

复杂网络中的链路预测研究综述

曹瑀晗

(西安电子科技大学,网络与信息安全学院,陕西 西安 710126)

摘要: 链路预测作为复杂网络研究过程中的关键技术,其核心任务在于预测各类复杂网络中未知链路存在的可能性。目前学界针对复杂网络链路预测已提出多种算法。文章首先阐述了复杂网络中的基础定义,并对链路预测的概念、应用场景和评价指标作出了具体的描述,此外,针对多篇文章所提出的链路预测研究方法及其优缺点进行了总结和分析,最后总结了复杂网络链路预测未来的发展前景和研究方向。

关键词: 复杂网络;链路预测;相似性;网络结构

中图分类号: TP393

文献标识码: B

文章编号: 2096-9759(2023)10-0025-04

A Survey of Link prediction for complex network

CAO Yuhan

(School of Cyber Engineering of Xidian University, Xi'an 710126, China)

Abstract: As a key technology in the research of complex networks, the main task of link prediction is to find the missing links and predict the possibility of future links in various types of complex networks. Multiple algorithms have been proposed for link prediction in complex network. In this paper, the basic definitions of complex network are firstly described, and the concepts, application scenarios and evaluation metrics of link prediction are specifically illustrated. In addition, the advantages and disadvantages of the research methods of link prediction proposed in several papers are summarized and analyzed. Finally, the future development prospects and research directions of link prediction in complex network are summarized and forecasted.

Key words: complex network, link prediction, similarity, network structure

0 引言

现实生活中存在着大量复杂系统,为对这些复杂系统进行深入分析和研究,以解决其对应的实际问题,学界通常会将其抽象化为网络。因此,复杂网络涉及现实世界中的各个领域,如医学领域中构成神经系统的神经网络、计算机科学领域中的计算机网络、以及社会生活领域中的社交网络等,其通常由大量网络节点和相互连接的边构成,节点对应复杂网络中的不同实体,连边则代表这些实体之间的关系。复杂网络通常具有规模巨大、连接结构复杂、节点种类多样等特征,因此其网络信息通常难以被完整、精确地观测和采集。

为解决复杂网络中信息缺失的问题,链路预测应运而生。链路预测是利用网络中的现有信息来寻找网络中缺失的信息,同时识别网络虚假边缘和预测未来可能出现的链路的科学方法,是研究复杂网络的关键技术之一。

目前,链路预测技术已在复杂网络的研究和发展工作中发挥了巨大作用。例如,文献[1]中通过局部路径对网络连边的方向进行预测,提出了一种可在大规模网络中应用的链路预测方案;文献[2]提出了一种针对有向网络节点相位的动态预测算法,其中分析了网络链路方向的作用,并阐述了双向链路和单向链路在链路预测和有向网络结构中的不同作用。文献[3]通过对微信号网络进行分析,提出了一种基于平均场理论的进化模型来阐述网络链路的生成和动态传播原理。

本文介绍了复杂网络链路预测领域的基础概念以及其精确度评价指标,并对基于网络节点信息、结构属性特征、机器学习与概率模型进行复杂网络链路预测的多种经典算法进行了研究和分析,总结并对比了其优缺点,最后对复杂网络链路预测领域的未来发展前景和研究方向进行了展望。

1 网络模型表示

给定一个有向网络 $D(V, E)$,其中 V 表示网络中节点的集合 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, E 表示网络中连边的集合 $\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 。网络中的任意一条边对应一对节点,即, $e_i = \{v_i, v_j\}$ 其中 v_i 为连边的起点, v_j 为连边的终点。有向网络须满足以下条件:

- (1) 网络中的边是有方向的;
- (2) 网络中不存在自环部分;
- (3) 节点 v_i 与节点 v_j 之间有且仅有一条连边,不存在 $e_i = e_j = \{v_i, v_j\}$ 。

有向网络通常由邻接矩阵和关联矩阵表示:

1.1 邻接矩阵

网络邻接矩阵通常用来表示节点之间的关系:

定义一个非对称的邻接矩阵 A ,以 $a_{ij}=1$ 表示节点 $v_i \rightarrow v_j$ 的边,以 $a_{ji}=1$ 表示节点 $v_j \rightarrow v_i$ 的边,则邻接矩阵 A 可以清晰地描述有向网络中节点和边的关系。

1.2 关联矩阵

关联矩阵 $N \times M$ 可以表示含有 N 个节点和 M 条边的复杂网络,记为矩阵 A^C 。矩阵元素 $A_{ix}^C=1$ 表示节点 v_i 为边 e_x 的起点,矩阵元素 $A_{ix}^C=-1$ 表示节点 v_i 为边 e_x 的终点,矩阵元素 $A_{ix}^C=0$ 表示节点 v_i 与边 e_x 不相邻。

