

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Кратные интегралы и ряды

Кафедра математического анализа  
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа  
02.03.02 Фундаментальная информатика и  
информационные технологии

Профиль подготовки  
Информатика и компьютерные науки

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Форма обучения  
очная

Статус дисциплины: входит в фундаментальный модуль ОПОП

Махачкала, 2021


Рабочая программа дисциплины *Кратные интегралы и ряды* составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата) от 23.08.2017 № 808.

Разработчик: кафедра математического анализа,  
Магомедова В.Г., к.ф.-м.н., доцент


Рабочая программа дисциплины одобрена:

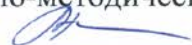
на заседании кафедры математического анализа

от 22 июня 2021 г., протокол № 10

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии факультета математики и  
компьютерных наук от 23 июня 2021 г., протокол № 6

Председатель  Бейбалаев В.Д.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим  
управлением « 1 » июня 2021 г. 

## Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина *Кратные интегралы и ряды* входит в фундаментальный модуль ОПОП бакалавриата по направлению 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Дисциплина реализуется на факультете *математики и компьютерных наук* кафедрой *математического анализа*.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с изучением и освоением таких понятий, как поточечная и равномерная сходимости последовательностей и рядов функций, с изучением функциональных свойств сумм рядов, в частности, их непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости, методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника:  
*универсальных – УК-1; общепрофессиональных – ОПК-1; профессиональных – ПК-2.*

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий:  
*лекции, практические занятия, самостоятельная работа.*

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме *контрольной работы и коллоквиума* и промежуточного контроля в форме *зачета*.

Объем дисциплины 3 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семе стр	Учебные занятия на очном отделении							Форма промежуточ ной аттестации	
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем					СРС		
		Всего	из них						
			Лекции	Лабор аторн ые занят ия	Практич еские занятия	КСР			Консуль тации
3	108	52	34	-	18	-	-	56	зачет

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *кратные интегралы и ряды* являются:

- овладение понятиями: равномерная сходимость последовательностей и рядов функций, кратная интегрируемость, интегрируемость вдоль кривых и поверхностей;

- творческое овладение основными методами вычисления кратных, криволинейных и поверхностных интегралов;
- овладение основными методами теории рядов и интегралов, в частности, для создания базы последующим курсам.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина Б1.О.03.03 *Кратные интегралы и ряды* входит фундаментальный модуль ОПОП бакалавриата по направлению 02.03.02 *Фундаментальная информатика и информационные технологии*. Знания по этим разделам математического анализа студентам необходимы при прохождении других его разделов, а также при прохождении курсов дискретной математики, численных методов и др.

Изучение дисциплины *Кратные интегралы и ряды* предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	<i>Знает:</i> структуру задач в области математического анализа, а также базовые составляющие таких задач. <i>Умеет:</i> анализировать постановку данной задачи в области математического анализа, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. <i>Владеет:</i> навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математического анализа.
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	<i>Знает:</i> принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. <i>Умеет:</i> системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. <i>Владеет:</i> навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.
	УК-1.3. Имеет практический опыт работы с информационными	<i>Знает:</i> современные методы сбора и анализа научного

	<p>объектами и сетью Интернет, опыт научного поиска, опыт библиографического разыскания, создания научных текстов.</p>	<p>материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет.</p> <p><i>Умеет:</i> применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах.</p>
<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук; знает основную терминологию.</p>	<p><i>Знает:</i> теоретические основы базовых математических дисциплин (математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов), а также теоретической механики, физики.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с исследованием свойств функций и их производных, с интегрированием, с изучением функциональных рядов, с дифференциальными уравнениями, с численным решением дифференциальных уравнений, с алгебраическими уравнениями и их системами.</p> <p><i>Владеет:</i> базовыми методами</p>

		современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач.
	ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты.	<i>Знает:</i> способы использования знаний в различных областях математики при решении конкретных задач в области математики и естественных наук. <i>Умеет:</i> применять различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Владеет:</i> навыками применения методов современного математического анализа при решении конкретных задач в области математики и естественных наук.
	ОПК-1.3. Имеет практический опыт работы с решением стандартных математических задач и применяет его в профессиональной деятельности.	<i>Знает:</i> различные методы современного математического анализа по исследованию математических и естественнонаучных задач. <i>Умеет:</i> корректно выбрать методы решения конкретной задачи в области математики и естественных наук. <i>Владеет:</i> навыками выбора методов решения задач современного математического анализа.
ПК-2. Способность понимать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии.	ПК-2.1. Знает основные методы решения прикладных задач, современные методы информационных технологий.	<i>Знает:</i> основы математического анализа и различные приложения дифференциального и интегрального исчисления в математических и естественных науках; современные языки программирования и современные информационные технологии. <i>Умеет:</i> применять дифференциальное и интегральное исчисления для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. <i>Владеет:</i> базовыми методами дифференциального и интегрального исчислений; навыками программирования на

		современных языках.
	ПК-2.2. Умеет корректно оформить результаты научного труда в соответствии с современными требованиями.	<p><i>Знает:</i> области применения кратных интегралов и рядов; различные языки программирования.</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, связанные: с кратными интегралами, с изучением функциональных рядов, с оценкой погрешности аппроксимации функций; применять различные языки программирования в численном анализе.</p> <p><i>Владеет:</i> методами теории рядов и навыками приложения интегрального исчисления к геометрии, физике.</p>
	ПК-2.3. Имеет практический опыт использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками.	<p><i>Знает:</i> методы вычисления интегралов; методы исследования сходимости рядов; численные методы анализа; современные информационные технологии.</p> <p><i>Умеет:</i> применять методы вычисления интегралов и методы исследования сходимости рядов в численном анализе с использованием современных информационных технологий.</p> <p><i>Владеет:</i> навыками решения задач численного анализа с использованием методов теории рядов и интегрального исчисления.</p>

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

Названия разделов и тем дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. раб.		
Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды								
1. Поточечная и			4	2			4	

равномерная сходимости ряда.								
2. Функциональные свойства сумм рядов.			4	2			6	
3. Степенной ряд. Ряд Тейлора.			4	2			6	
<b>Всего по модулю 1</b>	<b>3</b>		<b>12</b>	<b>8</b>			<b>16</b>	Контрольная работа, коллоквиум
<b>Модуль 2. Интегралы с параметрами</b>								
1. Интегралы, зависящие от параметров. Свойства.			4	2			12	
2. Признаки равномерной сходимости интегралов. Функции Эйлера.			4	2			12	
<b>Всего по модулю 2</b>	<b>3</b>		<b>8</b>	<b>4</b>			<b>24</b>	Контрольная работа, коллоквиум
<b>Модуль 3. Кратные интегралы</b>								
1. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.			4	1			2	
2. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.			2	1			2	
3. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.			4	2			4	
4. Криволинейные интегралы. Вычисление. Формула Грина.			2	1			4	
5. Понятие о поверхностных интегралах.			2	1			4	
<b>Всего по модулю 3</b>	<b>3</b>		<b>14</b>	<b>6</b>			<b>16</b>	Контрольная работа, коллоквиум
<b>ИТОГО</b>	<b>3</b>		<b>34</b>	<b>18</b>			<b>56</b>	<b>зачет</b>

#### 4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

##### 4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

#### Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды

Тема 1. Поточечная и равномерная сходимости ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Примеры. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

Тема 2. Функциональные свойства сумм рядов.

Функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.



Тема 3. Степенной ряд. Ряд Тейлора.

Степенной ряд. Лемма Абеля. Радиус и интервал сходимости. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Лагранжа. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

## **Модуль 2. Интегралы с параметрами**

Тема 4. Интегралы, зависящие от параметров. Свойства.

Предельный переход под знаком интеграла, непрерывность по параметру. Интегрирование и дифференцирование по параметру.

Тема 5. Признаки равномерной сходимости интегралов. Функции Эйлера.

Несобственные интегралы. Равномерная сходимость. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру. Гамма-функция, бета-функция.

## **Модуль 3. Кратные интегралы**

Тема 6. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла.

Суммы Дарбу. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.

Тема 7. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.

Криволинейные координаты. Площадь фигуры в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.

Тема 8. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла.

