



参考答案参见微信公众号：考研竞赛数学(ID: xwmath)菜单“竞赛实验”下的“竞赛试题与通知”

相关知识点总结与解题思路分析、探索参见公众号《公共基础课》在线课堂，或公众号回复“在线课堂”

2016 年第八届全国大学生数学竞赛初赛（非数学类）试卷

一、填空题(满分 30 分，每小题 5 分)

1. 若 $f(x)$ 在点 $x = a$ 处可导，且 $f(a) \neq 0$ ，则 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{f(a + 1/n)}{f(a)} \right]^n = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若 $f(1) = 0, f'(1)$ 存在，则极限 $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\sin^2 x + \cos x) \tan 3x}{(e^{x^2} - 1) \sin x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 $f(x)$ 有连续导数，且 $f(1) = 2$. 记 $z = f(e^x y^2)$ ，若 $\frac{\partial z}{\partial x} = z$ ， $f(x)$ 在 $x > 0$ 的表达式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



4. 设 $f(x) = e^x \sin 2x$, 则 $f^{(4)}(0) =$ _____.

5. 曲面 $z = \frac{x^2}{2} + y^2$ 平行于平面 $2x + 2y - z = 0$ 的切平面方程为_____.



第二题: (14 分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上可导, $f(0) = 0$, 且当 $x \in (0, 1)$, $0 < f'(x) < 1$. 试证: 当 $a \in (0, 1)$

时, 有 $\left(\int_0^a f(x) dx \right)^2 > \int_0^a f^3(x) dx$.

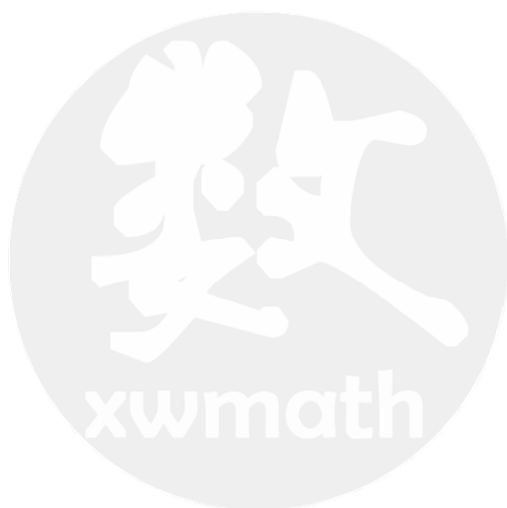
考研竞赛数学(xwmath)



参考答案参见微信公众号：考研竞赛数学(ID: xwmath)菜单“竞赛实验”下的“竞赛试题与通知”

相关知识点总结与解题思路分析、探索参见公众号《公共基础课》在线课堂，或公众号回复“在线课堂”

第三题：(14 分)某物体所在的空间区域为 $\Omega: x^2 + y^2 + 2z^2 \leq x + y + 2z$ ，密度函数为 $x^2 + y^2 + z^2$ ，求质量 $M = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$.



微信公众号:

考研竞赛数学(xwmath)



第四题：(14 分) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上具有连续导数， $f(0) = 0, f(1) = 1$. 证明：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\int_0^1 f(x) dx - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \right) = -\frac{1}{2}.$$

第五题：(14 分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上连续，且 $I = \int_0^1 f(x) dx \neq 0$. 证明：在 $(0, 1)$ 内存在不同的两点 x_1, x_2 ，使得 $\frac{1}{f(x_1)} + \frac{1}{f(x_2)} = \frac{2}{I}$.

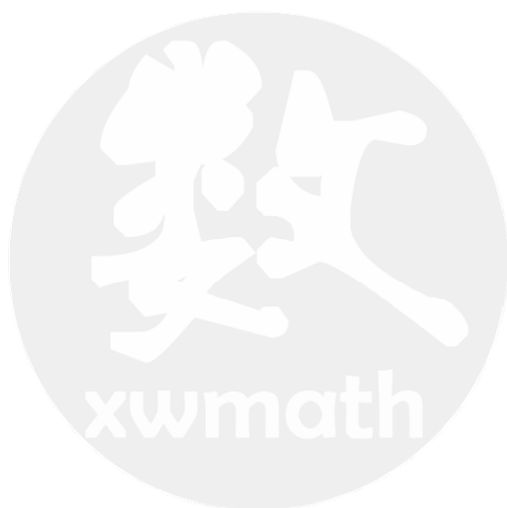
微信公众号：
考研竞赛数学(xwmath)



参考答案参见微信公众号：考研竞赛数学(ID: xwmath)菜单“竞赛实验”下的“竞赛试题与通知”

相关知识点总结与解题思路分析、探索参见公众号《公共基础课》在线课堂，或公众号回复“在线课堂”

第六题: (14 分) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上可导, 且 $f(x) = f(x+2) = f(x+\sqrt{3})$, 用傅里叶(Fourier)级数理论证明 $f(x)$ 为常数。



微信公众号:

考研竞赛数学(xwmath)