MATLAB基础

谭　忠

厦门大学数学科学学院

课程目的

帮助同学们掌握常用的数学软件，培养学生运用数学软件分析和解决数学问题和实际问题的能力。通过对实际问题的数学处理和计算机求解，完成建模和求解的任务，是同学们真正体验到数学及计算机的实际应用。

课程安排

一、MATLAB 概述

二、MATLAB 矩阵和数组

三、MATLAB 数值运算

四、MATLAB 绘图

五、MATLAB 程序设计

1 MATLAB 概述

20世纪70年代，美国新墨西哥大学计算机科学系主任CleveMoler为了减轻学生编程的负担，用FORTRAN编写了最早的MATLAB。1984年由Little、Moler、SteveBange作成立了的MathWorks公司正式把MATLAB推向市场。到20世纪90年代，MATLAB已成为国际控制界的标准计算软件。

MATLAB 概述

最常用的三大数学软件：

- MATLAB (Matrix Laboratory 矩阵实验室)
- Mathematica
- Maple

MATLAB在数值计算方面独占鳌头

Mathematica和Maple则分居符号计算的前两名

MATLAB的特点

- 强大的数值计算和符号计算功能
- 强大的图形处理能力
- 高级但简单的程序环境
- 丰富的MATLAB工具箱

MATLAB功能

- 数值计算功能
- 符号运算功能
- 数据可视化功能
- 数据图形文字统一处理功能
- 建模仿真可视化功能

MATLAB 概述

Matlab作为一款数学软件，是一种高性能的科学计算语言，它采用了人们常用的数学表达方式，同时拥有非常友好的操作界面，集成了计算，可视化，和程序设计等功能。在国内外，已有许多高等院校把MATLAB列为本科生、研究生必须掌握的基本技能。

命令行窗口是MATLAB的主要交互窗口，用于输入命令并显示除图形以外的所有执行结果。

在>>(命令提示符)后键入命令，并按下enter键后，Matlab 就会解释执行所输入的命令，并在命令后面给出计算结果。

MATLAB 概述

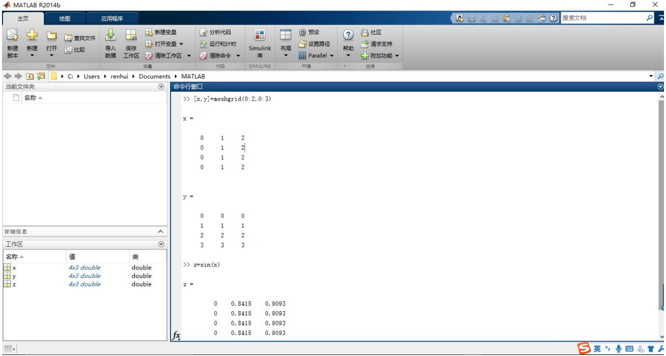
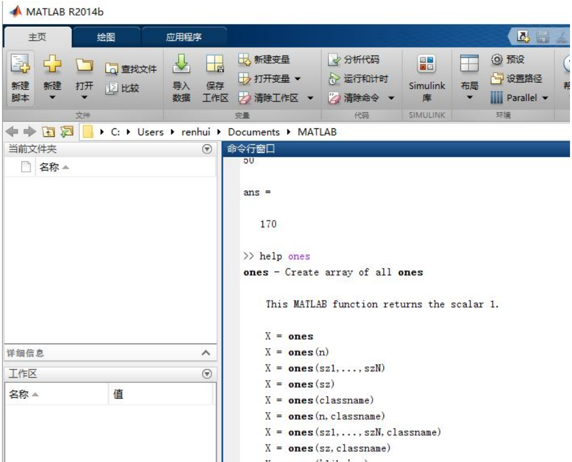


Figure 1: MATLAB主界面

MATLAB 概述


MATLAB R2014b
主页
绘图
应用程序
新建脚本
新建
打开
查找文件
比较
导入数据
保存工作区
新建变量
打开变量
清除工作区
分析代码
运行和计时
清除命令
Simulink 库
布局
预设
设置路径
Parallel
文件
变量
代码
SIMULINK
环境
C: ▸ Users ▸ renhui ▸ Documents ▸ MATLAB
当前文件夹
名称
详细信息
工作区
名称
值
命令行窗口
ans =
170
>> help ones
ones - Create array of all ones
This MATLAB function returns the scalar 1.
X = ones
X = ones(n)
X = ones(sz1,...,szN)
X = ones(sz)
X = ones(classname)
X = ones(n,classname)
X = ones(sz1,...,szN,classname)
X = ones(sz,classname)

