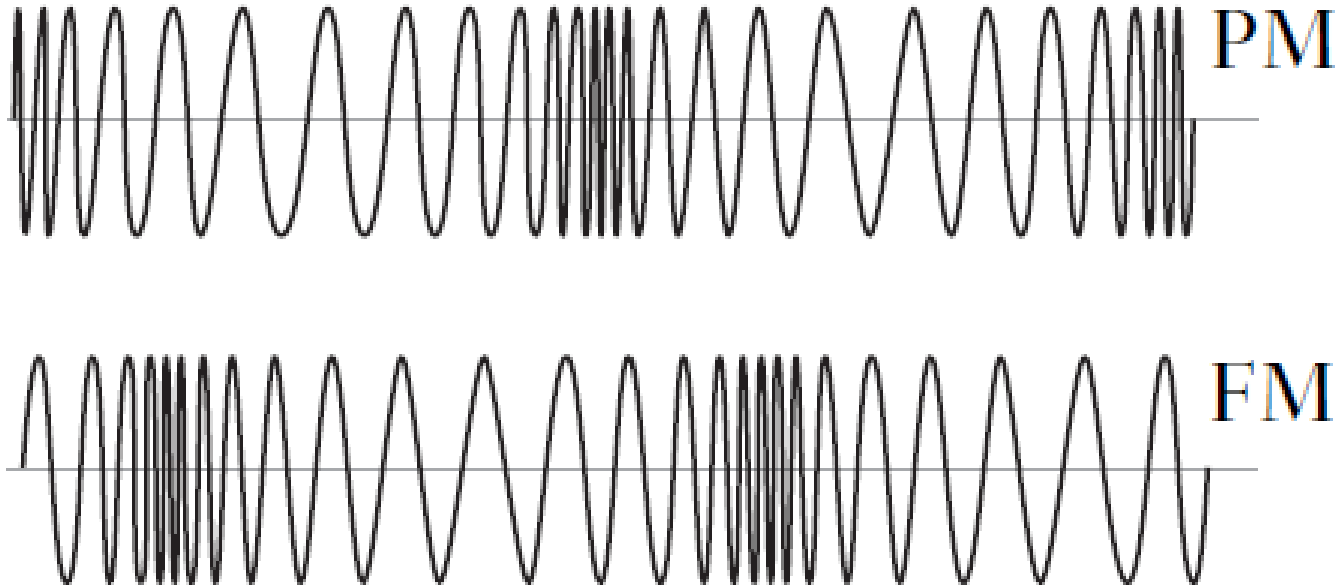
- FM ve PM için süperpozisyon özelliği sağlanmadığından açılı modülasyonlu sinyal **doğrusal olmayan (non-linear)** karakteristiktir. Mesaj sinyalinin iki farklı bileşeni olduğu düşünülürse bu durum aşağıda gösterilmiştir:

$$m(t) = m_1(t) + m_2(t) \qquad s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p(m_1(t) + m_2(t))]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s_1(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m_1(t)] \\ s_2(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m_2(t)] \end{array} \right.$$

$$s(t) \neq s_1(t) + s_2(t)$$

- PM ve FM için modüle edilmiş sinyalin anlık açı değeri mesaj sinyaline göre değiştiğinden sıfır geçişleri (genliğin pozitiften negatife döndüğü yerler) zaman ekseninde düzgün sıralanmaz. Sıfır geçişlerindeki bu düzensizlik açı modülasyonunun non-linear olmasından kaynaklanır. PM ve FM için modüle edilmiş sinyal dalga şeklini çizmek AM için olduğu gibi kolay değildir.

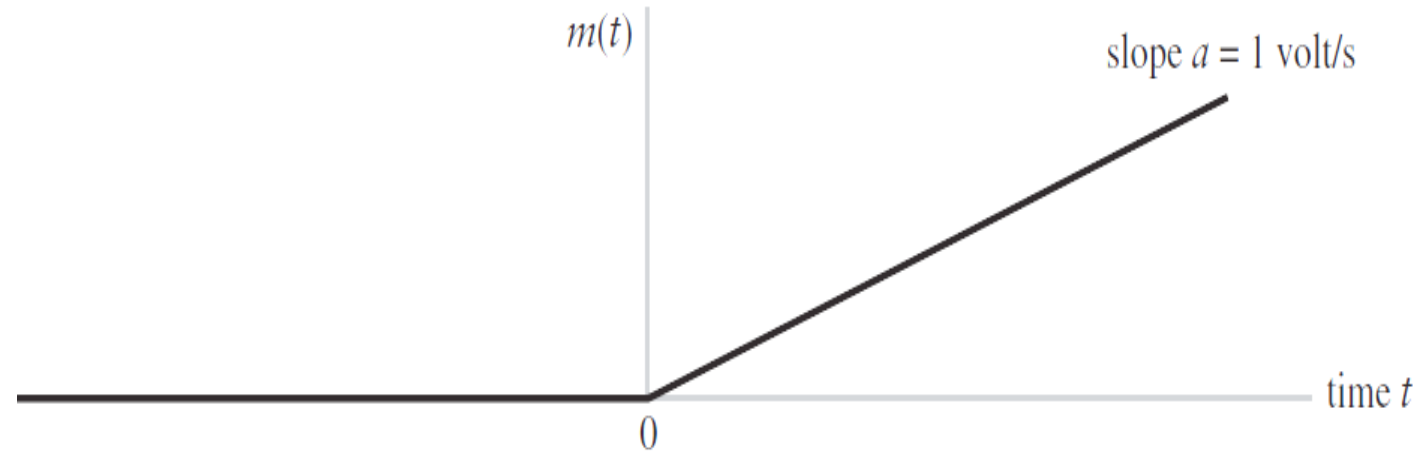


Uygulama

- Açı modülasyonu uygulanan bir sistemde mesaj sinyali $a = 1$ Volt/s eğim parametresi olmak üzere aşağıdaki gibi veriliyor. Taşıyıcı sinyal genliği $A_c = 1$ Volt ve frekansı $f_c = 0.25$ Hz ise PM ve FM sinyalleri için sıfır geçişlerini bulun? (PM için $k_p = \frac{\pi}{2}$ rad/Volt ve FM için $k_f = 1$ Hz/Volt)

$$m(t) = \begin{cases} at, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$a = 1$ volt/s



- Faz Modülasyonu (PM)

$$s(t) = \begin{cases} A_c \cos(2\pi f_c t + k_p a t), & t \geq 0 \\ A_c \cos(2\pi f_c t), & t < 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} c(t) &= V_c \cos \theta(t) = V_c \cos(\omega_c t + \phi(t)) \\ \phi(t) &= k_p m(t) \end{aligned}$$

- Burada t_n PM sinyalinin sıfır geçişlerini göstermektedir.

$$2\pi f_c t_n + k_p a t_n = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$t_n = \frac{\frac{1}{2} + n}{2f_c + \frac{k_p}{\pi} a} \quad t_n = \frac{1}{2} + n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\phi'(t) = k_f m(t)$$

$$a = 1 \text{ volt/s} \quad f_c = 0.25 \text{ Hz} \quad k_p = \frac{\pi}{2} \text{ rad/Volt}$$

- Frekans modülasyonu (FM)

$$s(t) = \begin{cases} A_c \cos(2\pi f_c t + k_f a t), & t \geq 0 \\ A_c \cos(2\pi f_c t), & t < 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} c(t) &= V_c \cos \theta(t) = V_c \cos(\omega_c t + \phi(t)) \\ \phi'(t) &= k_f m(t) \end{aligned}$$

- Burada t_n FM sinyalinin sıfır geçişlerini göstermektedir.

$$2\pi f_c t_n + \pi k_f a t_n^2 = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$t_n = \frac{1}{a k_f} \left(-f_c + \sqrt{f_c^2 + a k_f \left(\frac{1}{2} + n \right)} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 ;

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ ve } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t_n = \frac{1}{4} (-1 + \sqrt{9 + 16n}), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$a = 1 \text{ volt/s} \quad f_c = 0.25 \text{ Hz} \quad k_f = 1 \text{ Hz/V}$$

$$2\pi f_c t_n + \pi k_f a t_n^2 = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$t_n = \frac{1}{4} \left(-1 + \sqrt{9 + 16n} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$a = 1 \text{ volt/s} \quad f_c = 0.25 \text{ Hz} \quad k_f = 1 \text{ Hz/V}$$

```
syms tn n
```

```
kok=solve(2*pi*0.25*tn+pi*1*1*tn^2-pi/2-n*pi==0,tn);
```

```
syms fc tn kf a n
```

```
kok=solve(2*pi*fc*tn+pi*kf*a*tn^2-pi/2-n*pi==0,tn);
```

```
pretty(kok);
```

pretty Pretty print a symbolic expression.

pretty is not recommended. Use live scripts instead.

Live scripts provide full math rendering while pretty uses plain-text formatting.

pretty(S) prints the symbolic expression S in a format that resembles type-set mathematics.

See also [sym/subexpr](#), [sym/latex](#), [sym/ccode](#).

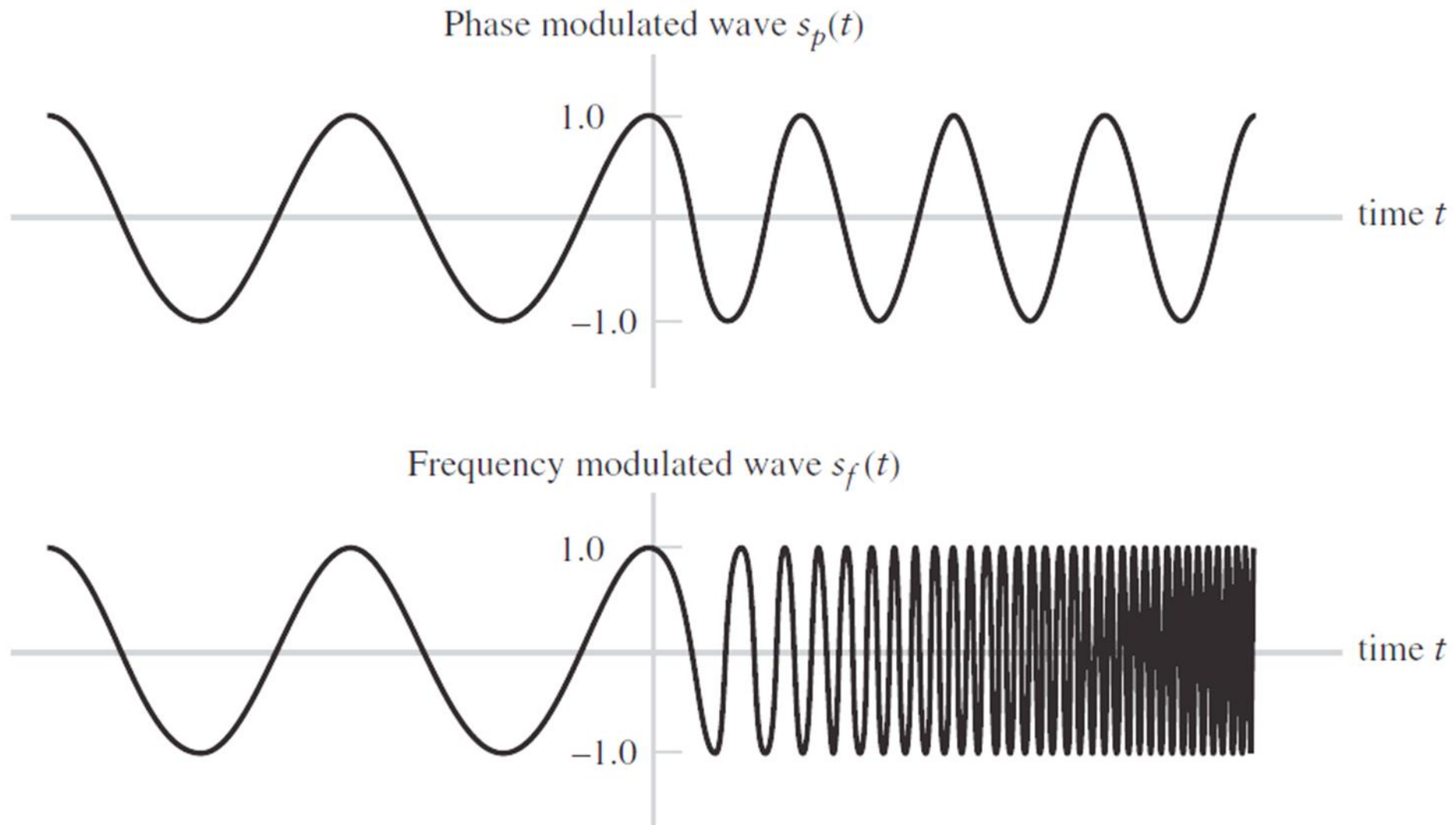
kok =

$$-\frac{(4n + 9/4)^{1/2}}{2} - \frac{1}{4}$$

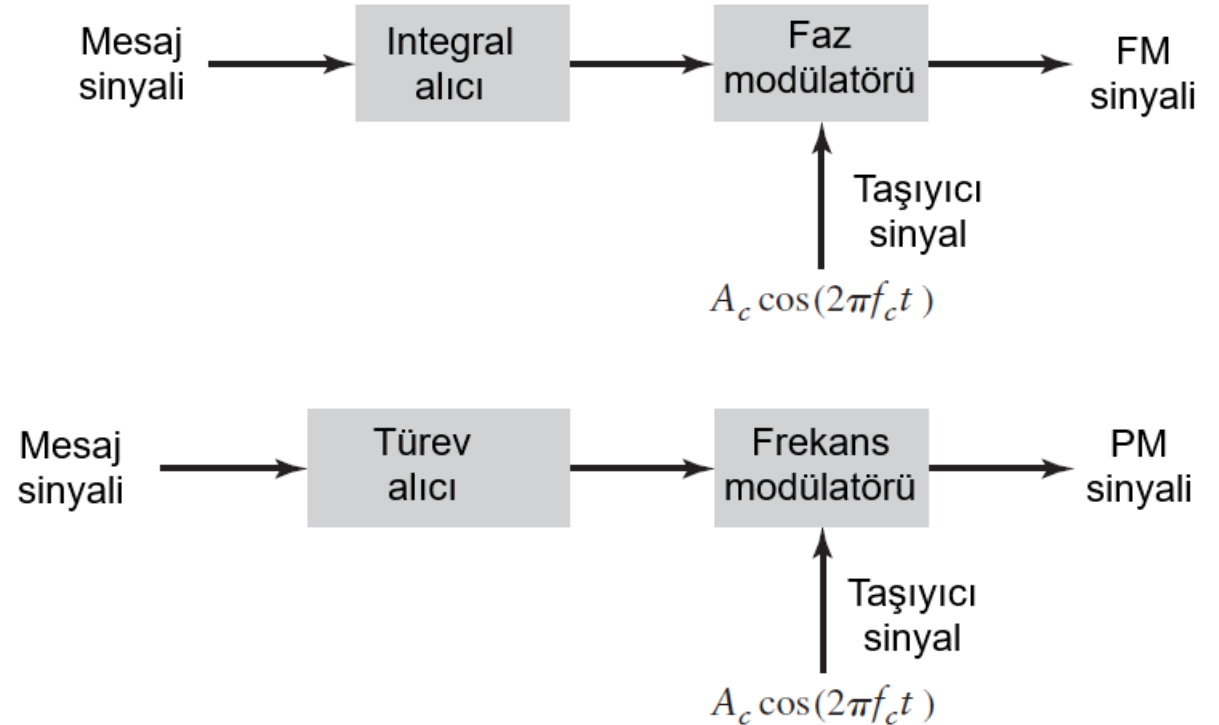
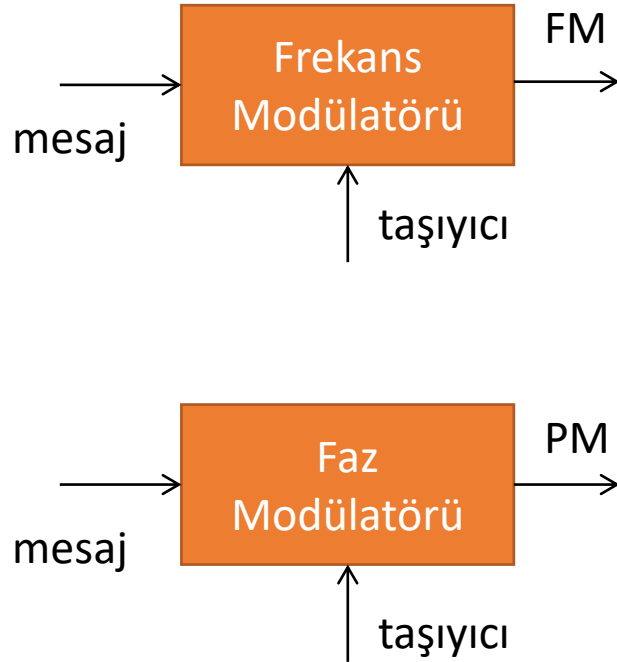
kok =

$$-\frac{(2fc + 2^{1/2}(2fc^2 + a^2kf + 2a^2kf^2n)^{1/2})/(2a^2kf)}{(2fc - 2^{1/2}(2fc^2 + a^2kf + 2a^2kf^2n)^{1/2})/(2a^2kf)}$$

$$\frac{\sqrt{2fc + \sqrt{2} \sqrt{2fc^2 + a^2kf + 2a^2kf^2n}}}{\sqrt{2fc - \sqrt{2} \sqrt{2fc^2 + a^2kf + 2a^2kf^2n}}}$$



- FM sinyali, mesaj sinyalinin zamana göre integrali alınarak elde edilen sinyal faz modülatörü girişine uygulandığında elde edilir. Bunun tersine PM sinyali elde etmek için mesaj sinyalinin zamana göre türevi alınır ve elde edilen sinyal frekans modülatörüne uygulanır.



- FM sinyali açılı ifadesi, modülasyon indisi kullanılarak yeniden yazılabilir:

$$\text{Anlık frekans sapması} \quad \phi'(t) = K_f m(t)$$

$$m(t) = A_m \sin 2\pi f_m t$$

$$\text{anlık frekans} \quad \frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [w_c t + \phi(t)] = w_c + \phi'(t)$$

$$\theta_i(t) = 2\pi \int_0^t f_i(\tau) d\tau$$

$$f_i(t) = f_c + k_f A_m \cos(2\pi f_m t) = f_c + \Delta f \cos(2\pi f_m t)$$

$$\theta_i(t) = 2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)$$

Modülasyon indisi $\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \longrightarrow \theta_i(t) = 2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)$

$$\Delta f = k_f A_m$$

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + \frac{k_f A_m}{f_m} \sin(2\pi f_m t) \right] \longrightarrow \beta_{\text{FM}} = \beta_f = \frac{k_f A_m}{f_m}$$

- Elde edilen faz açısı kullanılarak FM sinyali ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

- Bulunan ifade içerisinde β modülasyon indisi 1 radyan ile kıyaslandığında çok küçük olduğu kabul edilirse aşağıdaki iki yaklaşım kullanılabilir:

$$\cos[\beta \sin(2\pi f_m t)] \approx 1$$

$$\sin[\beta \sin(2\pi f_m t)] \approx \beta \sin(2\pi f_m t)$$

- Bu şekilde dar bant FM sinyali ifadesi yaklaşık olarak aşağıdaki gibi bulunur:

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \beta A_c \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)$$

- Elde edilen ifade iki sinyalin farkını içermektedir. Dar bant FM sinyali zarfı zamanla değişen artık genlik modülasyonu (mesaj sinyali frekansının üçüncü ve daha yüksek dereceli harmonikleri) içerir. Bu sebepten sinyal zarfında bir miktar genlik bozulması görülür.



