



参考答案参见微信公众号：考研竞赛数学(ID: xwmath)菜单“竞赛实验”下的“竞赛试题与通知”

相关知识点总结与解题思路分析、探索参见公众号《公共基础课》在线课堂，或公众号回复“在线课堂”

2015 年第七届全国大学生数学竞赛初赛（非数学类）试卷

一、填空题（共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

(1) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{\sin \frac{\pi}{n}}{n^2 + 1} + \frac{\sin 2 \frac{\pi}{n}}{n^2 + 2} + \cdots + \frac{\sin \pi}{n^2 + n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

(2) 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $F\left(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}\right) = 0$ 所决定，其中 $F(u, v)$ 具有连续偏导数，且 $xF_u + yF_v \neq 0$ ，则（结果要求不显含有 F 及其偏导数） $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

微信公众号:

考研竞赛数学(xwmath)



(3) 曲面 $z = x^2 + y^2 + 1$ 在点 $M(1, -1, 3)$ 的切平面与曲面 $z = x^2 + y^2$ 所围区域的体积为_____.

(4) 函数 $f(x) = \begin{cases} 3, & x \in [-5, 0), \\ 0, & x \in [0, 5) \end{cases}$ 在 $(-5, 5]$ 的傅里叶级数 $x = 0$ 收敛的值_____.

(5) 设区间 $(0, +\infty)$ 上的函数 $u(x)$ 定义为 $u(x) = \int_0^{+\infty} e^{-xt^2} dt$, 则 $u(x)$ 的初等函数表达式为_____.

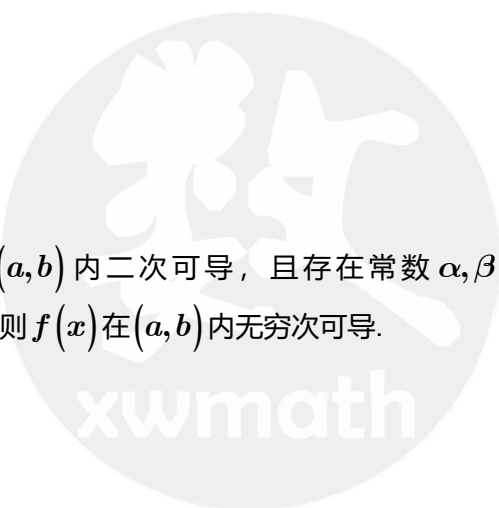


参考答案参见微信公众号：考研竞赛数学(ID: xwmath)菜单“竞赛实验”下的“竞赛试题与通知”

相关知识点总结与解题思路分析、探索参见公众号《公共基础课》在线课堂，或公众号回复“在线课堂”

第二题：(12 分) 设 M 是以三个正半轴为母线的半圆锥面，求其方程。

第三题：(12 分) 设 $f(x)$ 在 (a, b) 内二次可导，且存在常数 α, β ，使得对于 $\forall x \in (a, b)$ ，有 $f'(x) = \alpha f(x) + \beta f''(x)$ ，则 $f(x)$ 在 (a, b) 内无穷次可导。

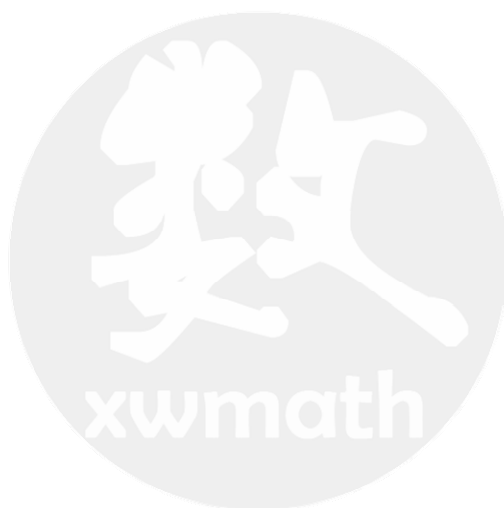


微信公众号：

考研竞赛数学(xwmath)



第四题：(14 分)求级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 + 2}{(n+1)!} (x-1)^n$ 的收敛域与和函数.



微信公众号:

考研竞赛数学(xwmath)



第五题：(16 分) 设函数 f 在 $[0, 1]$ 上连续，且 $\int_0^1 f(x) dx = 0$, $\int_0^1 xf(x) dx = 1$. 试证：

- (1) $\exists x_0 \in [0, 1]$ 使得 $|f(x_0)| > 4$; (2) $\exists x_1 \in [0, 1]$ 使得 $|f(x_1)| = 4$.



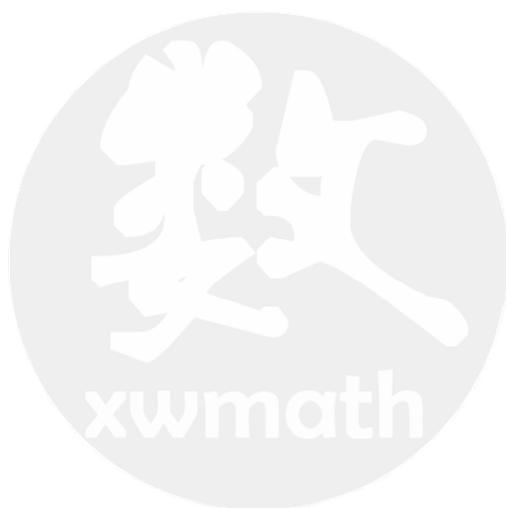
微信公众号：

考研竞赛数学(xwmath)



第六题：(16 分) 设 $f(x, y)$ 在 $x^2 + y^2 \leq 1$ 上有连续的二阶导数， $f_{xx}^2 + 2f_{xy}^2 + f_{yy}^2 \leq M$ 。若

$f(0, 0) = f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$ ，证明：
$$\left| \iint_{x^2+y^2 \leq 1} f(x, y) dx dy \right| \leq \frac{\pi\sqrt{M}}{4}.$$



微信公众号：

考研竞赛数学(xwmath)