

Оптимизация прибыли при разработке месторождения

Рассматривается задача оптимального управления с функционалом типа Больца и параметрами, на которые наложены ограничения

$$\begin{cases} \dot{y} &= u_1(t)P(t) + (1 - u_1(t))Q(t), & y(0) &= 0, & y(T(u(\cdot))) &= y_1, \\ \dot{P}(t) &= u_2(t), & P(0) &= P_0 \geq 0, \\ \dot{Q}(t) &= u_2(t) + u_3(t), & Q(0) &= Q_0 \geq P_0, \end{cases} \quad (8.1)$$

$$J(u(\cdot)) = \int_0^{T(u(\cdot))} -f^0(z(t), u(t), t)dt + g^0(z_0, z(T), T) \rightarrow_{u(t)} \quad (8.2)$$

$$z = (y, P, Q), \quad u = (u_1, u_2, u_3), \quad 0 \leq u_i(t) \leq 1, \quad i = 1, 2, 3, \quad t \in [0, T(u(\cdot))],$$

$$f^0(z(t), u(t), t) = e^{-\nu t} \left[-m \left(u_1(t)P(t) + (1 - u_1(t))Q(t) \right) - u_2(t) - u_3(t) - \right. \\ \left. - p \cdot P(t) + s(t)P \cdot \left(2 - \frac{P}{u_1(t)P(t) + (1 - u_1(t))Q(t)} \right) \right],$$

$$g^0(z_0, z(T), T) = c_1 e^{\nu_1 T(u(\cdot))} P_0^{\gamma_1} + c_2 e^{\nu_2 T(u(\cdot))} Q_0^{\gamma_2}.$$

Здесь y, P, Q - фазовые переменные, $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ - управления, T - нефиксированный момент окончания процесса, $y, u_1, u_2, u_3, P, Q \in R^1$; $1 \geq 0$, $2 \geq 0$, $\nu_1 \geq 0$, $\nu_2 \geq 0$, $0 \leq \gamma_1 \leq 1$, $0 \leq \gamma_2 \leq 1$, $y_1, P_0, Q_0, \nu, m, p, s(t)$ - положительные параметры.

Параметры процесса: $y_1 = 2 \cdot 10^8$, $P = 2 \cdot 10^7$, $Q = 6 \cdot 10^7$, $m = 1$, $p = 5$, $\nu = 0.1$, $\nu_1 = 0.05$, $\nu_2 = 0.04$, $c_1 = 1$, $c_2 = 1$, $\gamma_1 = 0.8$, $\gamma_2 = 0.8$; функция $s(t)$ - кусочно-линейная функция с вершинами в точках заданных таблично (data-r-1.csv) (цены на медь Лондонской биржи металлов, ежемесячно, 2002-2012 годы).

Отчет по заданию: графики оптимальных управления и траектории, значение критерия качества, программа.