1.3 节点出度与入度

有向网络节点的度由出度和入度组成。节点 v_i 的出度等于以 v_i 为起点的边的个数,表示为 $k_i^{out} = \sum_{j=1}^N A_{ij}^I$; 节点 v_i 的入度等于以 v_i 为终点的边的个数,表示为 $k_i^{in} = \sum_{j=1}^N A_{ji}^D$ 。单个节点的入度和出度可能不同,但整个网络的平均入度始终等于网络的平均出度,表示为:

收稿日期: 2023-05-23

作者简介: 曹瑀晗(2004-),女,本科,主要研究方向:信息安全。

$$\langle k_i^{out} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{out} = \langle k_i^{in} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i^{in} = \frac{M}{N} \quad (1)$$

1.4 聚类系数

网络的聚类系数最早由 Watts 和 Strogatz 等人提出,用于定量表示一个节点的邻居节点间也互为邻居节点的概率。在复杂网络中,单个节点的邻居节点之间实际存在的连边数目与这些邻居节点之间最大可能的连边数目之比就是节点的聚类系数。网络中所有节点聚类系数的平均值就是网络的聚类系数,即网络相邻节点间的边数与网络最大边数之比,它反映了网络的聚集性。

下面以三角形结构为例,计算复杂网络中的聚类系数。

在无向网络中三角形结构是唯一确定的,但在有向网络中,由于需要考虑边的方向,因此三角形结构共有七种类型,如图 1 所示。

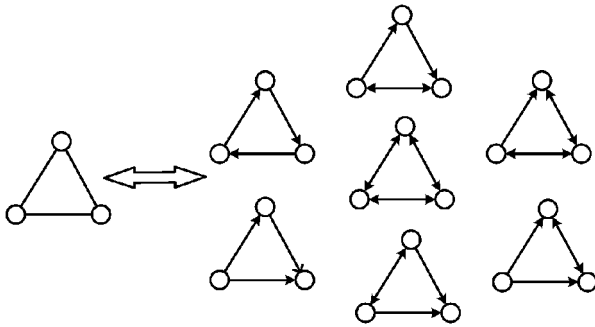


图 1 无向网络中的三角形结构对应有向网络的 7 种三角形结构类型

因此,我们需要分别计算不同三角形结构的聚类系数。有向网络中,一个节点与其两个邻居节点(不区分邻居节点顺序)可形成 3 种局部结构和 4 种三角形结构,如图 2 所示。

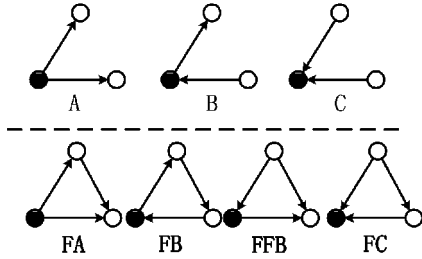


图 2 3 种有向局部结构和 4 种有向三角形结构

分别计算上述四种三角形结构的聚类系数如下式:

$$\tilde{C}_i^d = \left(\frac{N_i^{FA}}{M_i^A}, \frac{N_i^{FB}}{M_i^B}, \frac{N_i^{FFB}}{M_i^B}, \frac{N_i^{FC}}{M_i^C} \right) \quad (2)$$

式中, M_i^A 、 M_i^B 、 M_i^C 分别表示网络中结构 A、B、C 的个数, N_i^{FA} 、 N_i^{FB} 、 N_i^{FFB} 、 N_i^{FC} 分别表示结构 FA、FB、FFB、FC 的个数。该定义有利于我们对有向网络的结构和功能特征进行更深入的研究。研究表明,在某些网络中,节点结构 A 的聚类因子越小,节点产生新连接的概率越高。基于此,Chen 等人提出了一种基于节点聚类系数识别大规模有向网络中传播影响较大的节点的算法。

2 链路预测

复杂网络中的链路预测旨在由已知的节点信息和网络结构信息^[3-4]预测网络中尚未产生连边的一对节点间产生连边的

可能性,其主要任务为预测网络中的未知链路信息和未来链路。链路预测的概念和评价指标如下。

2.1 链路预测概念

对于有向网络 $D(V, E)$, V 表示网络中 N 个节点的集合, E 表示网络中连边的集合。网络中连边总数 $M=N(N-1)$, 在链路预测方法中, S_{xy} 表示节点 $v_x \rightarrow v_y$ 是单向连通边的预测分值,通常 $S_{xy} \neq S_{yx}$ 。所有节点对按得分降序排列,排名越高的节点对间产生连边的概率越高。

