

中图分类号: U491  
UDC:

密级: 公开  
本校编号:

兰州交通大学

# 硕士学位论文

论文题目: 城市轨道交通加权网络鲁棒性研究

研究生姓名: 刘志祥

学号: 0214046

学校指导教师姓名: 牛惠民

职称: 教授

申请学位等级: 工学硕士学位 专业: 安全科学与工程

论文提交日期: 2017.04.05 论文答辩日期: 2017.06.16



# 硕士学位论文

## 城市轨道交通加权网络鲁棒性研究

### Research on Robustness of Urban Rail Transit Weighted Networks

作者姓名：\_\_\_\_\_刘志祥\_\_\_\_\_

学科、专业：\_\_\_\_\_安全科学与工程\_\_\_\_\_

研究方向：\_\_\_\_\_城市交通网络分析\_\_\_\_\_

学    号：\_\_\_\_\_0214046\_\_\_\_\_

指导教师：\_\_\_\_\_牛惠民\_\_\_\_\_

完成日期：\_\_\_\_\_2017.06\_\_\_\_\_

兰 州 交 通 大 学  
Lanzhou Jiaotong University

## 摘 要

城市轨道交通是解决交通拥挤、辅助出行者完成出行目的的重要基础设施,随着城市规模的日益扩大,城市轨道交通发展迅速,发挥的作用越来越突出。成网运行的地区,轨道交通输送出行者的人数已经超过普通地面交通,其他地区也呈现出这样的趋势。为了尽可能减小城市轨道交通中运营事故或者恶意破坏对出行者造成的影响,提高系统的稳定性和应变能力,有必要从理论高度进行城市轨道交通拓扑结构和鲁棒性分析。

以图论和复杂网络理论为基础,将城市轨道交通系统构建为加权网络,重点考虑了网络受到攻击时对流量的影响。研究了城市轨道交通网络中较为重要的四个问题,包括路段权重的度量、交通瓶颈的识别、级联失效问题和网络崩溃,建立了描述上述问题的数学模型和求解算法,给出了评价的量化指标。网络的拓扑结构研究主要是通过计算网络的基本测度,包括度及度分布、最短距离和平均最短距离、聚类系数、网络效率和介数。为了量化网络的鲁棒性能,建立了四个评价指标,包括连通度、最大连通子图的相对大小、网络效率和出行可达率,其中出行可达率更侧重于考虑网络的功能,是以流量为权重时刻画网络功能的重要指标。为了更加细致的研究网络的拓扑结构和鲁棒性,本文设计了六个攻击实验,其中随机攻击方案四个,选择攻击方案两个。首先以一个站点数目为 9 的小网络对所建立的模型和算法进行了验证,在证明算法正确的基础上又对一个站点数目为 288 的中大型现实网络进行了模拟和仿真,计算了不同实验方案下的拓扑参数和鲁棒性指标。

采用 Matlab 数学软件为计算工具,对拓扑参数和鲁棒性指标进行了编程计算,初始状态下的度分布图说明了城市轨道交通网络的度服从幂率分布,体现了网络的无标度特性,攻击实验也表明网络受到随机攻击的确具有健壮的鲁棒性;拓扑参数的计算表明网络具有小世界特性,不具备高的聚类性;网络效率的计算结果表明了该网络的连通性较低。随机攻击单一节点和单一路段对路网的影响非常小,路网提供替代线路的能力很强;设定失效值,随机连续攻击节点和路段,网络仍然表现出健壮的鲁棒性;选择攻击一个节点,包括节点度最大、节点权重最大、点介数最大、聚类系数最大的节点,网络效率和出行可达率均受到较小的影响,相对而言,攻击点介数最大的节点,网络效率下降较快;选择攻击一个路段,包括权重最大和边介数最大的路段,网络鲁棒性较为突出;将节点和边按不同测度降序排列,依次进行连续性攻击发现,选择攻击节点,系统表现出显著的脆弱性,而选择攻击边系统仍然具有较强的鲁棒性,其中选择攻击介数最大的点对网络的破坏力度最大。

通过对比分析可知，城市轨道交通网络在不同攻击策略下显现出不同的性质，选择攻击下网络比较脆弱，随机攻击下网络具有强健的鲁棒性。所研究的理论模型和算法旨在预测任何攻击可能导致的级联失效问题以及各个路段的流量的变化情况，以对应突发状况下通过减少响应时间和提前布防来提高系统的鲁棒性。

**关键词：**城市轨道交通；拓扑结构；鲁棒性；随机攻击；选择攻击；级联失效；交通瓶颈识别；出行可达率；

**论文类型：**应用研究

## Abstract

Urban rail transit is to resolve the traffic congestion and the important infrastructure of auxiliary traveler complete travel purpose, with the expanding of city scale, urban rail transit development is rapid, the role of more and more prominent. Into network operation area, the number of rail transit transport travelers have more than ordinary ground traffic, other areas also presents the trend. In order to minimize operational incidents in urban rail transit or malicious damage the effects on the traveler, to enhance the stability of system and strain capacity, it is necessary from theory height for urban rail transit topology and robustness analysis.

Based on complex network theory and graph theory, the urban rail transit system building as the weighted network, mainly considering the network is attacked the impact on the traffic. More important in urban rail transit network is studied four issues, including measurement of the link weights, the transportation bottleneck identification, the collapse of the cascading failures and network, established a description model and the algorithm for solving the above problems, gives a quantitative indicators of evaluation. The topology of the network research mainly through the network, the basic measure of including degree and degree distribution, average shortest distance and the shortest distance, clustering coefficient and network efficiency and betweenness. In order to quantify the robust performance of the network, set up four evaluation indexes, including connectivity, maximum relative size of connected subgraph, network efficiency and travel to rate, the rate of travel to pay more attention to consider the function of the network, is based on traffic weight when depicting an important index of network function. In order to more detailed studies network topology and robustness, this paper designed the six attack experiment, including random attack is four, select two attack scenarios. Start with a small number of sites for 9 network to the established model and algorithm are verified, and on the basis of the algorithm is proved to be correct for a number of sites for 288 large real networks are simulated and the simulation was calculated under different experimental scheme of topological parameters and robustness index.

Using mathematical software Matlab for computing tools, topological parameters and robustness index for the programming calculation, the degree distribution of the initial condition of urban rail transit network degrees obey the power law distribution, embodies the scale-free feature of network, against random attacks on experiments also show that the network has strong robustness; indeed Topological parameters calculation network with small world properties, does not have high clustering; The calculation results show that the efficiency of network connectivity of the network is low. Random attack a single node and single sections of road network is very small, the influence of network to provide alternative

routes of ability;Setting failure value, random continuous attack nodes and sections, networks are still show the strong robustness;Select a node attack, including the node degrees of maximum weight, node and point betweenness maximum, clustering coefficient, maximum node, network efficiency and travel to rate are affected by smaller, relatively, attacking the largest node betweenness, network efficiency decreases rapidly;Choose to attack a stretch, including weight and maximum edge betweenness of the largest sections, network robustness is serious;The nodes and edges in descending order different measure, in order to attack found continuity, attack node selection, system showed significant vulnerability, and choose to attack edge system has stronger robustness, still one of the biggest choice against betweenness point to the destroyed most of the network.

Through the contrast analysis shows that urban rail transit network show different properties under different attack strategy, choose under network is vulnerable, random network has strong robustness under attack.Research by the theoretical model and the algorithm is designed to predict any attack may cause cascading failures as well as the various sections of the change of flow, by reducing the response time in case of emergency situations and protection to improve the robustness of the system in advance.

**Key words: urban rail transit;Topology structure;Robustness;Random attack;Choose to attack;Cascading failure;The traffic bottleneck identification;Travel can reach rate;**

# 目 录

摘 要 .....	I
Abstract .....	III
1 绪论 .....	1
1.1 研究背景和意义 .....	1
1.2 国内外现状研究 .....	1
1.2.1 拓扑结构的研究现状 .....	1
1.2.2 鲁棒性的研究现状 .....	2
1.3 研究内容与方法 .....	2
1.4 研究思路 and 结构 .....	3
2 图论和复杂网络的基本理论 .....	5
2.1 图论的基本理论 .....	5
2.1.1 图的定义 .....	5
2.1.2 与图相关的概念和约定 .....	5
2.1.3 图的主要性质 .....	6
2.2 复杂网络的基本理论 .....	6
2.2.1 复杂网络的定义 .....	6
2.2.2 复杂网络的分类和性质 .....	7
2.3 本章小结 .....	10
3 城市轨道交通网络拓扑结构分析 .....	11
3.1 城市轨道交通的网络构建 .....	11
3.2 网络拓扑结构的基本测度 .....	12
3.2.1 节点度、平均度及度分布 .....	12
3.2.2 最短距离、网络直径及平均最短距离 .....	12
3.2.3 聚类系数 .....	13
3.2.4 节点效率和网络效率 .....	13
3.2.5 介数 .....	13
3.3 本章小结 .....	14
4 城市轨道交通网络鲁棒性分析 .....	15
4.1 城市轨道交通网络的加权网特性分析 .....	15
4.1.1 节点权重和路段权重 .....	15
4.1.2 交通瓶颈的识别 .....	15



4.1.3 级联失效问题 .....	17
4.1.4 网络崩溃 .....	17
4.2 城市轨道交通网络的鲁棒性指标 .....	18
4.2.1 连通度 .....	18
4.2.2 最大连通子图的相对大小 .....	18
4.2.3 网络效率 .....	19
4.2.4 出行可达率 .....	19
4.3 本章小结 .....	20
5 算例分析 .....	21
5.1 简单网络的拓扑结构和鲁棒性分析 .....	21
5.1.1 简单路网基础数据 .....	21
5.1.2 简单路网拓扑参数和鲁棒性指标计算 .....	24
5.1.3 攻击实验 .....	29
5.2 复杂网络的拓扑结构和鲁棒性分析 .....	34
5.2.1 轨道交通网络基础数据 .....	34
5.2.2 轨道交通网络拓扑参数与鲁棒性指标 .....	38
5.2.3 攻击实验 .....	45
5.3 本章小结 .....	53
6 结论与展望 .....	54
6.1 研究结论 .....	54
6.2 研究工作展望 .....	54
致谢 .....	56
参考文献 .....	57
附录 A 某市城市轨道交通线路表 .....	60
附录 B 复杂网络拓扑参数和鲁棒性指标计算程序 .....	63
beifen_shuju.m .....	63
tuopu.m .....	63
GJJD.m .....	67
GJLD.m .....	68
suiji_gongji_jiedian.m .....	68
suiji_gongji_luduan.m .....	68
lianxu_suiji_gongji_jiedian.m .....	69
lianxu_suiji_gongji_luduan.m .....	69

xuanze_gongji_jiedian.m .....	70
xuanze_gongji_luduan.m .....	70
lianxu_xuanze_gongji_jiedian.m .....	71
lianxu_xuanze_gongji_luduan.m .....	72
my_Plot.m .....	73
shuju_xiaosuanli.....	75
shuju_dasuanli .....	75
攻读学位期间的研究成果 .....	76

# 1 绪论

## 1.1 研究背景和意义

城市轨道交通建设需求随着城市人口规模和出行密度的增加越来越大。城市轨道交通成网运行是社会发展的必然趋势，地面交通受各方因素影响其功能已经发挥到极致，交通资源和出行需求之间的矛盾日益凸显，城市轨道交通在未来一定时间内发挥的巨大输送作用越来越受到各方关注，学术界有必要从理论高度对一切可能改善交通状况的方法进行研究。

历史上有许多事件表明，各种网络都有自身的功能特点，输电网络是为了完成电力输送，交通网络是为了完成乘客输送，因特网则是为了完成数据输送。2003 年的北美大停电事故<sup>[1]</sup>和 2004 年北京市交通严重受阻事故<sup>[2]</sup>均说明系统的功能与其拓扑结构息息相关，鲁棒性健壮的系统，其功能不易受到干扰。

图论和复杂网络为量化系统性能提供了新的研究视角，许多现实网络可以用复杂网络理论来解释，例如北美大停电事故就是由其拓扑结构不合理引起的。事实说明研究复杂网络系统具有相当的迫切性和必要性。网络拓扑结构特性可通过复杂网络的特征参数来表达，鲁棒性通常可以用模拟攻击实验计算鲁棒性指标来反映。通过研究复杂网络理论，分析城市轨道交通网络的鲁棒性，是城市轨道交通网络研究的基础理论问题之一。

研究城市轨道交通网络的鲁棒性意义重大，主要表现为：

（1）网络上流量的分布与其拓扑结构相关，鲁棒性与网络拓扑结构具有必然的关联，研究拓扑结构和鲁棒性可以预测网络受到攻击时流量的变化，为运营和管理决策提供理论支持；

（2）网络上任何节点和边受到攻击都会造成级联失效现象，研究拓扑结构和鲁棒性可以量化级联失效问题，为及时制定管控方案和调整运营策略提供依据；

（3）可以识别网络的交通瓶颈，为能力分配提供依据；

（4）可以研究城市轨道交通的布局形式，从理论上对未建轨道交通的城市提供建设经验。

## 1.2 国内外现状研究

### 1.2.1 拓扑结构的研究现状

复杂网络的发展始于欧拉提出的图论。国内外学者对复杂网络及其拓扑结构的研究做出的贡献主要有：Erdős 和 Rényi(1961)<sup>[3]</sup>提出了随机网络模型，Watts 和 Strogatz(1998)<sup>[4]</sup>

提出了著名的小世界网络(Small-World), Barabasi 和 Albert(1999)<sup>[5]</sup>提出的无标度(Scale-Free)网络。基于上述研究成果,复杂网络很快发展并蔓延至各个领域,Strogatz S H(2001)<sup>[6]</sup>从网络结构的复杂性和多样性方面对复杂网络进行了比较深入的探讨;Yook 等(2001)<sup>[7]</sup>对加权网络的动力学模型进行了仿真;Boccaletti 等(2006)<sup>[8]</sup>的长篇论述详细地分析了度、度分布、最短路径距离、平均最短路径距离、聚类系数、有效性和介数等最重要的拓扑结构测度。此外,国内许多学者也进行了大量的复杂网络研究<sup>[9-19]</sup>。

复杂网络在城市轨道交通系统方面的研究起步较晚,研究成果还比较少,尚未形成非常完善的理论。地面交通网络的研究相对较早<sup>[20-21]</sup>, Jiang B. A 等对地面交通系统进行了深入研究,后来有大量学者对各个城市地面交通网络进行了实证分析<sup>[22-23]</sup>。目前城市轨道交通网络拓扑结构和鲁棒性分析在国内的研究大多没有考虑流量对整个网络的影响,高鹏等(2013)<sup>[24]</sup>初步研究了变权重下的城市轨道交通复杂网络优化问题,使得分析结果更符合实际情况。

## 1.2.2 鲁棒性的研究现状

学术界对于鲁棒性比较统一的定义是:系统受到破坏时保持原有功能的能力。

对无标度网络和随机网络的鲁棒性最具代表的是 Albert(2000)<sup>[25]</sup>和 Kwon(2000)<sup>[26]</sup>,他们研究了不同攻击下系统的鲁棒性能;

对于网络结构变化和鲁棒性提高的研究主要有<sup>[27-29]</sup>;在实际应用方面,最具代表性的是 Derrible (2010)<sup>[30]</sup>等,他们研究了多个城市的城市轨道交通网络,分析了拓扑结构的小世界性质并将鲁棒性概念应用到城市轨道交通网络中,提出了增强城市轨道交通网络鲁棒性的建议;国内学者对拓扑结构和鲁棒性从理论到应用的研究也不断丰富<sup>[31-35]</sup>。

直至今日,复杂网络理论已经得到了极大丰富,在各个领域的发展和运用屡见不鲜,但是由于城市轨道交通系统成网运营的新兴出现,对城市轨道交通网络拓扑结构和鲁棒性的研究才刚刚起步,而且大都是国外学者的研究,在我国的实际应用很少。

## 1.3 研究内容与方法

城市轨道交通网络的健壮程度影响着城市居民的日常生活,对城市的快速发展意义重大。网络故障或者受到攻击后,如何避免损失或将损失化为最小,是十分必要的一项理论研究。本文所研究的城市轨道交通加权网络拓扑结构与鲁棒性正是为了解决上述问题。综合考虑城市轨道交通系统运营和建设特点,选取了几个最具代表性的参数和指标进行仿真实验,实验设计了不同类型的攻击方案,对不同规模的网络进行攻击,通过计算所给指标,分析网络对不同攻击策略的反应,重点研究城市轨道交通网络的鲁棒性,

同时研究其与网络拓扑结构之间的关系。为了保证计算效率和精度,采用 Matlab 数学软件完成设定实验的计算工作,具体来讲,主要做了以下几个方面的工作:

(1) 在考虑实际网络拓扑特性的基础上,研究了网络拓扑与流量之间的关系,对节点和边均附加流量权重,以便从功能上分析城市轨道交通网络的鲁棒性;

(2) 研究城市轨道交通网络上的级联失效问题,建立了不同攻击方式下的基于距离变化的级联失效模型,包括节点移除和边移除策略;

(3) 研究了基于流量的交通瓶颈识别模型,为运营管理提供理论支持;

(4) 建立了四个指标用于表征系统的鲁棒性,包括连通度、最大连通子图的相对大小、网络效率和出行可达率;

(5) 以某市 2016 年城市轨道交通系统的数据为基础,通过设计的 6 种攻击实验计算鲁棒性指标值,从而判断系统的鲁棒性。

## 1.4 研究思路 and 结构

第一章为绪论,阐明研究背景、意义、研究现状、内容和方法。

第二章为基础理论研究,主要介绍了图论和复杂网络的定义和基本性质,本文的研究主要依靠图论和复杂网络理论;

第三章是城市轨道交通网络拓扑结构分析,首先描述了城市轨道交通网络构建的基本方法;其次根据一般性的复杂网络特征量重建了城市轨道交通网络对应的统计参数,包括点的度及度分布、最短距离及最短平均距离、聚类系数和介数等;

第四章是本文研究的重点章节,充分考虑了城市轨道交通网络的加权特性,加权包括节点加权和边加权。本文从城市轨道交通网络的功能上考虑,以流量初始值及其分配结果为基础,研究了加权网络中最重要的四个问题,包括节点和边权重的度量、交通瓶颈的识别、级联失效问题和网络崩溃;最后在城市轨道交通网络特性研究的基础上构建了城市轨道交通网络的鲁棒性指标,旨在以定量的方法对鲁棒性做出界定,包括连通度、最大连通子图、网络效率和出行可达率。

第五章是算例分析,为了验模型和算法的正确性,首先设计了一个小规模网络,通过预设的实验方案进行模拟攻击,分别计算网络的拓扑参数和鲁棒性指标,分析小规模网络的性质。然后以某市轨道交通网络为研究对象,构建规模相对较大的复杂网络,对其拓扑结构和鲁棒性进行了计算机仿真实验。

第六章是结论与展望,对前述理论和模型进行了论证和总结,证明所述模型和算法的科学性和适用性,并对论文研究过程中的不足之处和后续应该完善的地方做了说明。

根据上述研究内容,本文的研究技术路线如图 1.1 所示。

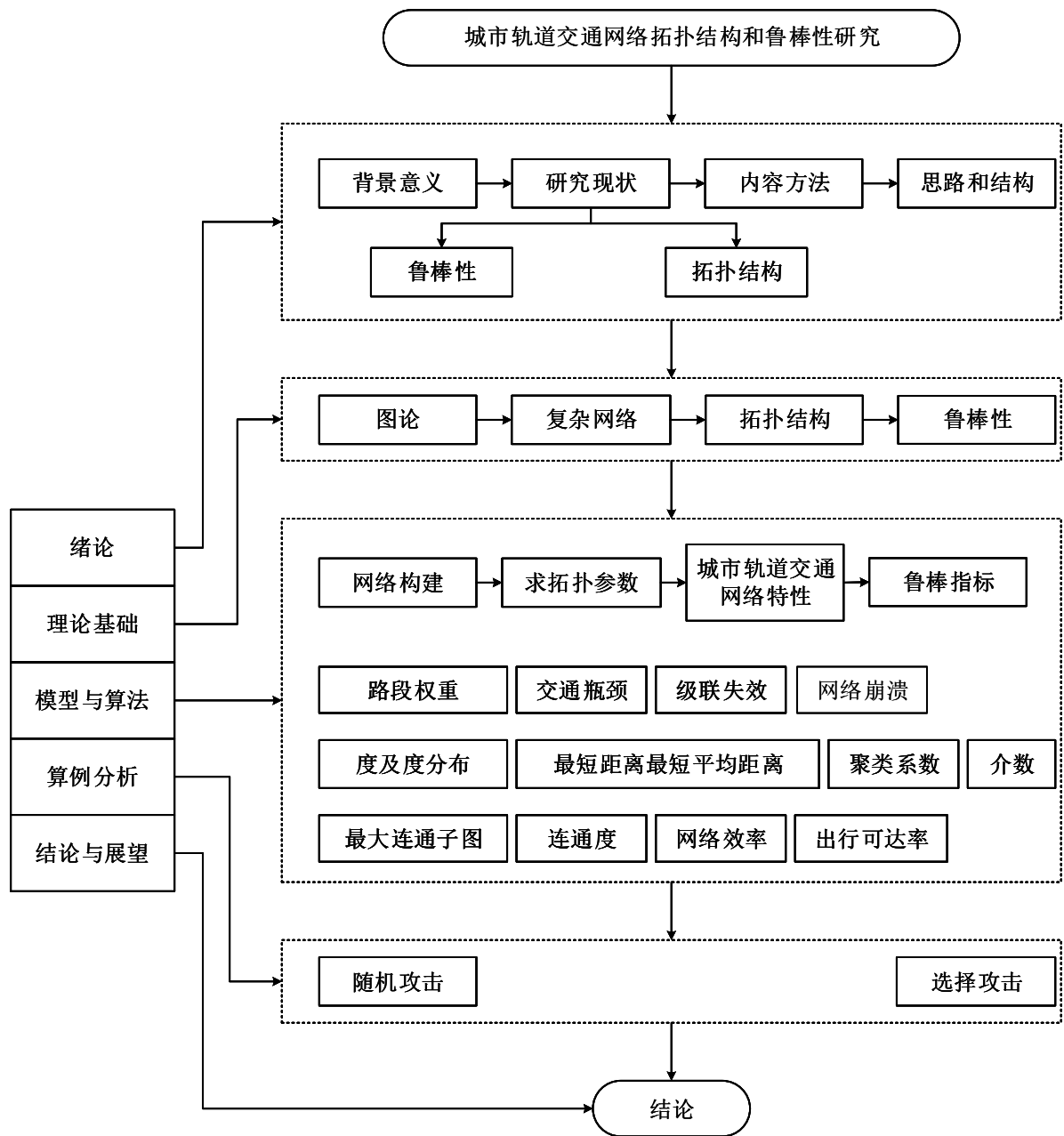


图 1.1 论图文技术路线图

## 2 图论和复杂网络的基本理论

### 2.1 图论的基本理论

图论起源于柯尼斯堡问题，欧拉将现实网络转化为数学上的图，转化示意图如图 2.1 和图 2.2 所示。随着计算机和数学软件的发展，图论的应用越来越广泛<sup>[36]</sup>。

