

111-1 金融計量

期末報告

最大概似估計法估計配對交易訊號 與分位數訊號之績效表現比較

指導老師: 羅秉政 教授

金碩一 111352036 林雅琪

一、簡介

配對交易(Pair Trading)是一種採用統計套利、追求絕對報酬之交易策略。此篇報告，首先採用最小平方法從原先之34檔股票，挑選出相對差異(Minimum Square Distance, MSD)較小之10對股票，引入異質平滑函數，透過最大似估計法估計GARCH 模型參數並生成進場及出場之訊號。主要分成三種交易策略：策略一即使用上述方法估計出之上下界值作為入場及出場訊號。另外，使用樣本分配分別求出(80,20)及(90,10)之分位數的VaR，作為策略二與策略三之進場及出場訊號，以求減少進出場之頻率取得有效之報酬。

二、模型及方法

(一)模型一：

$$y_t = \mu_t^{(1)} + F(Z_{t-d}; \gamma, c_1, c) \mu_t^{(2)} + \alpha_t$$

$$\alpha_t = \sqrt{h_t} \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, 1)$$

$$h_t = h_t^{(1)} + F(Z_{t-d}; \gamma, c_1, c) h_t^{(2)}$$

$$\mu_t^{(i)} = \phi_0^{(i)} + \phi_1^{(i)} y_{t-1}$$

$$h_t^{(i)} = \alpha_0^{(i)} + \alpha_1^{(i)} a_{t-1}^2 + \beta_1^{(i)} h_{t-1}, i = 1, 2$$

$$F(Z_{t-d}; \gamma, c_1, c) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{-\gamma(z_{t-d} - c_1)(z_{t-d} - c_2)}{s_z}\right)}, c_1 < c_2$$

y_t 為兩檔股票之報酬差； Z_t 為門檻變數，是過去 y_t 之觀察值，為一外生變數；

d 為落後期數； c_1 為出場之門檻、 c_2 為進場之門檻。

(二)模型二：

$$c_1 = \sqrt{n} * (\bar{y} + Z_{20} * s_y)$$

$$c_2 = \sqrt{n} * (\bar{y} + Z_{80} * s_y)$$

其中, n 為樣本天數; \bar{y} 為樣本平均; s_y 為樣本標準差;

Z_α 為常態分配下累積機率密度為 α 之臨界值。

(三)模型三：

$$c_1 = \sqrt{n} * (\bar{y} + Z_{10} * s_y)$$

$$c_2 = \sqrt{n} * (\bar{y} + Z_{90} * s_y)$$

其中, n 為樣本天數; \bar{y} 為樣本平均; s_y 為樣本標準差;

Z_α 為常態分配下累積機率密度為 α 之臨界值。

三、實驗

資料來源為Yahoo Finance, 選取34檔股票, 如附錄一, 採用 2006/1/1~2013/12/31 作為樣本, 於2014/1/1~2014/12/31進行交易。透過該樣本期間之歷史資料, 對其股價進行標準化, 兩兩配對求出所有配對之Minimum squared distance (MSD), 選取計算出之MSD較小之10組配對股票, 認定其股票有足夠關聯性。

策略一:採用模型一, 使用ST-GARCH模型及最大概似估計法估計出每個配對於模型中之最適參數, 其中參數 c_1 及 c_2 為其兩檔股票報酬差異之上下界訊號, 如表一以DIS-TRV配對為例。

策略二(三):採用模型二(三)使用樣本資料之平均及標準差求出80%(90%)信心水準之VaR, 將20%(10%)及80%(90%)分位數視為上下界訊號;透過模型一至三, 計算出相關交易策略之上下界, 如表二。

策略四(對照組):採用持有買進(Buy and hold)策略, 當第一筆交易發生後便不再交易, 持有到到期。而第一筆交易發生時點採用策略一之上下界訊號, 一旦高於上界或小於下界即實施第一筆交易, 持有此部位至到期(2014/12/31)。

