金融商品設計與評價

選擇權 III

壹、 (續)選擇權

五、選擇權價值間的關係

套利機會指的是在同一個時間點，在不同的場所同樣的標的物(物品)，卻有不同的價格，有價差的存在，便存在套利機會，比如便利商店跟電商。在選擇權方面可以透過選擇權之評價理論取尋找套利機會。

（一）選擇權評價理論

假設市場完美、存在無風險利率、標的物在選擇權期間不產生現金流、為歐式選擇權。

（二）Put-Call Parity：C-S = P-Ke^{-rT}

只要能評估出買權或賣權的其一價格，另一者便可推得。

（三）Put、Call 與 K 間的關係

	Call	Put
一階	C''(K)>-1	P''(K)<1
二階	-1<C''(K)<0	P''(K)<0
Graph	Convex	Convex

六、選擇權之評價方法

隨機變數為一個時點，而隨機過程為一個時段，對數常態分配為隨機變數，幾何布朗運動為隨機過程，後者的假設較前者強大。

（一） BS

1. Index Option：q $\neq$ 0（幾何布朗）
2. Currency Option：q = r^f(假設幾何布朗)
3. Futures Option：q = r(幾何布朗)
4. Greek Letters

七、Exotic Option

（一）二元

現金或零報酬買權 (Cash-or-nothing Call)

$$CNCall_T = \begin{cases} \underbrace{K}_{報酬} , & if\ S_T > \underbrace{X}_{判斷條件} \\ 0 , & o.w \end{cases}$$

$$CNCall_0 = e^{-rT} \hat{E}_0[K \times I_{\{S_T > K\}}]$$

$$= e^{-rT} K \times Prob(S_T > K)$$

$$= e^{-rT} \times K \times N(d_2)$$

現金或零報酬賣權 (Cash-or-nothing Put)

$$CNPut_T = \begin{cases} K , & if\ S_T < X \\ 0 , & o.w \end{cases}$$

$$CNPut_0 = e^{-rT} \hat{E}_0 [K \times I_{\{S_T < X\}}]$$

$$= e^{-rT} \times K \times N(-d_2)$$

資產或零報酬買權 (Asset-or-nothing Call)

$$ANCall = e^{-rT} \hat{E}_0[S_T \times I_{\{S_T > X\}}]$$

$$= S_0 \times e^{-qT} \times N(d_1)$$

資產或零報酬賣權 (Asset-or-nothing Put)

$$ANPut_0 = e^{-rT} \hat{E}_0 [S_0 \times I_{\{S_T < X\}}]$$

$$= S_0 \times e^{-qT} \times N(-d_1)$$

（二） 路徑相依

① 障礙 (Barrier Option)

- knock-in 進
- knock-out 失效

- up
- down

- Call
- Put

- 連續
- 離散

② 亞式 平均價格

- 用平均的標的資產價格 S_{ave} 取代到期日的標的資產價格 —(a.)
- 用一段時間內的 S_{ave} 作為執行價，取代原先履約價 X —(b.)

(a.) $c = \max(S_{ave} - X, 0)$ e.g. 台指 Option 以到期日收盤前 30 min 的平均價取代收盤價

→ 怕操控

(b) $c = \max(S_T - S_{ave}, 0)$

③ 回顧 (Lookback Option)

(a) 固定履約價格

$$C = \max(S_{max} - X, 0)$$

$$P = \max(X - S_{min}, 0)$$

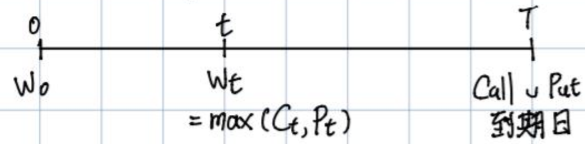
(b) 浮動

$$C = \max(S_T - S_{min}, 0)$$

$$P = \max(S_{max} - S_T, 0)$$

（三） Chooser

選擇者（Chooser Option）



$$
\begin{aligned}
W_t &= \max(C_t, P_t) \\
&= \max\left[c(X, T-t),\ c(X, T-t) - S_t e^{-q(T-t)} + X e^{-r(T-t)}\right] \\
&= c(X, T-t) + e^{-q(T-t)} \times \max\left[X e^{-(r-q)(T-t)} - S_t,\ 0\right] \\
&= c(X, T-t) + e^{-q(T-t)} \times p\left(X e^{-(r-q)(T-t)},\ 0\right)
\end{aligned}
$$

t点到期 Put.

$$
\begin{aligned}
W_0 &= c(X, T) + e^{-q(T-t)} \times p\left(X e^{-(r-q)(T-t)},\ t\right) \\
&= S_0 e^{-qT} N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2) + X e^{-rT} N(-d_2') - S_0 e^{-qT} N(-d_1')
\end{aligned}
$$

$$
d_1' = \frac{\ln \frac{S_0}{X} + (r-q)T + \frac{\sigma^2}{2} t}{\sigma \sqrt{t}}
$$

問題:

1. P"(K) 會 > -1 嗎 ? 跟 C 情況相同?
2. 實際跑出來的 implied volatility 為右偏曲線有甚麼含意?

```
%導入excel
[NUM,TXT,RAW] = xlsread('TXO_0325','D2:D92');
k = str2num(cell2mat(RAW));
j = 0
for i = 1:2:length(k);
    j = j+1;
    K(j) = k(i,1)*1000 + k(i,2);
end;

K = K';
%BS_Formula
S0 = 16305.88; %¥x«ü´Á0325¦¬½L
X = 16305.88; %»ù¥-
r = 0.01;
T = 1;
q = 0;
sigma = 0.2;
C = fcn_bs(S0,X,r,T,sigma);
SIG = blsimpv(S0,K,r,T,C);
%SIG = SIG(8:46);
%K = K(8:46);
plot(K,SIG);
xlabel('K');
ylabel('Sigma');
```