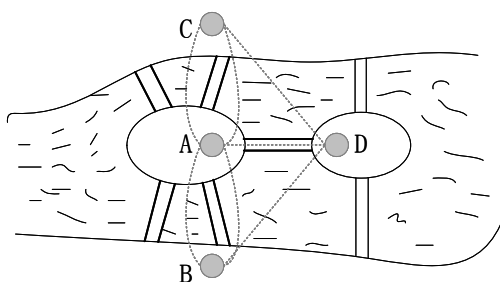


图 2.1 哥尼斯堡七桥问题实际图

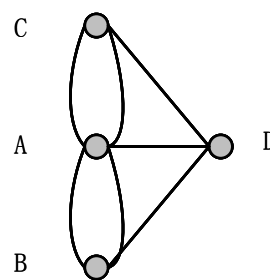


图 2.2 哥尼斯堡七桥问题简化图

#### 2.1.1 图的定义

二元组  $(V(G), E(G))$  称为图。其中  $V(G)$  是非空集合，称为节点集， $E(G)$  是  $V(G)$  诸节点之间边的集合。常用  $G = (V, E)$  表示图<sup>[37]</sup>。

#### 2.1.2 与图相关的概念和约定

图是研究现实系统的重要基础，图论的出现使得图的研究有规律可循，下面仅给出图论中最常用的几个概念：

- (1) 有限图：节点和边均有限；
- (2) 有向图：所有边均为有向边；
- (3) 无向图：所有边均为无向边；
- (4) 赋权图：所有边均赋予权值；
- (5) 无权图：非赋权图称为无权图；
- (6) 邻接点：与同一条边相关联的两个节点；
- (7) 邻接边：与同一节点关联的两条边；
- (8) 孤立点：不与任何节点相邻接的节点；
- (9) 零图：仅由若干个孤立节点组成的图；

(10) 子图：设  $G = (V, E)$  是一个图， $V_1$  是  $V$  的子集， $E_1$  是  $E$  的子集，且  $V_1$  中的边只与  $V_1$  中的顶点有关，则称  $G_1 = (V_1, E_1)$  是  $G$  的子图。

### 2.1.3 图的主要性质

在  $G=(V,E)$  中, 节点度是描述图的最简单又最重要的参数, 简称度。在有向图中, 度包括入度和出度, 入度是节点吸引边的条数, 出度是由节点出发边的条数, 示意图如图 2.3 所示。

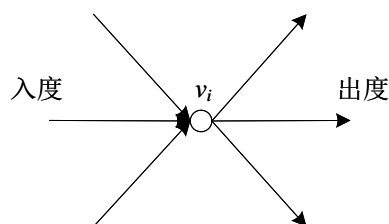


图 2.3 入度与出度示意图

下面仅给出图  $G$  中与本文研究相关性最大的几个主要性质, 且考虑到本文主要研究如何应用这些性质, 故不再赘述证明过程。

(1) 图  $G$  中度的数学计算式为:

$$\sum_{i \in V(G)} d(i) = 2|E|. \quad (2.1)$$

(2) 在有向图中, 所有节点出度之和等于所有节点入度之和, 这是由于每条边都包含着 1 个入度和 1 个出度, 其数学表达式为:

$$\sum_{i \in V(G)} d^+(i) = \sum_{i \in V(G)} d^-(i) = |E|. \quad (2.2)$$

(3) 若一个无向完全图含  $n$  个节点, 则边数为  $n(n-1)/2$ 。

除此之外, 图论中的图还有非常广泛的其他性质, 例如连通图和非连通图, 连通分支、点割集、割点、边割集、割边、强连通、弱连通等, 在后文中用到时将给出基本推导过程, 限于篇幅在此不再赘述。

## 2.2 复杂网络的基本理论

### 2.2.1 复杂网络的定义

我国著名科学家钱学森对复杂网络的定义是: 具有自组织、自相似、吸引子、小世界、无标度中部分或全部性质的网络称为复杂网络。其中, 小世界特性和无标度特性是现实网络的重要特征, 小世界表现为尽管网络非常复杂, 但网络中任何两个对象



之间只需要很少的边就可以到达，最经典的论述是六度分割理论，如图 2.4 所示。无标度特性体现了网络中节点度的分布不均匀现象，尤其在城市轨道交通网络中，一部分节点具有数量少但节点度大的特点，一部分节点具有数量多但节点度小的特点，系统的正常运行更依赖于数量较少但度较大的节点，我们称之为 Hub 节点。

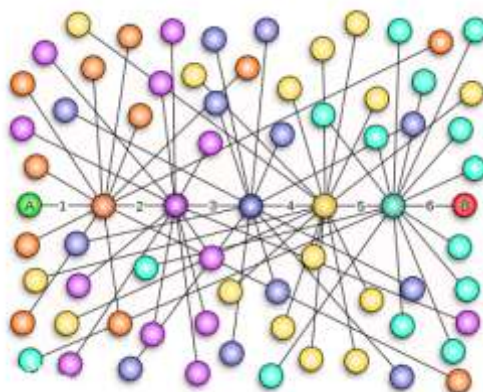
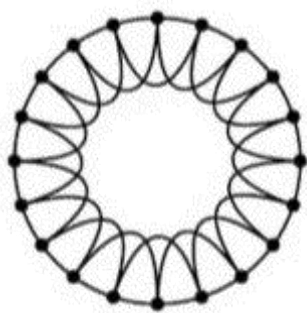


图 2.4 六度分割理论示意图

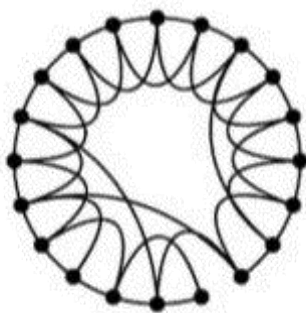
## 2.2.2 复杂网络的分类和性质

### (1) 规则网络

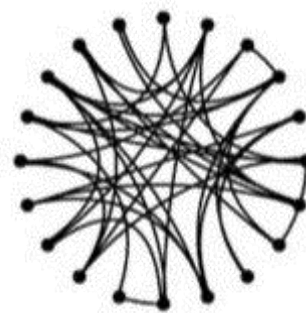
典型的规则网络如图 2.5 (a) 所示，每一个节点只和它周围的邻居节点相连。



(a) 规则网络



(b) 小世界网络



(c) 随机网络

图 2.5 网络拓扑示意图

### (2) 随机网络

随机网络如图 2.5 (c) 所示，被用来描述大规模网络。复杂网络的理论研究始于 20 世纪 60 年代 Erdős 和 Rényi 提出的 ER 随机图模型，在 ER 随机网络模型中，网络节点

数固定为  $N$ ，在这种网络中，最多有  $N(N-1)/2$  条可能连接的边，每条边出现的概率为  $p$ ，且相互独立。则不同  $p$  值下的随机网络模型如图 2.6 (a) 所示。

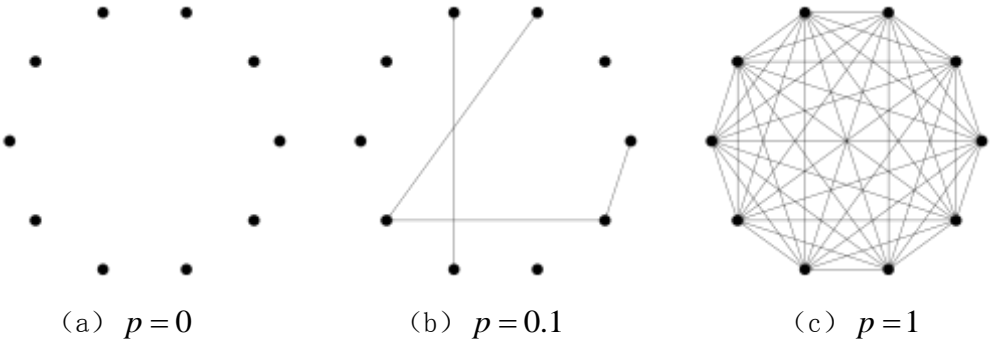


图 2.6 随机网络模型 ( $N=10$ )

当  $N$  足够大时，ER 随机网络的度分布可以用泊松分布来表示：

$$p(k) \approx C_N^k p^k (1-p)^{N-k} \tag{2.3}$$

其中对固定的  $k$ ，当  $N$  趋于无穷大时，上述近似等式是精确成立的，令  $\lambda=\langle k \rangle$ ，式 (2.3) 等价于下式：

$$p(k) = \lambda^k \frac{e^{-\lambda}}{k!} \tag{2.4}$$

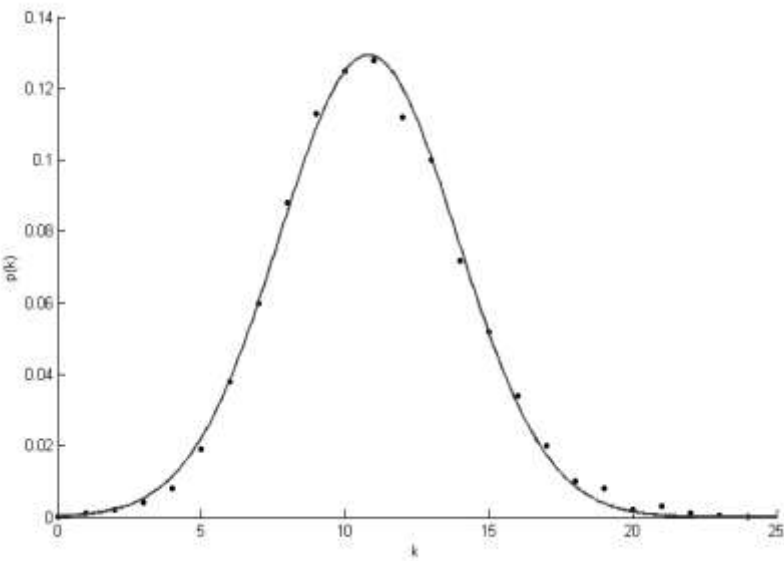


图 2.7 随机网络度分布实验图

图 2.7 为取  $N=10000$ ,  $p=0.001$  时生成的网络度分布图像, 其中 “•” 为实验数据, 曲线为拟合曲线, 该分布图验证了式 2.3, 即大规模随机网络的度分布确实是服从泊松分布的。然而, 研究表明, 相比于泊松分布现实网络的节点度分布更多的是服从幂律分布<sup>[38]</sup>。

### (3) 小世界网络

小世界网络如图 2.5 (c) 所示, 具有聚类特性和较小的平均路径长度, 而规则网络只表现出聚类性, 随机网络只表现出小的平均路径长度特性, 所以小世界网络被定义为同时具有聚类性和小的平均路径长度的网络。

### (4) 无标度网络

Barabasi 和 Albert 提出了著名的 BA 无标度网络<sup>[5]</sup>。BA 无标度网络体现了高度的自组织特性, 即增长性和偏好依附性, 其算法构造过程如下:

① 增长性: 从一个具有  $m_0$  个节点的初始网络开始, 每次引入一个新的节点并且连到  $m$  个已存在的节点上 ( $m < m_0$ )。

② 择优连接性: 记  $\Pi_i$  为新节点与节点  $i$  连接概率, 对节点  $i$  的度  $k_i$  与  $\Pi_i$  构造以下关系:

$$\Pi_i = \frac{k_i}{\sum_i k_i} \quad (2.5)$$

易见, 这种关系体现出择优连接性, 即 “富者愈富”。

经过  $t$  步之后, 便可得到一个无标度网络, 如图 2.8 所示。



图 2.8  $N=20, t=1$  的 BA 无标度网络

## 2.3 本章小结

本章主要介绍了图论和复杂网络的基本理论。图论部分梳理了与图相关的概念并对图的主要性质进行了说明；复杂网络部分对从规则网络到随机网络再到小世界网络以及无标度网络的性质进行了详细阐释。

### 3 城市轨道交通网络拓扑结构分析

#### 3.1 城市轨道交通的网络构建

城市轨道交通网络由停靠站点和线路两个基本要素组成，而一条线路包含有若干个站点。根据上述理论和相关研究，城市轨道交通网络可以用复杂网络描述为图  $G=(V,E,T)$ 。其中节点集合  $V$  由城市轨道交通系统的站点构成；边集合  $E$  由城市轨道交通系统中的路段构成，路段即站点与站点之间的轨道；这里第三个元组  $T$  表示边的权重集合，即每条边都对应一个初始权值，本文研究三种边权重下的加权网络，一是全 1 权或称为非加权网络，二是以走行时间为权重，三是以路段距离为权重，用  $t_{ij}$  表示边  $(i,j)$  的权重，则城市轨道交通系统可以抽象成一个由点、边、权组成的加权复杂网络，如图 3.1 所示。

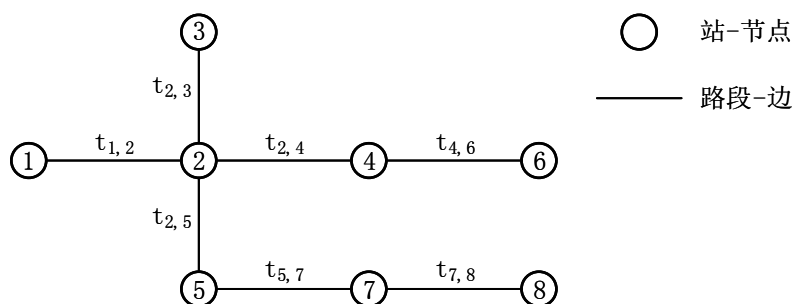


图 3.1 城市轨道交通网络构建示意图

上述网络规模由节点数量  $N$  确定，本文采用邻接矩阵来表达网络，即图  $G$  由一个  $N \times N$  的 0-1 矩阵构成。点与点之间的关系用邻接矩阵  $\{e_{ij}\}$  表示，其数学表达式为：

$$e_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{点 } i \text{ 与点 } j \text{ 直接相连} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3.1)$$

则图 3.1 所示的城市轨道交通网络结构可以由矩阵  $E$  表示：

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

在城市轨道交通网络中, 不同时间段的流量需求不同, 同一时段同一路段内不同方向的流量差别很大, 为了体现流量在不同方向上的分配情况和拥挤状况, 识别交通瓶颈, 有必要分上下行两种情况进行研究。

### 3.2 网络拓扑结构的基本测度

拓扑结构是研究复杂网络的重要分支, 也是研究鲁棒性的基础, 拓扑图的构建是将现实网络简化和示意的过程, 是对现实网络结构的描述。拓扑图是描述复杂网络统一的数学工具, 图论中图的概念和性质在复杂网络中同样适用。在城市轨道交通网络中, 网络的基本测度及其数学计算如下:

#### 3.2.1 节点度、平均度及度分布

节点度的大小在一定程度上体现了节点在网络中作用的大小, 在城市轨道交通网络中, 节点度越高, 说明这个节点连接的线路也越多, 可作为换乘节点。在有向网络中, 由于每条边包含 1 个入度和 1 个出度, 节点度为节点连接的边数目的 2 倍, 也是邻接点数的 2 倍; 所有节点的度的平均值称为网络的平均度, 记为  $\langle k \rangle$ , 根据上节构建的矩阵  $E$ , 节点度和平均度的计算式如下:

$$k_i = 2 \sum_{j=1}^N E(i, j), i, j \in V \quad (3.2)$$

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i, i \in V \quad (3.3)$$

其中,  $N$  表示节点数目,  $V$  表示节点集合,  $E$  为邻接矩阵。

网络中节点的度分布用分布函数  $p(k)$  表示, 其含义是度为  $k$  的节点个数占总节点数的比例。度分布可以判断网络是否具有无标度性质。

#### 3.2.2 最短距离、网络直径及平均最短距离

节点之间的最短距离  $d_{ij}$  可由 Dijkstra 算法或 Floyd 算法求出, 求解过程参见附录 B。网络直径为任意两点间的最大距离, 记为  $D$ 。网络的平均最短距离是所有节点对之间距离的平均值, 记为  $L$ , 可以判断节点间的分离程度。  $D$  和  $L$  的数学计算式如下:

$$D = \max\{d_{ij}\}, i, j \in V \quad (3.4)$$

$$L = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i, j \in V (i \neq j)} d_{ij} \quad (3.5)$$

其中,  $N$  表示节点数目,  $V$  表示节点集合,  $d_{ij}$  表示节点  $i$  到节点  $j$  的最短距离。

若网络为非加权网络, 定义两节点间的距离为连接两者的最短路径的边的数目, 相当于给所有边赋权为 1, 则加权网络最短距离、网络直径和平均最短距离的计算方法同样适用于非加权网络。

### 3.2.3 聚类系数

聚类系数包括节点聚类系数  $C_i$  和网络聚类系数  $\bar{C}$ , 网络聚类系数是节点聚类系数的平均值, 可以判断网络的聚集状况, 它们的计算式如下:

$$C_i = \frac{TE_i}{k_i(k_i - 1)}, i \in V \quad (3.6)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{N} \sum_i C_i, i \in V \quad (3.7)$$

其中,  $k_i$  为与节点  $i$  相邻的节点数目,  $TE_i$  为邻接节点间的实际边数目,  $N$  为网络节点总数。显然, 只有在全局耦合网络中, 聚类系数才能等于 1, 一般均小于 1。

### 3.2.4 节点效率和网络效率

网络中节点  $i$  和  $j$  之间的效率  $\varepsilon_{ij}$  可以用  $i$  和  $j$  之间的最短距离  $d_{ij}$  的倒数表示:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}, i, j \in V \quad (3.8)$$

由于  $i \neq j$ , 所以  $d_{ij} \geq 1$ , 显然  $0 \leq \varepsilon_{ij} \leq 1$ , 当  $d_{ij} = +\infty$  时,  $\varepsilon_{ij} = 0$ , 表示节点  $i$  和节点  $j$  之间不连通; 当  $\varepsilon_{ij} = 1$  时表示  $i, j$  以  $d_{ij} = 1$  的距离连通, 即  $i, j$  是相邻的。定义网络的效率为所有节点对之间效率的平均值, 网络效率用以衡量网络通行能力的指标根据式 (2.7) 可得网络效率计公式如下:

$$E = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i, j \in V (i \neq j)} \frac{1}{d_{ij}} \quad (3.9)$$

### 3.2.5 介数

介数分为边介数和节点介数。介数反映了相应的节点或者边在整个网络中的作用和影响力, 具有很强的现实意义。节点的介数为网络中所有的最短路径中经过该节点的数量比例, 网络的边介数是指网络中任意两点之间的最短路径通过该边的路径比例。点  $i$  的介数记为  $B_i$ , 边  $e_{ij}$  的介数记为  $\pi_{ij}$ , 它们的数学计算式如下:

$$B_i = \sum_{i,j,k \in V(j \neq k)} \frac{n_{jk}(i)}{n_{jk}} \quad (3.10)$$

$$\pi_{ij} = \sum_{i,j \in V(i \neq j)} \frac{n_{ij}(e_{ij})}{n_{ij}} \quad (3.11)$$

其中,  $n_{jk}$  是连接点  $j$  和  $k$  的最短路径的数量,  $n_{jk}(i)$  是连接点  $j$  和  $k$  且经过点  $i$  的最短路的数量;  $n_{ij}(e_{ij})$  是连接点  $i$  和  $j$  的经过边  $e_{ij}$  的最短路数量。

### 3.3 本章小结

本章主要介绍了城市轨道交通网络的构建方法和网络的拓扑性质, 将城市轨道交通系统构建为数学意义上的复杂网络, 则复杂网络的基本测度在城市轨道交通网络中同样适用。因此, 研究城市轨道交通网络的拓扑结构及其性质仍然要从网络的基本测度上着手, 通过计算点的度及度分布、最短距离及最短平均距离、聚类系数、介数和网络效率来分析网络的拓扑性质。



## 4 城市轨道交通网络鲁棒性分析

### 4.1 城市轨道交通网络的加权网特性分析

#### 4.1.1 节点权重和路段权重

##### (1) 节点权重

节点权重可根据 OD 表计算，每个节点流量包括出发流量和到达流量，定义节点权重为节点流量除以总流量，则节点流量可由下式计算：

$$W_i = \frac{(\sum Q_{i,:} + \sum Q_{:,i})}{2 \times \sum_i \sum_j Q_{i,j}} \quad (4.1)$$

其中， $\sum Q_{i,:}$  表示由节点  $i$  出发的流量， $\sum Q_{:,i}$  表示到达节点  $i$  的流量，显然每一份流量都被计算了两次，故分母中总流量要用 OD 流量乘以 2。

##### (2) 路段权重

网络配流是一个非常重要的交通理论研究分支，国内外许多学者对交通分配进行了大量研究<sup>[39-49]</sup>。为了便于计算，考虑到出行目的，本文假定高峰时段内，所有流量均在最短路径上分配，即采用全由全无法进行流量分配，各路段的流量分配计算过程为：

Step1: 确定所有 OD 对之间的最短路径；

Step2: 将 OD 需求分别分布在最短路径上；

Step3: 如果路段被包含在某最短路径上，增加该路径的流量至路段；

全有全无配流计算程序见附录 B 的 tuopu.m 第 3 节。

通过配流算法得出各路段的总流量  $x_{i,j}$ ，则路段权重  $W_{i,j}$  可由下式计算：

$$W_{i,j} = x_{i,j} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{i,j} \quad (4.2)$$

其中， $Q_{i,j}$  是从节点  $i$  到节点  $j$  的出行需求。

#### 4.1.2 交通瓶颈的识别

在城市轨道交通网络中，交通瓶颈是指交通供给能力小于现有交通需求的那些路段或区域。交通瓶颈的计算过程如下：

##### (1) 基础数据准备。

包括各条线路的最小发车间隔  $f_k^{\min}$ （单位：min）、各线路包含的站点表  $L_k$ 、各线

路车辆编组数量  $V_k$ 、车辆定员  $P_v$ 、各线路的能力系数  $\delta_k$ 、高峰时段 OD 需求表  $Q$ 。

(2) 求线路  $k$  上路段  $(i, j)$  的通行能力  $C_{i,j}^k$ ，即单位小时可通过的人数，显然对同一条线路来说，各路段通行能力相同，其计算式如下：

$$C_{i,j}^k = 60 / f_k^{\min} \cdot V_k P_v \delta_k \quad (4.3)$$

(3) 求路段的总通行能力  $C_{i,j}$ 。首先确定各路段包含的线路，用  $\phi_{i,j}^k$  表示路段  $(i, j)$  是否在线路  $k$  上， $\phi_{i,j}^k=1$  表示在， $\phi_{i,j}^k=0$  表示不在，则路段  $(i, j)$  的总通行能力可由下式计算：

$$C_{i,j} = \sum_{k=1}^n \phi_{i,j}^k C_{i,j}^k \quad (4.4)$$

其中， $n$  是路网中总的线路数。

(4) 求各线路上流量分配结果，并求出线路上各路段通行能力的利用率  $\eta_{i,j}^k$ 。

分别计算各个线路上的路段流量  $x_{i,j}^k$ ，则线路上的路段通行能力利用率  $\eta_{i,j}^k$  可由下式计算：

$$\eta_{i,j}^k = x_{i,j}^k / C_{i,j}^k \quad (4.5)$$

(5) 判断是否是线路上的瓶颈路段，如果利用率大于 1，是瓶颈路段；否则不是。则路线上的瓶颈路段  $S_k$  可由下式表达：

$$S_k = \{(i, j) | \eta_{i,j}^k > 1\} \quad (4.6)$$

(6) 求各路段上的总流量，并求出路段总通行能力的利用率。

遍历所有线路，求得各线路上的流量分配结果  $\{x_{i,j}^k\}$ ， $k=1, 2, \dots, n$ ，对路段流量求和即可得出路段总流量  $x_{i,j}$ ，则总通行能力的利用率  $\eta_{i,j}$  计算如下：

$$x_{i,j} = \sum_{k=1}^n x_{i,j}^k \quad (4.7)$$

$$\eta_{i,j} = x_{i,j} / C_{i,j} \quad (4.8)$$

(7) 判断是否是路网中的瓶颈路段，如果总利用率大于 1，是瓶颈路段，否则不是。则路网中的瓶颈路段  $\bar{S}$  标记如下：

$$\bar{S} = \{(i, j) | \eta_{i,j} > 1\} \quad (4.9)$$

(8) 瓶颈路段的最终识别。线路上的瓶颈路段或路网上的瓶颈路段为最终标记的瓶颈路段，即最终的瓶颈路段为线路瓶颈路段和路网瓶颈路段的并集，表达式为：

$$S = \{S_k\} \cup \bar{S}, k = 1, 2, \dots, n \quad (4.10)$$

交通瓶颈包含着非常复杂的交通信息，识别交通瓶颈对交通工程管理人员具有非常重要的现实指导意义<sup>[50]</sup>。在本文中，交通瓶颈的识别不仅可以为改善运营方案提供依据，同时可以研究选择攻击瓶颈路段时系统的鲁棒性。