表一：DIS-TRV配對之參數估計

參數名	$\phi_0^{(1)}$	$\phi_1^{(1)}$	$\phi_0^{(2)}$	$\phi_1^{(2)}$	$\alpha_0^{(1)}$	$\alpha_1^{(1)}$	$\beta_1^{(1)}$
數值	- 0.0295	0.0180	- 0.0416	- 0.1830	0.2418	0.1926	0.3429
參數名	$\alpha_0^{(2)}$	$\alpha_1^{(2)}$	$\beta_1^{(2)}$	γ	c_1	c_2	
數值	- 0.095	0.1626	0.0209	4.6559	- 0.3147	0.3314	

表二：三種策略在不同配對之上界及下界

配對	策略一 上界	策略一 下界	策略二 上界	策略二 下界	策略三 上界	策略三 下界
DIS,TRV	0.331412	-0.314655	1.542434	-1.501958	2.338113	-2.297637
IBM,MCD	0.441693	-0.336431	1.175117	-1.193971	1.794299	-1.813153
AAPL,IBM	0.411138	-0.298942	1.780813	-1.630546	2.672402	-2.522135
CVX,KO	0.548468	-0.46110	1.318030	-1.295942	2.001214	-1.979126
IBM,KO	0.286681	-0.325152	1.176860	-1.159058	1.787373	-1.769570
DIS,HD	0.256466	-0.343631	1.430886	-1.384494	2.166710	-2.120319
HD,TRV	0.310900	-0.385910	1.604358	-1.610273	2.444530	-2.450445
PEP,PG	0.435671	-0.227609	0.893398	-0.893649	1.360459	-1.360709
DIS,MMM	0.594568	-0.446839	1.255019	-1.185292	1.892816	-1.823089
GOOGL,TRV	0.397285	-0.161950	1.851141	-1.824766	2.811872	-2.785496

四、交易方法

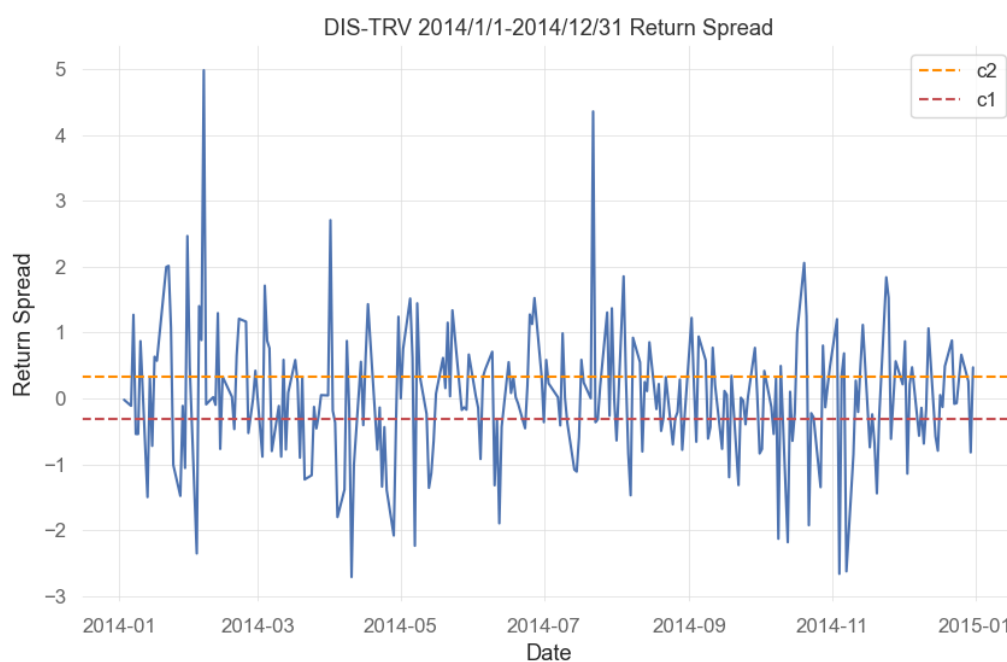
透過先前挑選方法，取得10組股票配對，買入配對中之一檔股票，同時放空配對的另一支股票，進行報酬收斂時之套利行為，當報酬價差較高時，表示A股票之報酬相對B股票較高；反之，則是B股票之報酬相對A股票較高。