Суммы Дарбу. Свойства. Объем тела в криволинейных интегралах.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Тема 9. Криволинейные интегралы. Вычисление. Формула Грина.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода, существование, свойства. Вычисление. Примеры. Задача вычисления работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла второго рода, существование, свойства. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Тема 10. Понятие о поверхностных интегралах.

Поверхностные интегралы первого рода. Определение, существование и вычисление.

Ориентация поверхности. Определение, существование и вычисление поверхностного интеграла второго рода.

Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объемов с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса. Выражение площади поверхности через криволинейный интеграл.

### ***4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине***

## **Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды**

Тема 1. Поточечная и равномерная сходимости ряда.

Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Задачи на признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

Тема 2. Функциональные свойства сумм рядов.

Задачи на функциональные свойства суммы ряда: непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость.

Тема 3. Степенной ряд. Ряд Тейлора.

Задачи на радиус и интервал сходимости. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Лагранжа. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

## Модуль 2. Интегралы с параметрами

Тема 4. Интегралы, зависящие от параметров. Свойства.

Предельный переход под знаком интеграла, непрерывность по параметру. Интегрирование и дифференцирование по параметру.

Тема 5. Признаки равномерной сходимости интегралов. Функции Эйлера.

Несобственные интегралы. Равномерная сходимость. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру. Гамма-функция, бета-функция.

## Модуль 3. Кратные интегралы

Тема 6. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.

Тема 7. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.

Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.

Приложения двойного интеграла.

Тема 8. Тройной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.

Свойства. Объем тела в криволинейных интегралах.

Замена переменных в тройном интеграле. Сферические и цилиндрические координаты.

Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.

Тема 9. Криволинейные интегралы. Вычисление. Формула Грина.

Вычисление криволинейного интеграла первого рода.

Вычисление криволинейного интеграла второго рода. Формула Грина. Вычисление площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла. Приложения криволинейного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Тема 10. Понятие о поверхностных интегралах.

Вычисление поверхностных интегралов первого рода. Ориентация поверхности. Вычисление поверхностного интеграла второго рода.

## 5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины Кратные интегралы и ряды лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия. Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

## 6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

*Учебно-методические пособия для самостоятельной работы*

1. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
2. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

*Задания для самостоятельной работы*

*Задание №1*

1. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}, \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}, \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}, \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}, \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}),$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}, \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}, \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n, \quad 7) \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n}{n+1}\right)^n.$$

3. Найти области сходимости рядов:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1} x^n \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}} (x-1)^n, \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!} \frac{1}{(x+1)^n}$$

4. Разложить в ряд Фурье: а)  $f(x) = 1 - x, x \in (2;4)$ ; б)  $f(x) = \begin{cases} 1, x \geq 0, \\ -1, x < 0 \end{cases}$

### Задание №2

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода  $\int_C (x+y)ds$ ,  $C: x=t, y=\frac{3t^2}{\sqrt{2}}, z=t^3, 0 \leq t \leq 1$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода  $\int_C \frac{x^2 dy - y^2 dx}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}$ , где  $C$  – четверть астроиды

$x = R \cos^3 t, y = R \sin^3 t$  от точки  $(R,0)$  до точки  $(0,R)$ .

3. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (x-y)dx dy$ ,  $D: y^2 = \frac{b^2}{2}x, y = \frac{b}{a}x (a > 0, b > 0)$ .

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы  $\iint_D f\left(\frac{x}{y}\right)dx dy$ ,

$D: y = x, y = -x, y = 1$ .

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл  $\int_C (1-x^2)y dx + x(1+y^2)dy$ , где  $C$  –

окружность  $x^2 + y^2 = R^2$ .

### Задание №3

1. Вычислить криволинейный интеграл I рода  $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$ ,  $C: x = a(\cos t + t \sin t),$

$y = a(\sin t - t \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi$ .

2. Вычислить криволинейный интеграл II рода  $\int_C \frac{y^2 dx - x^2 dy}{x^2 + y^2}$ , где  $C$  – полуокружность

$x = a \cos t, y = a \sin t, 0 \leq t \leq \pi$ .

3. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D (1-xy)dx dy$ ,  $D: y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4$ .

