# 第三周

**必做题：**

一、计算积分 $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{(x^2+\frac{1}{2})^2} dx$ .

二、计算定积分 $I_n = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin nx}{(1+2^x)\sin x} dx, n=1,2,\cdots$ .

三、求：$\iint\limits_{\Sigma} \left( f(x,y,z)+x \right) dydz + \left( 2f(x,y,z)+y \right) dzdx + \left( f(x,y,z)+z \right) dxdy$ ，其中 $f(x,y,z)$ 是光滑函数，$\Sigma$ 为平面 $\Pi: x-y+z=1$ 在第四卦限部分的上侧.

四、已知 $f(x)$ 在 $x_0$ 的某个邻域 $U(x_0)$ 内具有 $n+1$ 阶连续导数，求证：$\forall x \in U(x_0)$ ，

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + \frac{1}{n!}\int_{x_0}^{x} f^{(n+1)}(t)(x-t)^n dt .$$

五、求：$\iint\limits_{\Sigma} ydydz - xdzdx + z^2 dxdy$ ,其中 $\Sigma$ 为曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被平面 $z=1, z=2$ 所截部分的外侧.

六、求曲线 $y=x^2$ 与 $y=mx\ (m>0)$ 所围成的图形绕 $y=mx$ 所成的旋转体的体积.

**选做题：**

七、设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上有连续的二阶导数，$f(0)=f(1)=0$ ，当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)\neq 0$ ，那么 $\int_0^1 \left| \frac{f''(x)}{f(x)} \right| dx \geq 4$ .

八、计算 $I = \int_0^{+\infty} (x - \frac{x^3}{2} + \frac{x^5}{2\cdot 4} - \frac{x^7}{2\cdot 4\cdot 6} + \cdots)(1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2\cdot 4^2} + \frac{x^6}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2} + \cdots) dx$ .