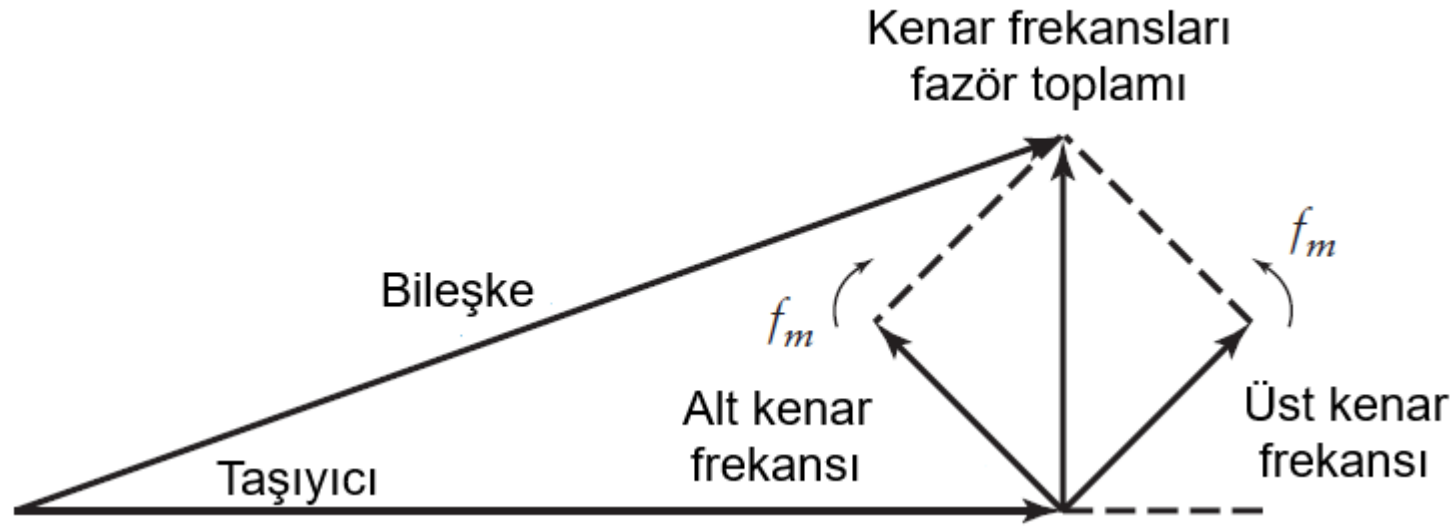
$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$$

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \beta A_c \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)$$

- Dar bant FM sinyali faz diyagramı kullanılarak aşağıdaki gibi gösterilebilir.

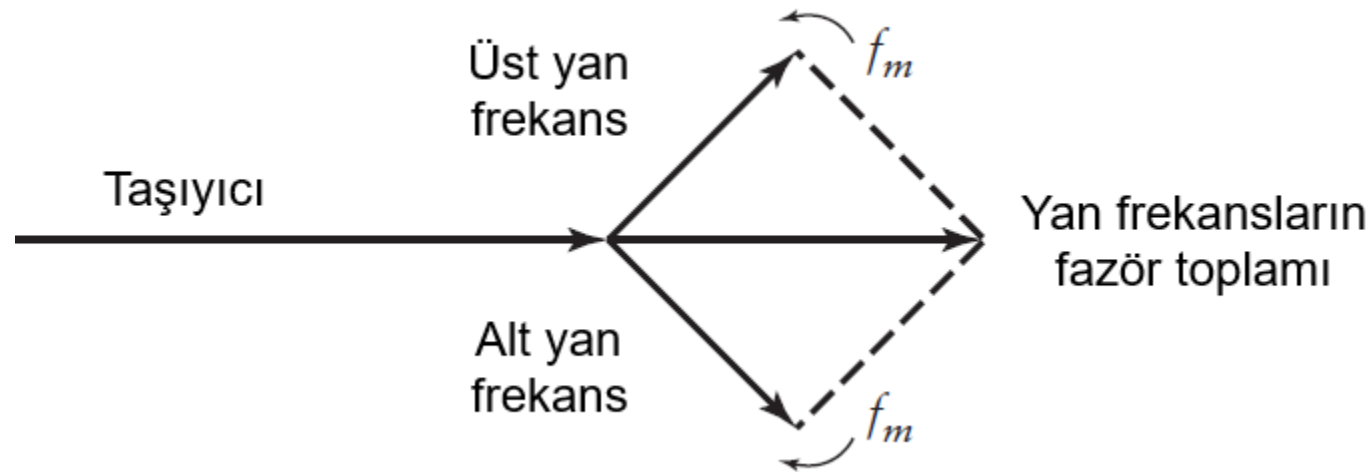
$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) - \beta A_c \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)$$

$$s(t) \approx A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \beta A_c \{ \cos[2\pi(f_c + f_m)t] - \cos[2\pi(f_c - f_m)t] \}$$



- Benzer şekilde AM sinyali de faz diyagramı ile gösterilebilir.

$$s_{AM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \mu A_c \{ \cos[2\pi(f_c + f_m)t] + \cos[2\pi(f_c - f_m)t] \}$$



- Dar bant FM sinyali aşağıda verilmiştir:

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$$

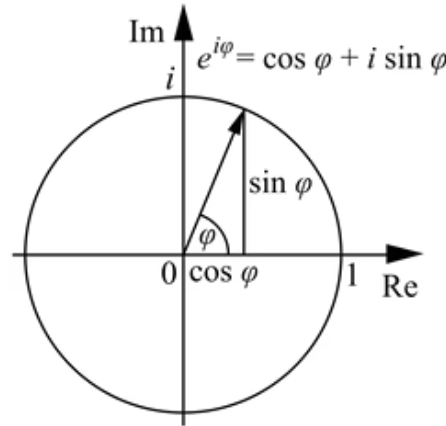
- Euler formülü kullanılarak FM sinyali yeniden yazılabilir:

Euler's Formula

$$e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$$

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$



$$\cos \theta = \operatorname{Re}\{e^{j\theta}\}$$

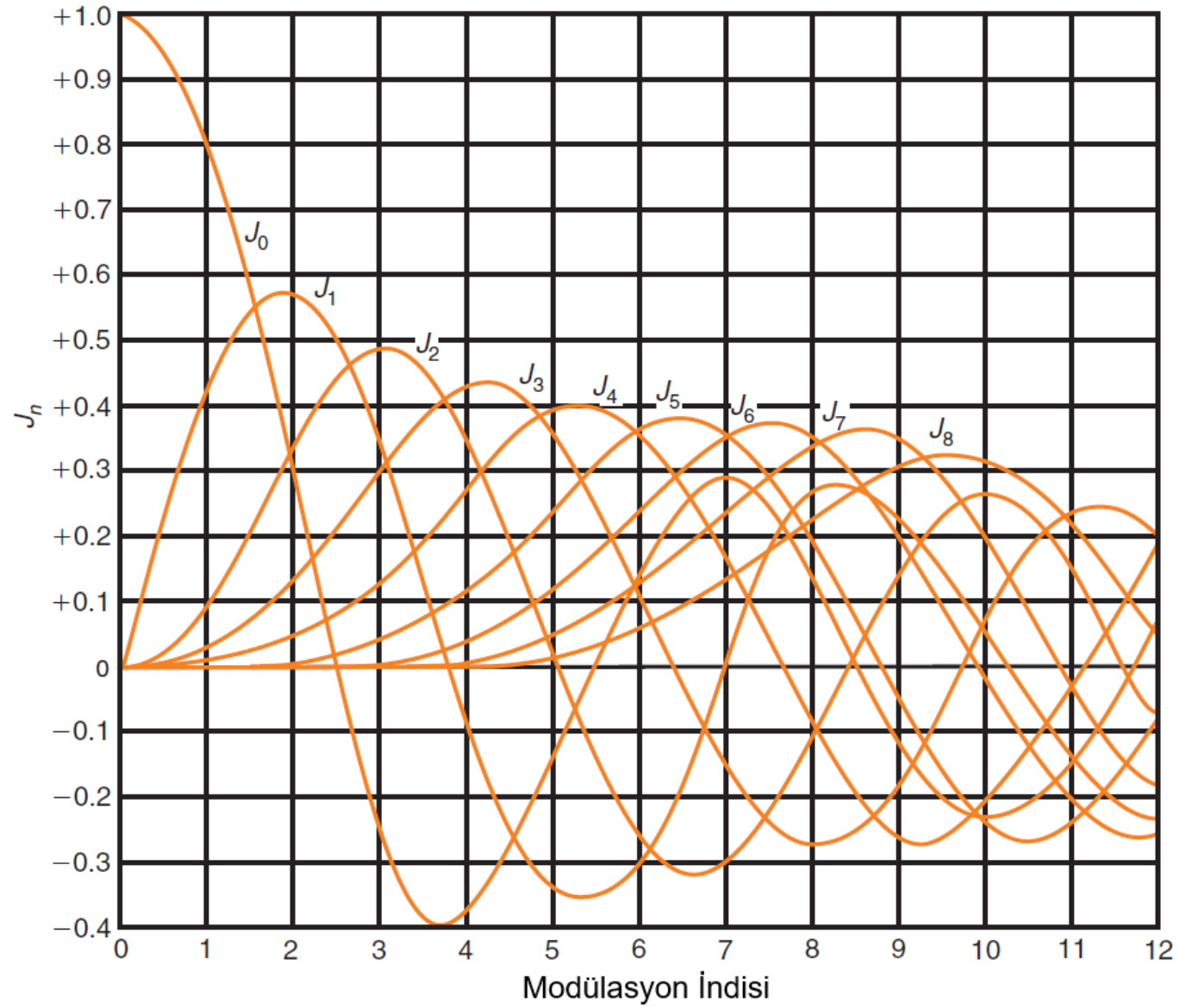
$$s(t) = \operatorname{Re}\{A_c e^{j2\pi f_c t} e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}\}$$

- Burada $\sin(2\pi f_m t)$ terimi, periyodu $T_m = \frac{1}{f_m}$ olan periyodik bir karmaşık üstel fonksiyon olduğundan Fourier seri gösterimi kullanılarak açılabilir. Fourier serisi açılımında katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$c_n = f_m \int_0^{\frac{1}{f_m}} e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} e^{-jn \sin(2\pi f_m t)} dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{j\beta (\sin u - nu)} du$$

$u = 2\pi f_m t$

- Bu ifade n . dereceden birinci tip Bessel fonksiyonu olarak isimlendirilen integraldir ve $J_n(\beta)$ ile gösterilir.



- Karmaşık üstel fonksiyon yerine Fourier serisi olarak karşılığı yazılabilir:

$$s(t) = \text{Re}\{A_c e^{j2\pi f_c t} e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}\} \quad e^{j\beta \sin 2\pi f_m t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t}$$

- Bu şekilde geniş bant FM sinyali ifadesi gibi elde edilir:

$$s(t) = \text{Re}\left\{A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t} e^{j2\pi f_c t}\right\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_c J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t]$$

- Geniş bant FM sinyali, mesaj sinyali f_m frekansında tek ton olsa bile frekans modülasyonlu sinyal $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ olacak şekilde tüm frekansları içerir. Bu sebepten FM sinyali bant genişliği sonsuzdur. Fakat n değeri büyüdükçe sinüzoidal bileşenlerin genlikleri oldukça küçülür. FM modülasyonlu sinyal için sonlu büyüklükte etkin bant genişliği tanımlanarak bu sorun çözülür.

- Dar bant FM sinyali

$$v_{\text{FM}} = V_c \sin [2\pi f_c t + m_f \sin (2\pi f_m t)], \quad m_f = \frac{f_d}{f_m} \rightarrow \beta$$

$$f_d \rightarrow \Delta f = k_f A_m$$

- Geniş bant FM sinyali

$$\begin{aligned} v_{\text{FM}} = V_c \{ & J_0(\sin \omega_c t) + J_1[\sin (\omega_c + \omega_m)t - \sin(\omega_c - \omega_m)t] \\ & + J_2[\sin(\omega_c + 2\omega_m)t + \sin(\omega_c - 2\omega_m)t] \\ & + J_3[\sin(\omega_c + 3\omega_m)t - \sin(\omega_c - 3\omega_m)t] \\ & + J_4[\sin(\omega_c + 4\omega_m)t + \sin(\omega_c - 4\omega_m)t] \\ & + J_5[\sin \cdots] + \cdots \} \end{aligned}$$

$$J_n(m_f) = \left(\frac{m_f}{2^n n!} \right)^n \left[1 - \frac{(m_f)^2}{2(2n+2)} + \frac{(m_f)^4}{2 \cdot 4(2n+2)(2n+4)} \right]$$

$$\beta_{\text{FM}} = \beta_f = \frac{k_f A_m}{f_m} \quad \Delta f = k_f A_m$$

- Geniş bant FM sinyali $s(t)$ Fourier dönüşümü ile zaman domeninden frekans domenine aktarılırsa aşağıdaki gibi olur:

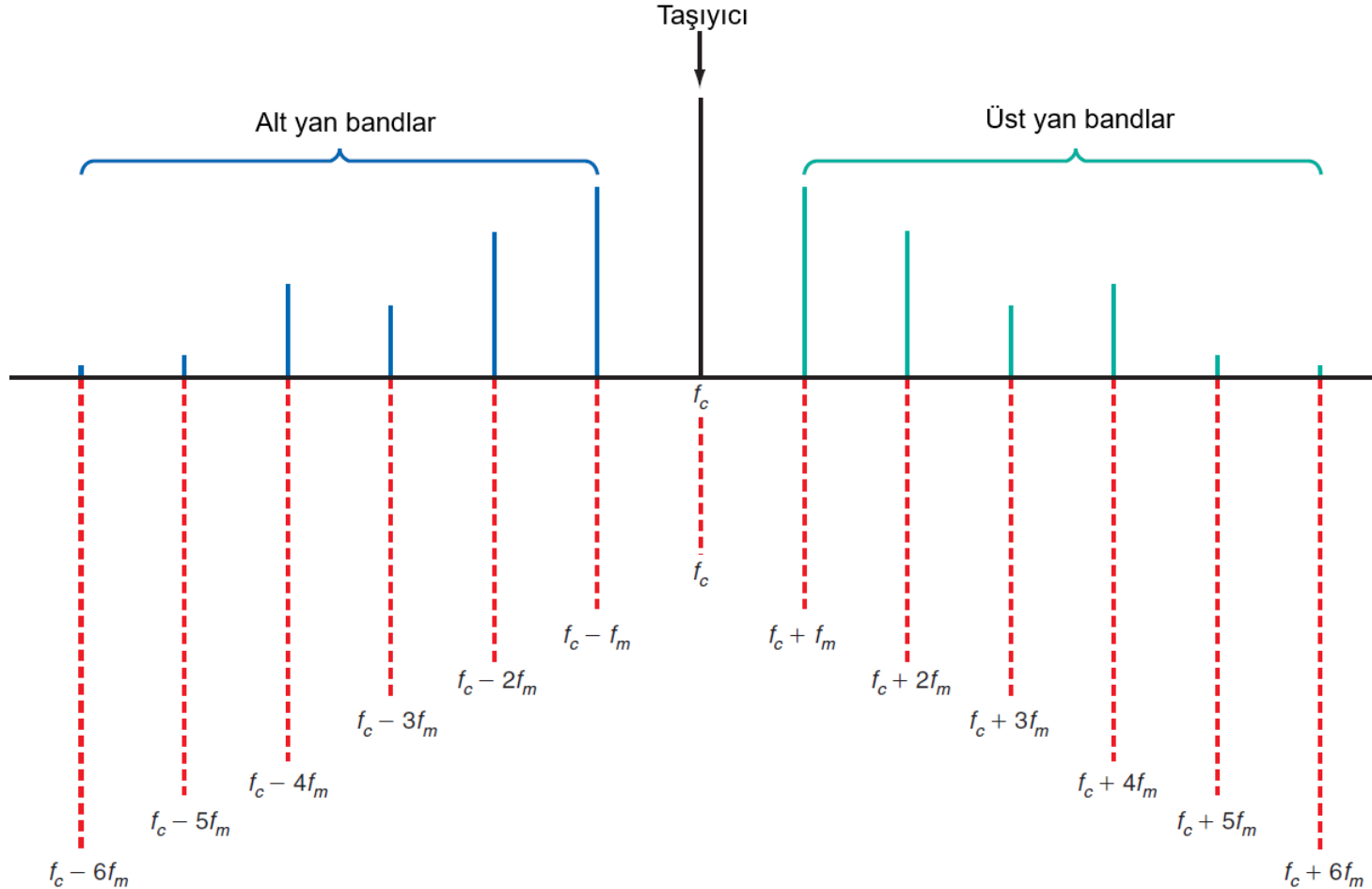
$$s(t) = \text{Re} \left\{ A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t} e^{j2\pi f_c t} \right\} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_c J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t]$$

$$\cos(2\pi f_i t) \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\delta(f - f_i) + \delta(f + f_i)]$$

$$s(t) \Leftrightarrow S(f) \quad S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - n f_m) + \delta(f + f_c + n f_m)]$$

- FM sinyal spektrumunda taşıyıcı bileşen ve taşıyıcı frekansının her iki yanında sonlu sayıda simetrik olarak yerleşmiş yan frekans bulunur.

- FM sinyali frekans spektrumunda taşıyıcı sinyal ve yan bantların genliği modülasyon indisine (β) göre değişir.