根据上述瓶颈路段的识别方法，同理可以构造瓶颈节点的识别方法，即根据站点位置和规模，确定单位小时可加载的最大乘客数量作为站点能力，根据 OD 表计算出发和到达人数，当出发和到达人数超过站点能力时，站点为瓶颈站点。

#### 4.1.3 级联失效问题

一种显而易见的现象是：网络中一个节点受到攻击会导致其邻接边发生中断，其邻接节点之间的最短路径和距离均发生变化，从而间接的影响到整个网络中节点之间的最短路和最短距离发生变化。从功能上分析，一个节点的故障可能导致网络中其他节点的故障。同理，攻击边也有相似的现象。这种现象称为级联失效。

为了量化级联失效，定义  $d_{ij}^*$  为移除路段  $a$  时网络上  $i, j$  两点间的最短距离，易见，移除路段只可能导致最短距离增加，不可能导致最短距离减少。当节点  $i$  到节点  $j$  的最短距离的增加值超过原最短距离的一定比例  $\Delta$  时，认为节点  $i$  到  $j$  的路径因路段  $a$  级联失效，则路段级联失效的条件可由下式表达：

$$CFP = \left\{ (i, j) \left| \frac{d_{ij}^* - d_{ij}}{d_{ij}} \geq \Delta \right. \right\} \quad (4.11)$$

上述表达式定义了移除一个路段时最短距离发生变化引起的级联失效模型，同理可以定义移除节点时的级联失效模型和混合移除下的级联失效模型。

#### 4.1.4 网络崩溃

当移除关键节点和路段或者同时移除多条路段和多个节点，会导致网络功能极大衰减，一般认为，当网络效率趋于零，或最大连通子图的相对大小为零，或连通度为零时，网络崩溃。本文将给出从功能上描述网络鲁棒性的指标——出行可达率，其定义和计算方法见下节。可以推断，网络崩溃也可以表现为出行可达率趋于零。网络崩溃是网络接受攻击的终止态。

## 4.2 城市轨道交通网络的鲁棒性指标

根据城市轨道交通网络的性质，建立四个指标用于表征系统的鲁棒性，分别是连通度、最大连通子图的相对大小、网络效率和出行可达率，其中出行可达率是描述加权网络的特有指标，不适用于非加权网络，此处所指的加权是指网络中各节点和路段上流量的值或其相对比例，下面是对鲁棒性评价指标的数学计算说明。

### 4.2.1 连通度

通俗的讲，连通度就是网络的连通程度，用来表示网络的密集程度，一般而言，网络越密集连通度就越高，网络故障对系统功能的干扰便会越小。定义连通度是图中实际边的数目与理论最大边数目的比值，其数学表达式为：

$$\sigma = \frac{TE}{N(N-1)} \quad (4.12)$$

其中， $TE$  为实际边数目，即路段数目； $N$  为网络节点数目。

理论上来说， $\sigma=1$  表明网络为全局耦合网络，即所有点之间都是直接相连的，提供可替代路径的能力最高，鲁棒性最好。 $\sigma=0$  表明网络中所有节点均孤立，提供可替代路径的能力为 0，鲁棒性最差。但是在城市轨道交通网络中，显然全局耦合网络并不是最好的网络，从地理形态和经济因素上都是不可接受的，而且连通度的数值一般均较小。

### 4.2.2 最大连通子图的相对大小

网络的最大连通子图指的是网络中一次性连通节点数目最多的子图。最大连通子图的相对大小是指：最大连通子图中的节点数与网络中所有节点数目的比值。未受到攻击时，最大连通子图节点包含网络的所有节点，其相对大小必然为 1。受到攻击时网络的拓扑结构因级联失效现象被割成若干个子图，则网络的最大连通子图的相对大小势必减小。对于城市轨道交通网络，其最大连通子图的相对大小的数学表达式如下：

$$S = \frac{N'}{N} \quad (4.13)$$

其中， $N'$  表示网络变化后的最大连通子图中的节点数目， $N$  表示初始图中的节点数目。

$S \rightarrow 1$  表明受到攻击后网络几乎没有受到影响，所有点之间都是可达的，提供可替代路径的能力最高，即网络鲁棒性最好； $S \rightarrow 0$  表明受到攻击后网络崩溃，即所有点

之间都不可达，提供可替代路径的能力为零，网络的鲁棒性差。因此，受到攻击后最大连通子图的相对大小  $S$  的值越靠近 1，城市轨道交通网络的鲁棒性越高。

#### 4.2.3 网络效率

网络效率的计算如下：

$$E = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j \in V (i \neq j)} \varepsilon_{ij} \quad (4.14)$$

其中， $N$  为网络节点数目； $V$  是节点集合； $\varepsilon_{ij}$  为网络中节点  $i$  和  $j$  之间的效率，计算式为式 (3.8)。

$E=1$  表明城市轨道交通网络是全局耦合网络，此时网络的连通性最突出，受到攻击时提供可替代路径的能力最高；当  $E=0$  时，网络为零图，即所有节点都是孤立点，此时网络的连通性达到最低，提供可替代路径的能力为零，网络的鲁棒性最差。因此，网络效率  $E$  的值越靠近 1，城市轨道交通网络的鲁棒性越高。但是不得不指出的是，大部分现实网络都具有较低的网络效率，这是由其功能需求和自然经济因素决定的，交通网络更是如此。

#### 4.2.4 出行可达率

通常的，当复杂网络发生内部故障或者受到外界攻击时，会导致短期内出行行为受到限制，从而影响系统功能的发挥。在以往的分析中，很少有研究将受影响的出行人数作为衡量鲁棒性评价的一个指标，然而我们不得否认，城市轨道交通系统最大的作用就是输送乘客。

为了量化网络受到攻击时出行者受到影响的程度，定义出行可达率：网络受到攻击后可达人数占出行总数的百分比称为出行可达率  $\rho$ ，其数学表达式如下：

$$\rho = \frac{Q - Q'}{Q} \quad (4.15)$$

其中： $Q$  为出行总需求， $Q'$  为不可达人数。

当网络受到攻击时，出行者可通过其他路线完成出行行为，但是网络受到攻击也可能导致没有替代线路或者替代线路的出行成本超过出行者的心理预期，此时出行者不能完成出行行为，即出行受到影响。

定义  $A_0$  为初始状态时的可达矩阵，对于城市轨道交通网络，初始状态下所有节点之间都可到达，即  $A_0$  是一个全 1 矩阵，当网络受到攻击时，重新计算可达矩阵，记为  $A_1$ ，

记  $A = A_0 - A_1$  为不可达矩阵，则  $A$  中值为 1 节点之间不可达，其位置所对应的 OD 需求加入不可达人数  $Q'$ ，具体的计算如下：

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & \boxed{1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & \boxed{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad A = A_0 - A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \boxed{1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q' = \sum A \cdot OD = \sum_i \sum_j \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \boxed{OD(i, j)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

对于城市轨道交通加权网络，显然出行可达率  $\rho$  是一个更能表达网络与出行关系的指标，网络受到攻击时  $\rho$  越靠近 1 系统的鲁棒性越好，反之越差，它表示网络受到攻击时重新分配路径的能力，出行可达率是城市轨道交通加权网络鲁棒性评价的一个重要指标。

### 4.3 本章小结

本章主要介绍了城市轨道交通网络鲁棒性分析的过程和相关指标的计算方法，分析了加权网络的特性，包括路段权重的度量、交通瓶颈的识别和级联失效以及网络崩溃问题，最后建立了 4 个鲁棒性评价指标，分别是连通度、最大连通子图的相对大小、网络效率、出行可达率。其中，出行可达率是一个描述加权网络鲁棒性的重要指标，该指标与其他指标的主要区别是从功能上对网络的鲁棒性进行评价，而其他指标同时适用于加权和非加权网络，侧重于从结构上对系统的鲁棒性进行描述。

## 5 算例分析

为了验证上述算法的有效性和指标的科学性，分别以简单网络和大规模网络为算例进行验证。

### 5.1 简单网络的拓扑结构和鲁棒性分析

#### 5.1.1 简单路网基础数据

某简单路网如图 5.1 所示，基础数据收集整理如下。

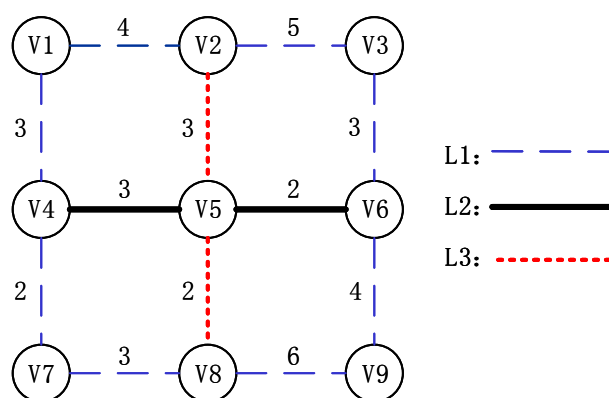


图 5.1 某简单路网示意图

#### (1) 线路数据

路网包括 3 条线路： $L = \{L_1; L_2; L_3\}$ ，其中，

$$L_1 = [1 \ 2 \ 3 \ 6 \ 9 \ 8 \ 7 \ 4 \ 1],$$

$$L_2 = [4 \ 5 \ 6],$$

$$L_3 = [2 \ 5 \ 8].$$

#### (2) 站点数据

路网共包含 9 个站点。对各个站点编号排序如下：

表 5.1 某简单路网站点数据表

站编号	站名	站编号	站名	站编号	站名
1	V1	4	V4	7	V7
2	V2	5	V5	8	V8
3	V3	6	V6	9	V9

## (3) 站间距

$$Node\_spa = \begin{bmatrix} 0 & 12 & \infty & 9 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 12 & 0 & 16 & \infty & 8 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 16 & 0 & \infty & \infty & 10 & \infty & \infty & \infty \\ 8 & \infty & \infty & 0 & 13 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ \infty & 8 & \infty & 13 & 0 & 7 & \infty & 6 & \infty \\ \infty & \infty & 10 & \infty & 7 & 0 & \infty & \infty & 12 \\ \infty & \infty & \infty & 6 & \infty & \infty & 0 & 10 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 6 & \infty & 10 & 0 & 17 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 12 & \infty & 17 & 0 \end{bmatrix}$$

本文中，“ $\infty$ ”表示无穷大，本文计算过程基于 Matlab 编程，程序中用“Inf”表示无穷大，后文不再说明。

## (4) 走行时间

$$Run\_time = \begin{bmatrix} 0 & 4 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 4 & 0 & 5 & \infty & 5 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 5 & 0 & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty \\ 3 & \infty & \infty & 0 & 3 & \infty & 2 & \infty & \infty \\ \infty & 3 & \infty & 4 & 0 & 2 & \infty & 2 & \infty \\ \infty & \infty & 3 & \infty & 2 & 0 & \infty & \infty & 4 \\ \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 0 & 3 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & 3 & 0 & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

## (5) OD 需求

$$OD = \begin{bmatrix} 0 & 2.686 & 2.620 & 1.279 & 3.229 & 0.829 & 2.658 & 3.114 & 1.903 \\ 2.706 & 0 & 1.595 & 1.986 & 2.321 & 3.528 & 1.404 & 2.812 & 2.526 \\ 2.322 & 0.627 & 0 & 2.582 & 3.719 & 2.862 & 3.412 & 2.515 & 2.908 \\ 3.605 & 2.700 & 1.851 & 0 & 1.824 & 1.894 & 3.338 & 2.067 & 2.285 \\ 2.298 & 2.130 & 2.545 & 2.741 & 0 & 1.152 & 3.129 & 2.249 & 2.684 \\ 3.167 & 2.502 & 1.792 & 2.311 & 1.504 & 0 & 2.203 & 1.208 & 1.759 \\ 2.749 & 1.694 & 2.370 & 1.599 & 2.860 & 1.175 & 0 & 1.621 & 2.706 \\ 1.248 & 1.208 & 2.014 & 2.025 & 1.850 & 2.649 & 2.043 & 0 & 1.231 \\ 1.901 & 0.970 & 2.394 & 2.005 & 1.588 & 2.168 & 3.219 & 1.604 & 0 \end{bmatrix} \times 10^3$$

## (6) 路段通行能力



根据城市轨道交通设计规范，该网络中所有车型均为 A 型车，列车定员 226 人，6 辆编组，假定  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  发车间隔分别为 3min、5min、4min，则各条线路上的路段通行能力  $C_k^{ij}$  为：

$$C_k^{ij} = 60 \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 226 \\ 226 \\ 226 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21720 \\ 16272 \\ 20340 \end{bmatrix} \text{ 人/小时,}$$

则路段总通行能力为各个线路上路段的能力之和，由于在该简单路网中，各条线路没有重复路段，因此所有路段能力分别为路段所在线路的能力，则各路段能力可由下面的矩阵表达：

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} \infty & 27120 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 27120 & \infty & 20340 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 27120 & \infty & \infty & \infty \\ 27120 & \infty & \infty & \infty & 16272 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 16272 & \infty & 20340 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 27120 \\ \infty & \infty & \infty & 27120 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 27120 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 27120 & \infty \end{bmatrix}$$

#### (7) 流量分配

考虑到城市轨道交通高峰时刻出行者出行的目的性，假定出行者只选择最短路径方案，将 OD 需求全部分配到最短路径上，可求得高峰小时内各路段的流量（单位：人），由附录 B 程序可计算各路段流量为：

$$X_n = \begin{bmatrix} 0 & 0.5306 & 0 & 1.6406 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.5786 & 0 & 0.4216 & 0 & 1.1184 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2950 & 0 & 0 & 0 & 1.8001 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7603 & 0 & 0 & 0 & 2.4620 & 0 & 1.2583 & 0 & 0 \\ 0 & 1.8573 & 0 & 0.9641 & 0 & 2.9409 & 0 & 1.7531 & 0 \\ 0 & 0 & 1.2969 & 0 & 3.1593 & 0 & 0 & 0 & 1.4064 \\ 0 & 0 & 0 & 1.5723 & 0 & 0 & 0 & 0.9509 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7723 & 0 & 1.7283 & 0 & 0.3938 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.1027 & 0 & 0.4824 & 0 \end{bmatrix} \times 10^4$$

### 5.1.2 简单路网拓扑参数和鲁棒性指标计算

根据运行时间可得路网的邻接矩阵，从而得到路网的拓扑结构，根据第三章城市轨道交通网络构建方法，邻接矩阵  $E_{ij}$  如下：

$$E_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

则路网的拓扑结构可由  $E_{ij}$  得到：

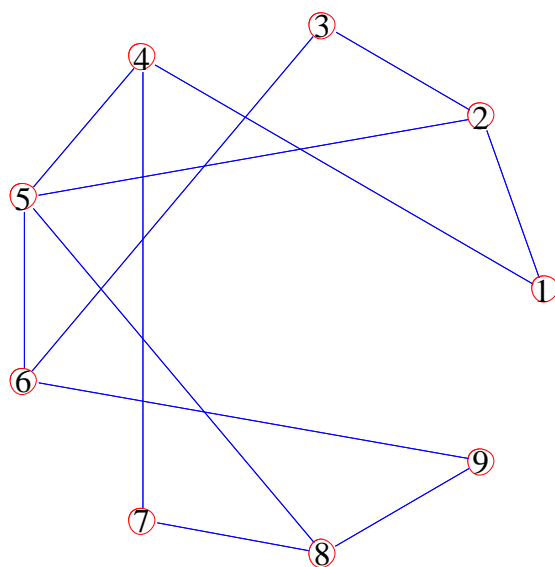


图 5.2 某简单路网拓扑结构图

#### (1) 度及度分布

通过计算可知，路网中最大的节点度为 8，最小的节点度为 4，将基础数据代入附录 B 中的程序可得，网络的平均度为 5.3333。度最大的节点是 5 号节点。度最小的节点有 1、3、7、9 共四个节点，度为 6 的节点有 2、4、6、8 四个节点，度及度分布如图 5.3 和图 5.4 所示。

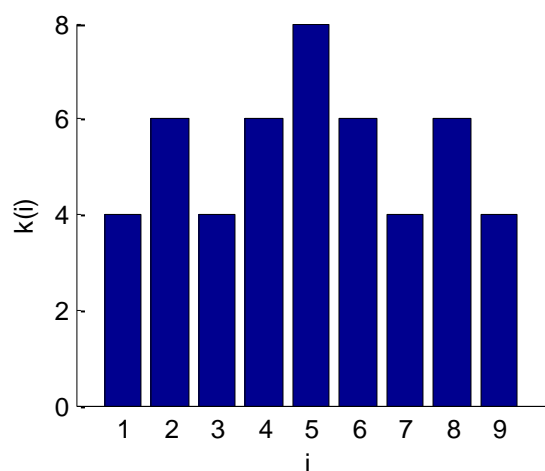


图 5.3 节点度

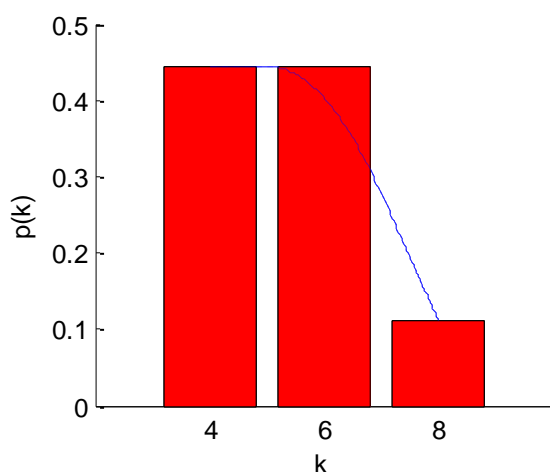


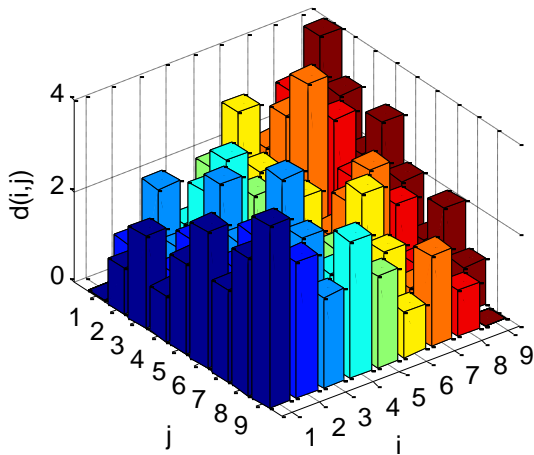
图 5.4 度分布

## (2) 最短距离及平均最短距离

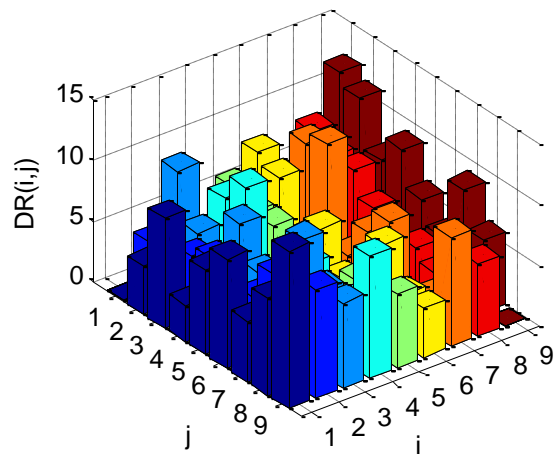
令所有路段权重均为 1，则网络为非加权网络。根据前述理论和计算公式，各节点之间的最短距离如图 5.5 (a) 所示，在该简单路网中，网络直径为 4，平均最短路距离为 1.7778。

以运行时间为路段实际权重，加权网络各节点之间的最短距离如图 5.5 (b) 所示，网络直径为 13，平均最短距离为 5.3457。

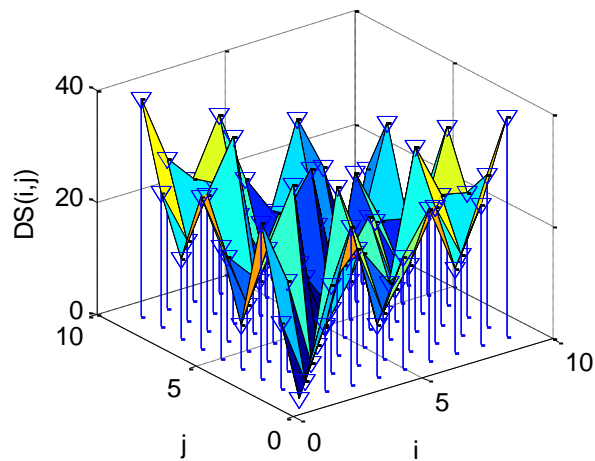
以路段长度为权重时，网络的最短距离结算结果如图 5.5 (c) 所示，网络直径为 39，平均最短距离为 16.5432。



(a) 非加权情况下最短路



(b) 运行时间为权重的最短路



(c) 路段距离为权重的最短路

图 5.5 三种路权下的最短路

### (3) 聚类系数

各个节点的聚类系数为:  $C=[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ , 平均聚类系数  $\bar{C}=0$ 。

### (4) 网络效率

根据上文对网络效率的定义, 路网中各个节点的效率计算结果如图 5.6 所示, 网络效率为 0.6175。

### (5) 介数

路网的节点介数和边介数如图 5.7a 和 5.7b 所示。最大的节点介数为 0.2634, 其编号为 5。最大的边介数为 0.0905, 介数最大的边不唯一, 路段 (5, 2) 是其中一个。