MATLAB 概述

命令行的输入规则：

- 命令行后以分号结尾，表示不显示运行结果

  命令行后无符号或以逗号结尾，表示显示运行结果；

- 一个命令行可以输入若干条命令，各命令之间以逗号或分号隔开；

- 如果一个命令行很长，需要换行时，要加续行符（三

个小黑点...)；

- 标点符号一定要在英文状态下输入；
- 若需要在命令行后加注释，注释以%开始。

历史命令窗口：可以复制、运行历史命令。

当前目录浏览器窗口：

工作区：显示所有MATLAB工作空间中的变量名、数据结构、类型、大小和字节数。

帮助命令：

help：显示指定命令的简短使用说明

例：>> help ones

doc：以网页形式显示指定命令的帮助页

例：>> doc ones

常用操作指令：

clc：清除命令窗口

clf：清除当前图形;

clear：清除工作空间的变量和函数.

变量与赋值

MATLAB提供了丰富的矩阵运算处理功能，是基于矩阵运算的处理工具。

变量:矩阵　运算:矩阵的运算。

例如：$C = A + B$，A,B,C都是矩阵,是矩阵的加运算。即使一个常数，Y=5，MATLAB也看做是一个1×1的矩阵。

变量命名原则：

1.以字母开头

2.后面可以跟字母、数字和下划线

3.长度不超过63个字符

4.变量名区分字母的大小写

2 MATLAB 矩阵与数组

1、创建矩阵：直接输入法：

- 所有输入必须在英文状态下；
- 矩阵元素用矩阵构造符[ ]括住；
- 用逗号或空格分隔矩阵的列；
- 用分号或者回车符分隔矩阵的行。

调用函数创建特殊矩阵：

在MATLAB中还提供了一些特殊矩阵的生成函数，如：

- zeros：产生全0矩阵。
- ones：产生全1矩阵。
- eye：产生单位矩阵。

- rand：产生0～1间均匀分布的随机矩阵。
- randn：产生均值为0，方差为1的标准正态分布随机矩阵。
- magic：产生魔方矩阵。

这几个函数的调用格式相似，下面以产生零矩阵的zeros函数为例进行说明。其调用格式是：

zeros(m)	产生m×m零矩阵
zeros(m,n)	产生m×n零矩阵
zeros(size(A))	产生与矩阵A同样大小的零矩阵

2、矩阵间的连接(例1)

1)水平方向连接：C=[A B]或C=[A,B]；

2)竖直方向连接：C=[A;B]。

注意：矩阵水平连接时，量矩阵的行数要匹配，即行数要相等；矩阵竖直连接时，量矩阵的列数要匹配，即列数要相等。

3)除了使用矩阵连接符[]，还可以使用MATLAB提供的矩阵连接函数执行矩阵的连接：(例2)

MATLAB 矩阵与数组

函数	功能
cat	指定方向连接
horzcat	水平方向连接
vertcat	竖直方向连接
repmat	通过对现有矩阵复制和粘贴操作重组矩阵
blkdiag	以对角阵的方式重组矩阵

3、矩阵的扩展（例3）

1)通过对现有矩阵的赋值操作创建新的矩阵，如果对超出现有矩阵行列的某个位置或某行(列)进行赋值，那么创建的新矩阵的阶数将扩大大相应的行列。

2)要减小矩阵的尺寸，只需删除矩阵的某行或某列就可以了。用户只需对需要删除的行列赋值为[].