2.2 链路预测评价指标

为对目前各类链路预测方法进行性能比较,本文将网络划分为训练集 E^T 和测试集 E^P , 其中 $E^T \cup E^P = E$, $E^T \cap E^P = \emptyset$; 网络中若不考虑相连关系时共有 $N(N-1)/2$ 个节点对,定义其为全集 U , 属于 U 但不属于 E 的边为网络中不存在的边的集合。评价过程中,对于已知的链路预测算法,应首先基于训练集 E^T 计算节点对的预测分值,并在测试集 E^P 中进行验证。

目前三种主流的链路预测评价方法为 AUC、Precision 和 Ranking Score。AUC 衡量的是算法的整体精度^[4]; Precision 仅考虑前 L 位排名的边是否预测准确^[5]; Ranking Score 则仅考虑预测连边的排序^[6]。

(1) AUC:

AUC 最初指受试者工作特性曲线 (Receiver Operating Characteristic, ROC) 下的面积,可简单理解为随机选择的连边测试集的分值高于随机选择的不存在边的分值的概率^[6]。AUC 计算公式如下:

$$AUC = \frac{n' + 0.5n''}{n} \quad (3)$$

(2) Precision:

Precision 定义为在降序排列所得的前 L 个预测边中预测准确的边所占比例^[7]。若有 m 条边被准确预测并按照预测分值大小排序,则设前 L 条边中有 m 条属于测试集 E^P , 其精度定义为:

$$Precision = \frac{m}{L} \quad (4)$$

(3) Ranking Score

在部分情况下,连边在测试集中的位置在最终排序中更为重要,此时需要通过 Ranking Score 来评价链路预测算法。设 $H=U-E^T$ 为未知边的集合, r_e 表示测试边 $e \in E^P$ 在排序中的排名。测试边的排名分值为:

$$RS_e = \frac{r_e}{H} \quad (5)$$

对测试集中的所有边进行迭代计算,得到算法 RS 值为:

$$RS = \frac{1}{|E^P|} \sum_{e \in E^P} RS_e = \frac{1}{|E^P|} \sum_{e \in E^P} \frac{r_e}{H} \quad (6)$$

3 链路预测算法研究

文献[1]、[2]的链路预测算法中提到了无向度量在有向网络中的应用,但并未给出明确定义,其方案主要是基于共同邻居相似度量度和相似性指标 PA、AA、RA 等的扩展应用进行链路预测,如表 1 所示。

其中,共同邻居的概念为 $z \in \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y)$, 即在基于共同邻域的相似性度量中,只计算 $v_x \rightarrow v_z \rightarrow v_y$ 结构的数量。

文献[3]同样提出了一种基于共同邻居的链路预测算法,该方案表示单个节点拥有的共同邻居越多,就越有可能产生新连接。其公式表示为:

$$s_{xy} = |\Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y)| \quad (7)$$

表1 有向网络中基于局部信息的预测扩展应用

| 相似性指标 | 指标定义 | 有向方式定义 |
|----------|--|--|
| CN | $S_{xy} = \Gamma(x) \cap \Gamma(y) $ | $S_{xy} = \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y) $ |
| Jaccard | $S_{xy} = \frac{ \Gamma(x) \cap \Gamma(y) }{ \Gamma(x) \cup \Gamma(y) }$ | $S_{xy} = \frac{ \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y) }{ \Gamma_{out}(x) \cup \Gamma_{in}(y) }$ |
| Salton | $S_{xy} = \frac{ \Gamma(x) \cap \Gamma(y) }{\sqrt{k(x) \times k(y)}}$ | $S_{xy} = \frac{ \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y) }{\sqrt{k_{out}(x) \times k_{in}(y)}}$ |
| Sorensen | $S_{xy} = \frac{2 \times \Gamma(x) \cap \Gamma(y) }{k(x) + k(y)}$ | $S_{xy} = \frac{2 \times \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y) }{k_{out}(x) + k_{in}(y)}$ |
| HPI | $S_{xy} = \frac{ \Gamma(x) \cap \Gamma(y) }{\min\{k(x), k(y)\}}$ | $S_{xy} = \frac{ \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y) }{\min\{k_{out}(x), k_{in}(y)\}}$ |
| HDI | $S_{xy} = \frac{ \Gamma(x) \cap \Gamma(y) }{\max\{k(x), k(y)\}}$ | $S_{xy} = \frac{ \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y) }{\max\{k_{out}(x), k_{in}(y)\}}$ |
| LHN-I | $S_{xy} = \frac{ \Gamma(x) \cap \Gamma(y) }{k(x) \times k(y)}$ | $S_{xy} = \frac{ \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y) }{k_{out}(x) \times k_{in}(y)}$ |
| PA | $S_{xy} = k(x) \times k(y)$ | $S_{xy} = k_{out}(x) \times k_{in}(y)$ |
| AA | $S_{xy} = \sum_{z \in \Gamma(x) \cap \Gamma(y)} \frac{1}{\log k(z)}$ | $S_{xy} = \sum_{z \in \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y)} \frac{1}{\log k_{out}(z)}$ |
| RA | $S_{xy} = \sum_{z \in \Gamma(x) \cap \Gamma(y)} \frac{1}{k(z)}$ | $S_{xy} = \sum_{z \in \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y)} \frac{1}{k_{out}(z)}$ |