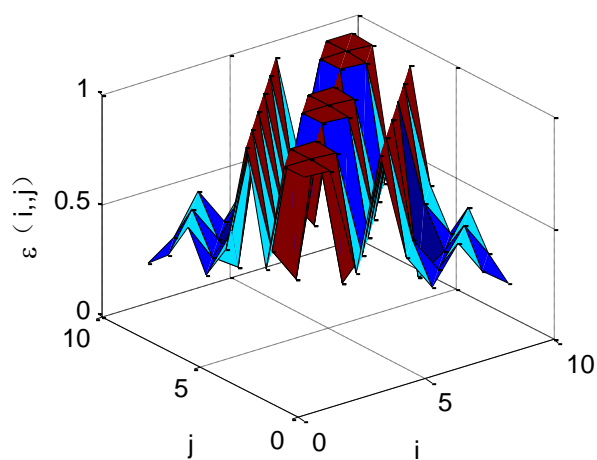
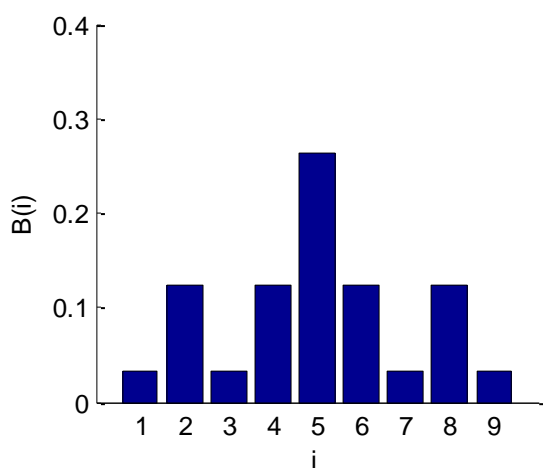
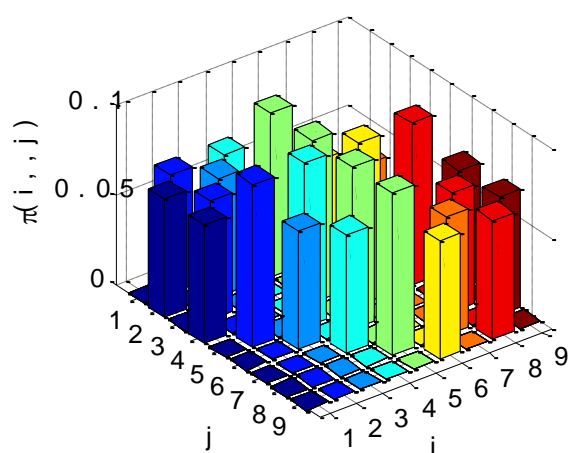


图 5.6 节点效率



a 节点介数



b 边介数

图 5.7 节点介数和边介数

#### (6) 连通度

由连通度的计算公式可得，该网络的连通度为 30%，说明连通情况较好，可替代线路相对较多。

#### (7) 最大连通子图及其相对大小

在没有受到网络攻击时，路网中所有节点都在同一个集合中，最大连通子图的相对大小为 1。

#### (8) 基于流量的节点权重和路段权重

各节点出发量：

$$Out = [18322 \quad 18877 \quad 20951 \quad 19568 \quad 18932 \quad 16450 \quad 16777 \quad 14271 \quad 15852]$$

各节点到达量:

$$In = [19998 \quad 14519 \quad 17186 \quad 16532 \quad 18899 \quad 16261 \quad 21410 \quad 17193 \quad 18003]$$

各个节点权重为:

$$W = [0.1197 \quad 0.1044 \quad 0.1192 \quad 0.1128 \quad 0.1182 \quad 0.1022 \quad 0.1193 \quad 0.0983 \quad 0.1058]$$

上节中已经得到了路段流量值, 则路段流量与路网流量的比值就是路段权重。各路段权重如图 5.8 所示。

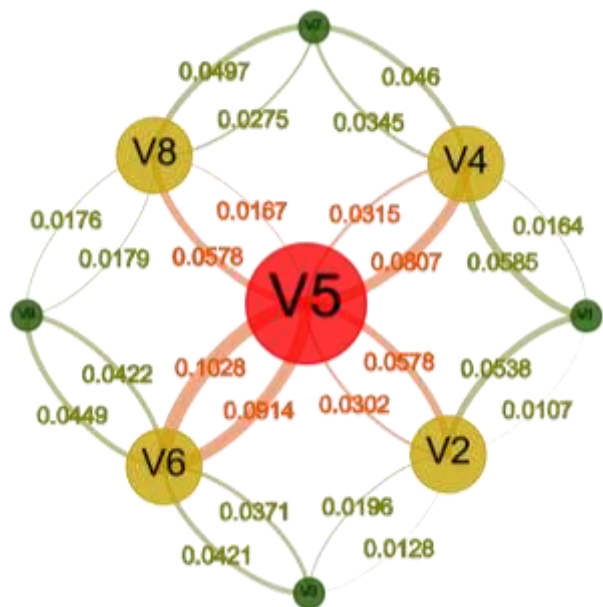


图 5.8 路段权重

### (9) 交通瓶颈识别

$$\eta = \frac{X_n}{C^{ij}} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1957 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1555 & 0 & 0.5499 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6638 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2803 & 0 & 0 & 0 & 1.5131 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8074 & 0 & 0.8619 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5186 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5798 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6373 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1779 & 0 \end{bmatrix}$$

根据对交通瓶颈的定义，能力利用率大于 1 的路段为交通瓶颈，各路段的能力利用率可由配流结果和路段能力计算，查找利用率大于 1 的路段，保存到瓶颈路段集合  $Tral\_bott$ 。则该路网的瓶颈路段为：

$$Tral\_bott = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 6 \end{bmatrix},$$

其中，第一列为路段的第一个编号，第二列为路段的第二个编号，说明路段（4，5）和路段（5，6）是瓶颈路段。

#### （10）出行可达率

初始状态(网络未遭受攻击)时，可达矩阵为全 1 矩阵，则不可达矩阵为全 0 矩阵，因此受影响人数为 0，出行可达率为 100%。

### 5.1.3 攻击实验

#### （1）随机攻击

方案 a：随机攻击 1 个节点，实验 3 次。

方案 b：随机连续性攻击，每次递增 1 个节点，直到网络崩溃。

方案 c：随机攻击 1 个路段，实验 3 次。

方案 d：随机连续性攻击，每次递增 1 个路段，直到网络崩溃。

表 5.2 攻击方案 a

受攻击的节点	攻击前	第一次	第二次	第三次
	[]	9	6	8
级联失效路段	[]	9 1	6 1	8 1
		9 2	6 2	8 2
		9 3	4 3	8 3
		9 4	5 3	8 4
		9 5	6 3	8 5
		9 6	7 3	8 6
		9 7	8 3	8 7
		9 8	9 3	9 7
		1 9	3 4	1 8
		2 9	6 4	2 8
		3 9	3 5	3 8
		4 9	6 5	4 8
		5 9	9 5	5 8
		6 9	1 6	6 8
		7 9	2 6	7 8
		8 9	3 6	9 8
			4 6	8 9

续表 5.2...

受攻击的节点	攻击前	第一次	第二次	第三次
	[]	9	6	8
级联失效路段	[]		5 6	
			7 6	
			8 6	
			9 6	
			3 7	
			6 7	
			3 8	
			6 8	
			3 9	
			5 9	
			6 9	
平均度	5.33	4.44	4.00	4.00
非加权平均最短距离	1.78	$\infty$	$\infty$	$\infty$
以运行时间为权平均最短距离	5.35	$\infty$	$\infty$	$\infty$
以路段距离为权平均最短距离	16.54	$\infty$	$\infty$	$\infty$
平均聚类系数	0	0	0	0
网络效率	61.57%	49.31%	46.53%	46.53%
最大点介数	0.26	0.25	0.21	0.21
最大边介数	0.09	0.06	0.12	0.12
连通度	30.00%	25.00%	22.50%	22.50%
最大连通子图的相对大小	100.00%	88.89%	88.89%	88.89%
交通瓶颈	4 5	4 5		4 5
	5 6	5 6	4 5	5 6
出行可达率	100.00%	78.84%	79.56%	80.33%

表 5.2 是攻击方案 a 的计算结果，攻击节点是随机产生的，可以看出，攻击不同节点会导致部分路段因被攻击点而级联失效，例如攻击节点 9 会导致 (9,1) 等 16 个路段失效，攻击节点 6 会导致 28 个路段级联失效，攻击节点 8 会导致 18 个路段级联失效。攻击节点会导致平均节点度降低，平均最短距离增加，网络效率下降，连通度下降，最大连通子图的相对大小变小，出行可达率降低。由于案例网络规模很小，所以攻击单一节点对网络的影响较大，即简单网络的网络弹性比较差。

表 5.3 是攻击方案 b 的计算结果，攻击节点是随机产生的，假定当网络效率小于 10% 时，网络达到失效状态，则该网络从初始情况下网络效率为 61.57%，到达失效状态需要经历 6 个节点的连续性攻击，即网络从初始态到失效，平均需要攻击占整个网络 66.7% 的节点，而实际上网络完全失效表现为所有节点均孤立，需要更多的节点进行攻



击,说明网络受到攻击时提供替代线路的能力较强。网络失效过程中对受到的攻击敏感性逐渐下降,如图 5.9 所示。

表 5.3 攻击方案 b

受攻击的节点	攻击前	第一次	第二次	第三次
	[]	[9 6 1 8 7 4]	[6 2 7 1 3 8]	[7 3 9 1 4 8]
网络效率	61.57%	6.94%	2.78%	6.94%
连通度	30.00%	5.00%	2.50%	5.00%
最大连通子图的相对大小	100.00%	33.33%	22.22%	33.33%
出行可达率	100.00%	8.09%	2.85%	8.21%

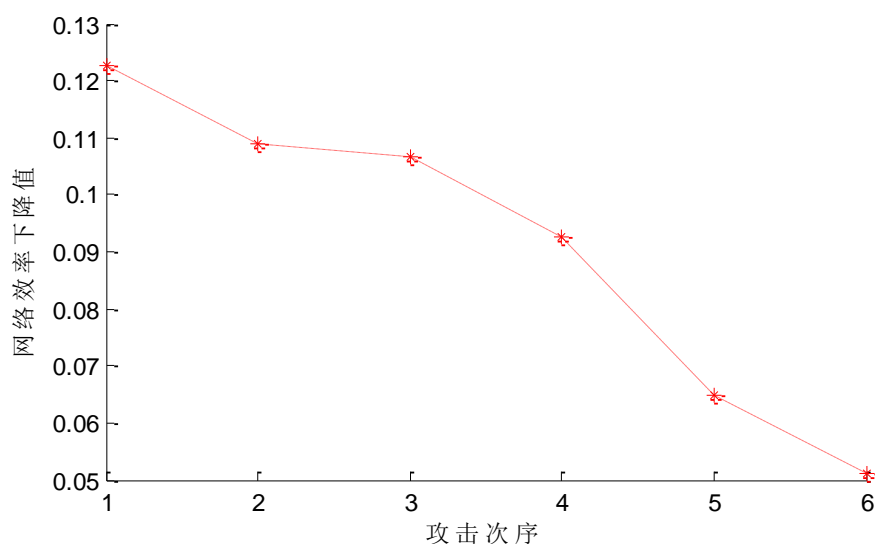


图 5.9 连续随机攻击下网络效率下降值的变化

表 5.4 攻击方案 c

受攻击的路段	攻击前	第一次	第二次	第三次
	[]	8 7	1 4	5 2
级联失效路段	[]	8 7	4 1	5 2
		9 7	7 1	6 2
		7 8	1 4	8 2
			2 4	9 2
			1 5	2 5
			1 6	2 8
			1 7	
			1 8	
平均度	5.33	4.89	4.89	4.89

续表 5.4...

受攻击的路段	攻击前	第一次	第二次	第三次
	[]	8 7	1 4	5 2
非加权	1.78	1.88	1.88	1.88
以运行时间为权平均最短距离	5.35	5.58	5.95	5.77
以路段距离为权平均最短距离	16.54	17.58	17.73	18.43
平均聚类系数平均最短距离	0	0	0	0
网络效率	61.57%	59.03%	59.03%	59.03%
最大点介数	0.26	0.35	0.35	0.19
最大边介数	0.09	0.15	0.15	0.11
连通度	30.00%	27.50%	27.50%	27.50%
最大连通子图的相对大小	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
	4 5	4 5	2 5	4 5
交通瓶颈	5 6	5 6	4 5	5 6
			5 6	
			5 8	
出行可达率	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

表 5.4 是攻击方案 c 的计算结果，其中受攻击路段是随机产生的，对比表 5.2 和表 5.3，显然，网络受路段攻击的影响远不及节点攻击的影响大。通过三次单一路段的攻击实验可以发现，攻击路段引起的级联失效程度较为一般。攻击路段对网络各个参数的影响也比较小。

表 5.5 攻击方案 d

	攻击前	第一次	第二次	第三次
受攻击的路段	[]	{[4 1] [5 6] [4 7] [7 8] [2 3] [4 5] [5 8] [3 6] [5 2]}	{[4 5] [2 3] [6 9] [5 6] [8 7] [5 8] [2 1] [4 7] [9 8]}	{[6 3] [7 4] [4 1] [3 2] [8 7] [8 9] [5 8] [2 1] [9 6] [5 4]}
网络效率	61.57%	9.72%	8.33%	6.94%
连通度	30.00%	7.50%	7.50%	5.00%
最大子图的相对大小	100.00%	33.33%	22.22%	33.33%
出行可达率	100.00%	10.01%	8.74%	8.21%

表 5.5 是攻击方案 d 的计算结果，可以看出，网络效率从初始态到失效状态需要进行约 40% 的路段攻击。

(2) 选择攻击

方案 e: 分别选择攻击 1 个节点度最大、节点权重最大、点介数最大、聚类系数最大的节点; 选择攻击 1 个边介数最大、权重最大的路段。

方案 f: 对节点度、节点介数、节点聚类系数、边介数、路段权重分别降序排序, 设定失效指标值, 依次进行攻击。

表 5.6 攻击方案 e

攻击方案	攻击节点				攻击路段		
	攻击前	度	权重	聚类系数	介数	介数	权重
	[]	5	1	9	1	[5 2]	[6 5]
级联失效路段数量	0	34	17	16	17	0	21
平均度	5.33	3.56	4.44	4.44	4.44	5.33	4.89
非加权平均最短距离	1.78	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1.78	1.88
以运行时间为权	5.35	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	5.35	6.75
以路段距离为权	16.54	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	16.54	20.12
平均聚类系数	0	0	0	0	0	0	0
网络效率	61.57%	0.44%	49.31%	49.31%	49.31%	61.57%	59.03%
最大点介数	0.26	0.11	0.25	0.25	0.25	0.26	0.19
最大边介数	0.09	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09	0.11
连通度	30.00%	20.00%	25.00%	25.00%	25.00%	30.00%	0, 2705
最大连通子图的相对大小	100.00%	88.89%	88.89%	88.89%	88.89%	100.00%	100.00%
交通瓶颈	4 5	[]	4 5	4 5	4 5	4 5	4 5
	5 6		5 6	5 6	5 6	5 6	
出行可达率	100.00%	76.36%	76.05%	78.84%	76.05%	100.00%	100.00%

表 5.6 为攻击方案 e 的计算结果, 由于网络规模较小, 聚类特性不明显, 选择攻击节点对网络的影响不显著。

表 5.7 攻击方案 f

	攻击前	攻击节点				攻击路段	
		度	权重	聚类系数	介数	介数	权重
攻击次数	0	4	4	6	6	18	10
攻击顺序	[]	5-8-	1-7-	9-8-7-	1-3-7-	shunxu1	shunxu2
		6-4	3- 5	6-5-4	9-4-2		
级联失效路段数量	0	66	68	66	66	66	66
平均度	5.33	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	1.33
非加权平均最短距离	1.78	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
以运行时间为权	5.35	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
以路段距离为权	16.54	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
平均聚类系数	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

网络效率	61.57%	6.94%	6.94%	6.94%	6.94%	6.94%	9.72%
最大点介数	0.26	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
最大边介数	0.09	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02

续表 5.7...

	攻击前	攻击节点			攻击路段		
		度	权重	聚类系数	介数	介数	权重
连通度	30.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	5.00%	7.50%
最大连通子图的相对大小	100.00%	33.33%	33.33%	33.33%	33.33%	33.33%	33.00%
交通瓶颈	4 5	□	□	□	□	□	□
	5 6						
出行可达率	100.00%	7.85%	6.64%	7.85%	6.64%	7.85%	8.03%

表 5.7 是攻击方案 f 的计算结果，选择攻击 4 个度最大的节点网络发生崩溃，出行可达率仅为 7.85%；选择攻击 4 个权重最大的节点网络发生崩溃，出行可达率为 6.64%；但是，相比较随机攻击方案，选择攻击效果并不十分明显，这是由于网络规模太小，随机攻击很容易产生与选择攻击同样的效果。

## 5.2 复杂网络的拓扑结构和鲁棒性分析

### 5.2.1 轨道交通网络基础数据

为便于计算各项拓扑参数和鲁棒性指标，要收集整理城市轨道交通的各项基础数据，包括线路数据、站点数据、站点邻接关系、站间距、走行时间、OD 需求矩阵等。

#### (1) 线路数据

根据某市地铁官方网站公布的数据，可以查询轨道交通线路数据<sup>[51]</sup>，截至 2017 年 2 月 20 日，某市轨道交通共有线路 19 条，4 号线与大兴线在公益西桥站接通，可按照一条线路考虑，命名为 4 号线-大兴线；而 14 号线中南八里庄站取消，分东段和西段运行，有 4 公里间断，且红庙站暂缓开通，因此 14 号线数据需要特殊处理，在后续指标计算中将 14 号线分为 14 号线东段和 14 号线西段两条路线来考虑。限于篇幅，线路数据列于附录 A。

#### (2) 站点数据

根据附录 A 所列线路数据，利用 MATLAB 读取并去重即可获得站点数据，为便于查找和运算，将站编号并排序如下表所示：

表 5.8 轨道交通站点数据表

序号	站名	序号	站名	序号	站名	序号	站名
1	安德里北街	73	方庄	145	梨园	217	T2 航站楼

2	安定门	74	分钟寺	146	篱笆房	218	T3 航站楼
3	安河桥北	75	丰台东大街	147	立水桥	219	太阳宫
4	安华桥	76	丰台科技园	148	立水桥南	220	陶然亭
5	安立路	77	丰台南路	149	莲花桥	221	天安门东
6	安贞门	78	丰台站	150	良乡大学城	222	天安门西
7	奥林匹克公园	79	俸伯	151	良乡大学城北	223	天宫院
8	奥体中心	80	阜成门	152	良乡大学城西	224	天坛东门
9	八宝山	81	阜通	153	良乡南关	225	天通苑
10	八角游乐园	82	复兴门	154	亮马桥	226	天通苑北
11	八里桥	83	高碑店	155	林萃桥	227	天通苑南
12	巴沟	84	高米店北	156	临河里	228	通州北关
13	白堆子	85	高米店南	157	灵境胡同	229	通州北苑
14	白石桥南	86	公益西桥	158	刘家窑	230	同济南路
15	百子湾	87	公主坟	159	柳芳	231	土桥
16	北安河	88	巩华城	160	六道口	232	团结湖
17	北工大西门	89	古城	161	六里桥	233	屯佃
18	北宫门	90	鼓楼大街	162	六里桥东	234	湾子
19	北海北	91	关庄	163	龙泽	235	万寿路
20	北京大学东门	92	管庄	164	潞城	236	万源街
21	北京南站	93	光熙门	165	马家堡	237	王府井
22	北京西站	94	广安门内	166	马连洼	238	望京
23	北京站	95	广渠门内	167	马泉营	239	望京东
24	北沙滩	96	广渠门外	168	牡丹园	240	望京南
25	北邵洼	97	广阳城	169	木樨地	241	望京西
26	北土城	98	郭公庄	170	南法信	242	魏公村
27	北新桥	99	郭庄子	171	南礼士路	243	温阳路
28	北苑	100	国家图书馆	172	南楼梓庄	244	五道口
29	北苑路北	101	国贸	173	南锣鼓巷	245	五棵松
30	北运河西	102	国展	174	南邵	246	物资学院路
31	菜市口	103	果园	175	泥洼	247	西北旺
32	草房	104	海淀黄庄	176	农业展览馆	248	西单
33	草桥	105	海淀五路居	177	潘家园	249	西钓鱼台
34	昌平	106	郝家府	178	平安里	250	西二旗
35	昌平东关	107	和平里北街	179	平西府	251	西红门
36	昌平西山口	108	和平门	180	苹果园	252	西局
37	常营	109	和平西桥	181	蒲黄榆	253	西四
38	朝阳公园	110	后沙峪	182	七里庄	254	西土城
39	朝阳门	111	呼家楼	183	前门	255	西小口
40	车道沟	112	虎坊桥	184	桥湾	256	西苑
41	车公庄	113	花梨坎	185	青年路	257	西直门
42	车公庄西	114	花园桥	186	清华东路西口	258	肖村
43	成寿寺	115	化工	187	清源路	259	小红门
44	崇文门	116	欢乐谷景区	188	人民大学	260	新宫
45	传媒大学	117	黄村火车站	189	荣昌东街	261	新街口
46	慈寿寺	118	黄村西大街	190	荣京东街	262	宣武门

47	磁器口	119	黄渠	191	三元桥	263	义和庄
48	次渠	120	回龙观	192	森林公园南门	264	亦庄桥
49	次渠南	121	回龙观东大街	193	沙河	265	亦庄文化园
50	崔各庄	122	惠新西街北口	194	沙河高教园	266	雍和宫
51	褡裢坡	123	惠新西街南口	195	善各庄	267	永安里
52	达官营	124	火器营	196	上地	268	永定门外
53	大葆台	125	霍营	197	芍药居	269	永丰
54	大红门	126	积水潭	198	什刹海	270	永丰南
55	大郊亭	127	纪家庙	199	生命科学园	271	永泰庄
56	大井	128	建国门	200	生物医药基地	272	玉泉路
57	大屯路东	129	健德门	201	十里堡	273	育新
58	大瓦窑	130	将台	202	十里河	274	育知路
59	大望路	131	焦化厂	203	十三陵景区	275	园博园
60	大钟寺	132	角门东	204	石榴庄	276	圆明园
61	稻田	133	角门西	205	石门	277	枣营
62	稻香湖路	134	金台路	206	首经贸	278	枣园
63	灯市口	135	金台夕照	207	双合	279	张郭庄
64	东大桥	136	劲松	208	双井	280	张自忠路
65	东单	137	经海路	209	双桥	281	长春桥
66	东风北桥	138	景泰	210	顺义	282	长椿街
67	东湖渠	139	九棵树	211	四惠	283	长阳
68	东四	140	九龙山	212	四惠东	284	知春里
69	东四十条	141	旧宫	213	宋家庄	285	知春路
70	东夏园	142	军事博物馆	214	苏州街	286	中关村
71	东直门	143	科怡路	215	苏庄	287	朱辛庄
72	动物园	144	来广营	216	孙河	288	珠市口

注：数据收集于某市地铁官方网站。

### (3) 站间距

表 5.9 编号 1 到 10 的站间距 (单位: m)

