



参考答案参见微信公众号：考研竞赛数学(ID: xwmath)菜单“竞赛实验”下的“竞赛试题与通知”

相关知识点总结与解题思路分析、探索参见公众号《公共基础课》在线课堂，或公众号回复“在线课堂”

2017 年第九届全国大学生数学竞赛初赛（非数学类）试卷

一、填空题（本题 42 分，共 6 小题，每小题 7 分）

1. 已知可导函数 $f(x)$ 满足 $f(x) \cos x + 2 \int_0^x f(t) \sin t \, dt = x + 1$ ，则 $f(x) =$ _____。

2. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \left(\pi \sqrt{n^2 + n} \right) =$ _____。

3. 设 $w = f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数，且 $u = x - cy, v = x + cy$ ，其中 c 为非零常数，则

$$w_{xx} - \frac{1}{c^2} w_{yy} = \text{_____}。$$



4. 设 $f(x)$ 具有二阶连续导数, 且 $f(0) = f'(0) = 0, f''(0) = 6$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\sin^2 x)}{x^4} =$ _____。

5. 不定积分 $I = \int \frac{e^{-\sin x} \sin 2x}{(1 - \sin x)^2} dx =$ _____。

6. 记曲面 $z^2 = x^2 + y^2$ 和 $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ 围成的空间区域为 V , 则三重积分

$$\iiint_V z dx dy dz = \text{_____}。$$

二、(本题 14 分) 设二元函数 $f(x, y)$ 在平面上有连续的二阶偏导数，对任意角度 α ，定义一元函数 $g_\alpha(t) = f(t \cos \alpha, t \sin \alpha)$ ，若对任何 α 都有 $\frac{dg_\alpha(0)}{dt} = 0$ 且 $\frac{d^2 g_\alpha(0)}{dt^2} > 0$ ，证明： $f(0, 0)$ 是 $f(x, y)$ 的极小值。



微信公众号:

三、(本题 14 分) 设曲线 Γ 为曲线 $x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ 上从点 $A(1, 0, 0)$ 到点 $B(0, 0, 1)$ 的一段。求曲线积分 $I = \int_{\Gamma} y dx + z dy + x dz$ 。



四、(本题 15 分) 设函数 $f(x) > 0$ 且在实轴上连续，若对任意实数 t ，有 $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|t-x|} f(x) dx \leq 1$ 。

证明： $\forall a, b, a < b$ ，有 $\int_a^b f(x) dx \leq \frac{b-a+2}{2}$ 。



五、(本题 15 分) 设 $\{a_n\}$ 为一个数列， p 为固定的正整数，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+p} - a_n) = \lambda$ 。证明：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \frac{\lambda}{p}.$$

考研竞赛数学(xwmath)