1. Дано: $h(t)$непр $h(R) = R$, $f(h(t))$непр Док: $f(x)$непр.

Док-во. Пусть имеем $x_n \searrow x_0$, $y_0 = f(x_0), y_n = f(x_n)$ но $|y_n - y_0| > \varepsilon$

Возьмем $t_0 : h(t_0) = x_0$, среди всех $t_1 : h(t_1) = x_1$ищем ближайшее к t_0

Два случая: ближайшее есть, возьмем его, предположим для определенности, что $t_1 > t_0$, $x_1 > x_0$. Тогда для всех $t_0 < t < t_1$ $h(t) < h(t_1)$, иначе между t и t_0 найдется t^*, $h(t^*) = h(t_1)$ -противоречие с выбором t_1 - ближайшей.

Если ближайшего нет, то есть $t_1^{(m)}$, монотонно приближающаяся к некоторому t_1, тогда $h(t_1) = h(t_1^{(m)}) \forall m$ -противоречие. Если же $t_1 = t_0$ - противоречие с непрерывностью h. Итак, на (t_0, t_1)точно $h(t) < h(t_1)$, но $h(t_0) = x_0, h(t_1) = x_1$. Для $x_2 \in (x_0, x_1)$ найдется по теореме о промежуточном значении $t_2 \in (t_0, t_1) : h(t_2) = x_2$. И так далее, получим последовательность t_n убывающую в сторону t_0 (но не обязательно к t_0). Пусть ее предел $t_0^* > t_0$, тогда $h(t_0^*) = \lim x_n = x_0$,

$$\exists \lim f(x_n) = \lim f(h(t_n)) = f(h(t_0^*)) = f(x_0)$$

Доказали, что для любой $x_n \to x$ монотонно (направление монотонности очевидно любое годится),

$$\lim f(x_n) = f(x_0)$$

Тогда и из любой $x_n \to x$ это верно

Значит, $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$, f обязательно непрерывна