站	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
站	1	0	$\infty$	$\infty$	1274	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4	1274	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	1368	$\infty$	$\infty$	$\infty$
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1368	$\infty$	0	1667	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1667	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	1953
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1953	0

注：数据收集于某市地铁官方网站。

站间距是相邻两站点之间的实际轨道距离，令不相邻站点的站间距为无穷大，则某市轨道交通网络的站间距可由一个二维矩阵表示，矩阵的行和列均表示站点编号，此处仅列出编号前 10 的站点间距，具体如表 5.9 所示：

#### (4) 走行时间

走行时间是相邻两站之间列车的实际运行时间，走行时间由列车时刻表确定，限于篇幅下表仅列出编号 1 到 10 的站间走行时间：

表 5.10 编号 1 到 10 的站间走行时间（单位：min）

站 \ 站	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	$\infty$	$\infty$	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4	3	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	3	$\infty$	$\infty$	$\infty$
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	3	$\infty$	0	3	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	3	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	3
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	3	0

注：数据收集整理于某市地铁官方网站。

#### (5) OD 需求

表 5.11 编号 1 到 10 的高峰小时 OD 需求（单位：人）

站 \ 站	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	100	153	142	63	85	120	118	125	118
2	119	0	93	113	150	150	128	134	118	139
3	137	125	0	85	120	96	128	97	94	105
4	103	57	119	0	111	159	119	140	115	120
5	127	139	141	125	0	119	140	123	120	116
6	127	122	98	104	94	0	98	105	118	121
7	129	147	127	108	169	145	0	157	127	186
8	162	110	116	108	107	127	113	0	144	145
9	93	136	101	117	112	116	148	129	0	149
10	122	146	89	88	102	105	109	143	133	0

注：数据来源于某市地铁刷卡记录分析。

OD 需求是交通起止点间的出行量，在城市轨道交通网络中 OD 需求是指各站之间的出行人数。研究网络性能最重要的 OD 数据是高峰时段的 OD 需求，某市城市轨道交通

通网络全网站间高峰小时 OD 矩阵可由正常营运日的 IC 卡刷卡记录估算<sup>[52]</sup>。下表为编号 1 到 10 的高峰小时站间 OD 需求。

5.2.2 轨道交通网络拓扑参数与鲁棒性指标

根据线路数据可以求得站点与站点的邻接关系，以确定网络的拓扑结构。根据第三章第一节中邻接矩阵的定义，用 0-1 矩阵表示站与站之间的关系，0 表示站点之间不直接相连，即至少需要两条边才能使得两站点连接，1 表示站点之间直接相连，即存在一条边使得两站点相连。根据站点编号表可建立站点邻接矩阵，从而建立网络拓扑结构图。由于车站数量较多，此处仅列出编号前 10 的站点邻接矩阵如表 5.12 所示：

表 5.12 编号 1 到 10 的站点邻接表

站 \ 站	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

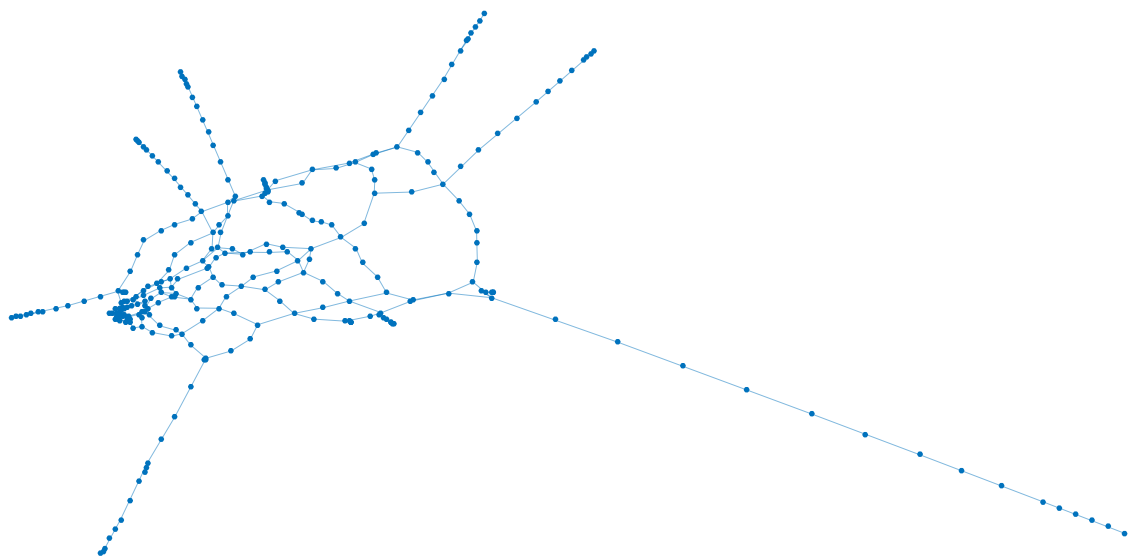


图 5.10 某市城市轨道交通网络拓扑结构



根据表 5.12 邻接关系, 将值为 1 的节点连接起来, 可得某市城市轨道交通网络拓扑结构如图 5.10 所示。

为了精确的表达节点之间的关系, 仍然使用节点编号来解释节点之间的相互关系。根据表 5.12 可知, 与 1 站相邻的站点是 4 站, 与 5 站相邻的站点是 8 站, 与 7 站相邻的站点有 5 站和 8 站, 与 8 站相邻的站点是 7 站, 与 9 站相邻的站点是 10 站, 与 10 站相邻的站点是 9 站, 同理可解释其他节点之间的连接关系。

按上文所述模型和算法对网络参数和鲁棒性指标进行 Matlab 编程, 计算程序见附录 B, 由于案例中的数据量非常大, 为了从整体上展现网络的特征, 各个参数和指标大多以图形表示, 下面是对城市轨道交通网络拓扑参数和鲁棒性指标的计算结果, 其计算公式均在第三章和第四章中进行了详细说明, 后文不再逐一赘述。

#### (1) 站点的度及度分布

度体现了节点最基本的性质, 入度表示到达节点的边的数量, 出度表示由节点发出的边的数量。某市城市轨道交通网络共有 288 个节点, 节点的度 (包括入度和出度) 如图 5.11 所示, 最大的节点度为 8, 最小的节点度为 2。按照平均节点度的计算公式 (式 3.3), 平均节点度为 4.5694。节点度越高其连接的边也越多, 节点在路网中的连接作用越大。

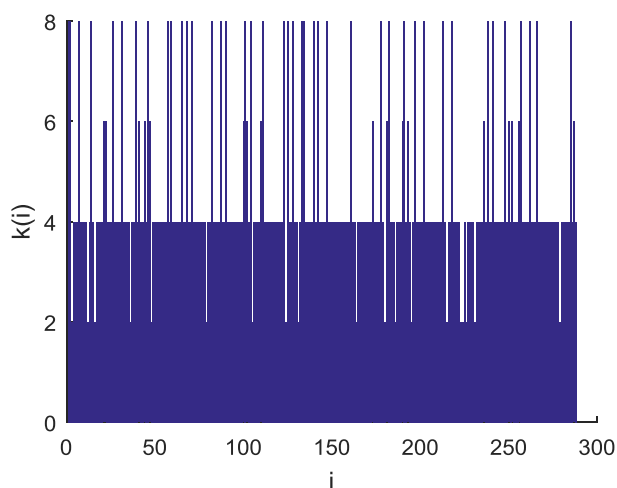


图 5.11 节点的度

度分布体现了度的出现频率, 可以直观的体现网络中节点度的基本取值情况, 某市轨道交通网络的度分布如图 5.12 所示。在某市城市轨道交通网络 (有向图) 中, 度的值有 4 种, 度值分别为 2、4、6、8, 其中度为 4 的节点数量最多, 占节点总数的 72.92%, 度为 6 的节点数量最少, 仅占 5.90 %。说明大部分节点是普通节点, 节点度较

低，以度为4的节点为例，与其相邻的节点只有两个。度较高的节点一般为枢纽站和换乘站，以度为8的节点为例，与其相邻的节点有四个，即通过该站可去往四个方向，显然度较高的节点在路网中的作用更大，但这样的节点数目较少，这说明城市轨道交通的节点度有幂率分布特性。

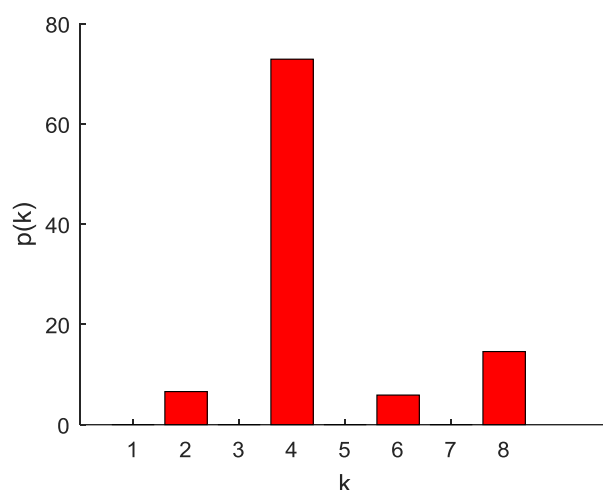


图 5.12 节点度分布

## (2) 最短距离及平均最短距离

不考虑路段权重时，城市轨道交通网络为无权网络，其各站点间的最短距离为起讫点经过最少边数可到达的路径中所含的路段数。根据第二章第二节中最短距离及平均最短距离的定义和公式，最短距离为  $288 \times 288$  的二维矩阵，可用一个三维图形表达，限于篇幅和可视化效果，此处仅画出编号前 20 的各站间最短距离，如图 5.13 (a) 所示。平均最短距离为 14.60，即平均出行一次经过大约 14.60 个路段。网络直径为 43，即最大的出行路段为 43 个。

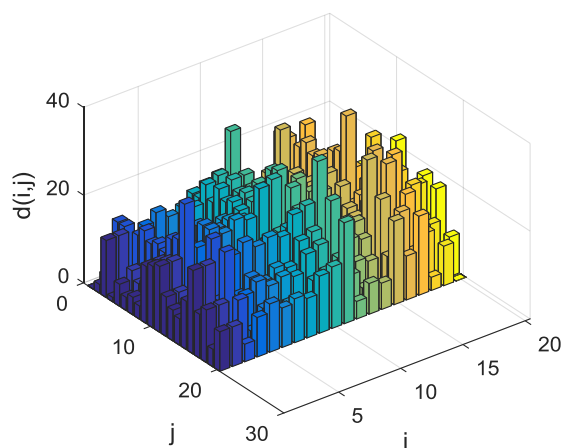
以站间运行时间为路段权重时，最短距离为  $288 \times 288$  的二维矩阵，编号前 20 的各站间最短距离如图 5.13 (b) 所示。平均最短距离为 40.55，网络直径是 125。

以路段距离为权重时，最短距离为  $288 \times 288$  的矩阵，编号前 20 的站间最短距离如图 5.13 (c) 所示。平均最短距离为 24560，网络直径是 85543。

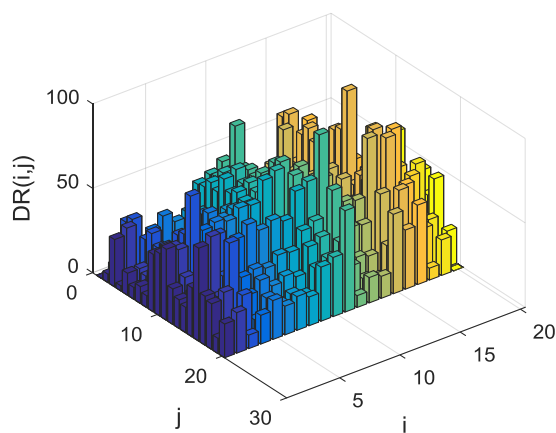
上述计算中较小的平均路径长度，说明该城市轨道交通网络具有小世界特性。由于运行时间和距离具有很强的关联性，即运行时间依赖于运行距离，图 5.13 (b) 和图 5.13 (c) 具有较高的吻合性。

## (3) 聚类系数

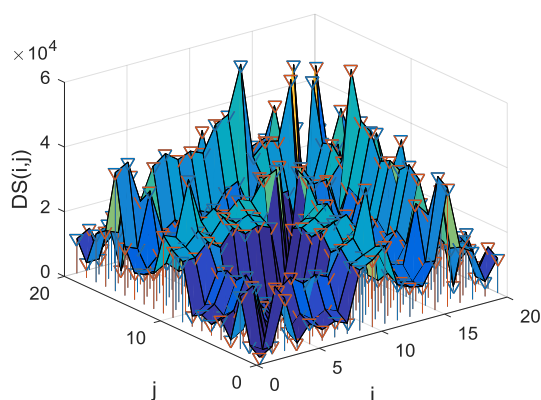
聚类系数大于 0 的节点共有 9 个，编号为 102、110、113、161、182、189、190、236、252，各节点的聚类系数见图 5.14。路网的平均聚类系数为 0.0139，全局耦合网络的聚类系数为 1，这说明该网络聚类性不强。



(a) 非加权情况下最短路



(b) 运行时间为权重的最短路



(c) 路段距离为权重的最短路

图 5.13 三种路权下的最短路

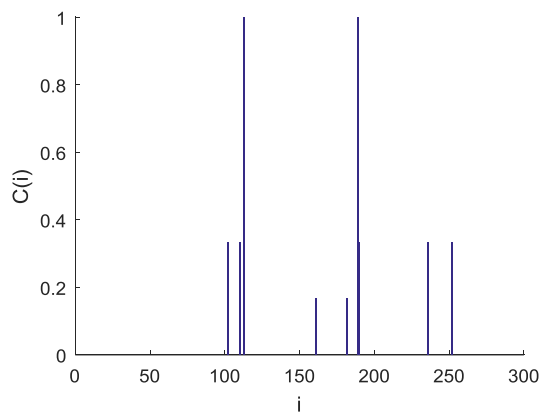


图 5.14 节点的聚类系数

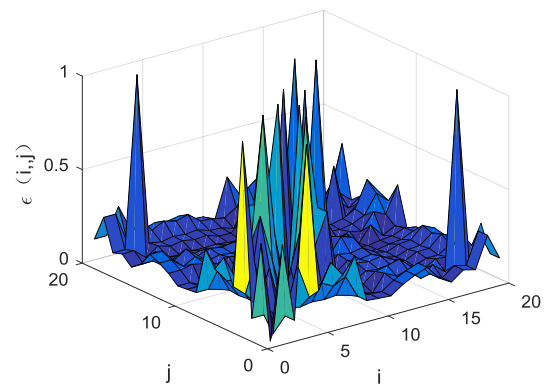


图 5.15 节点间的效率

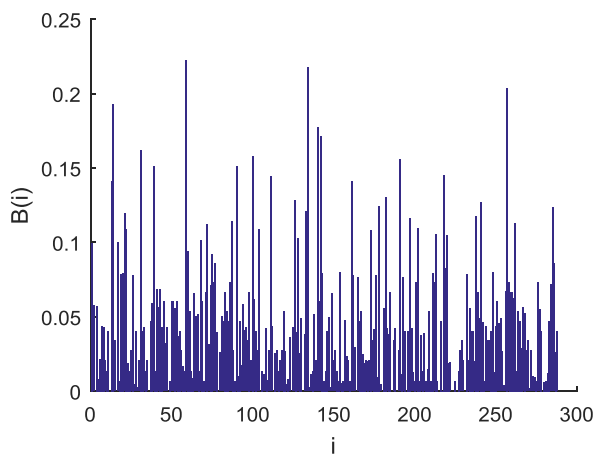
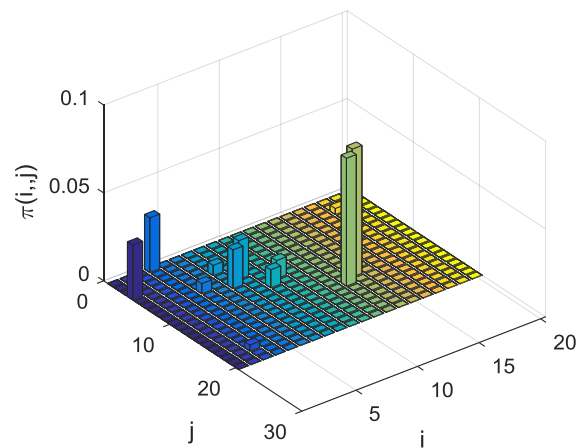


图 5.16 点介数



5.17 边介数

(4) 网络效率

图 5.15 为编号前 20 的节点效率分布，由节点效率可以计算出网络效率为 0.1008。

(5) 连通度

计算结果显示，网络的连通度小于 1%，这也说明了城市轨道交通网络的密集程度较低，是一个典型的功能型网络，即网络更多考虑实现运输功能的最小成本，连接越密集，冗余功能越多，但建造和运输等成本也越大。

(6) 最大连通子图的相对大小

在没有受到网络攻击时，路网中所有节点都在同一个集合中，最大连通子图包含网络中的所有节点，其相对大小为 1。

(7) 介数

图 5.16 为节点介数，图 5.17 为边介数分布。可以看到节点介数和边介数的分布不均匀性，节点介数越大，说明经过该点的最短路径越多，其在网络中的作用越大。同理，边介数越大，说明经过该边的最短路径越多，该边在网络中的作用就越大。

#### (8) 路段权重与交通瓶颈

各节点出发量和到达量如图 5.18 所示；节点权重如图 5.19 所示。经计算，初始状态下，所有路段流量均处于路段能力之内，不存在瓶颈路段。根据各路段流量计算结果，路网的路段权重如图 5.20 所示。

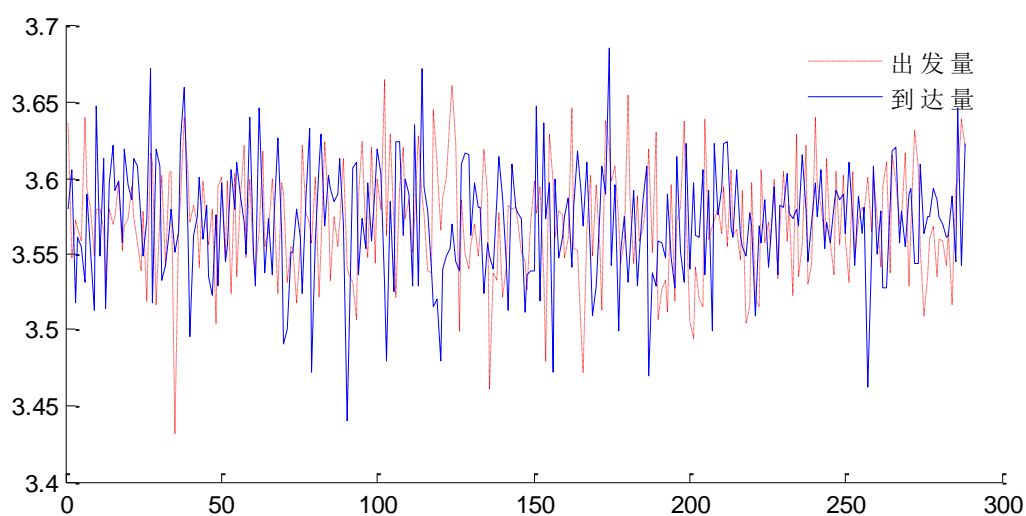


图 5.18 节点出发量和到达量

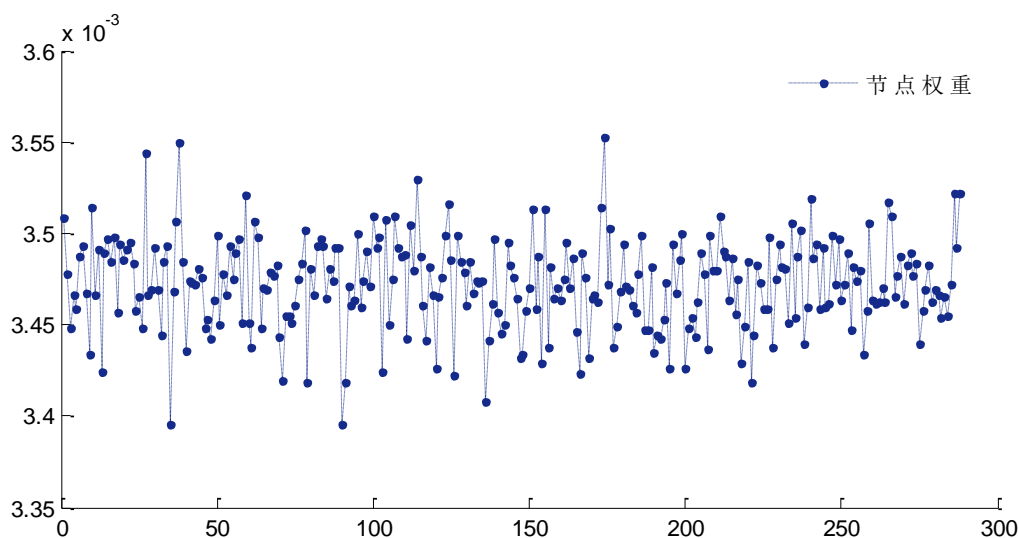


图 5.19 节点权重

图 5.18 中出发量和到达量均体现出不均匀性, 部分节点出发量或到达量很大, 如果这样的节点受到攻击, 对出行者的数量影响较大。

图 5.19 是基于流量的节点权重, 不同地理位置、经济因素影响流量需求, 进而决定着节点权重之间的差异性, 节点流量的不均匀性也导致了线路和区间流量的差异, 使得研究交通瓶颈和级联失效成为必要。

根据配流结果, 各路段权重可以用三维图(如图 5.20)表示, 其中路段用起始节点和终到节点表示。

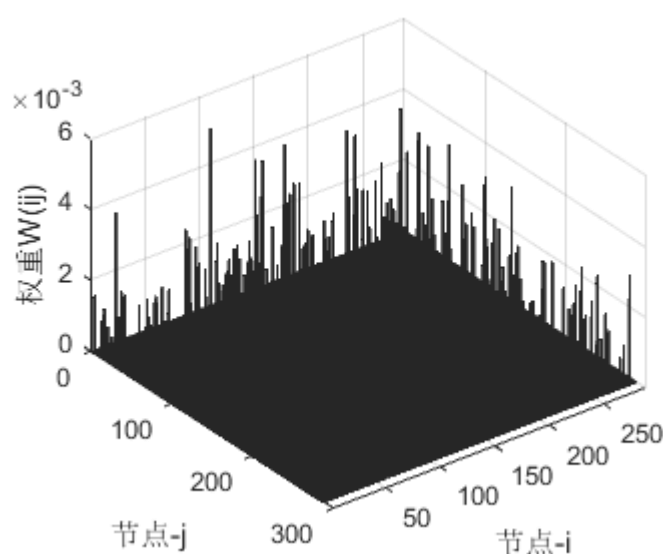


图 5.20 路段权重

#### (9) 级联失效问题分析

$\Delta = 70\%$  是根据样本为 100 人的调查结果统计而得, 为简便起见, 本文暂定  $\Delta = 70\%$ 。则级联失效问题可以解释为站点或路段受到攻击后, 距离变化增加 70% 及以上的路段因被攻击站点和路段失效, 此时出行者的出行成本超过可接受的底线, 造成服务水平下降, 那么出行者会改变出行策略。最严重的情形是遭到攻击后网络部分节点不可达。