- Küçük β değerleri için Bessel fonksiyonu aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$J_n(\beta) \approx \frac{\beta^n}{2^n n!}$$

- Modülasyon indisi β 1'den daha küçük olduğunda sadece $n = 1$ 'e karşılık gelen ilk yan bant, yani $J_0(\beta)$ ve $J_1(\beta)$ önemlidir

$$\left. \begin{aligned} J_0(\beta) &\approx 1, \\ J_1(\beta) &\approx \frac{\beta}{2}, \\ J_n(\beta) &\approx 0, \quad n > 2 \end{aligned} \right\}$$

- Bessel fonksiyonu simetri özelliği kullanılarak FM sinyali ifadesi bulunabilir.

$$J_n(\beta) = J_{-n}(\beta), \quad n \text{ çift ise} \qquad J_n(\beta) = -J_{-n}(\beta), \quad n \text{ tek ise}$$

FM Sinyali Frekans Spektrumu

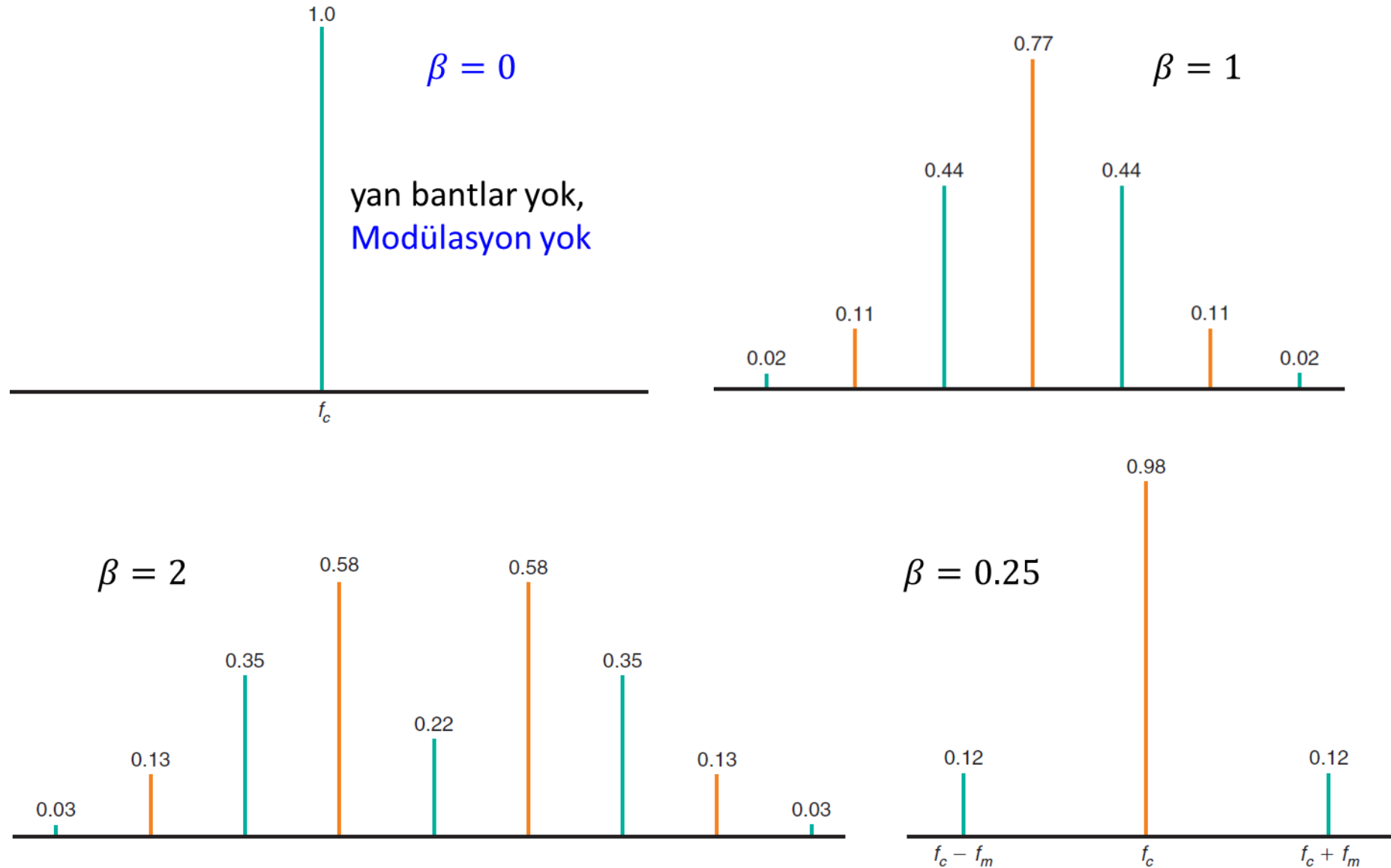
- Farklı modülasyon indisi değerleri için FM sinyalinde taşıyıcı ve yan bantların genliklerini gösteren Bessel fonksiyonları tablosu

Modulation Index	Carrier	Sidebands (Pairs)															
		1st	2d	3d	4th	5th	6th	7th	8th	9th	10th	11th	12th	13th	14th	15th	16th
0.00	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.25	0.98	0.12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.5	0.94	0.24	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.5	-0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.0	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.0	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.0	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—
6.0	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—	—
7.0	0.30	0.00	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—
8.0	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03	—	—	—	—	—
9.0	-0.09	0.24	0.14	-0.18	-0.27	-0.06	0.20	0.33	0.30	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—	—
10.0	-0.25	0.04	0.25	0.06	-0.22	-0.23	-0.01	0.22	0.31	0.29	0.20	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—
12.0	-0.05	-0.22	-0.08	0.20	0.18	-0.07	-0.24	-0.17	0.05	0.23	0.30	0.27	0.20	0.12	0.07	0.03	0.01
15.0	-0.01	0.21	0.04	0.19	-0.12	0.13	0.21	0.03	-0.17	-0.22	-0.09	0.10	0.24	0.28	0.25	0.18	0.12

↓
Taşıyıcı
↓
Modülasyon indisi

Yan bantlar

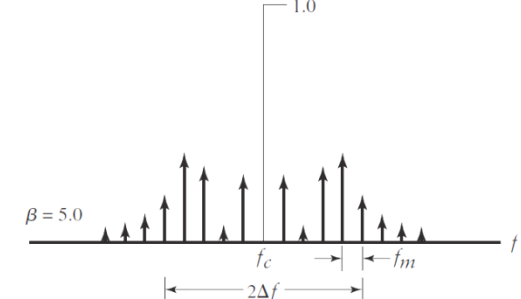
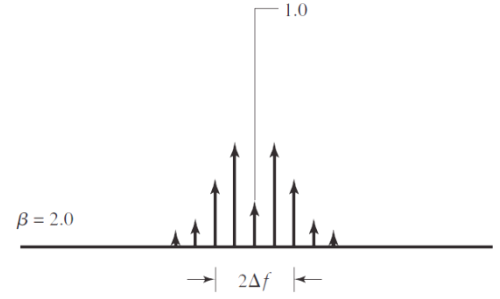
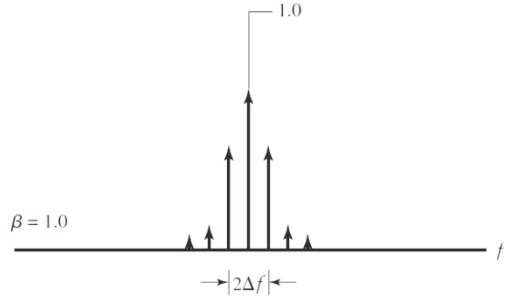
FM Sinyali Frekans Spektrumu



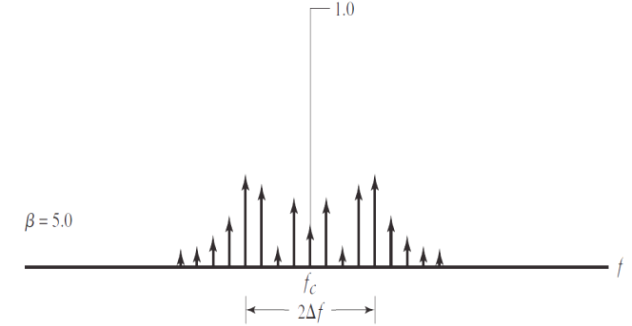
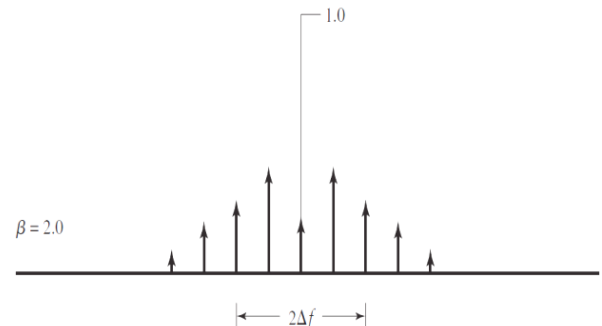
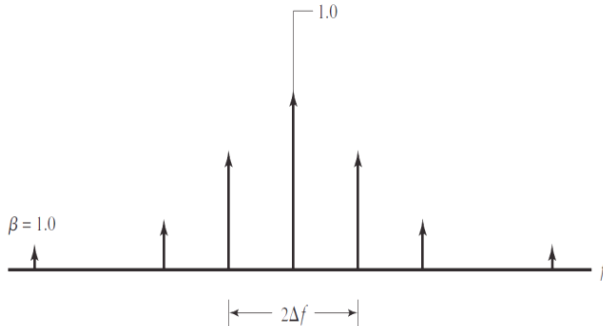
- Mesaj sinyali frekansı f_m sabit tutulup **genliği A_m değiştirilirse**, frekans sapmasının Δf değişimi ile FM sinyali frekans spektrumu aşağıda gösterilmiştir.

$$\beta_{FM} = \beta_f = \frac{k_f A_m}{f_m}$$

$$\Delta f = k_f A_m$$



- Mesaj sinyali genliği A_m sabit tutulup frekans sapması Δf sabitlendiğinde ve **frekansı f_m değiştirildiğinde**, FM sinyali frekans spektrumu aşağıda gösterilmiştir.



S.No.	Parameter/Characteristics	Wideband FM	Narrowband FM
1.	Modulation index	Greater than 1	Less than or slightly greater than 1
2.	Maximum deviation	75 kHz	5 kHz
3.	Range of modulating frequency	30 Hz to 15 kHz	30 Hz to 3 kHz
4.	Maximum modulation index	5 to 2500	Slightly greater than 1
5.	Bandwidth	Large about 15 times higher than BW of narrowband FM	Small. Approximately same as that of AM
6.	Applications	Entertainment broadcasting (can be used for high quality music transmission)	FM mobile communication like police wireless, ambulance etc. (This is used for speech transmission)
7.	Pre-emphasis and De-emphasis	Needed	Needed

- Geniş bant FM sinyalinde taşıyıcı genliği β ile $J_0(\beta)$ değerine göre değişir. Bu sebepten AM sinyalinden farklı olarak FM sinyali içinde taşıyıcı bileşen genliği modülasyon indisine bağlıdır. FM sinyali için ortalama güç şöyledir:

$$P_{av} = \frac{1}{2}A_c^2$$

- Taşıyıcı sinyal, FM sinyali üretmek üzere modüle edildiğinde taşıyıcı gücünün bir kısmı yan frekansların gücüne kayar. Bu durumda ortalama güç ifadesi aşağıdaki gibi bulunur:

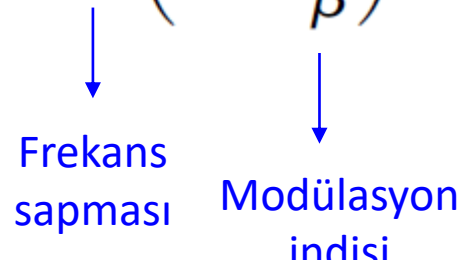
$$P = \frac{1}{2}A_c^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta)$$

- Tüm Bessel katsayılarının karelerinin toplamı 1'e eşittir.

$$\boxed{\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1} \longrightarrow P_{av} = \frac{1}{2}A_c^2$$

- Geniş bant FM sinyali sonsuz sayıda yan frekans bileşeni içerdiğinden bu sinyali iletmek için yine sonsuz bant genişliğine ihtiyaç vardır. **Pratikte bu mümkün olmayacağından önemli yan frekans bileşenleri ile sonlu sayıda bileşenden oluşan sinyal kullanılır.** FM sinyalinin sınırlı bozulma ile iletimi için gerekli olan bant genişliği, etkin bant genişliği olarak isimlendirilir. Tek ton mesaj sinyali için etkin bant genişliği modülasyon indisi ve frekans sapmasına bağlı olarak **Carson kuralı** ile aşağıdaki gibi hesaplanır:

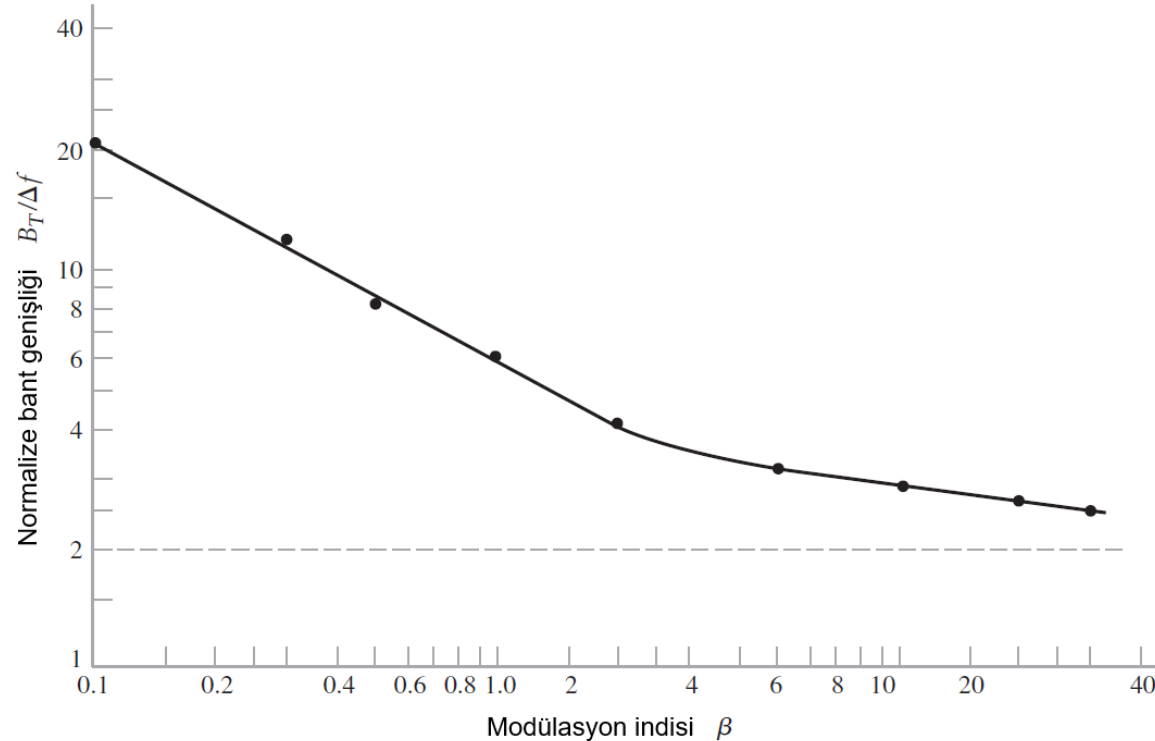
$$B_T \approx 2\Delta f + 2f_m = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{\beta} \right)$$


Frekans sapması Modülasyon indisi

- Carson kuralı basit olsa da geniş bant FM için gerekli olan bant genişliği kestiriminde iyi sonuç vermez. Bant genişliğinin daha **yüksek doğrulukla belirlenmesi amacıyla** genliği belirli bir değerin üzerinde olan önemli yan frekansların maksimum sayısı kullanılır. **Uygun eşik değer olarak modüle edilmemiş taşıyıcı genliğinin % 1'i alınabilir.** Bu durumda iletim bant genişliği $2 n_{max} f_m$ olarak hesaplanır. Burada n_{max} değeri $J_n(\beta) > 0,01$ koşulunu sağlayan en büyük n değeridir. **Önemli yan bant sayısı** aşağıdaki tablo yardımıyla belirlenebilir:

Modülasyon indisi β	Geniş bant FM için önemli yan bant sayısı $2n_{max}$
0.1	2
0.3	4
0.5	4
1.0	6
2.0	8
5.0	16
10.0	28
20.0	50
30.0	70

- Önemli yan bant sayısı için hesaplanan bant genişliği frekans sapmasına bölünürse, normalize bant genişliğinin modülasyon indisine bağlı olarak değişimi aşağıda gösterilmiştir. Buna göre modülasyon indisi arttığında önemli yan bant sayısı azalır. Yani düşük modülasyon indisi için daha fazla bant genişliği gerekir.



- Taşıyıcı sinyal $c(t) = 10 \cos(2\pi f_c t)$ şeklinde verilen ve mesaj sinyali $\cos(20\pi t)$ olan FM sistemde frekans sapma sabiti $k_f = 50$ Hz/V olarak verilmiştir. FM sinyali ifadesini elde edin? %99 modülasyonlu sinyal gücünü içerecek şekilde kaç harmonik (yan bileşen) seçilmelidir?

