

【案例一



案例一

问题背景

实验数据如下表所示

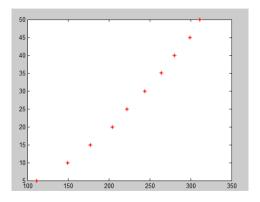
\boldsymbol{x}	111	149	177	204	222	244	264	280	299	311
\boldsymbol{y}	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

问题分析 先将样本点数据输入MATLAB工作空间,得到散点

图如下:











Matlab程序:多项式拟合

```
x=[111 149 177 204 222 244 264 280 299 311];
y=[5 10 15 20 25 30 35 40 45 50];
A=polyfit(x,y,2)%二次多项式拟合,为多项式降序系数向量A
z=polyval(A,x);%似合多项式在已知数据点的值
plot(x,y,'r*',x,z,'b') %似合多项式曲线效果图
```





得到的拟合多项式系数向量:

 $A = [0.0005 \ -0.0010 \ -1.5006]$

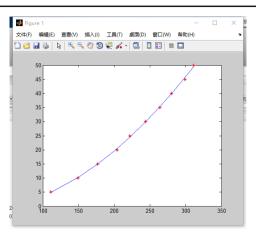
拟合多项式函数为:

 $y = 0.0005x^2 - 0.0010x - 1.5006$

拟合多项式曲线图如下:











2 案例二

问题背景 已知某地区 1971 年-1980 年间人口数据, 试对该地区人口进行线性拟合.

年份	时间变量t	人口数量
1971	1	3282
1972	2	3364
1973	3	3416
1974	4	3438
1975	5	3441
1976	6	3441
1977	7	3444
1978	8	3446
1979	9	3448
1980	10	3447





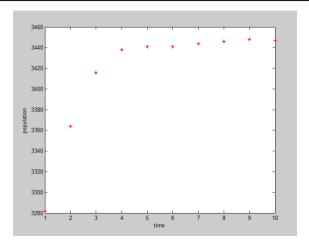
模型构建与求解

我们首先使用 MATLAB 画出数据的散点图,相关的 MATLAB 代码如下:

```
x=[1:1:10];
y=[3282 3364 3416 3438 3441 3441 3444 3446 3448 3447];
plot(x,y,'r*');%散点图
xlabel('time')
ylabel('population')
```











从图中可以看出,

人口随时间的变化是个非线性过程.

考虑到散点图的形状以及

人口模型一般涉及 Logistic 曲线模型,

这里我们使用 Logistic 曲线模型进行拟合.

Logistic 曲线模型的基本形式为

$$y = rac{1}{a + be^{-t}}$$





我们需要把这个非线性过程 经过数据变换变成一个线性模型, 取 $x'=e^{-x}$, $y'=\frac{1}{y}$, 则原模型可转换为线性模型 y'=a+bx'



x0=exp(-x);

案例二



使用 MATLAB 进行拟合, 使用如下代码:

```
y_0=1./y; f=polyfit(x_0,y_0,1) 得到 f=[1.0e-03.*0.0403\ 1.0e-03.*0.2904] 把一次函数系数代入原指数模型,
```





```
\begin{array}{lll} y\_{\rm fit} = & 1./(1.0\,{\rm e} - 03.*0.0403.*exp(-x) + \ 1.0\,{\rm e} - 03.*0.2904) \,; \\ & {\rm plot}\,(x\,,y\,\_{\rm fit}\,) \,; \\ & {\rm hold}\  \  {\rm on} \\ & {\rm plot}\,(x\,,y\,,\,'r\,*\,') \,; \\ & {\rm xlabel}\,(\,'{\rm time}\,') \\ & {\rm ylabel}\,(\,'{\rm population}\,') \end{array}
```





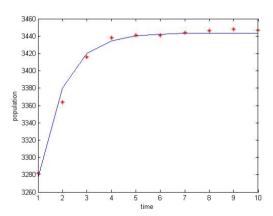
最终我们得到的拟合曲线为

$$y=rac{1}{29.04+4.03e^{-x}} imes 10^5$$

拟合结果如下图所示:









案例三



3 案例三

问题背景

在工业加工时,往往会对加工零件的外形有很高的要求,

一般在单纯考虑平面的情况下,

待加工零件的外形根据工艺要求由一组数据 x, y 给出.