區間一：兩檔股票之報酬價差($return_A - return_B$)高於上界，則放空A股票買B股票

區間二：兩檔股票之報酬價差($return_A - return_B$)在上下界之間，則不交易

區間三：兩檔股票之報酬價差($return_A - return_B$)小於上界，則買A股票放空B股票

以DIS-TRV之策略一上下界(c_1, c_2)= $(-0.315, 0.331)$ 為例，如圖一及表三。

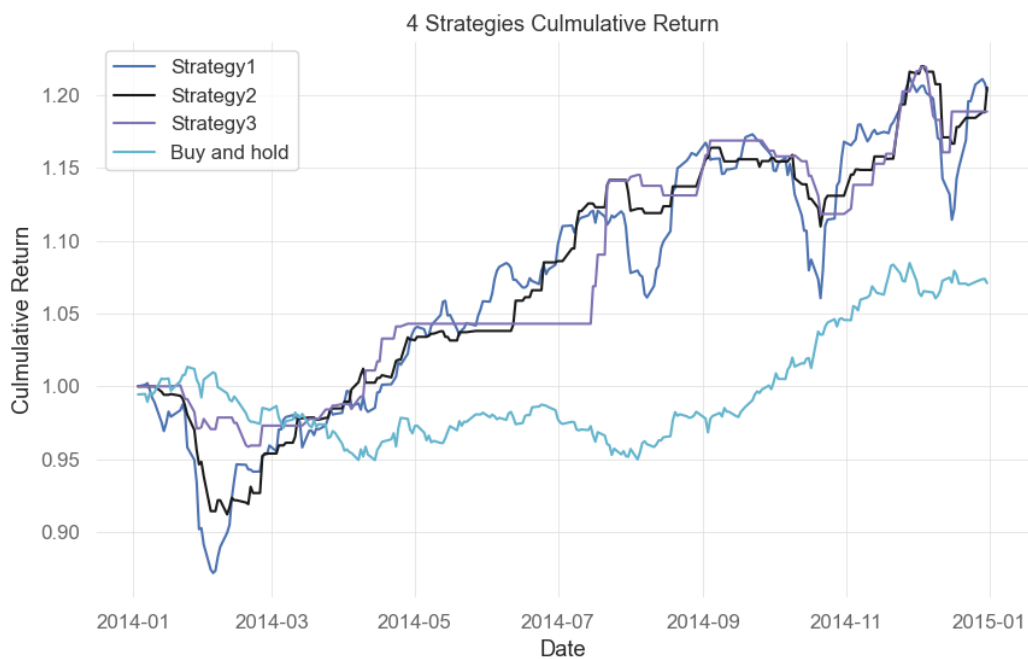


圖一：DIS-TRV 2014/1/1-2014/12/31之報酬價差圖

表三：DIS-TRV使用策略一之交易動作

日期	報酬價差	價差位置	交易動作
2014/1/3	-0.02	區間二	不交易
2014/1/6	-0.11	區間二	不交易
2014/1/7	1.27	區間一	放空A買B
2014/1/8	-0.53	區間三	買A放空B
2014/1/9	-0.53	區間三	不交易
2014/1/10	0.87	區間一	放空A買B

分別計算三種策略之最後累積報酬，並和Buy and hold策略計算持有部位至2014/12/31之報酬比較，如圖二及表四。



圖二：投資組合在四種策略下之累積報酬率

表四：個別配對及投資組合之累積報酬

配對／報酬(%)	策略一	策略二	策略三	Buy and hold
DIS,TRV	42.21	44.08	46.59	-3.64
IBM,MCD	-18.87	81.30	-24.24	11.10
AAPL,IBM	19.15	17.76	22.42	56.86
CVX,KO	-9.997	-5.595	-10.86	14.14
IBM,KO	-13.24	-14.88	-16.80	18.39
DIS,HD	53.58	39.47	51.60	5.20
HD,TRV	38.82	61.60	42.30	10.39
PEP,PG	29.00	33.01	26.19	-1.40
DIS,MMM	43.90	48.04	48.31	-4.01
GOOGL,TRV	13.29	1.03	2.35	-22.77
Portfolio	20.28	20.50	18.85	7.08