Taşıyıcı sinyal gücü $P_c = \frac{A_c^2}{2} = \frac{100}{2} = 50$ W

$$20\pi = 2\pi f$$

$$f_m = 10 \text{ Hz}$$

FM sinyali
$$s(t) = 10 \cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t \cos(20\pi \tau) d\tau\right)$$

$$= 10 \cos\left(2\pi f_c t + \frac{50}{10} \sin(20\pi t)\right)$$

$$= 10 \cos(2\pi f_c t + 5 \sin(20\pi t))$$

$$\beta = k_f \frac{\max[|m(t)|]}{f_m} = 50 \frac{1}{10} = 5$$

- Bu durumda FM sinyali aşağıdaki gibi bulunur:

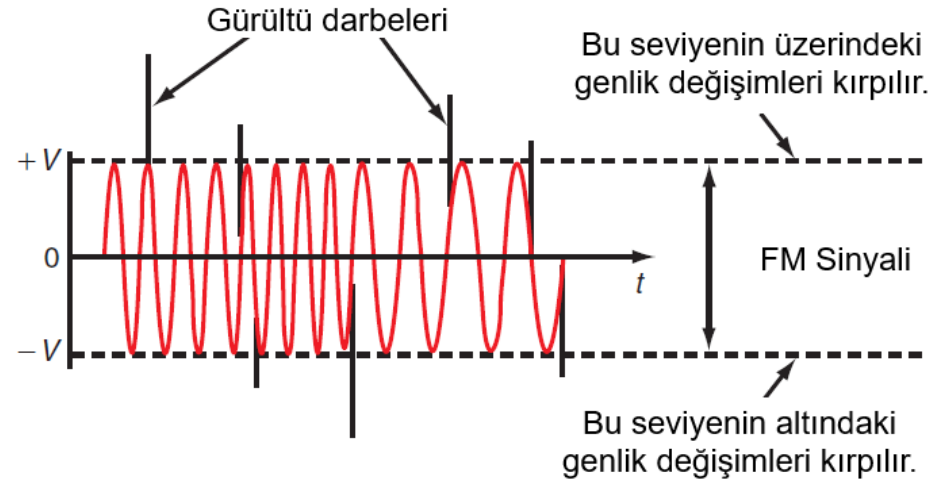
$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_c J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} 10 J_n(5) \cos[2\pi(f_c + 10 n)t]$$

- Modülasyonlu sinyalin frekans içeriği farklı n değerleri için $f_c + 10n$ frekanslarında toplanmıştır. Toplam gücün %99'unun etkin bant genişliği içerisinde olması için k değeri aşağıdaki şartı sağlamalıdır:

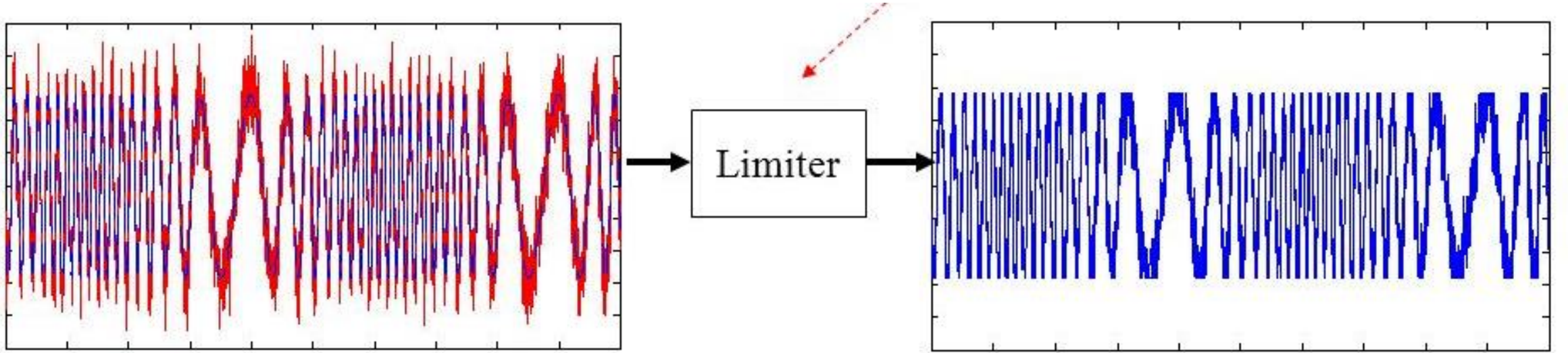
$$\sum_{n=-k}^{n=k} \frac{100 J_n^2(5)}{2} \geq 0,99 \times 50 \qquad 50 \left[J_0^2(5) + 2 \sum_{n=1}^k J_n^2(5) \right] \geq 49,5$$

- Bu denklemin çözümü Bessel fonksiyon tablosu kullanılarak bulunur. Simetri özelliği kullanılırsa denklemde verilen şartı sağlayan en küçük k değeri 6'dır.

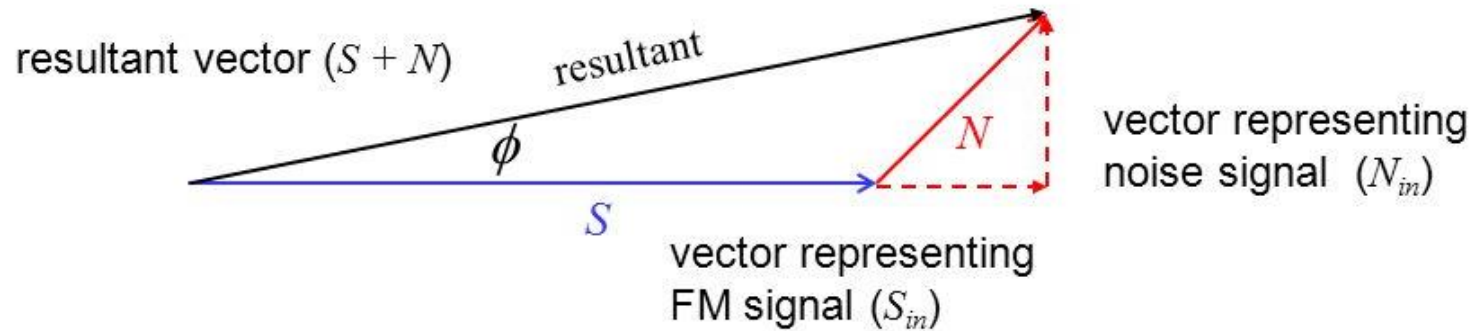
- Atmosferik koşullar (yıldırım vb.), endüstriyel motorlar, motorlu taşıtların ateşleme sistemleri ve enerji nakil hatları gürültü olarak isimlendirilen istenmeyen bozucu sinyaller üretir. Gürültü haberleşme sistemlerinde modülasyonlu sinyaller üzerine eklenir ve sistem performansını düşürür. Sinyal üzerinde gürültü etkisi genellikle yüksek frekanslarda anlık gerilim darbeleri şeklinde gözlenir.
- FM sinyali üzerinde gürültü etkisi aşağıda gösterilmiştir. FM alıcılarda bulunan sınırlayıcı devreler yardımıyla alınan sinyalin genliği istenen aralıkta tutulur.



- Bilgi taşıyıcı sinyalin frekans değişimlerinde saklı olduğundan genliğin kırılması bilgi kaybına sebep olmaz. Bu sebepten FM sinyali, AM sinyaline göre daha iyi gürültü bağışıklığına sahiptir.



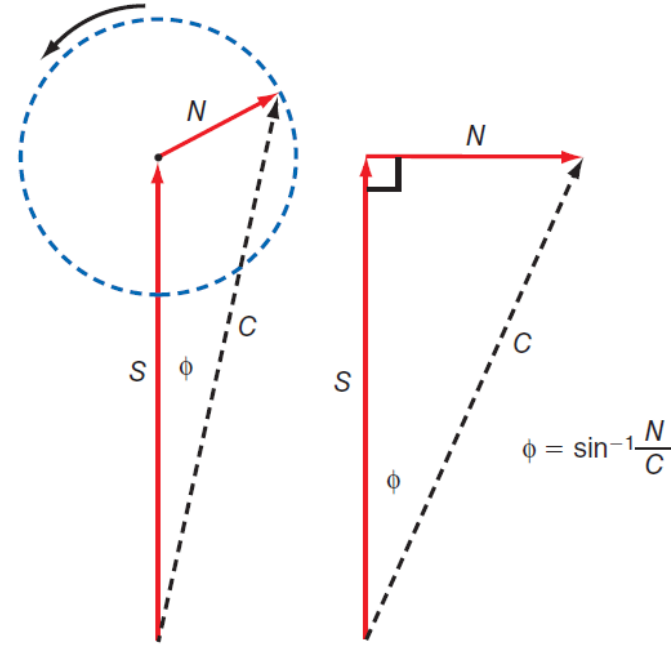
- Gürültü aynı zamanda istenmeyen faz hatalarına sebep olabilir. Fakat bu problem sınırlayıcı devre kullanılarak çözülemez. Taşıyıcı sinyal sabit genlikte S fazörü ile gösterilir. Gürültü ise genellikle farklı genlik ve frekanslarda kısa süreli darbe olarak düşünülür. Analizi basitleştirmek için gürültünün yüksek frekansta tek tonlu olduğu kabul edilirse gürültü döndürücü N fazörü ile gösterilebilir.



- Taşıyıcı ve gürültüden oluşan C birleşik fazörü faz açısı gürültüden dolayı taşıyıcıya göre kadar kaymıştır. Faz kaymasına ϕ bağlı olarak frekans kayması δ bulunabilir. Faz ve frekans sapması ifadeleri incelendiğinde en yüksek frekans sapmasının en yüksek frekanslı mesaj sinyali üzerinde gerçekleşeceği görülebilir.

$$\phi = \sin^{-1} \frac{N}{C}$$

$$\delta = \phi(f_m)$$



- Sinyal gürültü oranı 3:1 olarak verilen FM alıcısı için mesaj sinyali frekansı 800 Hz'dir. Gürültüden kaynaklanan faz sapması ve frekans sapmasını bulun? Alıcıda maksimum 5 KHz frekans sapmasına izin veriliyorsa alıcı çıkışında sinyal gürültü oranı nedir?

$$\phi = \sin^{-1} (N/S) = \sin^{-1} (1/3) = \sin^{-1} 0.3333 = 19.47^\circ$$

$$\phi = \frac{19,47}{180} \times 3,1415 = 0,34 \text{ rad}$$

$$\delta = 0.34(800) = 271.8 \text{ Hz}$$

$$\frac{N}{S} = \frac{\text{Gürültü kaynaklı frekans sapması}}{\text{İzin verilen maksimum frekans sapması}} = \frac{271,8}{5000} = 0,0544 \quad \frac{S}{N} = \frac{1}{0,0544} = 18,4$$

- FM alıcısı girişinde sinyal gürültü oranı 2,8 olarak verilmiştir. Mesaj sinyali frekansı 1,5 KHz ve izin verilen maksimum frekans kaymasının 4 KHz olduğu bilindiğine göre a) Gürültüden kaynaklanan frekans kaymasını bulun? b) Alıcı çıkışında sinyal gürültü oranını bulun?

$$\phi = \sin^{-1} \frac{N}{S} = \sin^{-1} \frac{1}{2.8} = \sin^{-1} 0.3571 = 20.92^\circ$$

$$\phi = 0.3652 \text{ rad} \qquad \delta = \phi(f_m) = (0.3652)(1.5 \text{ kHz}) = 547.8 \text{ Hz}$$

$$\frac{N}{S} = \frac{\text{Gürültü kaynaklı frekans sapması}}{\text{İzin verilen maksimum frekans sapması}} = \frac{547,8}{4000} = 0,13695$$

$$\frac{S}{N} = \frac{1}{0,13695} = 7,3$$

```

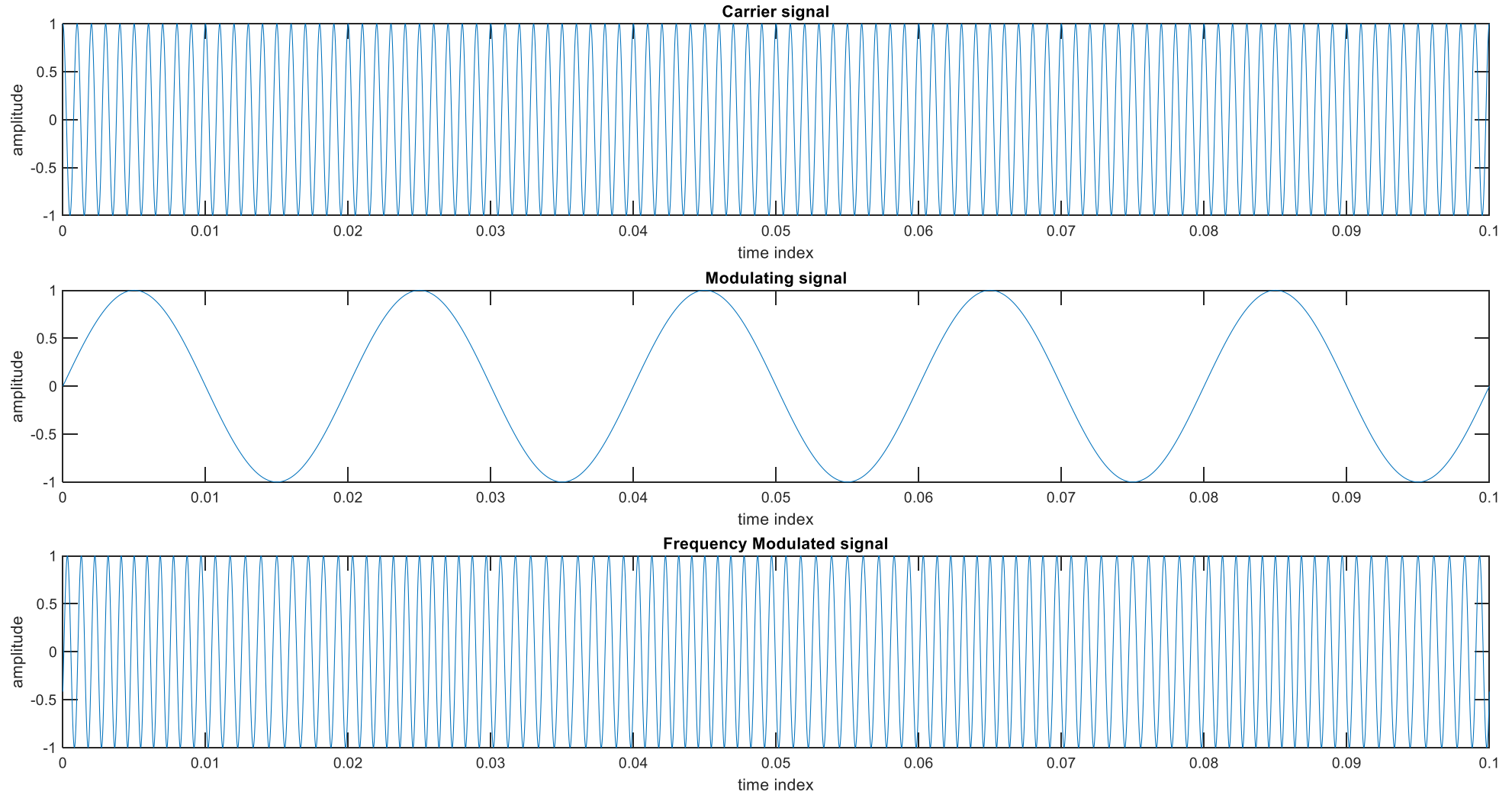
clc;
clear all;
close all;
fc=input('Enter the carrier signal freq in hz,fc=');
fm=input('Enter the modulating signal freq in hz,fm =');
m=input('Modulation index,m= ');
t=0:0.0000001:0.1;
c=cos(2*pi*fc*t);%carrier signal
M=sin(2*pi*fm*t);% modulating signal
subplot(3,1,1);plot(t,c);
ylabel('amplitude');xlabel('time index');title('Carrier signal');
subplot(3,1,2);plot(t,M);
ylabel('amplitude');xlabel('time index');title('Modulating signal');
y=cos(2*pi*fc*t-(m.*cos(2*pi*fm*t)));
subplot(3,1,3);plot(t,y);
ylabel('amplitude');xlabel('time index');title('Frequency Modulated signal');
fs=10000;
p=fmdemod(y,fc,fs,(fc-fm));
figure;
subplot(1,1,1);plot(p);

```


```

Enter the carrier signal freq in hz,fc=1000
Enter the modulating signal freq in hz,fm =50
Modulation index,m= 2

```



```
fs = 1000; % örnekleme frekansı
fc = 200; % taşıyıcı frekansı
t = (0:1/fs:0.2)'; % zaman aralığı
% mesaj sinyali
x = sin(2*pi*30*t)+2*sin(2*pi*60*t);
% frekans sapması
fDev = 50;
% FM modülasyonu
y = fmod(x,fc,fs,fDev);
% FM demodülasyonu
z = fmdemod(y,fc,fs,fDev);
```


$$\Delta f = k_f A_m$$

```
plot(t,x,'c-',t,z,'b:','LineWidth',2);
xlabel('Zaman (s)')
ylabel('Genlik')
legend('Orjinal mesaj sinyali','Demodüle edilmiş sinyal')
grid on
```

```
figure
plot(t,y,'r-', 'LineWidth',2);
xlabel('Zaman (s)')
ylabel('Genlik')
legend('FM sinyali')
grid on
```

```
>> help fmmod
```

fmmod Frequency modulation.

$Y = \text{fmmod}(X, F_c, F_s, \text{FREQDEV})$ uses the message signal X to modulate the carrier frequency F_c (Hz) and sample frequency F_s (Hz), where $F_s > 2 \cdot F_c$. FREQDEV (Hz) is the frequency deviation of the modulated signal.

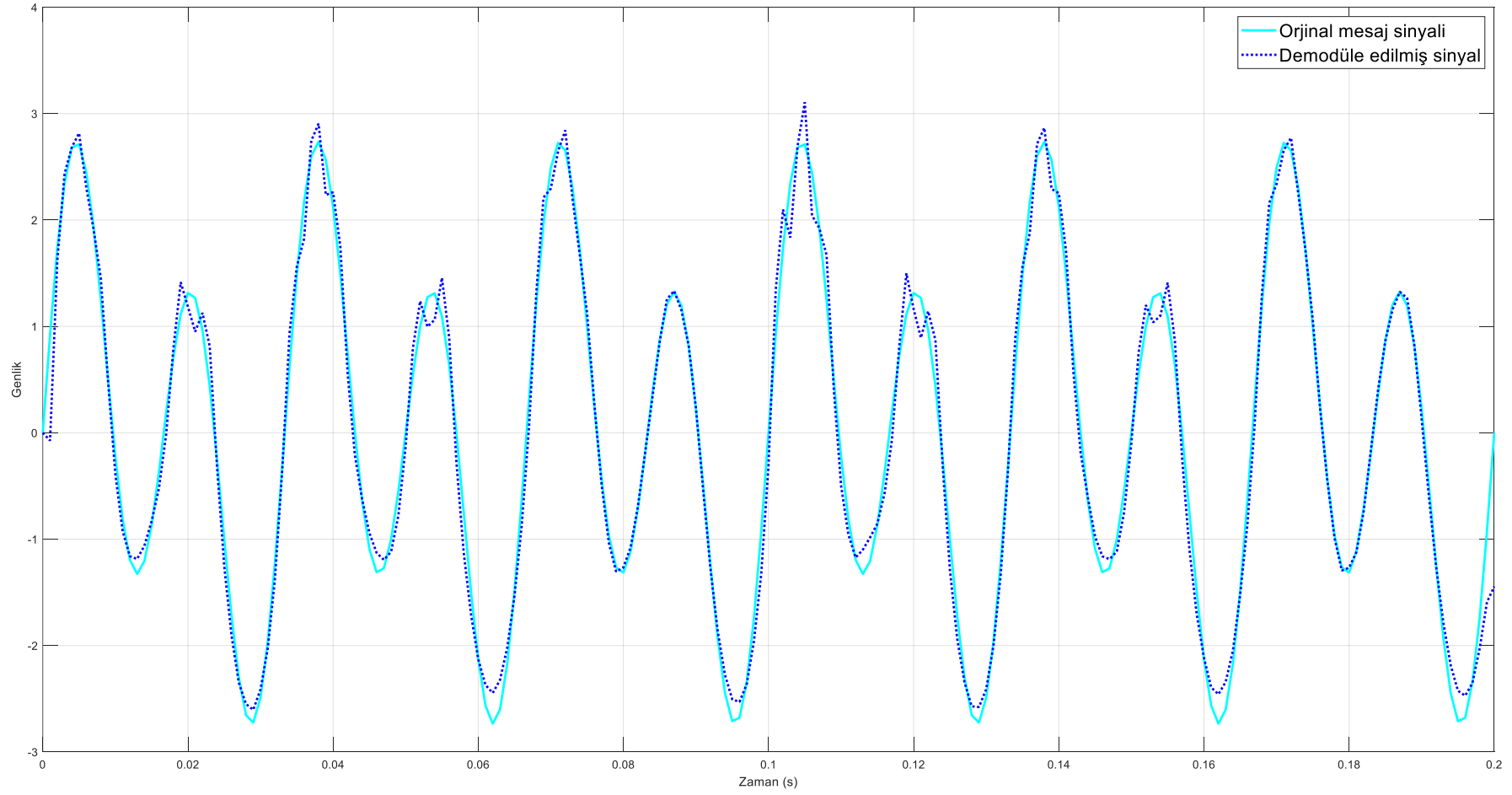
$Y = \text{fmmod}(X, F_c, F_s, \text{FREQDEV}, \text{INI_PHASE})$ specifies the initial phase of the modulation.