用程控铣床加工时每一刀

只能沿x方向和y方向移动非常小的一步,

这就需要从已知数据得到加工所要求的步长很小的 (x,y) 坐

标,



案例三



X	0	3	5	7	9	11	12	13	14	15
У	0	1.2	1.7	2.0	2.1	2.0	1.8	1.2	1.0	1.6

如上表所示给出的 x, y 数据是位于机翼断面的下轮廓上,假设需要得到 x 坐标每改变 0.1 时的 y 坐标,请完成加工所需要的数据并画出曲线.根据题意可以知道,这是一个简单的插值问题.





使用如下代码:

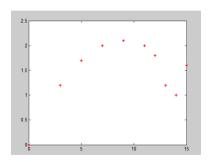
```
 \begin{array}{l} \mathbf{x} = \! [0 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15]; \\ \mathbf{y} = \! [0 \ 1.2 \ 1.7 \ 2.0 \ 2.1 \ 2.0 \ 1.8 \ 1.2 \ 1.0 \ 1.6]; \\ \mathbf{plot}\left(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{'r} * \right) \end{array}
```







可得散点图如下:







为了更清楚的了解到函数的图像,我们对这个模型进行了进一步的插值计算。因为题目要求 x 每改变 0.1 时,求出 y 的坐标。

下面用分段线性插值函数对其进行插值计算.



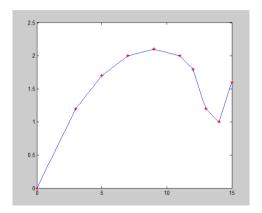


使用如下代码:

```
x=[0\ 3\ 5\ 7\ 9\ 11\ 12\ 13\ 14\ 15]; y=[0\ 1.2\ 1.7\ 2.0\ 2.1\ 2.0\ 1.8\ 1.2\ 1.0\ 1.6]; \mathbf{plot}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{'*},\mathbf{'}) hold on; x1=0:0.1:15; y2=\mathbf{interp1}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{x}1);%—维插值,返回插值向量 y1; 线性插值 \mathbf{plot}(\mathbf{x}1,\mathbf{y}2)
```











对于大多数工程而言, 分段线性插值基本满足要求, 但是在曲线斜率变化比较大的时候 误差也比较大. 并且函数值在节点两端斜率不一样, 对于零件上的一些 连续变化的处理上不是很好.

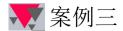




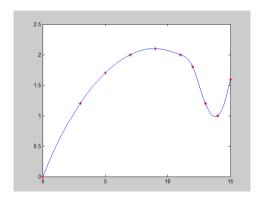
使用如下代码:

```
x=[0\ 3\ 5\ 7\ 9\ 11\ 12\ 13\ 14\ 15]; y=[0\ 1.2\ 1.7\ 2.0\ 2.1\ 2.0\ 1.8\ 1.2\ 1.0\ 1.6]; plot(x,y,'r*') hold on; x1=0:0.1:15; y1=spline(x,y,x1)%三次样条函数插值 plot(x1,y1)
```

得到的图像为:









案例四



4 案例四

问题背景

现已知某海域测得一些点 (x, y) 处的水深 z 由下表给出,船的吃水深度为 5m,所以船要避免进入水深在 5m 以下的水域。试画出海域的地貌图,以及在矩形区域(75-200)×(-50-150)里的哪些地方船要避免进入。



案	例	四	



\boldsymbol{x}	129	140	103.5	88	185.5	195	105
\boldsymbol{y}	7.5	141.5	23	147	22.5	137.5	85.5
z	4	8	6	8	6	8	8

\boldsymbol{x}	157.5	107.5	77	81	162	162	117.5
\boldsymbol{y}	-6.5	-81	3	56.5	-66.5	84	-33.5
\boldsymbol{z}	9	9	8	8	9	4	9





假设该海域海底是平滑的, 由于测量点是散乱分布的, 先在平面上作出测量点的分布图, 再利用二维插值方法补充一些点的水深, 然后作出海底曲面图和等高线图, 并求出水深小于 5的海域范围.