在攻击实验以前, 首先计算网络的可达性, 用可达矩阵表示两站点之间是否可达,  $\Theta^{i,j}=1$  表示可达,  $\Theta^{i,j}=0$  则不可达。这样就只需要对比原来可达站点之间的失效问题, 使得模拟实验更加科学有效。可达矩阵可由下式计算:

$$\Theta^{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{Dist}(i,j) \neq +\infty \\ 0, & \text{Dist}(i,j) = +\infty \end{cases} \quad (5.1)$$

其中  $Dist(i, j)$  表示  $i, j$  站点之间的最短距离, 可由 Floyd 算法<sup>[53]</sup>求解。

#### (10) 出行可达率

初始状态(网络未遭受攻击)时, 可达矩阵为全 1 矩阵, 则不可达矩阵为全 0 矩阵, 因此受影响人数为 0, 出行可达率为 100%。

### 5.2.3 攻击实验

#### (1) 随机攻击

方案 a: 随机攻击 1 个节点, 实验 3 次。

方案 b: 随机连续性攻击, 每次递增 1 个节点, 直到网络崩溃。

方案 c: 随机攻击 1 个路段, 实验 3 次。

方案 d: 随机连续性攻击, 每次递增 1 个路段, 直到网络崩溃。

各个攻击方案下指标计算结果如下:

表 5.13 攻击方案 a

受攻击的节点编号	攻击前 []	第一次 235	第二次 261	第三次 11
级联失效路段数量	0	3946	614	3946
平均度	4.5694	4.5417	4.5417	4.5417
非加权平均最短距离	14.5955	$\infty$	$\infty$	$\infty$
以运行时间为权平均最短距离	40.5507	$\infty$	$\infty$	$\infty$
以路段距离为权平均最短距离	24560	$\infty$	$\infty$	$\infty$
平均聚类系数	0.0139	0.0139	0.0139	0.0139
网络效率	0.1008	0.0972	0.0996	0.0981
最大点介数	0.2224	0.2202	0.2251	0.1997
最大边介数	0.0804	0.0804	0.0881	0.0783
连通度	0.0079	0.0079	0.0079	0.0079
最大连通子图的相对大小	1	0.9757	0.9965	0.9757
交通瓶颈	[]	[]	[]	[]
出行可达率	1	0.9522	0.9931	0.9524

表 5.13 是攻击方案 a 的计算结果, 对比三次的实验结果不难发现, 随机攻击一个节点对网络的破坏力度十分有限, 网络效率、连通度、最大连通子图的相对大小基本与初始网络一致, 出行可达率受节点地理位置和经济因素的影响, 表现出较小的差异。

表 5.14 攻击方案 b

受攻击的节点	攻击前	第一次	第二次	第三次
	□	N1	N2	N3
网络效率	10.08%	4.86%	4.91%	4.97%
连通度	0.79%	0.59%	0.62%	0.61%
最大连通子图的相对大小	100%	64.58%	64.24%	67.01%
出行可达率	100%	41.88%	41.59%	45.09%

表 5.14 是攻击方案 b 的计算结果，其中 N1 包含 39 个节点，网络从 10.08%变为 4.86%，连通度降低 0.2%，最大连通子图的相对大小减小 35.42%，出行可达率减少超过一半。N2 和 N3 分别包括 34 个节点和 36 个节点，攻击后的特征参数与第一次攻击基本相同，假定网络效率 5%失效时，需要攻击 12.5%左右的节点，说明城市轨道交通网络对随机攻击具有健壮的鲁棒性，连续随机攻击时鲁棒性指标的变化如图 5.21-5.23 所示。

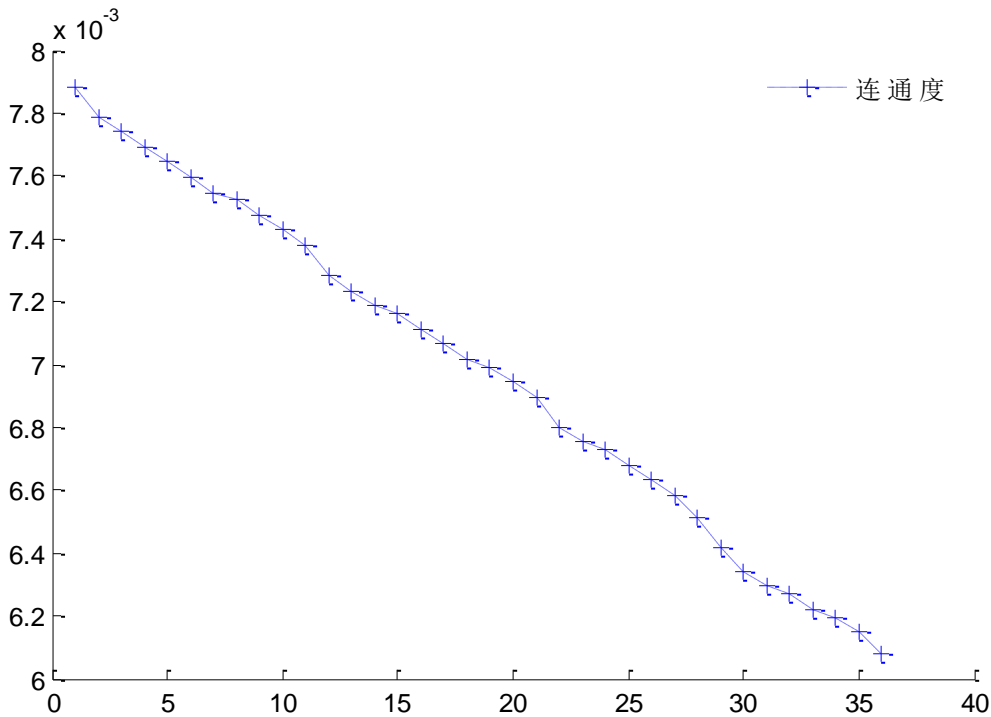


图 5.21 连通度随着连续性随机节点攻击的变化



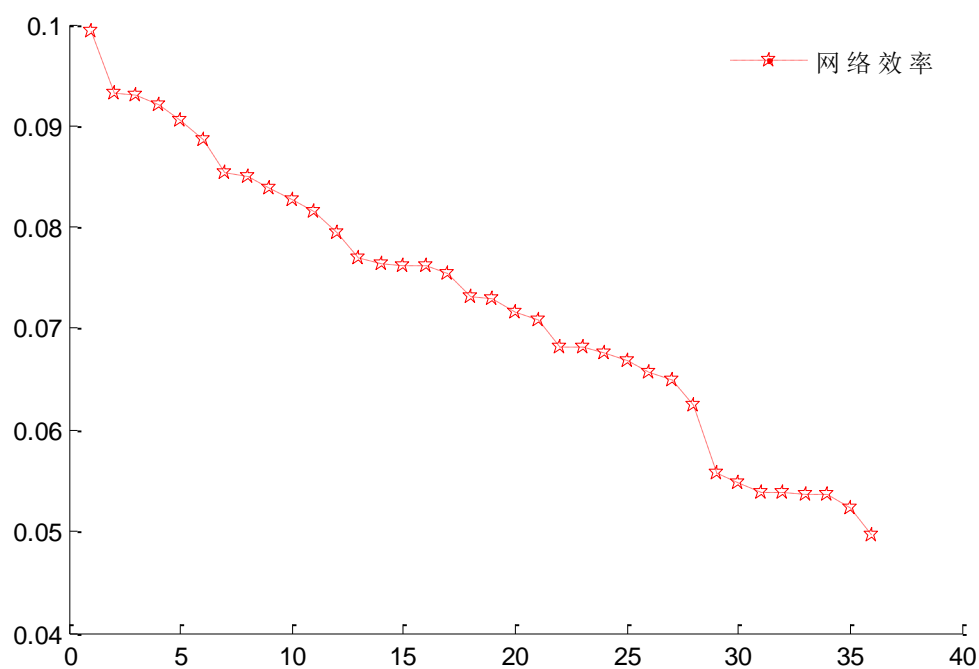


图 5.22 网络效率随着连续性随机节点攻击的变化

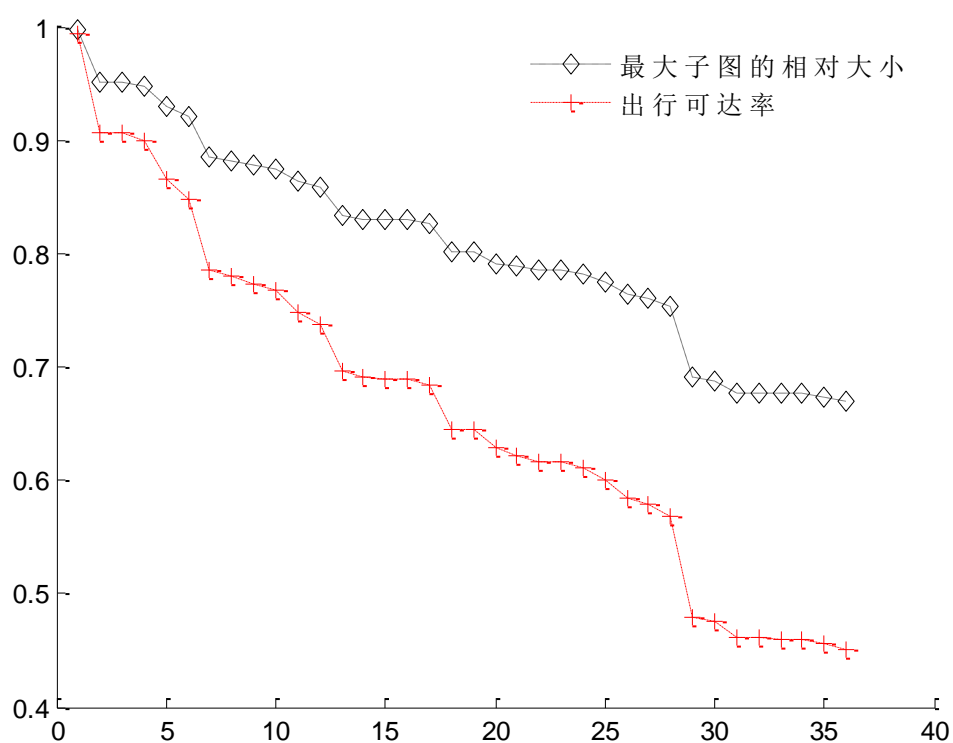


图 5.23 最大子图相对大小和出行可达率随着连续性随机节点攻击的变化

表 5.15 攻击方案 c

受攻击的路段	攻击前	第一次	第二次	第三次
	[]	[125, 273]	[271, 155]	[2, 266]
级联失效路段数量	0	152	86	98
平均度	4.569	4.556	4.556	4.556
非加权	14.596	14.637	14.604	14.617
以运行时间为权平均最短距离	40.551	40.626	40.632	40.669
以路段距离为权平均最短距离	24560.000	24599.077	24680.103	24580.413
平均聚类系数平均最短距离	0.014	0.014	0.014	0.014
网络效率	10.08%	10.04%	10.06%	10.05%
最大点介数	0.222	0.222	0.222	0.223
最大边介数	0.080	0.080	0.080	0.081
连通度	0.79%	0.79%	0.79%	0.79%
最大连通子图的相对大小	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
交通瓶颈	[]	[]	[]	[]
出行可达率	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

表 5.15 是攻击方案 c 的计算结果, 攻击数据表明各个指标几乎没有变化, 说明随机攻击一个路段对网络的影响非常有限。

表 5.16 攻击方案 d

受攻击的路段	攻击前	第一次	第二次	第三次
	[]	S1	S2	S3
网络效率	10.08%	6.93%	4.96%	4.94%
连通度	0.79%	0.72%	0.65%	0.67%
最大子图的 相对大小	100%	78.47%	69.79%	66.67%
出行可达率	100%	61.92%	49.24%	44.97%

表 5.16 是攻击方案 d 的计算结果, S1、S2、S3 分别是三次实验过程中攻击的路段集合, S1 包含 32 个路段, 即攻击 32 次使网络崩溃。S2 包含 59 个路段, 即攻击 59 次导致网络崩溃。S3 包含 53 个路段, 经过多次实验证明, 平均每次随机攻击 60 个路段可以使网络崩溃。图 5.24-5.27 是攻击方案 d 中, 第二次攻击实验中记录的各个指标的变化。

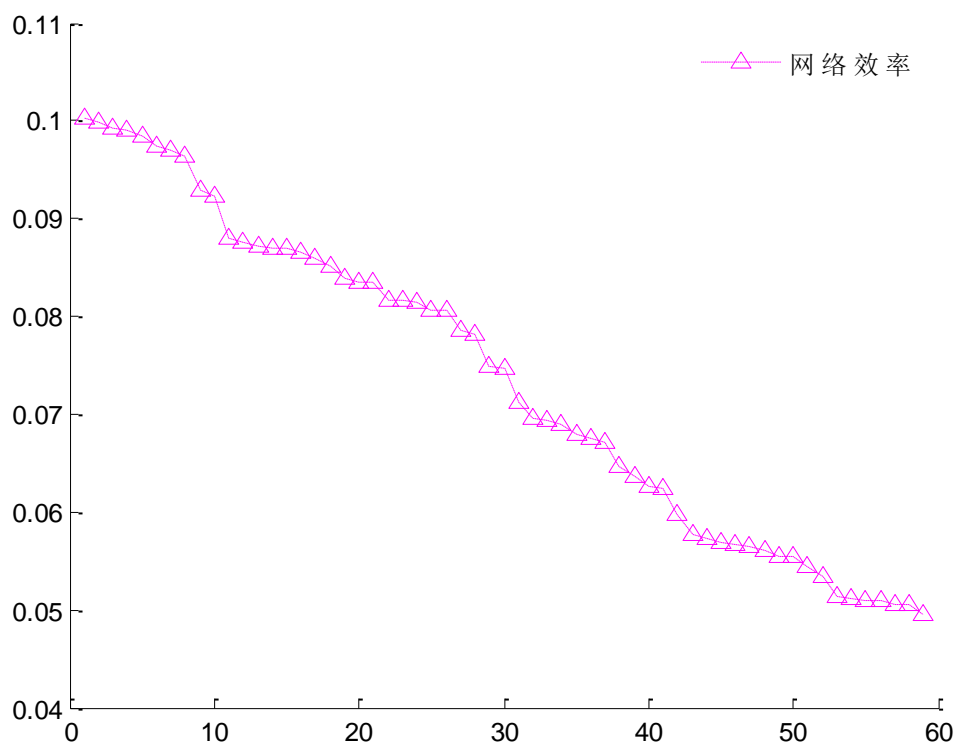


图 5.24 网络效率随着随机路段攻击的变化

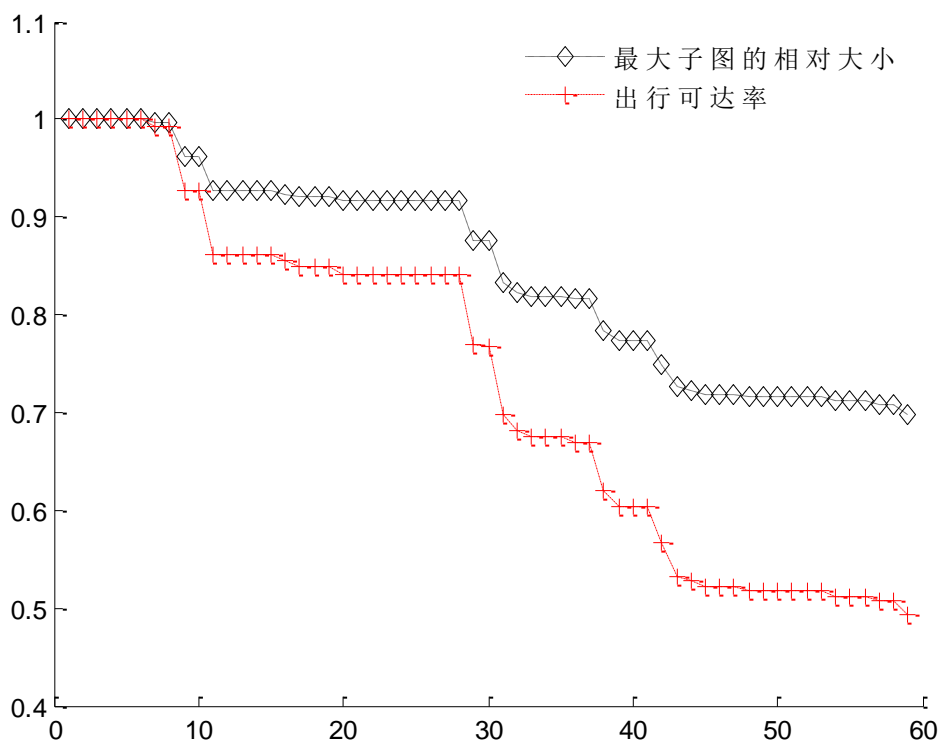


图 5.25 最大子图相对大小和出行可达率随着随机路段攻击的变化

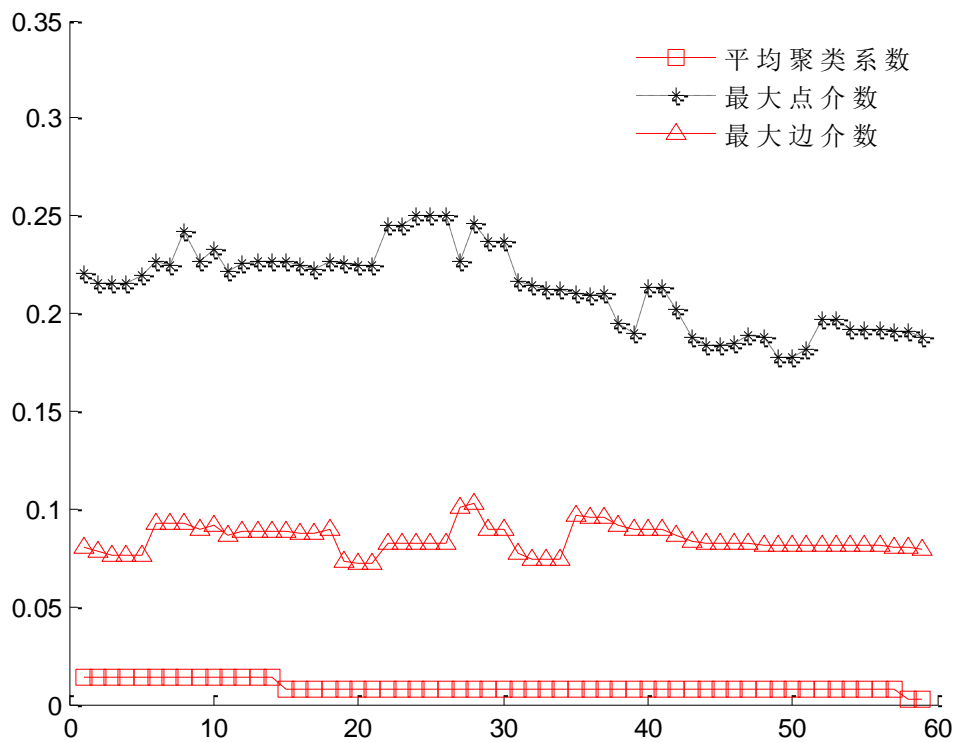


图 5.26 平均聚类系数和最大点介数及最大边介数随着随机路段攻击的变化

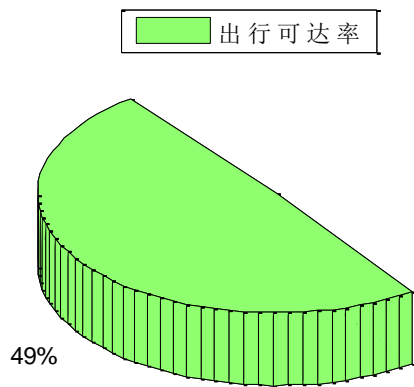


图 5.27 网络效率为 5%时的出行可达率

从图 5.24 中可以看出，随着对路段的不断攻击，网络效率呈近似线性下降的方式变化，将变化过程近似为线性的，可以得出变化的斜率为  $0.86 \times 10^{-3}$ ，变化非常缓慢，这说明网络承受路段攻击的能力比较强。

从图 5.25 中可以看出, 最大子图的相对大小和出行可达率总体上随着路段攻击不断下降, 但变化过程呈现出阶跃特性, 即达到一个稳定态时, 最大子图的相对大小和出行可达率不再随着路段攻击发生变化, 直到下一个稳定态时发生阶跃。

从图 5.26 中可以看出, 该市城市轨道交通网络平均聚类系数较低, 最大点介数和最大边介数在一定范围内波动, 这是因为删除一个路段必然会导致部分节点之间的最短路径发生变化, 点介数和边介数可能上升也可能下降。

图 5.27 是网络效率为 5% 时的出行可达率, 初始网络效率为 10.08% 时, 出行可达率为 100%, 网络效率下降 5.08% 对应着出行可达率下降约 50%, 这说明出行可达率更适合从功能上表达网络的鲁棒性。

## (2) 选择攻击

方案 e: 分别选择攻击 1 个节点度最大、节点权重最大、点介数最大、聚类系数最大的节点; 选择攻击 1 个边介数最大、权重最大的路段。

方案 f: 对节点度、节点介数、节点聚类系数、边介数、路段权重分别降序排序, 设定失效指标值, 依次进行攻击。

表 5.17 攻击方案 e

攻击方案	攻击前	攻击节点				攻击路段	
		度最大	权重最大	聚类系数最大	点介数最大	介数最大	权重最大
	[]	1	174	113	59	[59, 140]	[14, 100]
级联失效路段数量	0	652	3394	574	8290	776	562
平均度	4.569	4.514	4.542	4.542	4.514	4.556	4.556
非加权平均最短距离	14.596	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	14.963	14.933
以运行时间为权	40.551	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	41.092	41.352
以路段距离为权	24560.000	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	24576.751	24646.824
平均聚类系数	0.014	0.014	0.014	0.008	0.014	0.014	0.014
网络效率	0.101	0.099	0.098	0.100	0.092	0.099	0.099
最大点介数	0.222	0.221	0.215	0.221	0.196	0.204	0.277
最大边介数	0.080	0.080	0.078	0.080	0.080	0.080	0.091
连通度	0.79%	0.78%	0.79%	0.79%	0.78%	0.79%	0.79%
最大连通子图的相对大小	100.00%	99.65%	97.92%	99.65%	95.14%	100.00%	100.00%
交通瓶颈	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
出行可达率	100.00%	99.30%	95.90%	99.30%	90.68%	100.00%	100.00%

表 5.17 为攻击方案 e 的计算结果, 可以发现, 单一节点攻击方案中, 选择点介数最大的节点, 网络效率下降最快, 级联失效路段最多, 出行可达率下降最快, 对系统的破坏力度最大。