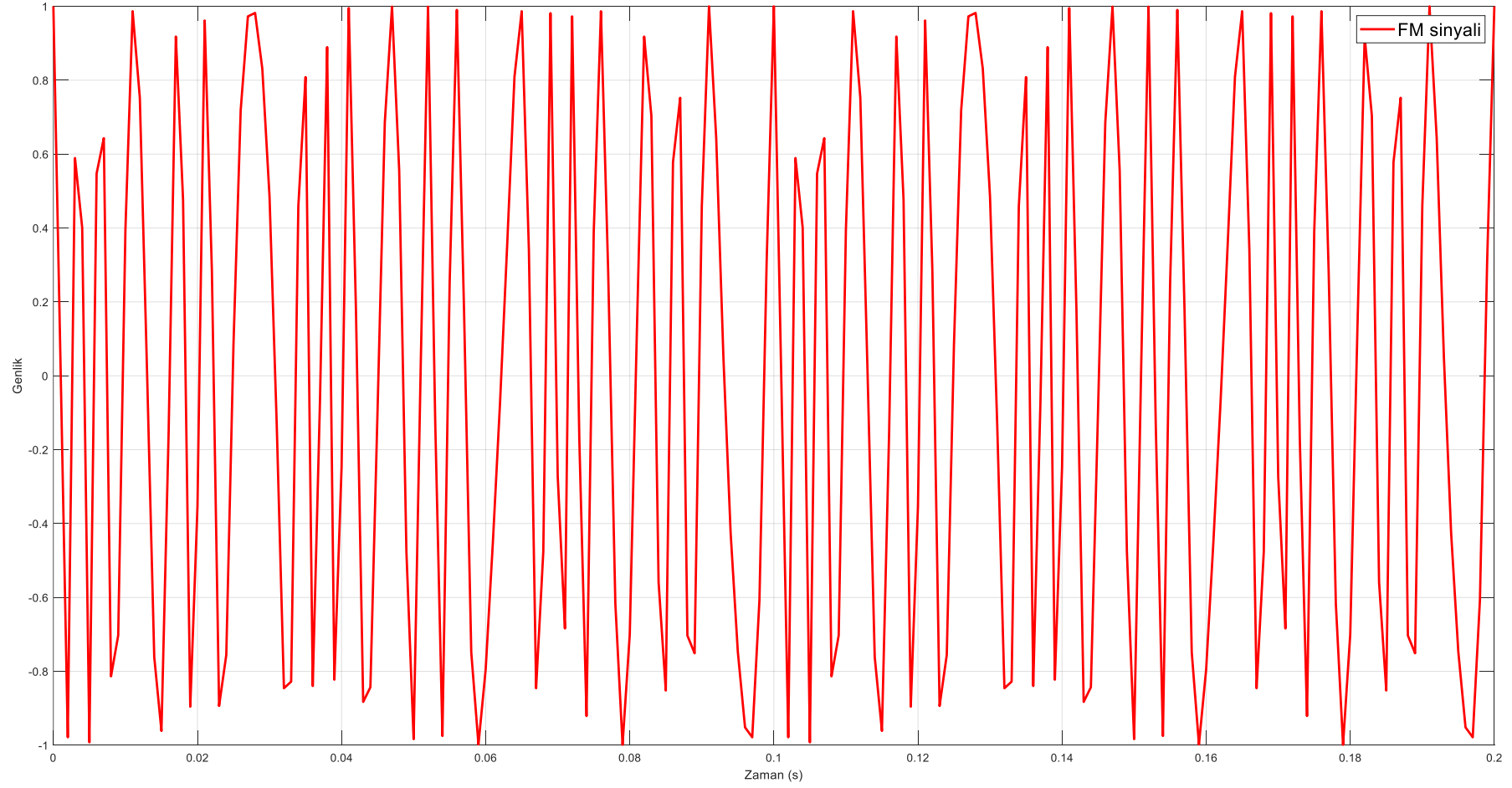
```
>> help fmdemod
```

fmdemod Frequency demodulation.

$Z = \text{fmdemod}(Y, F_c, F_s, \text{FREQDEV})$ demodulates the FM modulated signal Y at the carrier frequency F_c (Hz). Y and F_c have sample frequency F_s (Hz). FREQDEV is the frequency deviation (Hz) of the modulated signal.

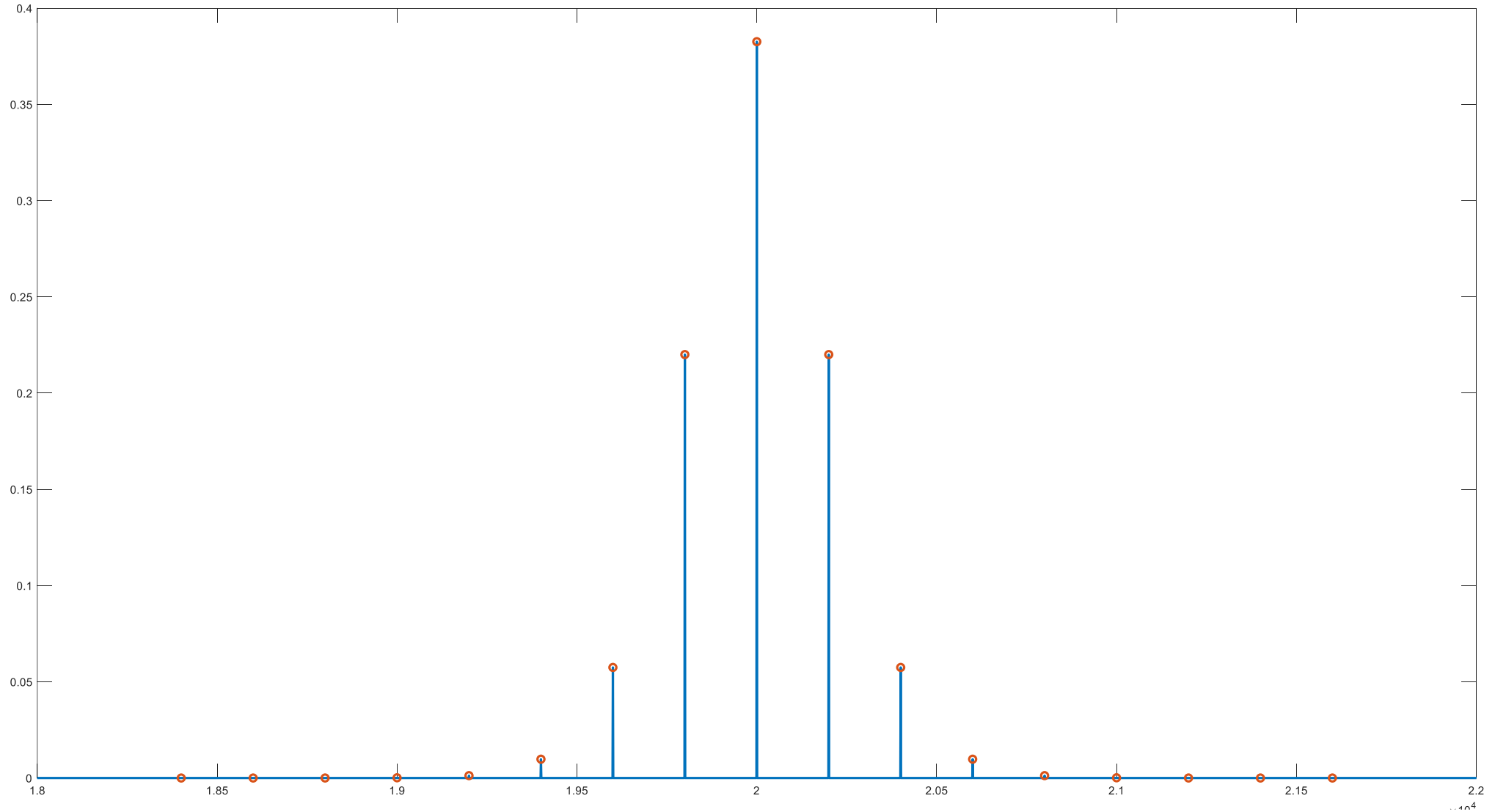
$Z = \text{fmdemod}(Y, F_c, F_s, \text{FREQDEV}, \text{INI_PHASE})$ specifies the initial phase of the modulated signal.

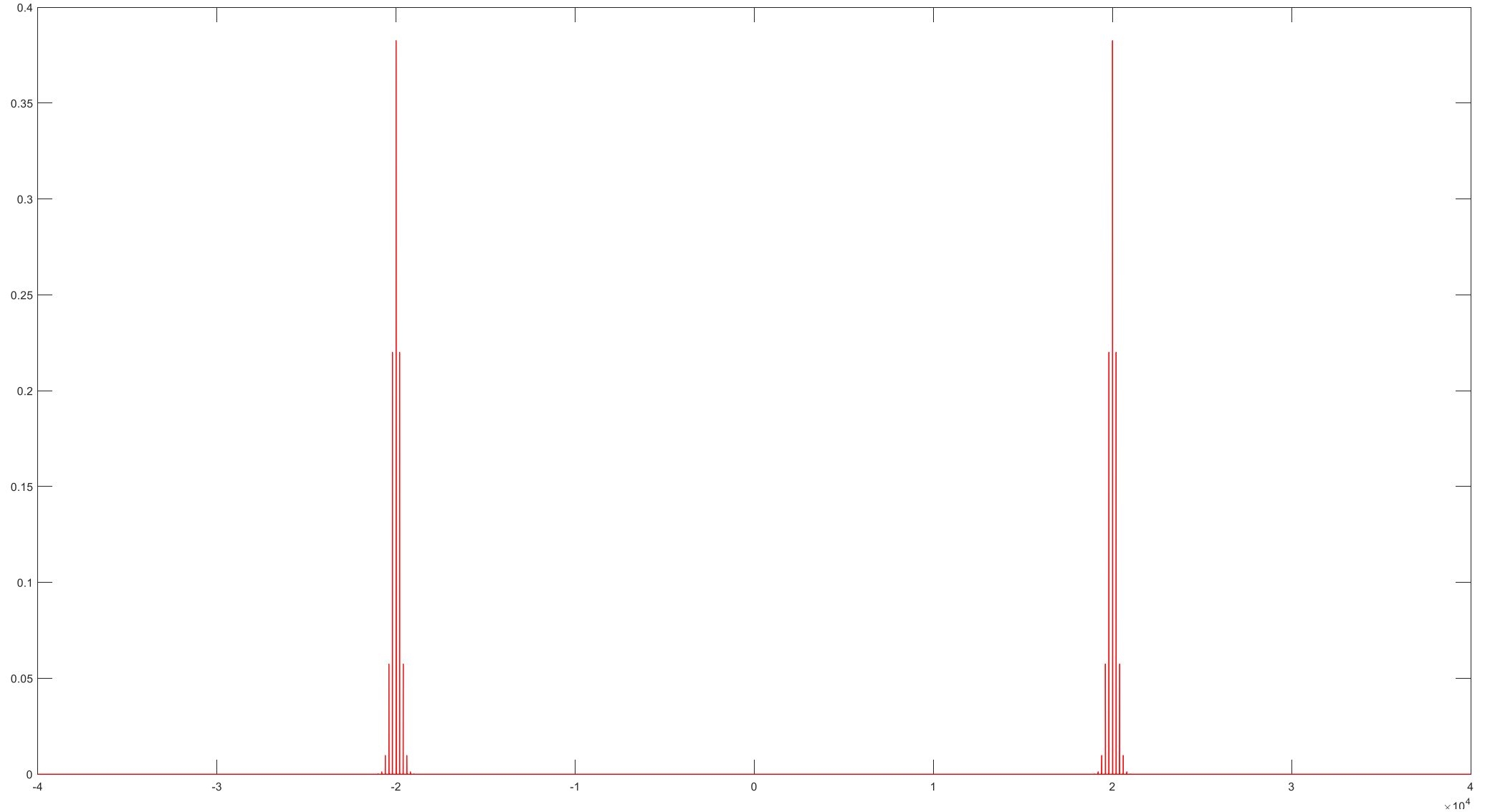





```
fs = 1e6; % örnekleme frekansı
fc = 20000; % taşıyıcı frekansı
fm = 200; % mesaj frekansı
beta = 1; % modülasyonu indisi

N = 1e6;
t = (0:N-1)*(1/fs); % zaman aralığı
% FM sinyali
y = cos(2*pi*fc*t+beta*cos(2*pi*fm*t));
% Frekans analizi
z = fftshift(fft(y))/N;
f = (-N/2:N/2-1)*(F/N);
% sadece 8 üst yan bant için frekans spektrumu
n = 8;
sidamp = (1/2)*besselj(0:n,beta);
sidamp = [fliplr(sidamp(2:end)), sidamp];
sidf = (fc-n*fm):f1:(fc+n*fm);
figure
plot(f,abs(z),'r','LineWidth',1)
xlim([-2*f0 2*fc])
figure
plot(f,abs(z),sidf,sidamp,'o','LineWidth',2)
xlim([fc-fm*10 fc+fm*10])
```





```

fc = 1000;
Ac = 5;
t0 = 0.2;
ts = 0.00000001;     $1 \times 10^{-8}$            ts = 0.0001;     $1 \times 10^{-4}$ 
fs = 1/ts;
t=[0:ts:t0];
m = 10*t.*(t>=0 & t<=0.1)+(2-10*t).*(t>0.1 & t<=0.2)+0.*(t>0.2);
u = Ac*modulate(m,fc,fs,'fm');           %% modulate the message signal
y = demod(u,fc,fs,'fm');                 %% demodulate the message signal
y = y/(6.275*10^-5);                     %% scale the demodulated signal
figure(6)
subplot(2,1,1)
plot(t,m(1:length(t)));
title('Original Message signal m(t)')
xlabel('Time (s)')
ylabel('Amplitude')
subplot(2,1,2)
plot(t,y);
title('Demodulated Message Signal')
xlabel('Time (s)')
ylabel('Amplitude')

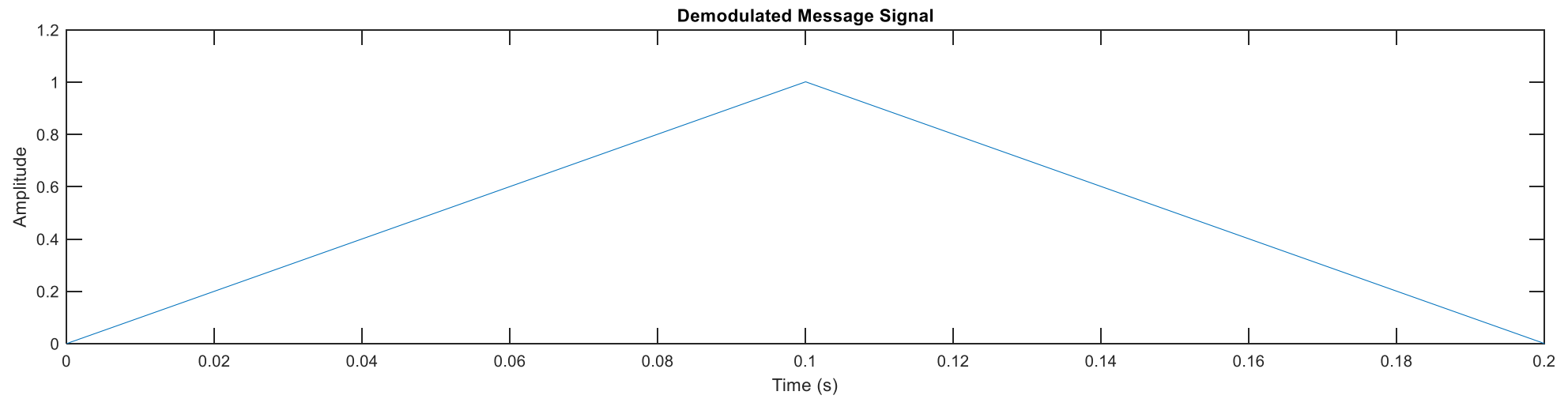
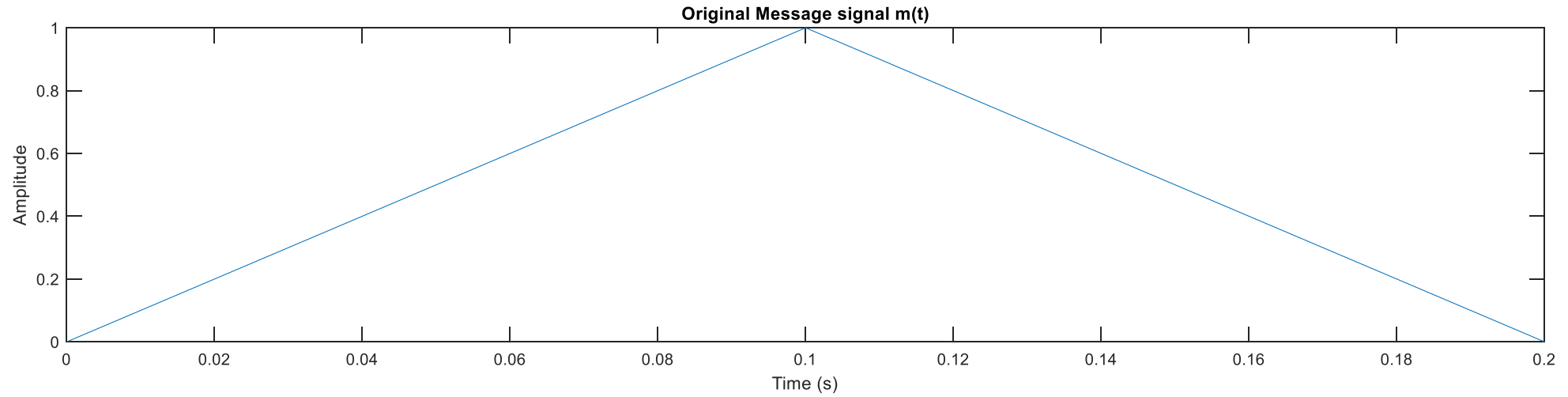
```