3)可以删除矩阵的行或列，但不能删除单独某个元素，否则会出现错误。

4、改变矩阵形状（例4）

在MATLAB中，除了用来改变矩阵大小的函数外，还提供了一些改变矩阵形状的函数，这些函数只是改变矩阵内元素的排列状态，而不增减矩阵元素的个数。下表列出了常用改变矩阵形状的函数。

MATLAB 矩阵与数组

函数	功能
reshape	按指定的行列数排列矩阵 reshape(A,2,6)
rot90	逆时针旋转矩阵90°
fliplr	以垂直方向为轴将矩阵旋转180°
flipud	以水平方向为轴将矩阵旋转180°
flipdim	以指定方向为轴旋转矩阵

5、向量

1)向量是行数或列数为1的特殊矩阵，其一般显示为$\mathbf{1} \times \boldsymbol{n}$ 或$\boldsymbol{n} \times \mathbf{1}$ 矩阵。生成一维向量的一般调用格式为：

x=(a:n:b)

其中，a 表示向量的起始值，b表示向量将要终止的值，n 为该项量数列的公差，即向量中某一数与其前一个数的差值。

公差n 可以省略，在省略情况下，公差为1.

在生成向量时，从起始值a开始，以公差n依次递增，知道生成向量的最后一个值等于终止值b或与b最为接近为止。

若n大于0，一般来说要求a小于b，否则将生成一个空矩阵。

a大于b，n小于0，可生成递减的等差向量。

2)生成向量除以上介绍的这种常用调用格式外，MATLAB还提供了一些函数，如下表所示：（例5）

MATLAB 矩阵与数组

函数格式	功能
$linspace(a,b)$	生成一个100个数（包含a、b）的行向量
$linspace(a,b,n)$	生成一个n个数（包含a、b）的行向量
$logspace(a,b)$	在[a,b]区间生成50个差值相等的数，并返回50个数以10为底的幂组成的行向量
$logspace(a,b,n)$	在[a,b]区间生成n个差值相等的数，并返回n个数以10为底的幂组成的行向量
$logspace(a,\pi)$	在$[a,\pi]$区间生成50个差值相等的数，并返回50个数以10为底的幂组成的行向量

以上生成的都是行向量，要想得到列向量，只需在生成向量的命令行后加上“' ”就可以了，如：logspace(2,3,10)'.

6、矩阵元素的寻访

矩阵作为存储各种数据的基本单位，是若干相关元素的有序集合，为方便用户访问矩阵中的一个或多个元素，MATLAB引入了元素下标的概念。利用这些下标用户可以方便地访问矩阵中的任何元素，对其进行提取或赋值操作。

1)双下标寻访：在矩阵A中A_{23}表示矩阵A的第二行、第三列的元素。

2)单下标寻访：在矩阵A中A_8表示矩阵A的第8个元素。使用线性下标时，系统默认矩阵的所有元素按照列从上到下、行从左到右排成一列。

当矩阵很大时，这种计算显得比较繁琐，事实上，在MATLAB中还提供了双下标和单下标的转换函数：

sub2ind:用双下标计算出单下标；

ind2sub:用单下标计算出双下标。

3)寻访多个元素：（例7）

在MATLAB中仅仅对单个元素操作是不够的，往往需要对矩阵中整行、整列元素进行操作，这时就需要实现对多个元素的寻访操作。下表是寻访矩阵中多个元素的常用调用格式：

MATLAB 矩阵与数组

调用格式	返回值
$A(:,j)$	返回二维矩阵A中第j列元素
$A(i,:)$	返回二维矩阵A中第i行元素
$A(:,j:k)$	返回二维矩阵A中第j列，第j+1列，直到第k列列向量组成的矩阵
$A(i:k,:)$	返回二维矩阵A中第i行，第i+1行，直到第k行行向量组成的矩阵
$A(i:k,j:l)$	返回二维矩阵A中行数在第i行到第k行、 列数在第j列到底l列的所有元素组成的矩阵
$A(:,:)$	返回矩阵A本身
$A(:)$	将矩阵A中的每列合并成一个长的列向量
$A(j:k)$	返回一个行向量，其中的元素为A(:)中的从第j个元素到底k个元素
$A([j_1 j_2 \ldots])$	返回一个行向量，其中的元素为A(:)中的从第$j_1, j_2 \ldots$个元素

7、矩阵信息的获取

1)获取矩阵的数据结构

MATLAB提供了判断矩阵本身数据结构的一些函数，如下表所示：

函数	功能
isempty	判断矩阵是否为空矩阵
isscalar	判断矩阵是否为标量
isvector	判断矩阵是否为向量
issparse	判断矩阵是否为稀疏矩阵