4. Перейти к полярным координатам и расставить границы  $\iint_D f(x^2 + y^2)dx dy$ ,  $D: -1 \leq x \leq 1,$

$0 \leq y \leq 1$ .

5. С помощью формулы Грина вычислить интеграл  $\int_C (xy + x + y)dx + (xy + x - y)dy$ ,

где  $C$  – единичная окружность.

<i>Разделы и темы для самостоятельного изучения</i>	<i>Виды и содержание самостоятельной работы</i>
<b>Модуль 1. Функциональные последовательности и ряды</b>	
1. Поточечная и равномерная сходимости последовательности и ряда.	Решение задач и упражнений.
2. Функциональные свойства сумм рядов.	Рефераты на темы: 1. Дифференцирование рядов. 2. Интегрирование рядов.
3. Степенной ряд. Ряд Тейлора.	Решение задач и упражнений.
<b>Модуль 2. Интегралы с параметрами</b>	
1. Интегралы, зависящие от параметра. Свойства.	Рефераты на темы: 1. Интегрирование под знаком интеграла. 2. Дифференцирование под знаком интеграла.
2. Признаки равномерной сходимости интегралов. Функции Эйлера.	Рефераты на темы: 1. Гамма-функция Эйлера. 2. Бета-функция Эйлера.
<b>Модуль 3. Кратные интегралы</b>	
1. Двойной интеграл. Существование. Свойства. Вычисление.	Реферат на тему: Общая мера Жордана
2. Замена переменных в двойном интеграле. Приложения двойного интеграла.	Решение задач и упражнений.
3. Тройной интеграл Существование. Свойства. Вычисление.	Доклад на тему: Криволинейные координаты.
4. Криволинейные интегралы. Вычисление. Формула Грина.	Доклад на тему: Формула Грина.
5. Понятие о поверхностных интегралах.	Решение задач и упражнений.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

### **7.1. Типовые контрольные задания**

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Функциональные последовательности и ряды»*

Тема 1. Поточечная и равномерная сходимости ряда.

1. Сходимость в точке и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Примеры.
2. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
3. Непрерывность суммы функционального ряда.
4. Интегрируемость суммы функционального ряда.
5. Дифференцируемость суммы функционального ряда.
6. Лемма Абеля для степенных рядов.
7. Радиус и интервал сходимости.
8. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме, в форме Лагранжа.
9. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Интегралы с параметрами»*

1. Предельный переход под знаком интеграла.
2. Непрерывность интеграла по параметру.
3. Дифференцирование интеграла по параметру.

4. Равномерная сходимость несобственных интегралов с параметрами.
5. Гамма-функция Эйлера.
6. Бета-функция Эйлера.

*Примерные вопросы к коллоквиуму «Кратные интегралы»*

1. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
2. Вычисление двойного интеграла, если  $C$  - граница данной криволинейной трапеции.
3. Площадь в криволинейных координатах.
4. Двойной интеграл в криволинейных координатах.
5. Двойной интеграл в полярных координатах.
6. Существование и вычисление криволинейного интеграла первого рода.
7. Вычислить интеграл  $\int_C (x - y) ds$  по дуге  $C: y = \sqrt{x}, (0 \leq x \leq 1)$ .
8. Вычислить интеграл  $\int_C (x + y) ds$  по границе треугольника, ограниченного линиями  $x = 0, y = 2 - x, y = 0$ .
9. Определение и свойства криволинейного интеграла второго рода.
10. Вычислить интеграл  $\int_{AB} (2x + y) dx + (2y + x) dy; A(0,0), B(1,1)$ .
11. Формула Грина.
12. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $\rho = \sin \varphi$ .
13. Найти площадь фигуры ограниченной линиями  $y = \sin x, y = -\sin x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ .
14. Вычислить интеграл  $\iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy$ , где  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq R^2\}$ .
15. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = x^2 + y^2, z = 1$ .

*Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля*

Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n 2}{a^n}$

- 1) сходится при всех  $a > \frac{2}{3}$ .
- 2) сходится при  $a = \frac{3}{4}$  и расходится при  $a = \frac{2}{3}$ .
- 3) расходится при  $a = 1$ .
- 4) сходится только при  $a > 1$ .

Ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \ln^p \frac{n+1}{n-1}$

- 1) абсолютно сходится при  $p = 1$ .
- 2) условно сходится при  $p = 1$ .
- 3) условно сходится при всех  $p > 1$ .
- 4) не сходится абсолютно при  $p = 2$ .

<p>Ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \sin pn</math></p> <p>1) сходится только при <math>p = \pi k</math> и целых <math>k</math>.</p> <p>2) расходится при всех <math>p \neq \pi k</math> для целых <math>k</math>.</p> <p>3) сходится при <math>p = 1</math>.</p> <p>4) расходится при <math>p = \sqrt{2}</math>.</p>
<p>Ряд <math>\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^p n} \cos \frac{1}{n}</math></p> <p>1) сходится при <math>p = 0</math>.</p> <p>2) сходится при всех <math>p &gt; 0</math>.</p> <p>3) абсолютно сходится при <math>p = 1</math>.</p> <p>4) расходится при <math>p = 1</math>.</p>
<p>Произведение <math>\prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^p - 1}{n^p}</math></p> <p>1) сходится при <math>p = 1</math>.</p> <p>2) сходится при всех <math>p &gt; 1</math>.</p> <p>3) сходится при <math>p = 0</math>.</p> <p>4) расходится при <math>p = 2</math>.</p>
<p>Произведение <math>\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} x^n\right)</math></p> <p>1) сходится при <math>x = -1</math>.</p> <p>2) сходится при <math>x = 1</math>.</p> <p>3) расходится при всех <math>x &gt; 0</math>.</p> <p>4) расходится лишь при <math>x &gt; 1</math>.</p>

7.2. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций. Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 10 баллов,
- участие на практических занятиях - 20 баллов,
- коллоквиум – 30 баллов,
- выполнение аудиторных контрольных работ - 40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

- устный опрос (зачет) - 100 баллов.

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. Т. 2 - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 2. -

861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038>()

2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 3. - Москва: Физматлит, 2002

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - Изд. 6-е. (1-е изд. - 1949 г.). - Москва : Физматлит, 2002. - Т. 3. - 727 с. - ISBN 5-9221-0155-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83196>().

3. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа: учебник. В 2 т. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ - Москва: Физматлит, 2010

Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2010. - Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. - 425 с. - ISBN 978-5-9221-0185-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818> () .

4. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие - Москва: ЧеРо, 1997

Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> () .

*б) дополнительная литература:*

1. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях: учебник, Ч. II - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225> () .

2. Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник - Москва: Физматлит, 2001

Никольский, С.М. Курс математического анализа : учебник / С.М. Никольский. - 6-е изд., стереотип. - Москва : Физматлит, 2001. - 592 с. - ISBN 978-5-9221-0160-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69500> () .

3. Будак Б. М., Фомин С. В. Кратные интегралы и ряды: учебник - Москва: Физматлит, 2002

Будак, Б.М. Кратные интегралы и ряды : учебник / Б.М. Будак, С.В. Фомин. - Москва : Физматлит, 2002. - 550 с. - ISBN 978-5-9221-0300-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67845> () .

4. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие [для вузов] / Берман, Георгий Николаевич. - СПб. : Профессия : Лань : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 2008, 2007, 2006, 1985, 1977, 1975, 1972. - 432 с. : ил. ; 22 см. - ISBN 5-93913-009-7 : 165-00.

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12) – Единое окно доступа к электронным

ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов издательства

Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: <http://moodle.dgu.ru/>().

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Учебная программа по дисциплине *Кратные интегралы и ряды* распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачетов и экзаменов.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине *Кратные интегралы и ряды* рекомендуются:

- компьютерные технологии, основанные на операционных системах *Windows, Ubuntu, Linux*;
- прикладные программы *Matlab International Academic Edition Individual, Mathcad Academic*;
- электронный периодический справочник «Система Гарант»;
- справочная правовая система «КонсультантПлюс».

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.**

Университет обладает достаточной базой оборудованных аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины *Кратные интегралы и ряды*. Кроме того, на факультете 4 компьютерных класса и 4 учебных класса, оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.