由圖二及表四可以觀察到，在前三種策略之下，不同配對間之最後累積報酬相差極大，這十組配對是由2006至2013之股票資料所計算之MSD挑選出，上下界訊號亦為使用2006至2013之股票資料估計或是計算，然而在2014年交易期間，由於硬體上之限制，估計每一輪之新參數時，需要約45分鐘以上，因此參數沒有滾動調整，而是使用過去資料所估計出的參數(c_1, c_2)，因此可能存在隨時間漸漸偏離兩檔股票之報酬差的問題，導致買賣時點不夠效率。

五、模型檢定

(一) 檢定一：策略一與策略二、三之比較

計算三種策略之Sharpe ratio並實施Wald test 檢定，檢定策略二及策略三之Sharpe ratio在95%信心水準下是否顯著大於策略一之Sharpe ratio: 1.5268。

$$H_0: \frac{\theta_1}{\sqrt{\theta_2 - \theta_1^2}} = 1.5268$$

表五：策略二及三之Sharpe ratio與Wald test實施結果

	策略二	策略三
Sharpe ratio	2.0466	1.9063
Wald test 檢定量	66.2243	44.2750
P-value	2.042e-16	1.458e-11

結果顯示，策略二及策略三之Sharpe ratio在95%信心水準下皆顯著大於策略一之Sharpe ratio，故使用策略二或投資策略三投資額外承受的每一單位風險所獲得的額外收益是優於策略一。

(二) 檢定二：Buy and Hold策略與策略一、二、三之比較

計算Sharpe ratio並實施Wald test 檢定，檢定三種策略之Sharpe ratio在95%信心水準下是否顯著大於Buy and hold策略之Sharpe ratio: 0.9604。

$$H_0: \frac{\theta_1}{\sqrt{\theta_2 - \theta_1^2}} = 0.9604$$

表六：三種策略之Sharpe ratio與Wald test實施結果

	策略一	策略二	策略三
Sharpe ratio	1.5268	2.0466	1.9063
Wald test 檢定量	75.4018	289.1560	275.0320
P-value	1.945e-18	3.8010e-65	4.558e-62

結果顯示，三種策略之Sharpe ratio在95%信心水準下皆顯著大於Buy and hold策略之Sharpe ratio，故使用這三種策略投資額外承受的每一單位風險所獲得的額外收益是優於Buy and hold策略。

六、結論

此篇報告，主要實作論文所提及之配對交易方法，並採用Wald Test 證明其結果之顯著性，雖無法完整滾動調整每日之最適參數，但從檢定結果可以發現，其策略一至三，於Sharpe ratio皆顯著優於買入持有策略，因此我們認為有繼續研究之價值。後續之研究方向：1. 從圖二中可以發現：策略一至三，在2014年之初期皆有較大虧損及週期性出現虧損之現象，因此能夠進一步用滾動的方式，計算該策略對於使用不同時間點之上下界之敏感度，作為後續改善方向。2. 在此研究中，所提及之Portfolio為每一天進行Equally Weighted，但實際上因每一時間點之倉位數量不同，將使資金無法達到最有效之運用，以上兩點將是我們持續研究之方向。

七、參考文獻

- Cathy W.S. Chen, Sangyeol Lee, Songsak Sriboonchitta, Zona Wang (2017). Pair Trading Based on Quantile Forecasting of Smooth Transition GARCH Models. *The North American Journal of Economics and Finance*, Volume 39, p.38-55.
- Eric Benhamou (2018).Connecting Sharpe ratio and Student t-statistic, and beyond. *Statistical Finance*
- John Alexander Wright, Sheung Chi Phillip Yam, Siu Pang Yung (2014). A test for the equality of multiple Sharpe ratios. *Journal of Risk*, 16(4):3-21

附錄一

MMM	AA	AAPL	AXP	T	BAC
BA	CAT	CVX	CSCO	KO	DD
HD	INTC	IBM	JNJ	JPM	LOW
MCD	MRK	MSFT	PEP	PFE	PG
TRV	UNH	VZ	WMT	DIS	XOM
GE	GOOGL	GS	HPQ		