这些函数的返回值为0和1,0表示假，1表示真。

2)获取矩阵的尺寸信息（例6）

矩阵的尺寸信息，主要是指矩阵最长维的大小、矩阵维数、元素个数和指定维的长度。为确定矩阵的尺寸信息，MATLAB提供了四个函数：（例6）

MATLAB 矩阵与数组

函数	功能
length	得到矩阵最长维长度
ndims	得到矩阵的维数
numel	得到矩阵的元素个数
size	得到矩阵指定维的长度

8、高位数组

在MATLAB中，高维数组是指超过两维的数组。我们通常讨论的是矩阵，即二维数组的形式，期分别用“行”和“列”表示了数组的第一维和第二维。对于高维数组而言，将数组的第三维称为“页”。

一个三维的数组在二维数组“行”和“列”的基础上增加了第三维“页”，每一页都是一个由行和列来构成的二维矩阵。与二维数组类似，矩阵满足的操作都可以运用于高维数组上。

3 MATLAB数值计算

MATLAB初级数值运算包括矩阵基本运算、关系运算以及逻辑运算。MATLAB以矩阵运算为核心，内部构建觉绝大部分函数均可以矩阵为变量。在进行MATLAB数值计算时，以矩阵运算代替标量运算可使程序更为简洁，并能有效的提高MATLAB程序运算率，缩短运算时间。

- 矩阵基本运算
- 关系运算与逻辑运算
- 运算符优先级

1、矩阵的基本运算（例8）

矩阵的基本运算包括矩阵的加/减、矩阵乘除以及矩阵的幂运算。需要特别注意的是，MATLAB中，矩阵基本运算还分为按矩阵运算和按位运算，这两种运算有着本质的不同。

1)矩阵的加/减

矩阵的加/减定义为对应元素的加/减，MATLAB中

的加减运算的书写格式与算数加/减相同。

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \pm \boldsymbol{B}$$

在做两矩阵加减运算时，矩阵的维数必须一致。否则运算失败。

矩阵与标量的加减：矩阵的每个元素都与该标量相加。

2)矩阵乘法

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} * \boldsymbol{B}$$

A的列数与B的行数相同

一般来说矩阵乘法不具有交换性，$\boldsymbol{A} * \boldsymbol{B} \neq \boldsymbol{B} * \boldsymbol{A}$，对于标量x，矩阵的相乘是可交换的，$\boldsymbol{A} * \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x} * \boldsymbol{A}$。

3)矩阵的除法

线性代数中并没有矩阵除法，只有矩阵逆运算。矩阵除法是MATLAB从逆矩阵的概念引申来的。MATLAB中除法有两种算子，即右除算子和左除算子：

运算符	名称	说明
/	右除	AB=C，则A=C/B.
\	左除	AB=C，则B=A\C.

- 如果a、b为标量，那么a/b与$\boldsymbol{b1}$\a是等价的。对于矩阵A、B，通常A/B与B\A是不同的。A/B得到的是$\boldsymbol{X} * \boldsymbol{B} = \boldsymbol{A}$的解，而B\A得到的是$\boldsymbol{B} * \boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}$的解。
- MATLAB在进行矩阵除法运算时，对右除A/B，要求A与B列数相等；对左除B\A，要求A与B行数相等。

- 若A、B为方阵，B可逆，则A/B等价于$\boldsymbol{A} * \boldsymbol{inv}(\boldsymbol{B})$，B\A等价于$\boldsymbol{inv}(\boldsymbol{B}) * \boldsymbol{A}$。

4)矩阵的幂运算

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}\hat{}^{\boldsymbol{n}}$$

这里A是方阵，n是标量。

MATLAB还允许将矩阵作为指数，标量作为底数进

行求幂运算：

$$\boldsymbol{C = x.\hat{}\,A}$$

其中x为标量，A为矩阵（不一定是方阵）。

幂运算的底数和指数不能同时为矩阵，否则将显示出做信息。

5)矩阵按位运算

运算法则：矩阵中所有元素按单个元素进行计算。

MATLAB中绝大部分函数都适用于按位计算，只有专门说明的几个除外，就是*、/、\、^ 。这几个运算符都是按矩阵运算的运算符，其运算法则符合线性代数中的矩阵运算，为避免混淆，对于按位的乘、左除、右除以及幂运算需要在运算符前加一个（.）作为前导符。