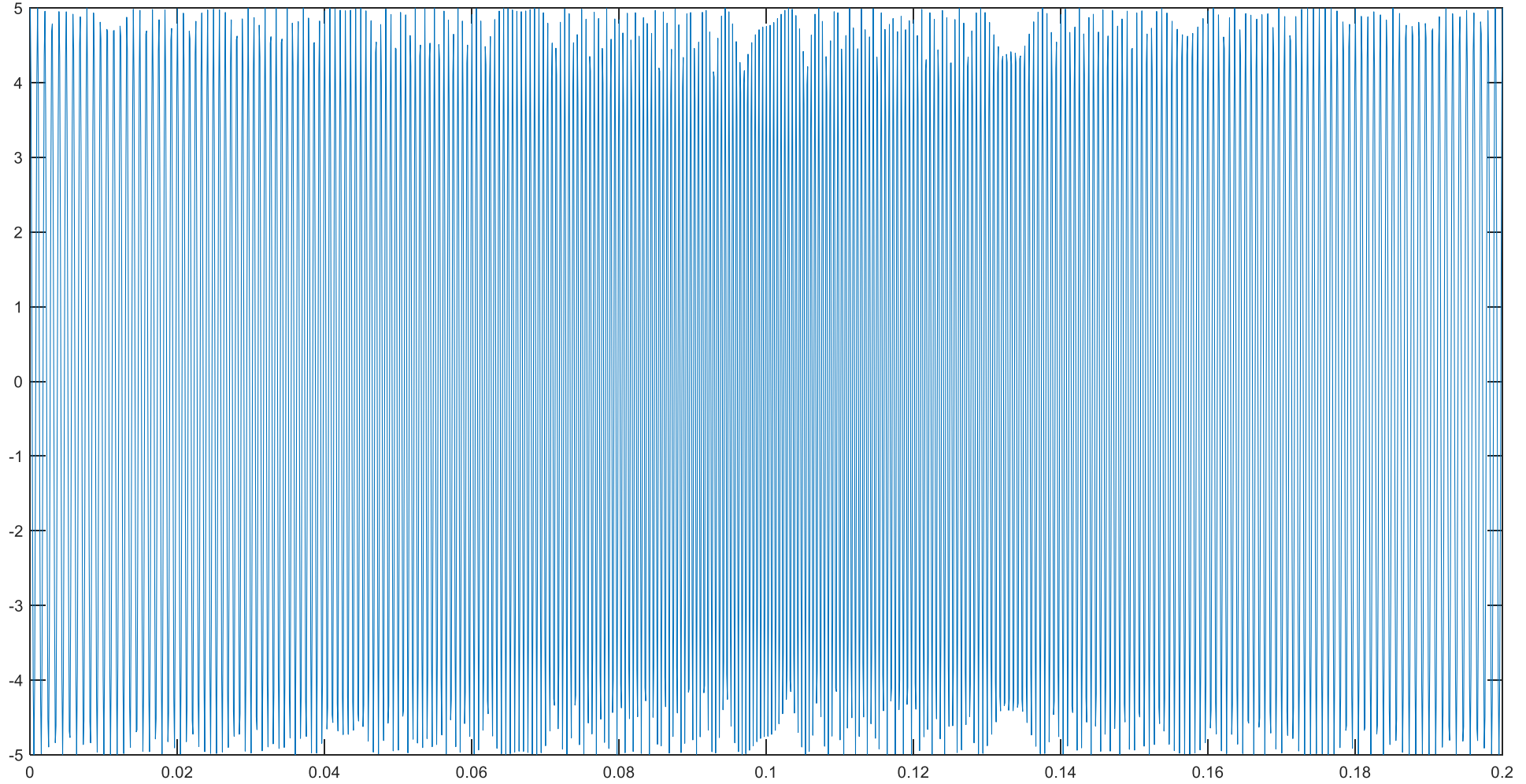
modulate Signal modulation for communications simulations.

$Y = \text{modulate}(X, F_c, F_s, \text{METHOD}, \text{OPT})$ modulates the message signal X with a carrier frequency F_c and sampling frequency F_s , using the modulation scheme in METHOD . OPT is an extra sometimes optional parameter whose purpose depends on the modulation scheme you choose.

F_s must satisfy $F_s > 2 \cdot F_c + \text{BW}$, where BW is the bandwidth of the modulated signal.

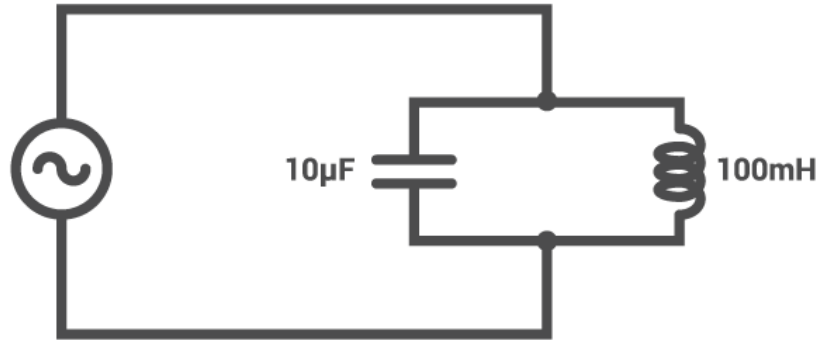
METHOD	MODULATION SCHEME
'am',	Amplitude modulation, double side-band, suppressed carrier
'amdsb-sc'	OPT not used.
'amdsb-tc'	Amplitude modulation, double side-band, transmitted carrier OPT is a scalar which is subtracted from X prior to multiplication by the carrier cosine. It defaults to $\min(\min(X))$ so the offset message signal is positive and has a minimum value of zero.
'amssb'	Amplitude modulation, single side-band OPT not used.
'fm'	Frequency modulation OPT is a scalar which specifies the constant of frequency modulation k_f . $k_f = (F_c/F_s) \cdot 2\pi / \max(\max(\text{abs}(X)))$ by default for a maximum frequency excursion of F_c Hertz.
'pm'	Phase modulation OPT is a scalar which specifies the constant of phase modulation k_p . $k_p = \pi / \max(\max(\text{abs}(x)))$ by default for a maximum phase excursion of $\pm\pi$ radians.
'pwm'	Pulse width modulation If you let $\text{OPT} = \text{'centered'}$, the pulses are centered on the carrier period rather than being "left justified".



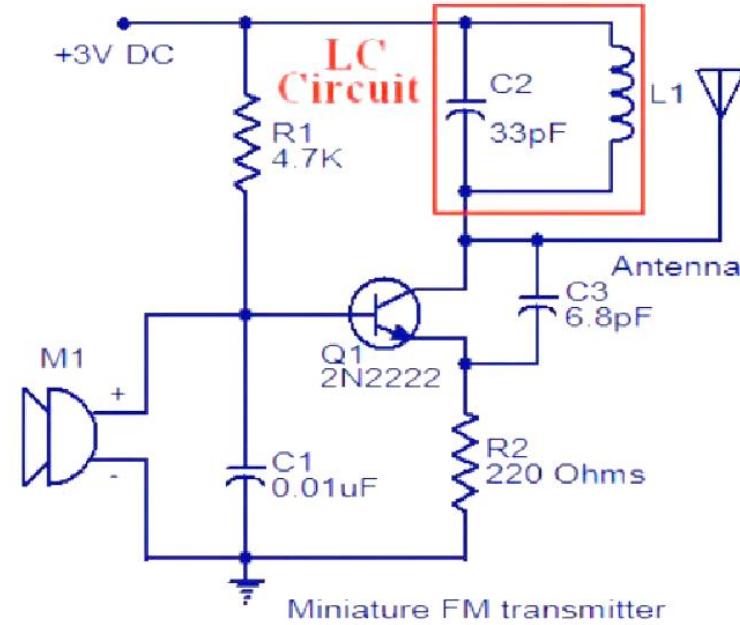


- FM ve PM şeklinde açö modölasyonu geröekleştirmek için çeşitli modölatör ve demodölatör devreleri mevcuttur. FM sinyali doğrudan FM modölatör ile veya dolaylı yoldan PM modölatör ile üretilebilir.
- Doğrudan FM geröekleştirildiğinde osilatör tarafından üretilen taşıyıcı sinyalin frekansı mesaj sinyaline göre değiştirilir. Dolaylı yoldan FM sinyali geröekleştirildiğinde osilatör tarafından taşıyıcı sinyal üretildikten sonra integral alıcı devreden geöirilir ve PM modölatöre uygulanır.
- Bugün kullanılan FM modölatör ve demodölatör devrelerinin büyük bir bölümü entegre devreler içinde geröekleştirilmektedir. Bununla birlikte sayösal sinyal işleme (DSP) uygulamaları ile yazılım olarak geröekleştirilen modölatör ve demodölatör devreleri mevcuttur.

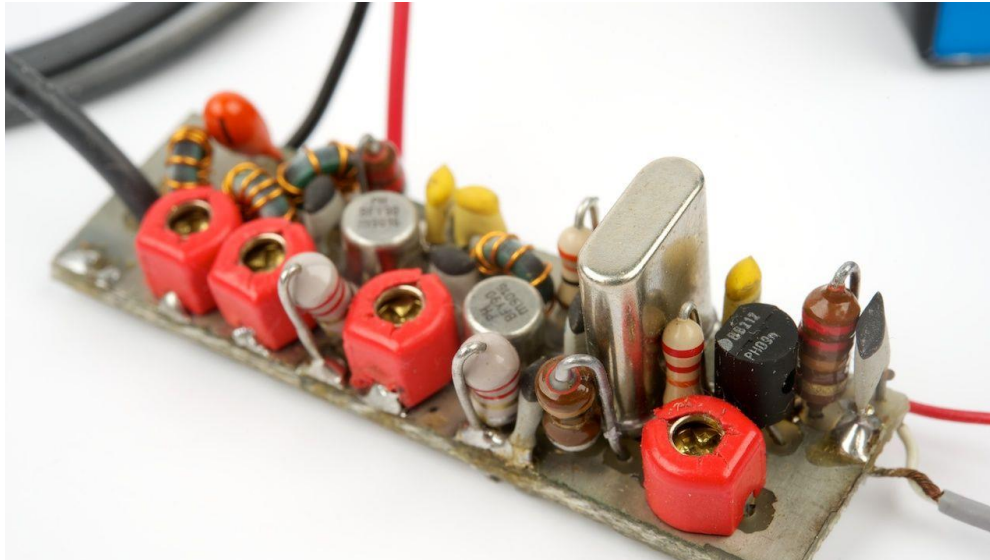
- FM modölatör devresi taşıyıcı sinyal frekansını mesaj sinyaline göre değiştirir. Taşıyıcı sinyal LC devresi veya kristal osilatör devresi ile üretilir. LC osilatör devresi kullanılan FM modölatör için taşıyıcı frekansı, indüktans (L) ve kapasitans (C) değerlerine bağlı olarak hesaplanır. Frekansı değiştirmek için indüktans veya kapasitans değerleri değiştirilir.



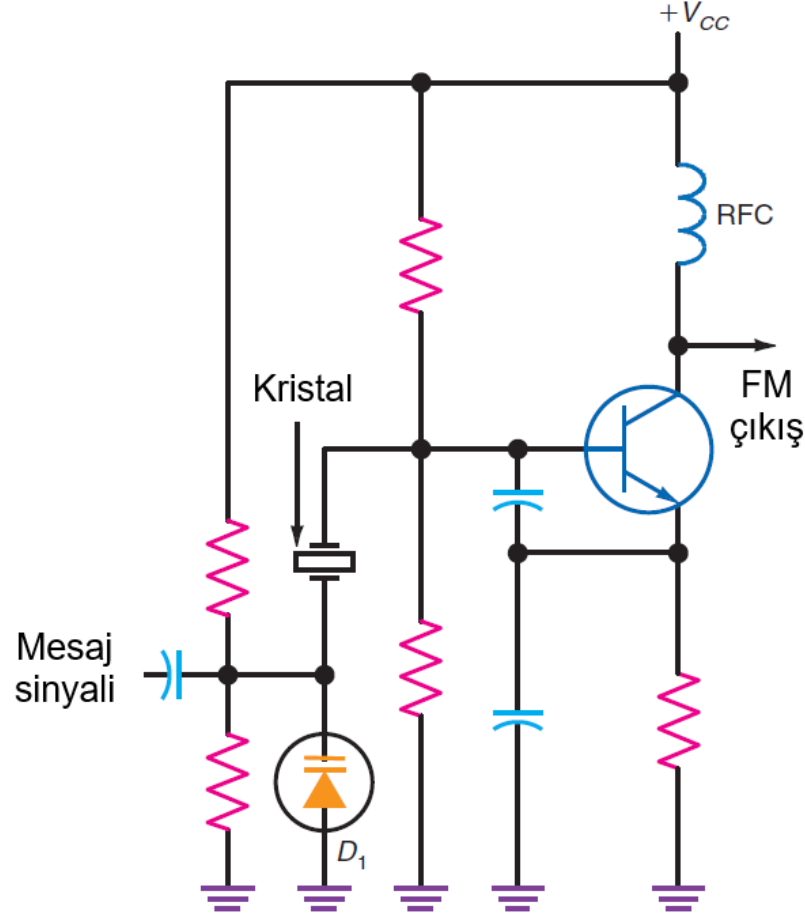
$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



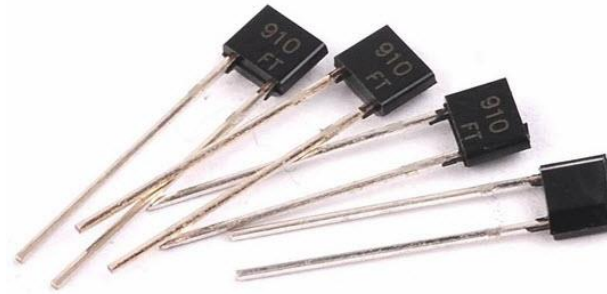
- LC osilatörle oluşturulan FM modölatör devresinin en büyük problemi LC osilatörün taşıyıcı sinyal üretmek için yeterince kararlı olmamasıdır. Yüksek kalitede devre elemanları kullanılsa bile sıcaklık değişimine bağılı olarak LC osilatör frekansı değişebilir. Bu sorunu aşmak için kristal osilatör devresi kullanılır. Kristal osilatörler yüksek doğrulukta taşıyıcı frekans üretmesi yanında deniş bir sıcaklık değişim aralığında frekans kararlılığı sunar.

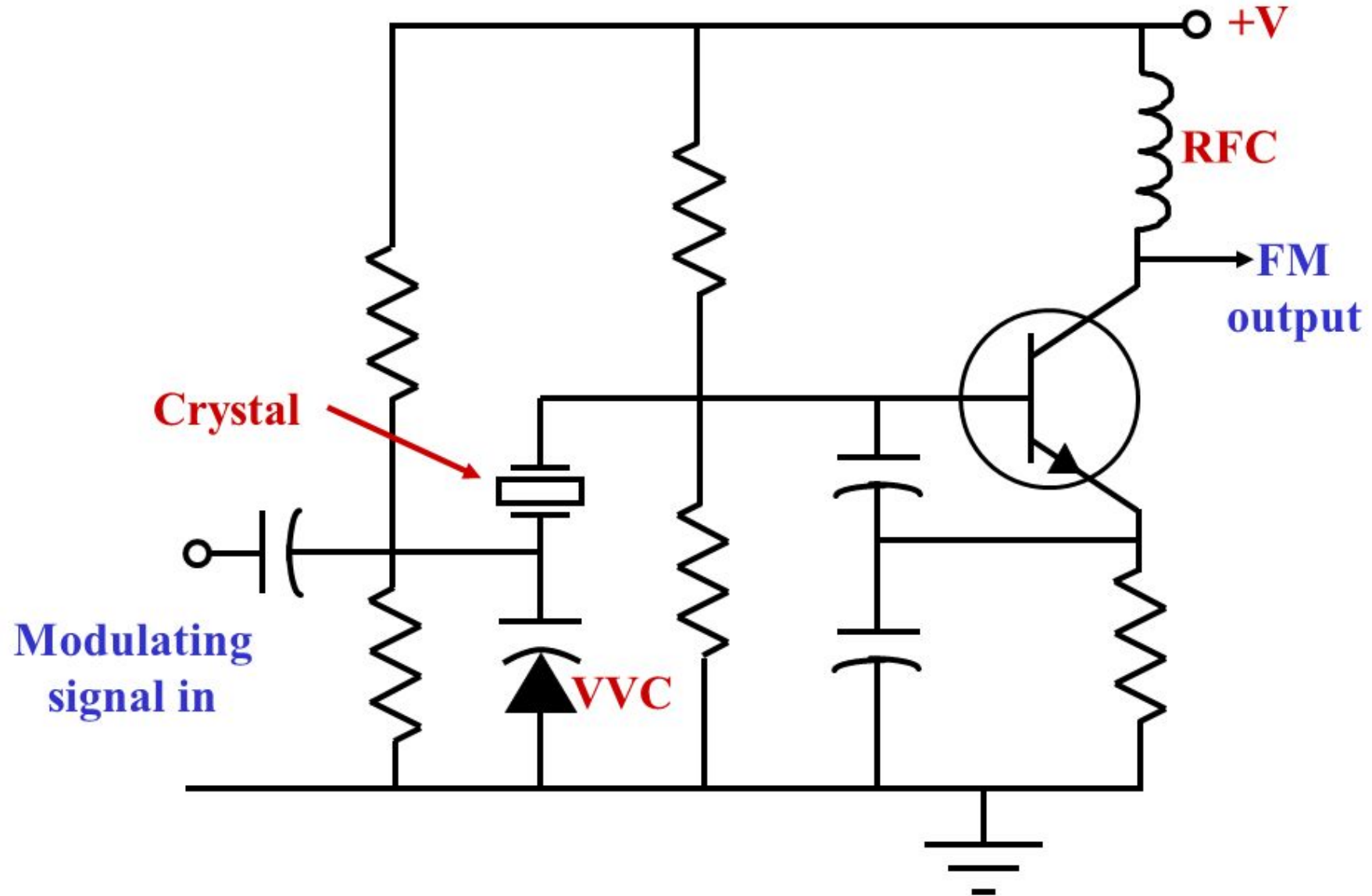


- Varaktör diyot kullanılarak kristal osilatör ile doğrudan FM sinyali üretilen FM modölatör devresi aşağıda gösterilmiştir.



