

1 9.43 式

9.40 式を E とおく.

$$E = \sum_{n,k} \gamma(z_{nk}) (\log \pi_k + \log \mathcal{N}(x_n | \mu_k, \Sigma_k)).$$

ϵE に

$$\mathcal{N}(x | \mu_k, \Sigma_k) = \frac{1}{(2\pi\epsilon)^{D/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\epsilon} \|x - \mu_k\|^2\right)$$

を代入する.

$$\epsilon E = \sum_{n,k} \gamma(z_{nk}) \left(\epsilon \log \pi_k - \frac{D}{2} \epsilon \log(2\pi\epsilon) - \frac{1}{2} \|x_n - \mu_k\|^2 \right).$$

$\epsilon \rightarrow 0$ で

$$\gamma(z_{nk}) \rightarrow r_{nk}.$$

$$\epsilon \log \pi_k \rightarrow 0.$$

$$\epsilon \log(2\pi\epsilon) \rightarrow 0$$

より

$$\epsilon E \rightarrow -\frac{1}{2} \sum_{n,k} r_{nk} \|x_n - \mu_k\|^2 = J.$$

よって期待完全データ対数尤度の最大化は J の最大化と同等.