.*	按位乘
./	按位右除
.\	按位左除
.^	按位幂

参与按位运算的两个操作数（矩阵或向量）必须是同阶的。

2、关系运算符与逻辑运算符

1)关系运算符（例9）

MATLAB支持的关系运算符：

指令	含义	指令	含义
$>$	大于	$<=$	不大于
$<$	小于	$==$	等于
$>=$	不小于	$\sim=$	不等于

上表中的比较运算符都是双操作运算符，两个操作数是大小相同的数组，或者其中一个为标量。例如：$A > \alpha$，其意义是A中所有元素分别于α作比较。

2)逻辑运算符（例10）

MATLAB支持的逻辑运算符：

MATLAB数值计算

指令	含义	指令	含义
&	逻辑与	xfor	异或
|	逻辑或	bitand(A,B)	数位逻辑与
&&	先决与	bitor(A,B)	数位逻辑或
||	先决或	bitcmp(A,n)	数位逻辑非
~	逻辑非	bitxor(A,B)	数位异或

3)关系逻辑函数

MATLAB定义了一类以“逻辑数组”为返回值的关系逻辑函数：

指令	含义
xor(A,B)	A,B元素相同为0，不同为1
any(A)	只要A中有非0元为1，否则为0
all(A)	A中元素全非0时为1，否则为0
isequal(A,B)	A,B对应元素相等为1，否则为0
ismember(A,B)	A的元素属于B，相应位置为1，否则为0

any、all不是按位运算算子，且只对向量进行逻辑运算。当操作数为矩阵时，any、all对矩阵的列向量进行运算，其返回值是一横向量形式

isequal(A,B)的返回值是逻辑值而不是矩阵。

ismember(A,B)A,B维数可以不等。

3、运算符优先级

MATLAB的的表达式包含多种运算符：数学运算符、关系运算符、逻辑运算符，这些运算符的优先级各不相同。熟悉各种运算符的优先级，所编程序才能准确表达原意。

优先级	运算符					
1	括号()					
2	转置 .'	共轭转置 '	矩阵幂 ^			
3	代数正+	代数负-	逻辑否~			
4	按位乘.*	按位左除.\	按位右除./	矩阵左除\	矩阵右除/	矩阵乘*
5	加+	减-				
6	冒号:					
7	小于<	大于>	等于=	不小于>=	不大于<=	不等于~=
8	与&					
9	或|					
10	先决与&&					
11	先决或||					

级别1优先级最高，级别11优先级最低。

具有相同优先级的运算符，按从左至右的次序执行。

4 MATLAB矩阵分析

1、矩阵特征量

线性代数中有一些矩阵特征量刻画矩阵某方面的性质，如行列式、秩、特征值以及矩阵的逆。

1)矩阵的行列式(只能求方阵的行列式)（例11）

$$det(A)$$

2)矩阵的逆

非奇异矩阵A，其逆矩阵$\boldsymbol{A}^{-1}$是满足以下条件的矩阵：$\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{I}$ （I为单位矩阵）。

$$\boldsymbol{inv(A)}$$

应用：求Ax=b的解。（例12）

3)矩阵的秩（例13）

$$\boldsymbol{rank(A)}$$

4)矩阵特征值（例14）

MATLAB提供函数eig用于求矩阵特征值和特征向量，其调用格式为：

- D=eig(A)，返回值D为N个特征值（可能重复）组成的向量
- $[\boldsymbol{V},\boldsymbol{D}] = \boldsymbol{eig}(\boldsymbol{A})$返回值D为n阶对角阵，对角线上的元素为A的特征值；V为$\boldsymbol{N} \times \boldsymbol{N}$矩阵，其第i列为特

征值D(i,i)对应的特征向量。

3、矩阵的分解

通常矩阵分解将复杂矩阵分解为几个简单矩阵的乘积。

1)EVD分解（特征分解）（例15）

对N阶方阵A,其特征值为$\boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\lambda}_2, \ldots, \boldsymbol{\lambda}_N$,对应的特征向量为$\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \ldots, \boldsymbol{v}_N$.