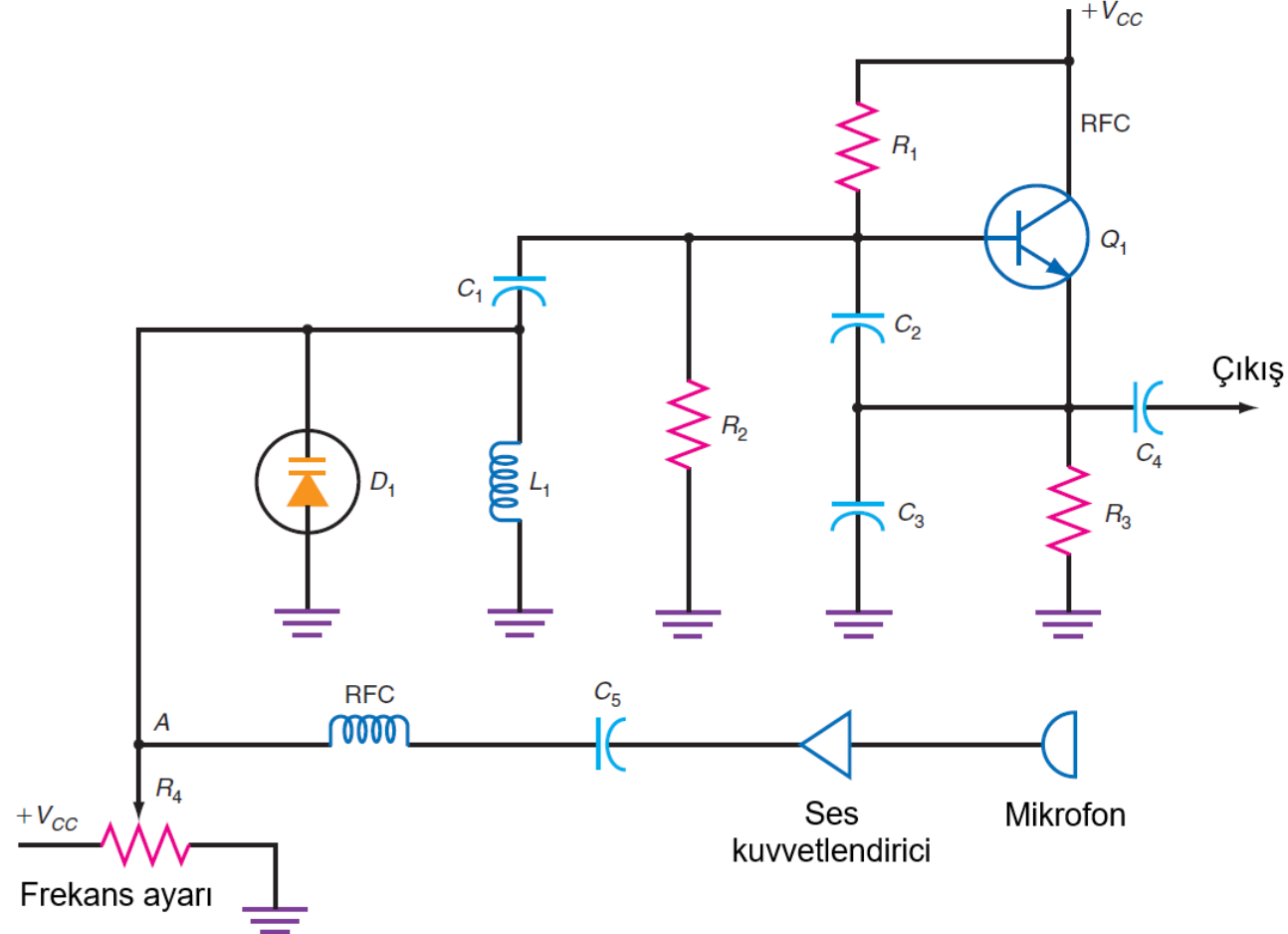
- Taşıyıcı frekansı kristal osilatör ile sağlandığında ise frekans değeri kristal tarafından belirlenir ve sabittir. Kristalin eşdeğer devresi, seri ve paralel rezonans noktalarından oluşan L-C-R devresidir. Kristale harici bir kondansatör bağlanarak çalışma frekansında küçük değişiklikler yapılabilir. Bu amaçla genellikle varaktör diyot (varactor diode, VVC) kullanılır. Aynı zamanda gerilimle değişen kondansatör, değişken kapasitanslı diyot veya varikap (varicap) olarak isimlendirilen bu devre elemanı aslında ters kutuplandırılmış modda çalışan yarı iletken jonksiyon diyottur.





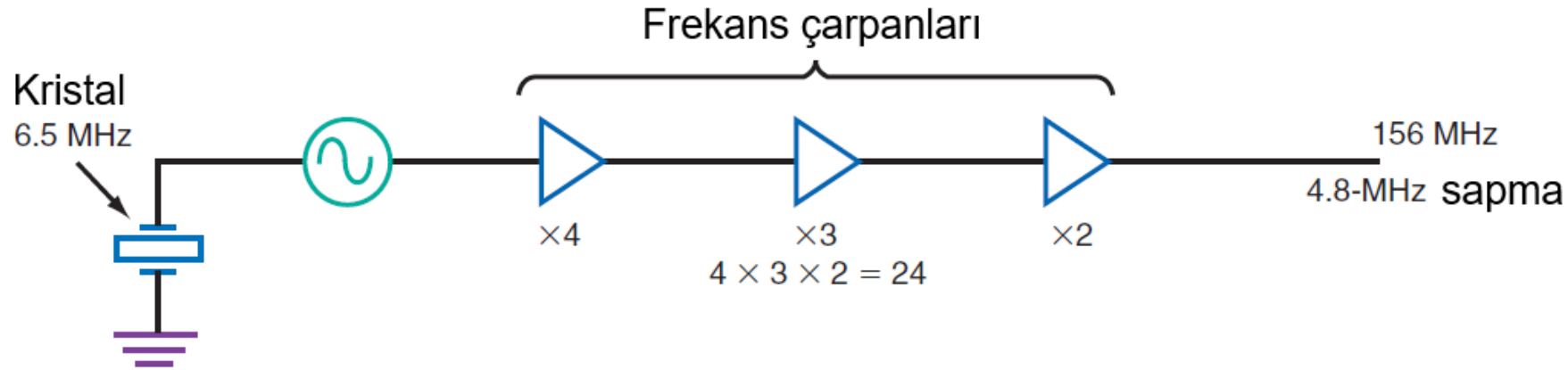
Varaktör ve LC Osilatör ile FM Modülatör Devresi

- Varaktör diyot kullanılan LC osilatör ile doğrudan FM sinyali üretilen modülatör devresi aşağıda gösterilmiştir.

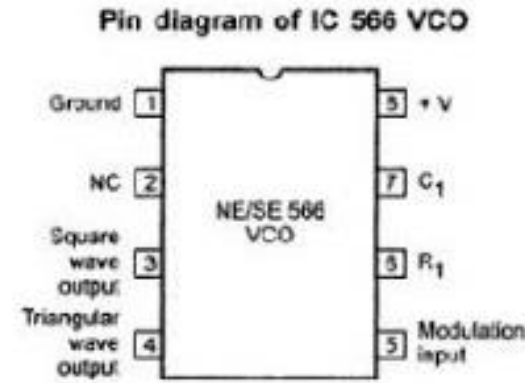
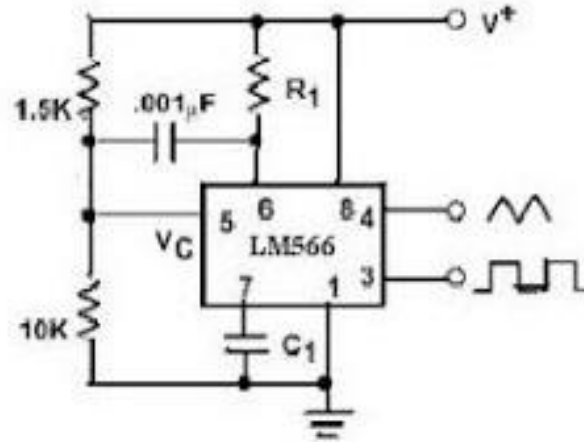


- Kristal osilatör frekansı, kristale seri veya paralel olarak bağlanan kondansatörün kapasitans değeri değiştirilerek ayarlanabilir. Kristale seri olarak bağlanan küçük kapasitansa sahip kondansatör ile kristal frekansı doğal rezonans frekansından azda olsa sapar. Varaktör diyodun kapasitans değeri seri kondansatör gibi kullanılarak kristal osilatör ile FM sinyali elde edilebilir.
- Kristal osilatör ile elde edilen FM modülatör için frekans değişimi istenen değerde değildir. Örneğin ticari FM yayın sistemleri için toplam frekans sapması 75 KHz'dir. Frekans sapmasını artırmak için frekans çarpan devresinden faydalanılır. Doubler (x2) ve tripler (x3) olarak isimlendirilen frekans çarpıcı devreler mevcuttur. FM sinyali frekans çarpıcı devreye uygulandığında hem çalışılan taşıyıcı frekansı hem de frekans sapması artar.

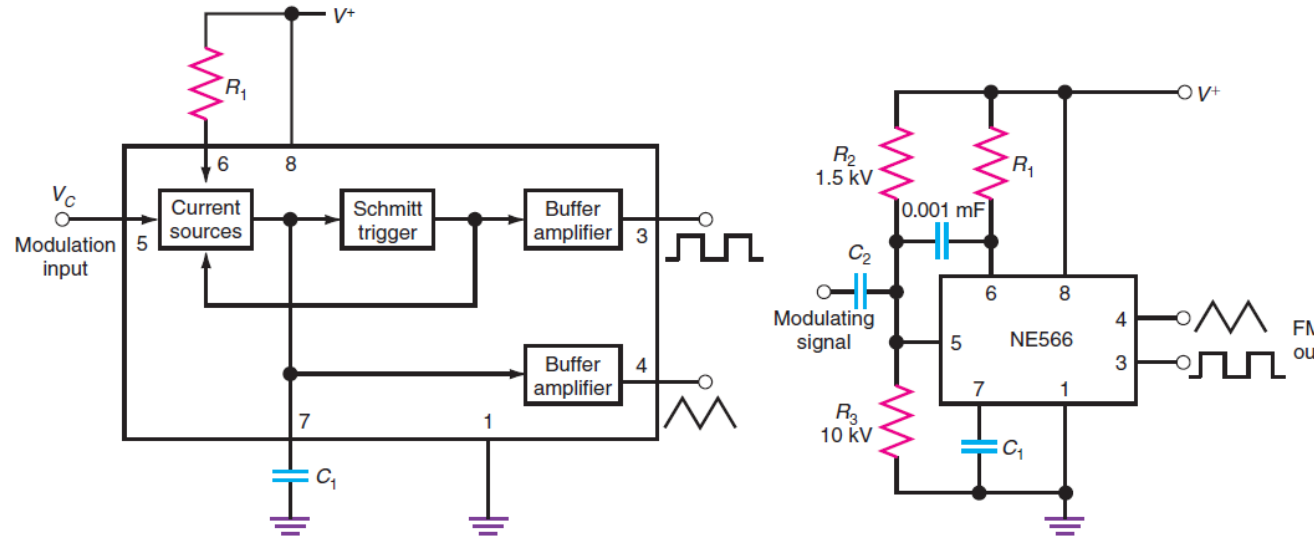
- Tipik frekans çarpıcı devresi taşıyıcı osilatör frekansını 24-32 kat artırır. Şekilde FM verici için istenen çıkış frekansı 156 MHz ve istenen maksimum frekans sapması 5 KHz'dir. 6,5 MHz kristal tarafından üretilen taşıyıcı, frekans çarpıcı devreye uygulanır ve 24 kat artırılır. ($6.5 \text{ MHz} \times 24 = 156 \text{ MHz}$) Benzer şekilde varaktör ile kristal üzerinde sağlanabilecek maksimum frekans sapması 200 Hz'dir. Frekans çarpıcı devre üzerinde frekans sapması değeri de 24 kat artırılır ve istenen maksimum frekans sapması değerine yaklaşılr. ($200 \text{ Hz} \times 24 = 4,8 \text{ KHz}$)



- Frekansı harici bir gerilim kaynağı tarafından kontrol edilen osilatör, **gerilim kontrollü osilatör (voltage-controlled oscillator, VCO)** olarak adlandırılır. Gerilim kontrollü osilatör, gerilimin frekansa dönüştürülmesi gereken uygulamalarda kullanılır. En çok kullanıldığı uygulamalar FM modülatör ve PLL devresidir. VHF, UHF ve mikrodalga için kullanılan gerilim kontrollü osilatörler ayrı bileşenler ile tasarlansa da genellikle entegre devre şeklinde çip içerisinde kullanılır.

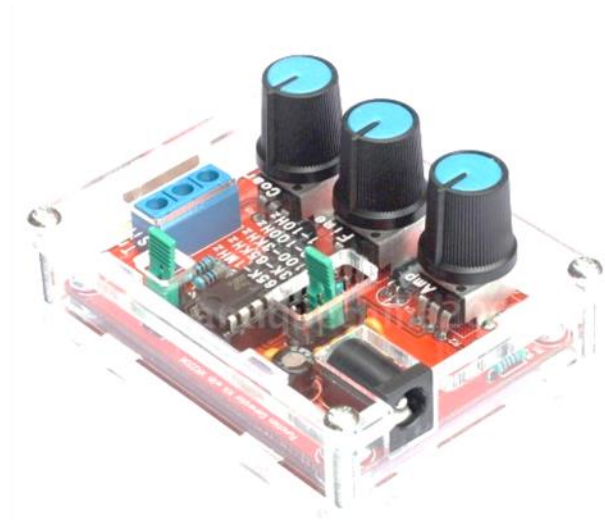
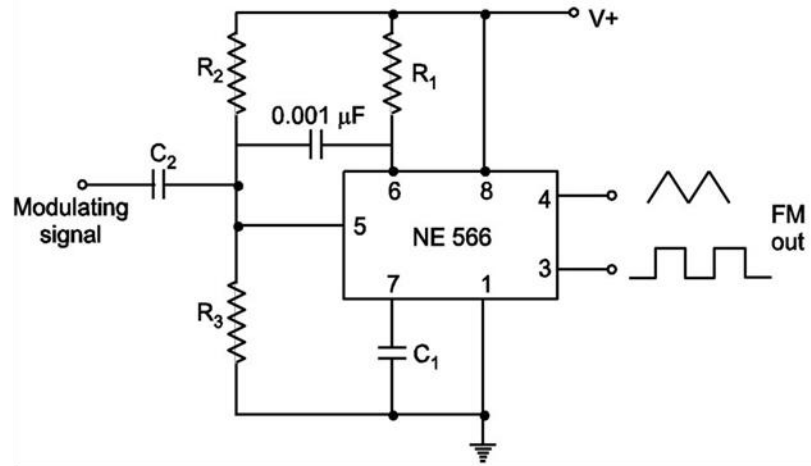


- Genel amaçlı kullanım için entegre devre biçiminde gerilim kontrollü osilatör devreleri mevcuttur. Bu tip VCO'lar içinde RC multivibratör tipi osilatör kullanılır ve çalışma frekansı geniş bir aralıkta DC veya AC giriş gerilimi ile ayarlanır. Çıkış sinyali sinüs yerine üçgen veya kare dalga şeklindedir. Aşağıda NE566 FM modölatör entegre devresi iç mimarisi ve NE566 ile oluşturulmuş FM modölatör gösterilmiştir.

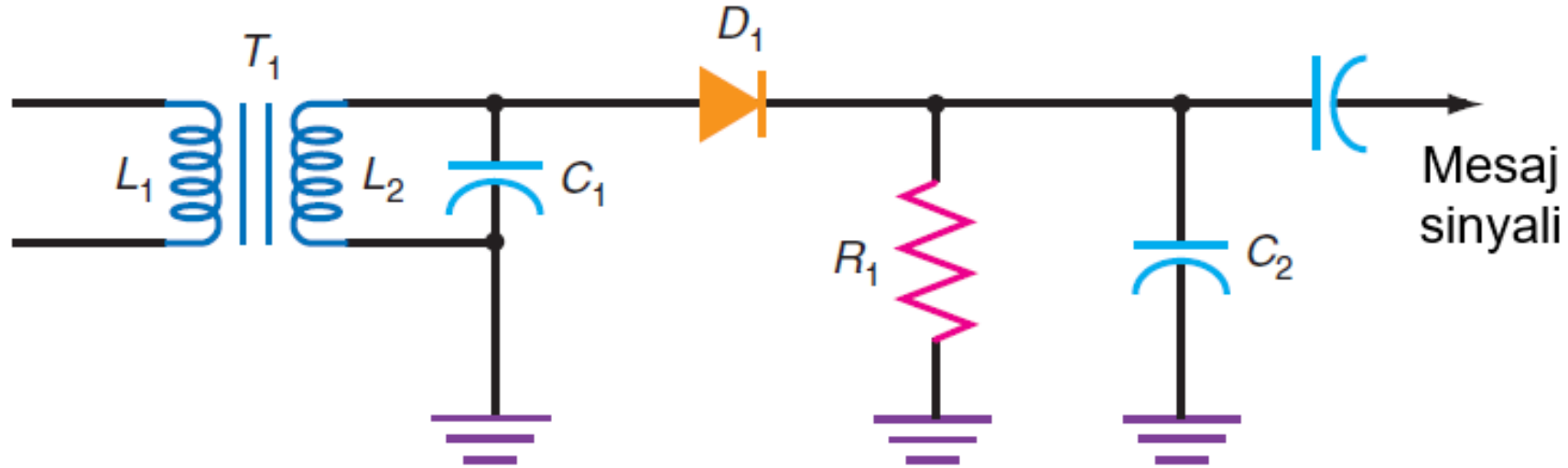




FM Generation using IC 566

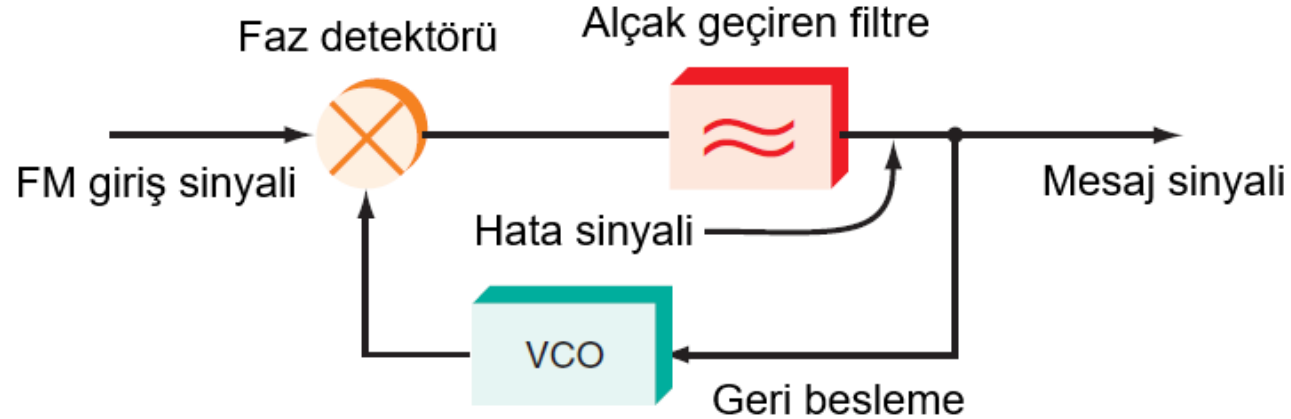


- Frekans değişimiyle orantılı olarak gerilim üreten devreler FM sinyallerini demodöle etmek için kullanılabilir. Mesaj sinyalini FM sinyalinden ayıran devreler FM demodölatör olarak isimlendirilir. En basit FM demodölatör devresi eğim detektörü (slope detector) devresidir. Bu tip devrede diyot detektör yardımıyla frekans değişimi gerilime dönüştürölür.