表 5.18 攻击方案 f

攻击方案	攻击前	攻击节点				攻击路段	
		度最大	权重最大	聚类系数最大	点介数最大	介数最大	权重最大
攻击次数	0	17	32	49	13	81	86
攻击顺序	[]	F1	F2	F3	F4	F5	F6
级联失效路段数量	0	57762	51498	51300	59866	53372	54434
平均度	4.569	3.694	3.597	3.250	3.784	4.000	3.875
非加权平均最短距离	14.596	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
以运行时间为权	40.551	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
以路段距离为权	24560.000	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
平均聚类系数	0.014	0.012	0.016	0.000	0.012	0.012	0.012
网络效率	0.101	0.041	0.048	0.049	0.037	0.046	0.050
最大点介数	0.222	0.179	0.144	0.173	0.152	0.171	0.313
最大边介数	0.080	0.073	0.056	0.079	0.071	0.058	0.146
连通度	0.79%	0.64%	0.62%	0.56%	0.54%	0.69%	0.007
最大连通子图的相对大小	100.00%	57.99%	64.24%	64.58%	53.42%	62.85%	0.764
交通瓶颈	[]	[]	[]	[]	[]	[]	[]
出行可达率	100.00%	36.80%	41.57%	41.80%	33.52%	41.80%	58.92%

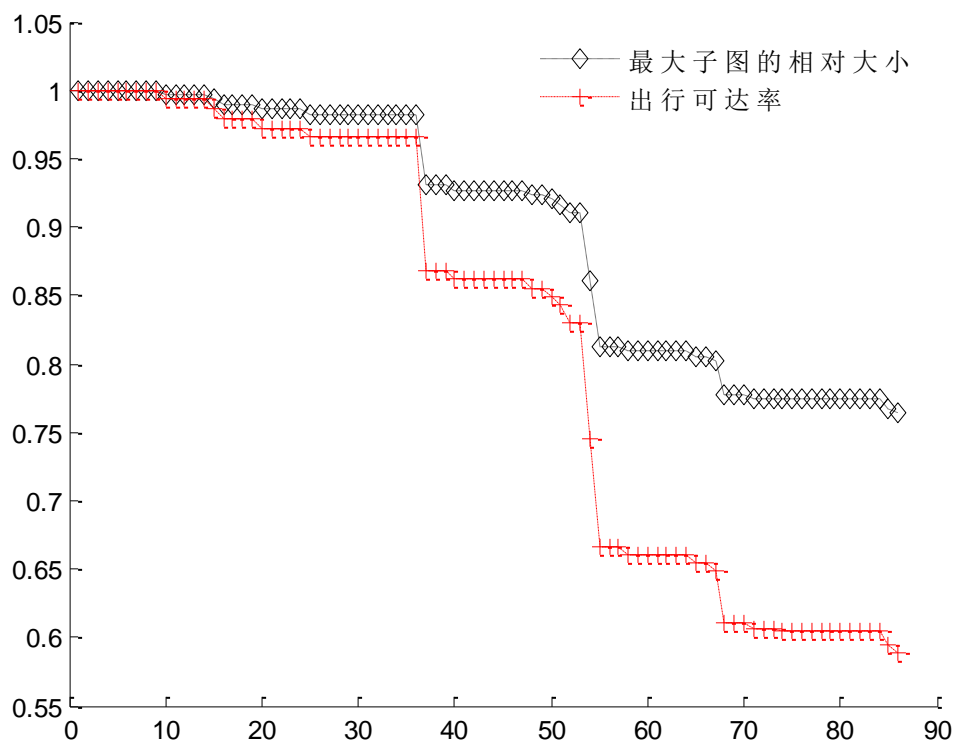


图 5.28 按边介数降序攻击时鲁棒性指标的变化

表 5.18 是方案 f 的计算结果, 可以看到, 选择攻击方案中对节点按介数降序攻击, 网络鲁棒性指数变化非常敏感。实验中按节点介数降序攻击仅 13 次就可以达到随机攻击 60 次的效果。对边介数降序攻击网络仍然表现出突出的鲁棒性, 这可以从图 5.28 中最大子图相对大小和网络效率的阶跃特性得到证明。

综上, 系统对点介数较大的节点攻击表现出脆弱性, 而对边的攻击, 系统总有较强的鲁棒性。

### (3) 对比分析

对单一节点的随机攻击几乎不改变网络的鲁棒性指标; 连续随机攻击节点使网络效率由初始态到 5%, 需要 12.5% 的节点攻击, 测算可得随机攻击致使网络崩溃, 需要节点数量占网络节点总数的 31.25% 左右, 说明对随机的节点攻击, 城市轨道交通网络具有极高的网络弹性。

从实验结果来看, 任何节点和路段的攻击都会产生级联失效现象, 因此, 本文所研究的理论模型, 对于运营管理工作具有很大的前瞻性指导作用。单一路段的随机攻击对网络的影响更小, 鲁棒性指标不会发生大的变化, 这说明城市轨道交通网络在路段攻击下提供替代线路的能力很强。通过对比方案 a 和方案 c 可以发现, 随机攻击节点 36 次的效果相当于攻击路段 60 次, 说明攻击节点对网络的破坏力度大于攻击路段, 究其原因, 是因为每个节点与多个路段连接, 节点被攻击会导致相邻边被破坏, 因此 1 个节点的攻击相当于若干路段的攻击。随机攻击中, 最大连通子图的相对大小和出行可达率均呈现出阶跃特性, 说明在一定的攻击力度下, 网络具有维持初始功能的能力。从方案 e 和方案 f 的计算结果可以看出, 对网络破坏最快、力度最大的特征攻击点是节点介数最大的点。

## 5.3 本章小结

本章进行了两个算例分析, 第一个算例是规模为  $9 \times 9$  的简单网络, 目的在于便于对加权网络拓扑结构和鲁棒性各个参数和指标进行试算和验证, 以保证算法和程序的正确性; 第二个算例是  $288 \times 288$  的较大规模网络。实验中基于获取的基础数据求得初始状态的拓扑参数和鲁棒性指标, 在攻击实验中设计了 6 种攻击方案, 全面地阐述和论证了城市轨道交通网络的鲁棒性能。

## 6 结论与展望

### 6.1 研究结论

本文以图论和复杂网络为理论基础,研究了城市轨道交通网络的拓扑结构和鲁棒性,计算和分析了度及度分布、最短距离及平均最短距离、聚类系数、网络效率、介数、连通度、最大连通子图及其相对大小等指标。并给出了求解基于流量的节点权重和路段权重方法,研究了交通瓶颈的识别和级联失效问题,给出了网络失效和崩溃的数学表达方式。建立的鲁棒性指标包括:连通度、最大连通子图的相对大小、网络效率、出行可达率,其中前三个指标可用于非加权网络鲁棒性指标,出行可达率是评判加权网络鲁棒性的重要指标。最后以两个算例分析上述指标,总的来说,本文的主要工作和研究结论归纳如下:

(1) 研究了城市轨道交通网络的加权特性,给出了求解节点权重和路段权重的数学方法,首次提出了以出行可达率作为城市轨道交通鲁棒性评价指标,并给出了求解出行可达率的数学方法和计算程序;

(2) 研究了交通瓶颈识别的量化方法,通过求解路段通行能力和流量分配结果,以矩阵形式标定了交通瓶颈;

(3) 研究了因节点和路段被攻击而产生的级联失效问题,以最短距离变化率作为评判标准,构建了级联失效函数并生成了级联失效矩阵;

(4) 以 Matlab 为工具完成了所有指标的求解程序,完成了模拟攻击实验;

(5) 攻击实验中网络鲁棒性指标的阶跃曲线说明,城市轨道交通网络受到攻击时,具有较高的弹性,表现为具有抵抗破坏的能力。当网络部分功能被破坏后会形成新的网络,此时网络再次具有较高的弹性;

(6) 通过攻击实验说明了城市轨道交通网络同时具有随机攻击下的鲁棒性和选择攻击下的脆弱性。

### 6.2 研究工作展望

在攻击实验中假定网络效率为 0.05 时网络崩溃,实际上只有所有节点之间的连接全部消失,网络为若干个孤立点组成的零图时,才是真正意义上的网络崩溃。然而由于时间、资源和水平有限,在复杂网络中,限于节点数量较多,每一次攻击伴随着  $288 \times 288$  个元素的更新,当攻击次数较多时,计算耗时较长,这不仅是对算法的考验也是对计算机设备的考验,本文只能在不影响理论深度的原则上暂时忽略上述问题;



考虑到本文的研究重点是鲁棒性分析，在配流过程中采用了最短路配流方法，即高峰小时的客流量全部分布在最短路径上。而实际上，城市轨道交通网络中，出行者也可以选择不同的出行路径完成出行行为，尤其在高峰时段更应该考虑到拥挤效应，构建平衡配流模型。

由于时间和水平有限，本文研究内容有限，请各位给予指正。

## 致谢

时间如白驹过隙匆匆而过，转眼间三年的研究生生涯即将结束，在论文完成的最后，我内心触发着万缕思绪，我要利用这段空白，对曾经给予我耐心指导和帮助的导师同学表示感谢，谢谢你们。

我要感谢，非常感谢我的导师牛惠民教授。本研究及学位论文是在我的导师牛惠民教授的指导下完成的，期间他给了我许多修改意见和思路方法。他严肃的科学态度，严谨的治学精神，精益求精的工作作风，深深地感染和激励着我。

我要感谢，感谢在一起度过研究生生活的各位同门，正是由于他们的帮助和支持，我才能克服一个一个的困难和疑惑，直至本文的顺利完成。在此我要特别感谢顾金伟、刘烈锋、张文悦、雷世豪同学，正是和他们不断的交流中是我产生了许多新的思路，在论文完成的最后阶段给予我不少的帮助。在这里请接受我诚挚的谢意。

我要感谢，非常感谢长沙理工大学的高志波同学。在百忙之中抽出时间帮助我搜集文献资料，探讨论文算例中程序实现的方法和技巧，对我的论文提出了诸多宝贵的意见和建议。在此表示深深的感谢。

我要感谢，非常感谢同宿舍的刘国梁和崔永鹏同学，正是他们良好的学习习惯鼓舞着我不断坚持学习，同时感谢他们在生活中对我的无私帮助。

我要感谢，非常感谢自己。在论文的写作过程中，不断要求自己，激励自己，模型算法一次一次的推导，无数个通宵达旦，每一个难关的攻克都浸润着痛苦和快乐，每一段程序都浇灌着执着的情感.....

我要感谢，非常感谢我的家人，感谢家人对我无微不至的关怀，感谢父母对我的支持，感谢哥哥姐姐对我生活上无微不至的照顾，感谢我爱的人对我无限的鼓励。

感谢那些永远也不能忘记的朋友，他们的支持与情感，是我永远的财富。

## 参考文献

- [1] Carreras, B.A, Newman D E, Dobson I, et al. Evidence for self-organized criticality in electric power system blackouts[C]// Hawaii International Conference on System Sciences. IEEE Computer Society, 2000:1733-1740.
- [2] 陈树根. 2004 年 7 月 10 日,北京突降暴雨,造成莲花桥等地交通瘫痪近 5 小时.[J]. 建设科技, 2004(14).
- [3] Erdős, P, Rényi, A. On the Evolution of Random Graphs[J]. Publication of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy Ofences, 1961, 38(1):17--61.
- [4] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of “small-world” networks[J]. Preparation, 1998, 6684(6684):440-442.
- [5] Albert R, Jeong H, Barabasi A L. Diameter of the world wide web. Nature[J]. Nature, 1999, 401:130-131.
- [6] Strogatz S H. Exploring complex networks[J]. Nature, 2001, 410(2):24 - 27.
- [7] Yook S H, Jeong H, Barabási A L, et al. Weighted evolving networks.[J]. Physical Review Letters, 2001, 86(25):5835-5838.
- [8] Boccaletti S, Latora V, Moreno Y, et al. Complex networks: Structure and dynamics[J]. Physics Reports, 2006, 424(4-5):175 - 308.
- [9] 汪小帆. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [10] 高自友, 吴建军, 毛保华,等. 交通运输网络复杂性及其相关问题的研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2005, 02 期(2):79-84.
- [11] 高自友, 赵小梅, 黄海军,等. 复杂网络理论与城市交通系统复杂性问题的相关研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2006, 第 3 期(3):41-47.
- [12] 谭跃进, 吴俊, 邓宏钟. 复杂网络中节点重要度评估的节点收缩方法[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(11):79-83.
- [13] 章忠志. 复杂网络的演化模型研究[D]. 大连理工大学, 2006.
- [14] 郭崇慧, 覃华勤. 一种改进的禁忌搜索算法及其在选址问题中的应用[J]. 运筹与管理, 2008, 17(1):18-23.
- [15] 高洁, 施其洲. 城市轨道网络抗毁可靠性定义及评价指标模型研究[J]. 铁道学报, 2007, 29(3):29-33.
- [16] 王志强, 徐瑞华. 基于复杂网络的轨道交通路网可靠性仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2009, 20 期(20):6670-6674.
- [17] 王云琴. 基于复杂网络理论的城市轨道交通网络连通可靠性研究[D]. 北京交通大学, 2008.
- [18] 叶婷婷. 基于复杂网络的全国铁路网络连通可靠性分析[D]. 北京交通大学, 2009.
- [19] 杨扬. 北京公共交通网络复杂性分析[D]. 北京交通大学, 2011.
- [20] Paolo C, Vito L, Sergio P. Centrality measures in spatial networks of urban streets.[J]. Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys, 2006, 73(3):-.

- [21] Lämmer S, Gehlsen B, Helbing D. Scaling laws in the spatial structure of urban road networks[J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2006, 363(1):89-95.
- [22] Jiang B. A Topological Pattern of Urban Street Networks: Universality and Peculiarity[J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2007, 384(2):647-655.
- [23] Urška Demšar, Olga Špatenková, Kirsi Virrantaus. Centrality measures and vulnerability of spatial networks[J]. *Proceedings Iscram2007*, 2007.
- [24] 高鹏, 胡剑波, 魏高乐. 变权重的城市轨道交通复杂网络鲁棒性分析[J]. *计算机仿真*, 2013, 30(9):153-156.
- [25] Albert R, Jeong H, Barabási A L. Attack and error tolerance in complex networks[J]. *Nature*, 2000, 406(6794):387-482.
- [26] Kwon Y K, Cho K H. Analysis of feedback loops and robustness in network evolution based on Boolean models.[J]. *BMC Bioinformatics*, 2007, 8(1):1-9.
- [27] Holme P, Kim B J, Yoon C N, et al. Attack vulnerability of complex networks.[J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2002, 65(2):634-634.
- [28] Paul G, Tanizawa T, Havlin S, et al. Optimization of robustness of complex networks[J]. *The European Physical Journal B*, 2004, 38(2):187-191.
- [29] Wang B, Tang H, Guo C, et al. Optimization of network structure to random failures[J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2006, 368(2):607-614.
- [30] Derrible S, Kennedy C. The complexity and robustness of metro networks[J]. *Physica A Statistical Mechanics & Its Applications*, 2010, 389(17):3678-3691.
- [31] 接婧. 国际学术界对鲁棒性的研究[J]. *系统工程学报*, 2005, 20(2):153-159.
- [32] 吴俊, 谭跃进. 复杂网络抗毁性测度研究[J]. *系统工程学报*, 2005, 20(2):128-131.
- [33] 杜巍, 蔡萌, 杜海峰. 网络结构鲁棒性指标及应用研究[J]. *西安交通大学学报*, 2010, 44(4):93-97.
- [34] 段后利, 李志恒, 张毅. 城市公交网络的鲁棒性分析模型[J]. *华南理工大学学报:自然科学版*, 2010, 38(3):70-75.
- [35] 赖丽萍. 城市轨道交通网络鲁棒性研究[D]. 北京交通大学, 2012.
- [36] 王海英. 图论算法及其 MATLAB 实现[M]. 北京航空航天大学出版社, 2010.
- [37] 戴一奇. 图论与代数结构[M]. 清华大学出版社, 1995.
- [38] 李勇. 复杂网络理论与应用研究[D]. 华南理工大学, 2005.
- [39] 刘志祥, 陈明明, 顾金伟. 基于有效路径的 Dial 算法改进[J]. *徐州工程学院学报(自然科学版)*, 2017, (1):49-53.
- [40] 吴建军. 城市轨道交通网络拓扑结构复杂性研究[D]. 北京交通大学, 2008.
- [41] 黄海军. 城市轨道交通网络平衡分析[M]// 人民交通出版社, 1994.
- [42] 吴祥云, 刘灿齐. 轨道交通客流量均衡分配模型与算法[J]. *同济大学学报自然科学版*, 2004, 32(9):1158-1162.
- [43] 四兵锋, 毛保华, 刘智丽, 等. 无缝换乘条件下城市轨道交通网络客流分配模型及算法[J]. *铁道学报*, 2007, 29(6):12-18.
- [44] 孔繁钰, 李献忠. 弹性需求下的轨道交通客流分配模型和算法研究[J]. *西部交通科技*, 2008, 22(1):83-87.

- [45] 刘剑锋, 孙福亮, 柏赞,等. 城市轨道交通乘客路径选择模型及算法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2009, 9(2):81-86.
- [46] 徐瑞华, 罗钦, 高鹏. 基于多路径的城市轨道交通网络客流分布模型及算法研究[J]. 铁道学报, 2009, 31(2):110-114.
- [47] 四兵锋, 张好智, 高自友. 求解 Logit 随机网络配流问题的改进 Dial 算法[J]. 中国公路学报, 2009, 22(1):78-83.
- [48] 洪玲, 高佳, 徐瑞华. 城市轨道交通网络突发事件影响客流量的计算[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2011, 39(10):1485-1489.
- [49] 林湛, 蒋明青, 刘剑锋,等. 城市轨道交通客流分配的改进 Logit 模型及方法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2012, 12(6):145-151.
- [50] 李得伟, 韩宝明, 鲁放. 城市轨道交通网络瓶颈分析[J]. 城市轨道交通研究, 2011, 14(5):49-54.
- [51] 北京市地铁.站点及周边信息[EB/OL]. <http://www.bjsubway.com/station/xltcx>,2017.2.20.
- [52] 刘剑锋, 黄悦, 陈锋. 基于 IC 卡数据的地铁客运量推算模型及求解算法[C]// 国际节能与新能源汽车创新发展论坛. 2009.
- [53] 古雨鑫. 运用 Floyd 算法及 MATLAB 编程确定网络计划图关键线路的方法[J]. 科研, 2016(10):00196-00197.

附录 A 某市城市轨道交通线路表

1 号线	2 号线	4 号线-大兴线	5 号线	6 号线	7 号线	8 号线	9 号线	10 号线	13 号线
苹果园	西直门	安河桥北	宋家庄	海淀五路居	北京西站	朱辛庄	郭公庄	巴沟	西直门
古城	积水潭	北宫门	刘家窑	慈寿寺	湾子	育知路	丰台科技园	苏州街	大钟寺
八角游乐园	鼓楼大街	西苑	蒲黄榆	花园桥	达官营	平西府	科怡路	海淀黄庄	知春路
八宝山	安定门	圆明园	天坛东门	白石桥南	广安门内	回龙观东大街	丰台南路	知春里	五道口
玉泉路	雍和宫	北京大学东门	磁器口	车公庄西	菜市口	霍营	丰台东大街	知春路	上地
五棵松	东直门	中关村	崇文门	车公庄	虎坊桥	育新	七里庄	西土城	西二旗
万寿路	东四十条	海淀黄庄	东单	平安里	珠市口	西小口	六里桥	牡丹园	龙泽
公主坟	朝阳门	人民大学	灯市口	北海北	桥湾	永泰庄	六里桥东	健德门	回龙观
军事博物馆	建国门	魏公村	东四	南锣鼓巷	磁器口	林萃桥	北京西站	北土城	霍营
木樨地	北京站	国家图书馆	张自忠路	东四	广渠门内	森林公园南门	军事博物馆	安贞门	立水桥
南礼士路	崇文门	动物园	北新桥	朝阳门	广渠门外	奥林匹克公园	白堆子	惠新西街南口	北苑
复兴门	前门	西直门	雍和宫	东大桥	双井	奥体中心	白石桥南	芍药居	望京西
西单	和平门	新街口	和平里北街	呼家楼	九龙山	北土城	国家图书馆	太阳宫	芍药居
天安门西	宣武门	平安里	和平西桥	金台路	大郊亭	安华桥		三元桥	光熙门
天安门东	长椿街	西四	惠新西街南口	十里堡	百子湾	安德里北街		亮马桥	柳芳
王府井	复兴门	灵境胡同	惠新西街北口	青年路	化工	鼓楼大街		农业展览馆	东直门
东单	阜成门	西单	大屯路东	褡裢坡	南楼梓庄	什刹海		团结湖	
建国门	车公庄	宣武门	北苑路北	黄渠	欢乐谷景区	南锣鼓巷		呼家楼	
永安里		菜市口	立水桥南	常营	垡头			金台夕照	
国贸		陶然亭	立水桥	草房	双合			国贸	
大望路		北京南站	天通苑南	物资学院路	焦化厂			双井	
四惠		马家堡	天通苑	通州北关				劲松	
四惠东		角门西	天通苑北	通运门				潘家园	
		公益西桥		北运河西				十里河	
		新宫		北运河东				分钟寺	
		西红门		郝家府				成寿寺	

		高米店北		东夏园				宋家庄	
		高米店南		潞城				石榴庄	
		枣园						大红门	
		清源路						角门东	
		黄村西大街						角门西	
		黄村火车站						草桥	
		义和庄						纪家庙	
		生物医药基地						首经贸	
		天宫院						丰台站	
								泥洼	
								西局	
								六里桥	
								莲花桥	
								公主坟	
								西钓鱼台	
								慈寿寺	
								车道沟	
								长春桥	
								火器营	

...续上表

14 号线西	14 号线东	15 号线	16 号线	八通线	昌平线	亦庄线	房山线	机场线
张郭庄	善各庄	俸伯	西苑	四惠	昌平西山口	宋家庄	郭公庄	东直门
园博园	陶然桥	顺义	马连洼	四惠东	十三陵景区	肖村	大葆台	三元桥
大瓦窑	永定门外	石门	西北旺	高碑店	昌平	小红门	稻田	3 号航站楼
郭庄子	景泰	南法信	永丰南	传媒大学	昌平东关	旧宫	长阳	2 号航站楼
大井	方庄	后沙峪	永丰	双桥	北邵洼	亦庄桥	篱笆房	
七里庄	北工大西门	花梨坎	屯佃	管庄	南邵	亦庄文化园	广阳城	
西局	平乐园	国展	稻香湖路	八里桥	沙河高教园	万源街	良乡大学城北	
	北京南站	孙河	温阳路	通州北苑	沙河	荣京东街	良乡大学城	
	蒲黄榆	马泉营	北安河	果园	巩华城	荣昌东街	良乡大学城西	

城市轨道交通加权网络鲁棒性研究

	十里河	崔各庄		九棵树	朱辛庄	同济南路	良乡南关	
	九龙山	望京东		梨园	生命科学园	经海路	苏庄	
	大望路	望京		临河里	西二旗	次渠南		
	朝阳公园	望京西		土桥		次渠		
	枣营	关庄				亦庄火车站		
	东风北桥	大屯路东						
	高家园	安立路						
	阜通	奥林匹克公园						
	望京	北沙滩						
	金台路	六道口						
	将台	清华东路西口						
	望京南							
	东湖渠							
	来广营							