令D=diag$(\boldsymbol{\lambda_1}, \boldsymbol{\lambda_2}, \ldots, \boldsymbol{\lambda_N})$,V=$(\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \ldots, \boldsymbol{v_N})$, 则有AV=VD，若$\{\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \ldots, \boldsymbol{v_N}\}$线性无关，则有$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{VDV}^{-1}$。$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{VDV}^{-1}$称为矩阵A的特征分解。对角阵D称为A的标准型，并且称A相似于对角阵D，相似于对角阵的矩阵称为可对角化矩阵。

例15：求三阶范德蒙矩阵A的特征分解。

2)Schur分解（例16）

对任意矩阵A，其schur分解为$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{USU^H}$,其中U是酉矩阵（即$\boldsymbol{U^HU}=\boldsymbol{UU^H}=\boldsymbol{I}$），S为上三角矩阵，S对角线上的元素为A的特征值。

MATLAB提供函数schur用于方阵函数A的Schur分解，其调用格式为：

- S=schur(A)
- S=schur(A,flag)
- $[\boldsymbol{U}, \boldsymbol{S}] = \boldsymbol{schur}(\boldsymbol{A}, \ldots)$

例16：求四阶Pascal矩阵的schur分解。

3)Cholesky分解(例17)

对任意正定矩阵A，存在上三角矩阵R，使得$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{R}^T\boldsymbol{R}$，称为A的Cholesky分解。Cholesky分解在理论分析、数值计算等方面有重要的作用。

MATLAB提供函数chol用于正定矩阵的Cholesky分解，调用格式为：

- R=chol(A).
- $[\boldsymbol{R},\boldsymbol{p}]$=chol(A).

例17：对5阶Pascal矩阵A作Cholesky分解。

4)LU分解（例18）

如果A可分解为A=LU，其中L为下三角形矩阵，U为上三角形矩阵，上式称为A的LU分解。Cholesky分解可以看做LU分解的特例。

MATLAB提供lu函数用于矩阵的LU分解，调用格式：

$$[\boldsymbol{L}, \boldsymbol{U}] = \boldsymbol{lu}(\boldsymbol{A}).$$

矩阵的LU分解常用语求解线性方程组Ax=b。首先对系数矩阵作LU分解使A=LU，此时线性方程组Ax=b转换为LUx=b，求解过程分两步进行：

- 首先求解线性方程组Ly=b，可得y=L\b.
- 接着求原方程的解Ux=y,得x=U\y.

例19：LU分解求线性方程组：利用LU分解求线性方程组Ax=b,其中b=[1 2 3]',

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

5)QR分解(例20)

对矩阵A，如果存在酉矩阵Q($Q^HQ = QQ^H = I$)和上三角矩阵R,使得A=QR，则称为A的QR分解.

MATLAB提供函数qr用于求矩阵的QR分解，调用格式：

$$[Q, R] = qr(A).$$

例20：对矩阵A作QR分解。

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{6} \\ \mathbf{1} & \mathbf{4} & \mathbf{9} \end{bmatrix}$$

6)SVD分解（奇异值分解）（例21）

设A是$M \times N$矩阵，$A^H A$的特征值为$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \lambda_r \geq \lambda_{r+1} = \ldots = \lambda_N = 0$,则称$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}(i = 1, 2, \ldots, r)$为矩阵A的奇异值，r为A的秩。存在M阶酉矩阵U和N阶酉矩阵V，使得

$$A = U \begin{bmatrix} \Sigma & 0_{r\times(N-r)} \\ 0_{(M-r)\times r} & 0_{(M-r)\times(N-r)} \end{bmatrix} V$$

其中

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma_1} & & & \\ & \boldsymbol{\sigma_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \boldsymbol{\sigma_r} \end{bmatrix}$$

上式称为矩阵A的SVD分解。

MATLAB提供函数svd用于矩阵的SVD分解。调用格式：

- s=svd(A)
- $[\boldsymbol{U}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{V}]$=svd(A)

例21：求矩阵A的奇异值和SVD分解，其中

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{5} & \mathbf{9} \\ \mathbf{2} & \mathbf{6} & \mathbf{10} \\ \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{11} \\ \mathbf{4} & \mathbf{8} & \mathbf{12} \end{bmatrix}$$