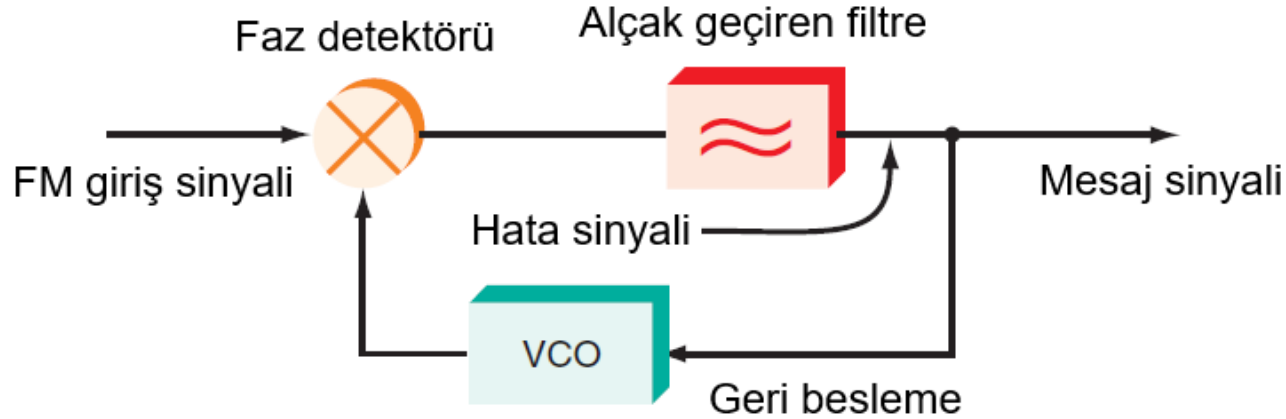


- Eğim detektörü devresinin temel problemi FM sinyalin akort devresinin kılavuz kenarı üzerinde düzgün biçimde ortallanmasıdır. Bununla birlikte akort devresi frekans cevabının tam lineer değildir. Bu sebepten genlik bozulmaları oluşur.
- FM sinyalinin demodülasyonu için pratikte eğim detektörü kullanımı tercih edilmez. Bunun yerine daha pratik bazı devre tasarımları geliştirilmiştir. Bunlardan biri Foster-Seeley ayırıcı (discriminator) devresidir.
- FM sinyali demodülasyonu için faz kilitlemeli döngü (phase-locked loop, PLL) devresi de kullanılabilir. PLL, frekans veya faz duyarlı geri beslemeli kontrol devresidir. Frekans demodülasyonu yanında frekans sentezleyici olarak veya sinyal işleme uygulamalarında filtreleme amacıyla kullanılır.

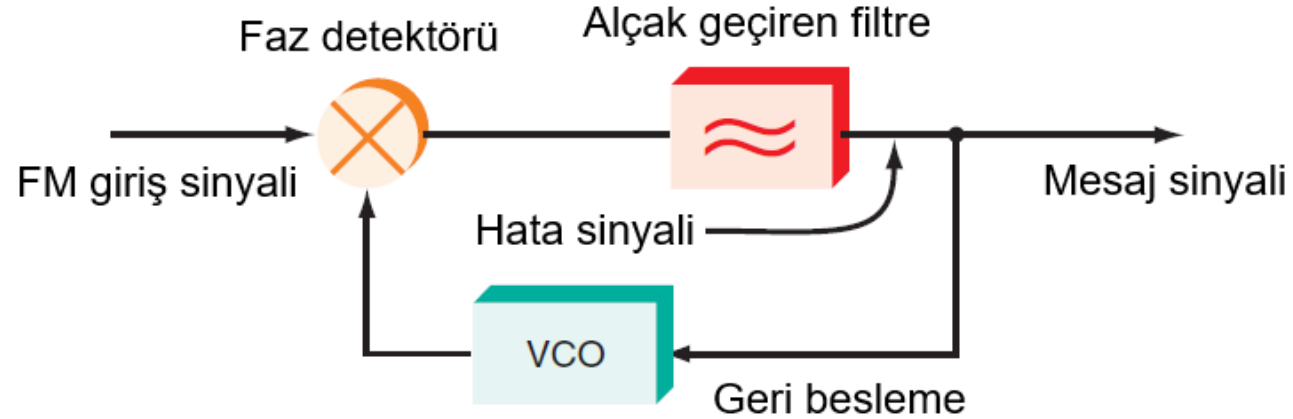
- Tüm PLL devreleri üç temel bileşenden meydana gelir: VCO, AGF, Faz detektörü
 - Faz detektörü, referans olarak alınan FM giriş sinyal ile gerilim kontrollü osilatör (VCO) çıkışını karşılaştırılır.
 - Faz detektörünün çıkışı alçak geçiren filtre (AGF) üzerinden geçirilerek düzeltilir ve kontrol gerilimine dönüştürülür.
 - AGF'nin DC çıkış gerilimi ile VCO frekansı değiştirilir.



- Faz detektörü FM giriş sinyali ile VCO çıkış sinyalini karşılaştırır, ürettiği çıkış sinyalini filtreleyerek VCO çalışmasını kontrol eder. FM giriş sinyali ile VCO sinyali arasında frekans veya faz farkı varsa faz detektörü çıkış gerilimi bu sinyallerin farkı ile orantılı olarak değişir. Bu DC kontrol gerilimi hata sinyali olarak isimlendirilir ve geri besleme amacıyla kullanılır.

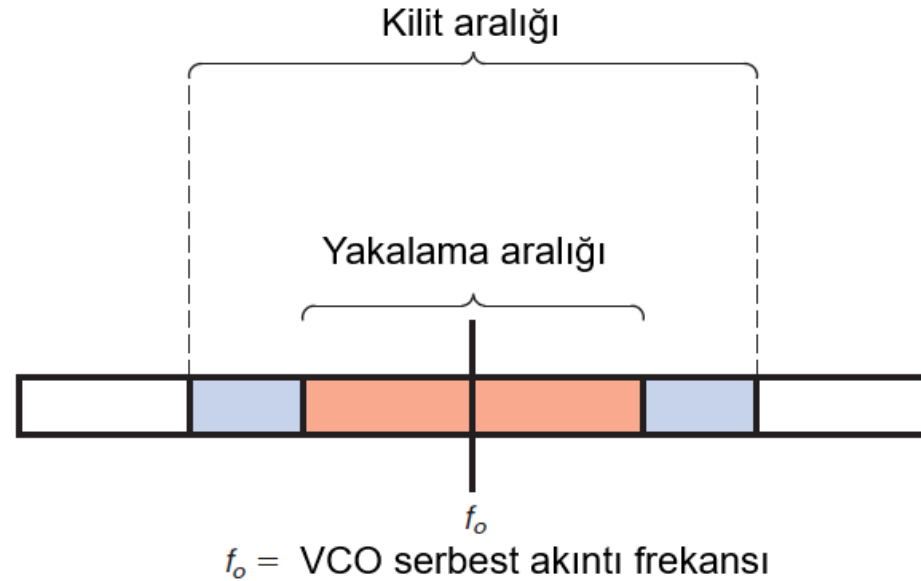


- AGF kesim frekansı orijinal mesaj sinyalini geçirecek şekilde ayarlanır. Faz detektörünün filtrelenmiş çıkışı, FM giriş sinyalinin orijinal frekansını veya faz farkını verecek şekilde VCO frekansı ayarlanır. Hata sinyali, VCO frekansını VCO ile giriş sinyali arasındaki faz veya frekans farkı miktarını azaltacak yönde değiştirmeye zorlar.



- Hata sinyalinin gerilim kontrollü osilatör (VCO) frekansını giriş sinyali frekansına eşitlediği durumda PLL devresi kilitlenmiş olarak kabul edilir. Bu durumda hata sinyali orijinal mesaj sinyaline eşittir. Hiç giriş sinyali uygulanmazsa, faz detektörü ve alçak geçiren filtre çıkışı sıfırdır ve VCO **serbest akıntı frekansı (free-running frequency)** sahasında çalışır.
- Giriş sinyali değiştikçe faz detektörü ve alçak geçiren filtre çıkışında VCO çıkışını giriş sinyali frekansına eşit oluncaya kadar değiştirecek yeni DC kontrol gerilimi değerleri üretilir. PLL devresi içerisindeki VCO, geniş bir frekans aralığı boyunca giriş sinyali frekansını izleyebilecek yetenektedir. PLL devresinin giriş sinyalini izleyebileceği frekans bölgesi **kilit aralığı (lock range)** olarak isimlendirilir.

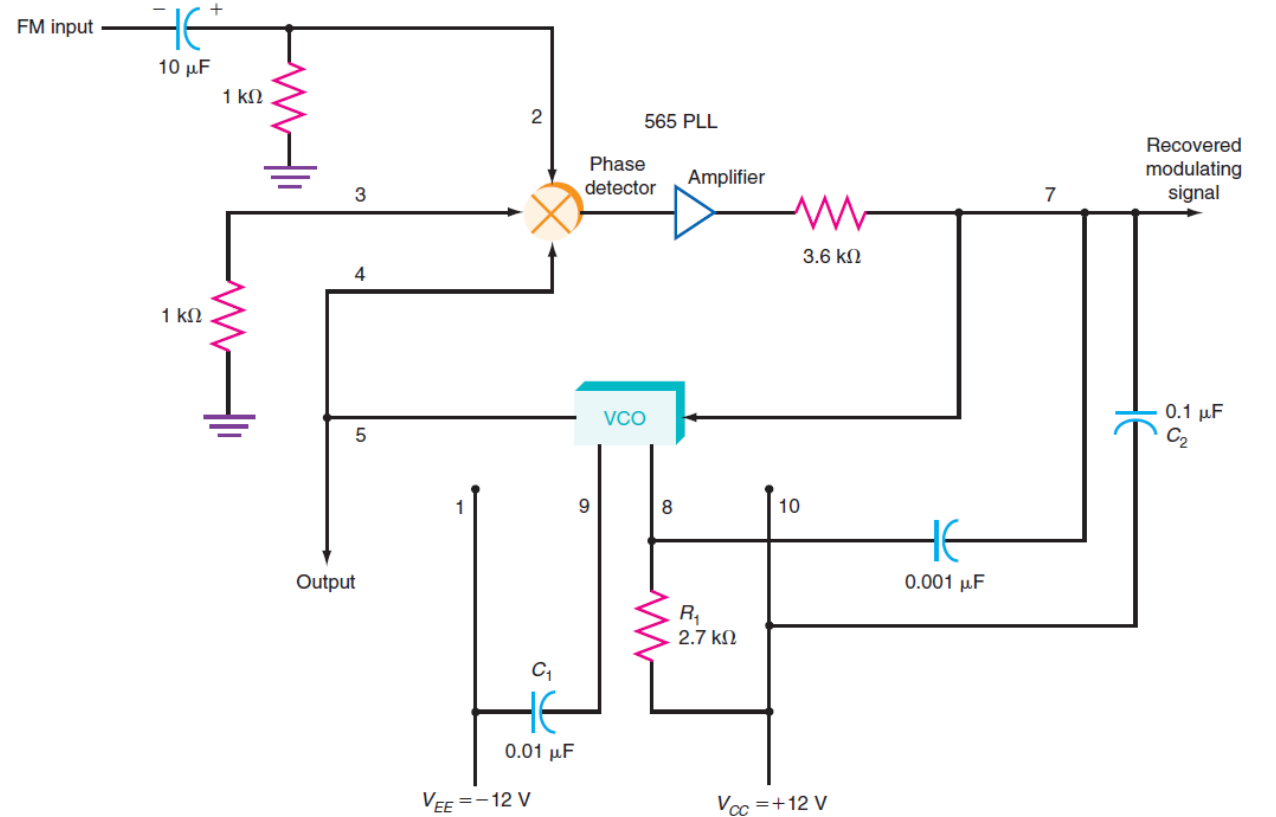
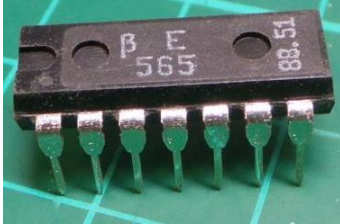
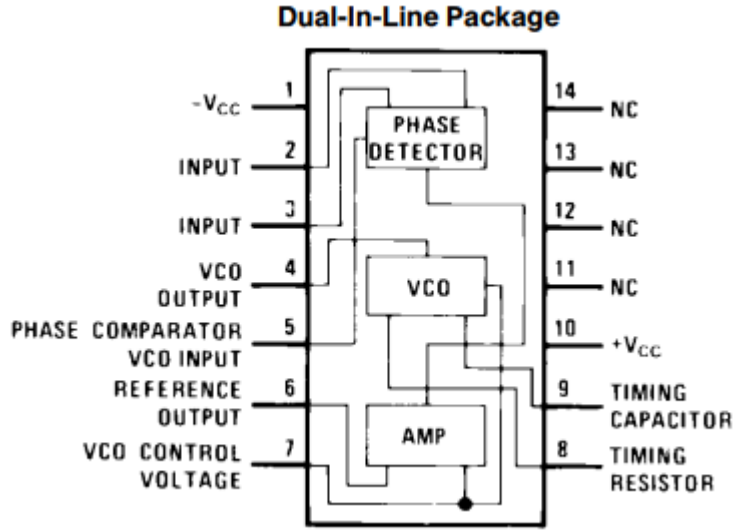
- Kilit aralığı genellikle serbest akıntı frekansının altında ve üzerinde yer alan frekans bandıdır. Giriş sinyali frekansı bu aralığın dışına çıktığında, PLL kilitlenemez. Bu durumda VCO çıkış frekansı serbest akıntı frekansına atlar.



- Çalışma karakteristiği sebebiyle PLL devreleri belirli bir frekans aralığında sinyallerin yakalanmasını sağlar ve bant geçiren filtre olarak kullanılır. Böylelikle istenilen frekans aralığında sinyaller geçirilirken, bunun dışındaki sinyaller ortadan kaldırılır. PLL devresi, haberleşmede gürültü ve girişimin ortadan kaldırılmasında oldukça etkilidir.
- PLL devresinin frekans seçiciliği ve filtreleme özelliği sebebiyle PLL tipi FM demodülatör diğer tip demodülatör devrelerinden daha yüksek sinyal gürültü oranı (signal to noise ratio, SNR) değerine sahiptir. Gerilim kontrollü osilatörün lineerliği sebebiyle çıkışta düşük bozulma (distortion) ile yüksek doğrulukta mesaj sinyali elde edilir.

Faz Kilitlemeli Döngü

- PLL devresi karmaşık yapıda olsa da, düşük maliyetli entegre devre formunda üretildiklerinden kolayca kullanılabilir. Bu entegre devrelerden biri de 565'tir. 565 entegresi +12 V besleme gerilimi ile çalışır ve 14 pin'e sahiptir.



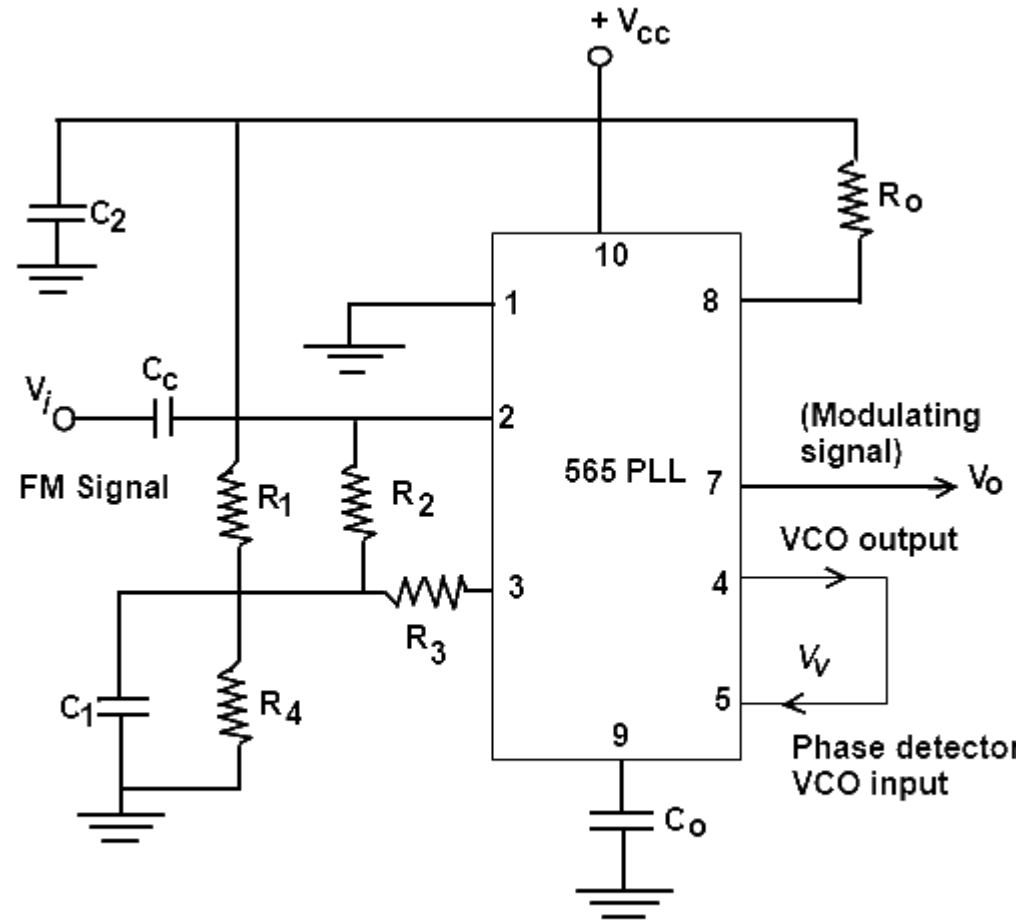


Figure (a): Circuit Diagram for an FM Detector Using IC 565 PLL



Thank You

hakki.soy@karatay.edu.tr