注：线路数据中不包含未开通站点，截止时间 2017 年 2 月 20 日。



## 附录 B 复杂网络拓扑参数和鲁棒性指标计算程序

## beifen\_shuju.m

```

Run_time_temp=Run_time;
Dist_temp=Dist;
Dist_W_R_temp=Dist_W_R;
Matrix_adj_temp=Matrix_adj;
OD_temp=OD;
Network_eff=1;
e1=0.05;
Gongji_shunxu=[];           %攻击顺序记录
count=0;
derta=0.25;                 %级联失效指标

```

## tuopu.m

```

%% 1 建立图形
%功能描述：构建拓扑图，非常重要★★★★★，后续计算基于此图
%=====
count=count+1;
Matrix_adj=Run_time;
Matrix_adj(Matrix_adj~=Inf)=1;
Matrix_adj(Matrix_adj==Inf)=0;
for i=1:N
    Matrix_adj(i,i)=0;
end
g=graph(length(Matrix_adj));
set_matrix(g,Matrix_adj);
%=====
%% 2 最短距离、网络直径及平均最短距离
%功能描述：计算各个点之间的最短距离和路径
%=====
%★★★★无权网络★★★★
G=sparse(Matrix_adj);
Dist=graphallshortestpaths(G); %以运行时间为加权网络最短距离矩阵
%路径
for i=1:length(G)
    for j=1:length(G)
        [dist path]=graphshortestpath(G,i,j);
        Path{i,j}=path;
    end
end
Diameter_dist=max(max(Dist)); %网络直径为最大OD距离（经过的边数）
Aver_min_dist=mean(Dist(:)); %求平均最短距离
%★★★★加权网络：以运行时间为权重★★★★
G=sparse(Run_time);

```

```

Dist_W_R=graphallshortestpaths(G); %以运行时间为加权网络最短距离矩阵
Diameter_dist_W_R=max(max(Dist_W_R)); %加权网络直径
Aver_min_dist_W_R=mean(Dist_W_R(:)); %加权网络平均最短距离
%路径
for i=1:length(G)
    for j=1:length(G)
        [dist path]=graphshortestpath(G,i,j);
        Path_W_R{i,j}=path;
    end
end
Rate_D=(Dist_W_R-Dist_W_R_temp)./Dist_W_R_temp;
%级联失效矩阵, 大于规定(这里取0.25)为失效OD对
for i=1:length(Rate_D)
    Rate_D(i,i)=0;
end
[h 1]=find(Rate_D>derta);
CFP=[h 1]; %CFP为级联失效OD集合
CFP_len=length(CFP);
%★★★★加权网络:以站间距离为权重★★★★
Dist_W_S=graphallshortestpaths(sparse(Node_spa)); %加权网络最短距离矩阵
Diameter_dist_W_S=max(max(Dist_W_S)); %加权网络直径
Aver_min_dist_W_S=mean(Dist_W_S(:)); %加权网络平均最短距离
%=====
%% 3 配流
%功能描述: 将流量分配在最短路径上, 求和得出总的路段流量
%=====
X_ij=zeros(size(OD));
for i=1:size(OD)
    for j=1:size(OD)
        LD=Path_W_R{i,j};
        for k=1:length(LD)-1
            X_ij(LD(k),LD(k+1))=X_ij(LD(k),LD(k+1))+OD(i,j);
        end
    end
end
%=====
%% 4 路段能力
%功能描述: 先计算各个线路的能力, 路段能力为所经过的线路能力之和
%=====
C_k_ij=60./f_min_k.*V_k.*P_k.*deta_k;
C_ij=zeros(size(OD));
for k1=1:length(Line_Node_num)
    LD=Line_Node_num{k1};
    for k2=1:length(LD)-1
        C_ij(LD(k2),LD(k2+1))=C_ij(LD(k2),LD(k2+1))+C_k_ij(k1);
        %C_k_ij是线路k上的路段通行能力, C_ij就是最终的路段通行能力
    end
end
end

```

```

C_ij(C_ij==0)=Inf;
%=====
%% 5 求节点度及平均度
%功能描述: 为有向图求度、最小度、最大度、平均度; 画出度分布图
%=====
du=2*deg(g,[1:N]); %求节点的度(有向图)
du_min=min(du); %最小度
du_max=max(du); %最大度
du_aver=mean(du); %平均度
guocheng_du_aver(count)=du_aver;
%=====
%% 6 求度分布
%功能描述: 画度分布图, 平滑拟合度分布曲线
%=====
du_f=tabulate(du);
du_v=du_f(:,1);
du_percent=du_f(:,3);
%=====
%% 7 聚类系数(最大子图的聚类系数)
%功能描述: 求所有点的邻居节点, 求所有点邻居节点的个数, 按算法求所有点的聚类系数
%=====
N=size(Matrix_adj,2);
C=zeros(1,N); %初始化
for v=1:N
    v_neighbors=find(Matrix_adj(v,:)==1); %子图的邻居节点
    if isempty(v_neighbors) %若节点i为孤立(无邻居节点)节点, 令聚类系数为0
        C(v)=0;
    else
        len=length(v_neighbors);
        if len==1 %节点i只有一个邻居节点, 令聚类系数为0
            C(v)=0;
        else
            Subgraph=Matrix_adj(v_neighbors,v_neighbors); %子图的邻接矩阵
            C(v)=length(find(Subgraph==1))/(len*(len-1)); %节点聚类系数的计算公式
        end
    end
end
end
C_aver=mean(C);
guocheng_C_aver(count)=C_aver;
%=====
%% 8 网络效率
%功能描述: 先计算出节点效率(距离的倒数), 再求出平均值, 即网络效率
%=====
Node_eff=/Dist; %节点之间的效率值
Node_eff(Node_eff==inf)=0; %规定距离为0时效率为0
Network_eff=(sum(sum(Node_eff)))/(length(Node_eff)*(length(Node_eff)-1)); %网络效率
guocheng_Network_eff(count)=Network_eff;
%=====

```

```

%% 9 介数
%功能描述：求出点介数和边介数
%点介数是经过该点的最短路数量与路网最短路数量的比值，边介数是经过该边的最短路数量与路网最短路数量的比值。
%此处需要用matlab BGL工具箱，请下载安装后使用
%=====
[Node_bet Edge_bet]=betweenness centrality(sparse(Matrix_adj));
Node_bet=Node_bet./N^2;
Edge_bet=Edge_bet/N^2;
Node_bet_max=max(Node_bet);
Edge_bet_max=max(max(Edge_bet));
guocheng_Node_bet_max(count)=Node_bet_max;
guocheng_Edge_bet_max(count)=Edge_bet_max;
%=====
%% 10 连通度
%功能描述：连通度是图中边的数目除以理论最大边数（注意此处是有向边）
%=====
Edge_num=sum(sum(Matrix_adj));           %图中边的数目
Con=Edge_num/(N*N-1);                    %连通度
guocheng_Con(count)=Con;
%=====
%% 11最大连通子图及其相对大小
%功能描述：最大连通子图的相对大小是最大子图中节点个数除以总节点个数
%=====
[Is_Node_in Num_of_Node]=components(sparse(Matrix_adj));
%a表示站点是否是孤立节点，1表示不是，0表示是;b表示各个子图包含的节点个数。
S_max=max(Num_of_Node)/N;                %最大连通子图的相对大小
guocheng_S_max(count)=S_max;
%=====
%% 12 基于流量的路段权重
%功能描述：路段权重是路段流量除以总流量
%=====
W_edge=X_xiaosuanli./sum(sum(X_xiaosuanli));%W_edge为路段权重
for i=1:N
    W_Point(i)=(sum(OD_temp(:,i))+sum(OD_temp(i,:)))/(2*sum(sum(OD_temp)));
    %W_Point为点权重，因为计算了出发和到达，所以总流量为OD的2倍。
end
%=====
%% 12 交通瓶颈
%功能描述：流量超过通行能力时，该路段为瓶颈路段
%=====
[Tra1 Tra2]=find(X_xiaosuanli./C_ij>1);    %[Tra1 Tra2]为瓶颈路段
Tra1_bott=[Tra1 Tra2];                     %Tra1_bott为瓶颈路段集合
%=====
%% 13 出行可达率
% 功能描述：出行可达率是指网络受到攻击后仍然可以完成出行行为的人占攻击前出行总人数的比例
%=====
A0=Matrix_adj_temp;

```

```

for i=2:N
    A0=A0+Matrix_adj_temp^i;
end
A0(A0~=0)=1; %A0是初始状态的可达矩阵
A1=Matrix_adj;
for i=2:N
    A1=A1+Matrix_adj^i;
end
A1(A1~=0)=1; %A1是新状态的可达矩阵
Q_arrive=A*OD_temp; %攻击后的可达人数分布
Trip_accessibility=(sum(sum(Q_arrive)))/sum(Q); %计算可达率
guocheng_Trip_accessibility(count)=Trip_accessibility;
%=====

```

## GJJD.m

```

Run_time(Point,:)=Inf;
Run_time(:,Point)=Inf;
Node_spa(Point,:)=Inf;
Node_spa(:,Point)=Inf;
[m,n] = cellfun(@(x) ismember(Point,x),Line_Node_num);
m=find(m==1);
n=n(m);
len=1:length(Line_Node_num);
index=setdiff(len,m);
for i=1:length(m)
    l=length(Line_Node_num{m(i)});
    if l>1
        temp=Line_Node_num{m(i)};
        if n(i)==1
            TH{m(i)}={temp(n(i)+1:1)};
            ql{m(i)}={Q_L{m(i)}*0.5};
            fm{m(i)}={f_min_k_temp{m(i)}};
        elseif n(i)==l
            TH{m(i)}={temp(1:n(i)-1)};
            ql{m(i)}={Q_L{m(i)}*0.5};
            fm{m(i)}={f_min_k_temp{m(i)}};
        elseif n(i)>1
            TH{m(i)}={temp(1:n(i)-1) temp(n(i)+1:1)};
            ql{m(i)}={Q_L{m(i)}/2 Q_L{m(i)}/2};
            fm{m(i)}={f_min_k_temp{m(i)} f_min_k_temp{m(i)}};
        end
    else
        TH{m(i)}=[];
        ql{m(i)}=[];
        fm{m(i)}=[];
    end
end
end

```

```

Line_Node_num=[TH{:} Line_Node_num{index}];
Q_L=[ql{:} Q_L{index}];
f_min_k_temp=[fm{:} f_min_k_temp{index}];
f_min_k=cell2mat(f_min_k_temp);
V_k=226*ones(size(Q_L));
P_k=6*ones(size(Q_L));
deta_k=ones(size(Q_L));

```

### GJLD.m

```

Run_time(Section(1),Section(2))=Inf;
Run_time(Section(2),Section(1))=Inf;
Node_spa(Section(1),Section(2))=Inf;
Node_spa(Section(2),Section(1))=Inf;
C_ij(Section(1),Section(2))=0;
C_ij(Section(2),Section(1))=0;

```

### suiji\_gongji\_jiedian.m

```

shuju_xiaosuanli; %小算例数据
% shuju_dasuanli; %大算例数据
beifen_shuju;
flag=input('1-攻击\n0-初始\nflag=');
if flag
    Point=randperm(length(Run_time),1); %随机攻击一个点
    GJJD; %调用节点攻击脚本
end
tuopu; %调用拓扑参数求解脚本
disp('各个指标计算结果如下:');
Result_a={Point,CFP_len,du_aver,Aver_min_dist,Aver_min_dist_W_R,Aver_min_dist_W_S,...
    C_aver,Network_eff,Node_bet_max,Edge_bet_max,Con,S_max,Tral_bott,Trip_accessibility}'
my_Plot

```

### suiji\_gongji\_luduan.m

```

shuju_xiaosuanli; %小算例数据
% shuju_dasuanli; %大算例数据
beifen_shuju;
flag=1; %flag=1, 攻击一个路段, flag=0, 求初始参数
if flag
    flag_rand=1;
    while flag_rand
        Section=randperm(length(Run_time),2);
        if Run_time(Section(1),Section(2))~=Inf
            flag_rand=0;
        end
    end
end
GJLD

```

```
end
tuopu;
disp(' 各个指标计算结果如下: ');
Result_a={Section,CFP_len,du_aver,Aver_min_dist,Aver_min_dist_W_R,Aver_min_dist_W_S,...
    C_aver,Network_eff,Node_bet_max,Edge_bet_max,Con,S_max,Tral_bott,Trip_accessibility}'
my_Plot
```

### lianxu\_suiji\_gongji\_jiedian.m

```
shuju_xiaosuanli; %小算例数据
% shuju_dasuanli %大算例数据
beifen_shuju;
while Network_eff>e1
    flag=1;
    while flag
        Point=randperm(length(Run_time),1); %随机攻击一个点，则数据会更新如下
        if ismember(Point,Gongji_shunxu)==0 %如果点被攻击过则换其他点
            flag=0;
            count=count+1;
            Gongji_shunxu(count)=Point;
        end
    end
    end
    GJJD
    tuopu;
end
disp(' 各个指标计算结果如下: ');
Result_b={Gongji_shunxu,Network_eff,Con,S_max,Trip_accessibility}'
my_Plot
```

### lianxu\_suiji\_gongji\_luduan.m

```
shuju_xiaosuanli; %小算例数据
% shuju_dasuanli; %大算例数据
beifen_shuju;
while Network_eff>e1
    flag_rand=1;
    while flag_rand
        clear m n
        Section=randperm(length(Run_time),2);
        if Run_time(Section(1),Section(2))~=Inf
            flag_rand=0;
        end
    end
    count=count+1;
    Gongji_shunxu{count}=[Section(1),Section(1)];
    GJLD;
    tuopu;
end
```

```
disp('各个指标计算结果如下:');
Result_b={Gongji_shunxu, Network_eff, Con, S_max, Trip_accessibility};
my_Plot
```

### xuanze\_gongji\_jiedian.m

```
shuju_xiaosuanli;
% shuju_dasuanli;
beifen_shuju;
tuopu;
Point=find(max(du)==du);Point=Point(1);
Point_gongji(1)=Point;
Point=find(max(W_Point)==W_Point);Point=Point(1);
Point_gongji(2)=Point;
Point=find(max(C)==C);Point=Point(1);
Point_gongji(3)=Point;
Point=find(max(Node_bet)==Node_bet);Point=Point(1);
Point_gongji(4)=Point;
num=input('请选择攻击类型: \n1-度最大\n2-权最大\n3-聚类系数最大\n4-点介数最大\nnum=');
switch num
    case 1
        Point=Point_gongji(1); %度最大
    case 2
        Point=Point_gongji(2); %权最大
    case 3
        Point=Point_gongji(3); %聚类系数最大
    case 4
        Point=Point_gongji(4); %点介数最大
end
GJJD;
tuopu;
disp('各个指标计算结果如下:');
result_e={Point, CFP_len, du_aver, Aver_min_dist, Aver_min_dist_W_R, Aver_min_dist_W_S,...
    C_aver, Network_eff, Node_bet_max, Edge_bet_max, Con, S_max, Tral_bott, Trip_accessibility};
my_Plot
```

### xuanze\_gongji\_luduan.m

```
shuju_xiaosuanli; %小算例数据
% shuju_dasuanli; %大算例数据
beifen_shuju;
tuopu;
luduan_shuxing=input('1-路段权重\n2-路段介数\nluduan_shuxing=');
switch luduan_shuxing
    case 1
        W_edge=X_xiaosuanli./sum(sum(X_xiaosuanli));%W_edge为路段权重
        temp=reshape(W_edge,1,N*N);
        paixu=sort(temp(temp>0));
```



```

        nixu=fliplr(paixu);
        kk=0;
        for ii=1:length(nixu)
            [h 1]=find(W_edge==nixu(ii));
            kk=kk+1;
            Sect{kk}=[h 1]; %按权重降序排列路段
        end
    case 2
        [Node_bet Edge_bet]=betweenness centrality(sparse(Matrix_adj));
        Edge_bet=Edge_bet/N^2;
        temp=reshape(full(Edge_bet),1,N*N);
        paixu=sort(temp(temp>0));
        nixu=fliplr(paixu);
        kk=0;
        for ii=1:length(nixu)
            [h 1]=find(Edge_bet==nixu(ii));
            kk=kk+1;
            Sect{kk}=[h 1]; %按权重降序排列路段
        end
    end
    end
    Section=Sect{1};
    GJLD
    tuopu;
    disp('各个指标计算结果如下: ');
    result_e={Section(1,:),CFP_len,du_aver,Aver_min_dist,Aver_min_dist_W_R,Aver_min_dist_W_S
        C_aver,Network_eff,Node_bet_max,Edge_bet_max,Con,S_max,Tral_bott,Trip_accessibility}
    my_Plot

```

### lianxu\_xuanze\_gongji\_jiedian.m

```

shuju_xiaosuanli; %小算例数据
% shuju_dasuanli %大算例数据
beifen_shuju;
tuopu;
num=input('请选择连续攻击类型: \n1-度降序\n2-权降序\n3-聚类系数降序\n4-点介数降序\nnum=');
switch num
    case 1
        [U V]=sort(du);
    case 2
        [U V]=sort(W_Point);
    case 3
        [U V]=sort(C);
    case 4
        [U V]=sort(Node_bet);
end
U=fliplr(U); %降序
V=fliplr(V); %攻击顺序
while Network_eff>e1

```

```

    Point=V(count);
    GJJD
    tuopu;
end
gongji_shunxu=V(1:count);
gongji_cishu=count;
disp(' 各个指标计算结果如下: ');
result_e={gongji_cishu,gongji_shunxu,CFP_len,du_aver,Aver_min_dist,Aver_min_dist_W_R,Aver_min_dist_W_S,C_aver,Network_eff,Node_bet_max,Edge_bet_max,Con,S_max,Tral_bott,Trip_accessibility}'
my_Plot

```

### lianxu\_xuanze\_gongji\_luduan.m

```

shuju_xiaosuanli; %小算例数据
% shuju_dasuanli; %大算例数据
beifen_shuju;
tuopu;
luduan_shuxing=input(' 1-路段权重\n2-路段介数\nluduan_shuxing=' );
switch luduan_shuxing
    case 1
        temp=reshape(W_edge,1,N*N);
    case 2
        temp=reshape(full(Edge_bet),1,N*N);
end
[new_xulie index]=sort(temp);
index=fliplr(index); %逆序，即降序排列
for l=1:N*N
    for k=1:N
        if index(l)>(k-1)*N & index(l)<=k*N
            j=k;
            i=index(l)-(j-1)*N;
            Sect{l}=[i j];
        end
    end
end
while Network_eff>e1
    Section=Sect{count};
    Gongji_shunxu{count}=Section;
    GJLD;
    tuopu;
end
disp(' 各个指标计算结果如下: ');
result_e={Gongji_shunxu,CFP_len,du_aver,Aver_min_dist,Aver_min_dist_W_R,Aver_min_dist_W_S,C_aver,Network_eff,Node_bet_max,Edge_bet_max,Con,S_max,Tral_bott,Trip_accessibility}'
my_Plot

```

## my\_Plot.m

```

tu=1;
figure(tu);
ldraw(g);
set(gca,'box','off','color','none');
tu=tu+1;
figure(tu);
bar3(Dist);
xlabel('i');
ylabel('j');
zlabel('d(i,j)');
set(gca,'box','off','color','none');
tu=tu+1;
figure(tu);
bar3(Dist_W_R);
xlabel('i');
ylabel('j');
zlabel('DR(i,j)');
set(gca,'box','off','color','none');
tu=tu+1;
figure(tu);
surf(Dist_W_S);
hold on
stem3(Dist_W_S,'v');
xlabel('i');
ylabel('j');
zlabel('DS(i,j)');
set(gca,'box','off','color','none');
tu=tu+1;
figure(tu);
bar(1:N,du);
xlabel('i');
ylabel('k(i)');
set(gca,'box','off','color','none');
axis normal
tu=tu+1;
figure(tu);
bar(du_v,du_percent,'R');
xlabel('k');
ylabel('p(k)');
set(gca,'box','off','color','none');
if max(C)>0
    tu=tu+1;
    figure(tu);
    bar3(C);
    set(gca,'box','off','color','none');
end

```

```

tu=tu+1;
figure(tu);                                %节点之间的网络效率图
surf(Node_eff);
xlabel(' i ');
ylabel(' j ');
zlabel(' \epsilon ( i,, j ) ');
set(gca,' box',' off',' color',' none');
if Network_eff>0
    tu=tu+1;
    figure(tu);
    pie3(Network_eff);                    %网络效率图
    legend(' 网络效率')
    set(gca,' box',' off',' color',' none');
end
tu=tu+1;
figure(tu);                                %点介数分布柱状图
bar(1:length(Node_bet),Node_bet);
xlabel(' i ');
ylabel(' B(i) ');
set(gca,' box',' off',' color',' none');
tu=tu+1;
figure(tu);                                %边介数分布柱状图
temp1=full(Edge_bet);
bar3(temp1);
xlabel(' i ');
ylabel(' j ');
zlabel(' \pi ( i,, j ) ');
set(gca,' box',' off',' color',' none');
if Con>0
    tu=tu+1;
    figure(tu);
    pie3([Con]);                          %连通度
    legend(' 连通度');
    colormap([1 0 0]);
    set(gca,' box',' off',' color',' none');
end
if S_max>0
    tu=tu+1;
    figure(tu);
    pie3([S_max]);                        %最大连通子图的相对大小
    legend(' 最大连通子图的相对大小')
    set(gca,' box',' off',' color',' none');
end
tu=tu+1;
figure(tu);
bar(W_Point);
xlabel(' 节点-i ');
ylabel(' 权重W(i) ');

```

```

set(gca,'box','off','color','none');
if Trip_accessibility>0
    tu=tu+1;
    figure(tu);
    pie3(Trip_accessibility);
    legend('出行可达率') %出行可达率
    set(gca,'box','off','color','none');
end
%以下为攻击实验中网络鲁棒性指标的变化过程
tu=tu+1;
figure(tu);
plot(1:length(guocheng_Network_eff),guocheng_Network_eff,'m^--');
legend('网络效率');
set(gca,'box','off','color','none');
legend('boxoff')
tu=tu+1;
figure(tu);
plot(1:length(guocheng_Con),guocheng_Con,'b+:');
legend('连通度');
set(gca,'box','off','color','none');
legend('boxoff')
tu=tu+1;
figure(tu);
plot(1:length(guocheng_S_max),guocheng_S_max,'kd:');
hold on
plot(1:length(guocheng_Trip_accessibility),guocheng_Trip_accessibility,'r+-');
legend('最大子图的相对大小','出行可达率')
set(gca,'box','off','color','none');
legend('boxoff')
tu=tu+1;
figure(tu);
plot(1:length(guocheng_C_aver),guocheng_C_aver,'rS-');
hold on
plot(1:length(guocheng_Node_bet_max),guocheng_Node_bet_max,'k*');
hold on
plot(1:length(guocheng_Edge_bet_max),guocheng_Edge_bet_max,'r^-');
legend('最大聚类系数','最大点介数','最大边介数')
set(gca,'box','off','color','none');
legend('boxoff')

```

## shuju\_xiaosuanli

```
%略
```

## shuju\_dasuanli

```
%略
```

## 攻读学位期间的研究成果

[1]刘志祥, 陈明明, 顾金伟. 基于有效路径的 Dial 算法改进[J]. 徐州工程学院学报:自然科学版, 2017, 32(1):49-53.