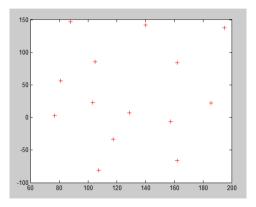


(1) 画出散点图:

```
x=[129\ 140\ 103.5\ 88\ 185.5\ 195\ 105\ 157.5\ 107.5\ 77\ 81\ 162\ 162\ 117.5]; y=[7.5\ 141.5\ 23\ 147\ 22.5\ 137.5\ 85.5\ -6.5\ -81\ 3\ 56.5\ -66.5\ 84\ -33.5]; plot(x,y,'r+')
```









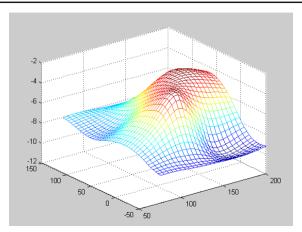


(2) 作出海底地貌图:

```
x = [129 \ 140 \ 103.5 \ 88 \ 185.5 \ 195 \ 105 \ 157.5 \ 107.5 \ 77 \ 81 \ 162 \ 162 \ 117.5];
y = [7.5 \ 141.5 \ 23 \ 147 \ 22.5 \ 137.5 \ 85.5 \ -6.5 \ -81 \ 3 \ 56.5 \ -66.5 \ 84 \ -33.5];
z=[-4 \ -8 \ -6 \ -8 \ -6 \ -8 \ -9 \ -9 \ -8 \ -8 \ -9 \ -4 \ -9];
[x1,y1]=meshgrid(75:5:200,-50:5:150); %生成用于画三维图形的矩阵数据
z1=griddata(x, y, z, x1, y1, 'v4'):
%用二元函数 z=f(x,y)的曲面拟合有不规则的数据向量x,y,z. qriddata 将返回曲面 z 在
    点 (x1,y1) 处的插值 ."v4" 代表用指定的算法计算 , 此表示 MATALB 中
    的 griddata 算法除此以外还有, "linear" 基于三角形的线性插值(缺省算法)
    , "cubic" 基于三角形的三次插值, "nearest" 最近邻插值法
mesh(x1,y1,z1) %生成海底地貌图
```











(3) 标识出危险海域:

%标识危险区域,水深 5 米处做一截面

```
x = [129 \ 140 \ 103.5 \ 88 \ 185.5 \ 195 \ 105 \ 157.5 \ 107.5 \ 77 \ 81 \ 162 \ 162 \ 117.5];
y = [7.5 \ 141.5 \ 23 \ 147 \ 22.5 \ 137.5 \ 85.5 \ -6.5 \ -81 \ 3 \ 56.5 \ -66.5 \ 84 \ -33.5];
z = [-4 \ -8 \ -6 \ -8 \ -6 \ -8 \ -9 \ -9 \ -8 \ -8 \ -9 \ -4 \ -9];
[x1,y1] = meshgrid(75:5:200, -50:5:200);
z1=griddata(x,y,z,x1,y1,'v4');
\mathbf{mesh}(x1,y1,z1)
>> hold on;
%已锁定最新绘图
\gg mesh(x1, y1, -5*ones(size(z1)))
```





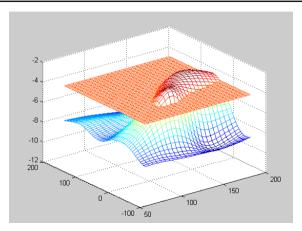
命令行窗口

不熟悉 MATLAB?请参阅有关快速入门的资源。

```
>> x=[129.0 140.0 103.5 88.0 185.5 195.0 105.0 157.5 107.5 77.0 81.0 162.0 162.0 117.5];
y=[7.5 141.5 23.0 147.0 22.5 137.5 85.5 -6.5 -81 3 56.5 -66.5 84 -33.5];
z=[-4 -8 -6 -8 -6 -8 -8 -9 -9 -8 -8 -9 -4 -9];
[x1,y1]=meshgrid(75:5:200,-50:5:200);
z1=griddata(x,y,z,x1,y1,'v4');
mesh(x1,y1,z1)
>> hold
已被定最新绘图
>> mesh(x1,y1,-5*ones(size(z1)))
>>
```











(4) 作出等高线图:

```
x=[129\ 140\ 103.5\ 88\ 185.5\ 195\ 105\ 157.5\ 107.5\ 77\ 81\ 162\ 162\ 117.5]; y=[7.5\ 141.5\ 23\ 147\ 22.5\ 137.5\ 85.5\ -6.5\ -81\ 3\ 56.5\ -66.5\ 84\ -33.5]; z=[-4\ -8\ -6\ -8\ -6\ -8\ -8\ -9\ -9\ -8\ -8\ -9\ -4\ -9]; [x1,y1]=meshgrid(75:5:200\ ,-50:5:200); z1=griddata(x,y,z,x1,y1,'v4'); mesh(x1,y1,z1) >> hold:已锁定最新绘图
```

>> **mesh**(x1,y1,-5*ones(**size**(z1))) **figure**(2),contourf(x1,y1,z1)%作等高线图,有填充色



案例四



命令行窗口

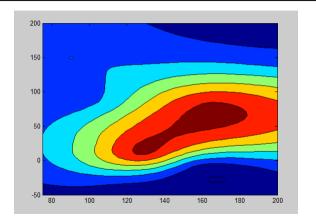
不熟悉 MATLAB?请参阅有关快速入门的资源。

```
>> x=[129.0 140.0 103.5 88.0 185.5 195.0 105.0 157.5 107.5 77.0 81.0 162.0 162.0 117.5]:
   y=[7.5 141.5 23.0 147.0 22.5 137.5 85.5 -6.5 -81 3 56.5 -66.5 84 -33.5];
   z=[-4 -8 -6 -8 -6 -8 -8 -9 -9 -8 -8 -9 -4 -9];
   [x1, y1]=meshgrid(75:5:200, -50:5:200);
   z1=griddata(x, y, z, x1, y1, 'v4');
   mesh(x1, y1, z1)
>> hold
已锁定最新绘图
>> mesh(x1, v1, -5*ones(size(z1)))
>> figure(3), contourf(x1,y1,z1)
```











>> hold:已锁定最新绘图



>> **mesh**(x1, y1, -5*ones(**size**(z1))) **figure**(3),[C,h]=**contour**(x1, y1, z1);%生成等高线图,无填充色 **clabel**(C,h) %标示出等高线的高度值





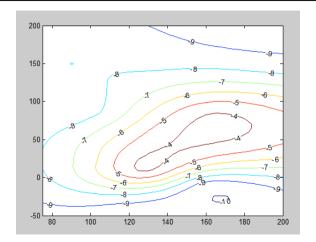
命令行窗口

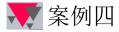
不熟悉 MATLAB?请参阅有关快速入门的资源。

```
>> x=[129.0 140.0 103.5 88.0 185.5 195.0 105.0 157.5 107.5 77.0 81.0 162.0 162.0 117.5];
y=[7.5 141.5 23.0 147.0 22.5 137.5 85.5 -6.5 -81 3 56.5 -66.5 84 -33.5];
z=[-4 -8 -6 -8 -8 -8 -9 -9 -8 -8 -9 -4 -9];
[x1,y1]=meshgrid(75:5:200, -50:5:200);
z1=griddata(x,y,z,x,1,y1,'v4');
mesh(x1,y1,z1)
>> hold
已被定最新绘图
>> mesh(x1,y1,-5*ones(size(z1)))
>> figure(3),contourf(x1,y1,z1)
>> [C, h]=contour(x1,y1,z1);
clabel(C, h)
```











谢谢!