在大多数实际网络中该算法的耗时更短,但其精度明显低于基于全局的链路预测算法。

文献[4]中则提出了 ADAMIC-ADAR 指标,该指标基于两节点间共同邻居的度,认为低度的共同邻居节点贡献大于高度的共同邻居节点,更有可能产生新连接,其公式表示为:

$$S_{xy} = \sum_{z \in \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y)} \frac{1}{\log k_{z_{in}}} \quad (8)$$

文献[5]基于资源分配的思想,提出了 RESOURCE ALLOCATION (RA)指标。共同邻居将资源平均划分为多个出度,在资源转移过程中,将资源平均分配给其邻居节点。在此过程中,节点相似性表示为:

$$S_{xy} = \sum_{z \in \Gamma_{out}(x) \cap \Gamma_{in}(y)} \frac{1}{k_{z_{out}}} \quad (9)$$

文献[6]中所提出的 Katz 指标本质则是计算网络中两个节点之间的所有路径,使其中较短的路径权重更高。其数学表达式为:

$$S_{xy} = \sum_{l=1}^{\infty} \alpha^l * |\text{paths}_{x,y}^{(l)}| \quad (10)$$

其中 $\text{paths}_{x,y}^{(l)}$ 为节点 x 与节点 y 之间长度为 L 的路径集合。

文献[7]提出了 LOCAL PATH (LP) 指标,主要考虑路径长度为 2 或 3 的局部路径。与 Katz 指标相比,LP 指标的准确性和时间复杂度均更加优良。相似性表达式为:

$$S_{xy} = A^2 + \alpha A^3 \quad (11)$$

其中 $(A^2)_{x,y}$ 为节点 x 到节点 y 长度为 2 的路径数。

文献[8]中提出两个节点之间的最短路径是由一个节点到另一个节点的最短路径,因此链路中可以有多个对节点的最短路径。其相似性表达式定义为:

$$S_{xy} = |\text{path}_{x,y}| \quad (12)$$

其中 $\text{path}_{x,y}$ 为节点 x 到节点 y 的路径长度,若一个节点无

法到达另一节点,则其相似度为 0。

文献[9]中提出了一种用于社交网络中链路预测的新型加权图接近度度量模型,实验结果表明,基于图接近度度量的链路预测更适用于开放、动态的在线社交网络。

文献[10]提出了一种高效的链路预测算法,通过计算基于随机游走原理的连边强度估算函数来进行链路预测,该函数结合了网络结构信息以及网络节点和连边的属性,并利用这些属性引导图形随机游走。该监督学习任务的目标是学习一个可以为网络连边分配强度的函数,以便随机游走访问未来将创建新链接的节点。实验表明,该方案性能优于最新的无监督学习算法和基于特征提取的算法。

文献[11]提出了一种基于交易信息预测链路强度的监督学习算法。该方案设计并研究了一种社交网络数据挖掘中的新任务,即基于属性、拓扑和交易特征的链路强度预测和性能比较,评估从普渡大学 Facebook 官网获取的公开数据。实验表明该方案可以准确地预测可靠连接,同时可预测网络中链路是否存在。实验结果显示,该方案整体性能 AUC 为 87%,测试性能良好。

文献[12]中提出了一种用于链路预测的改进加权接近度度量算法。该方案选择基于图形接近度度量和社交网络中现有链路的权重进行更精准的链路预测。实验结果表明,在密集的社交网络中,该算法性能优于传统的加权图形接近度度量算法。

文献[13]中提出了一种基于底层网络结构属性进行链路预测的监督学习算法。该方案直接使用了文章共同作者为原始数据,以研究人员作为节点,研究人员间的合作作为链路;并针对这些数据对预测变量进行了测试,其实验结果显示出极高的准确度。

文献[14]初步探讨了链路预测与图拓扑之间的联系。该文章仅关注聚类系数的预测值,其提出的方案整体框架包括了构建链路概率模型、基于广义聚类系数估算模型参数以及基于该模型进行链路预测的方法。

文献[15]提出了一种量化复杂网络中顶点相似度的方法。若两个顶点的邻居节点本身相似,则上述两个顶点是相似的。基于这一概念,文献[15]提出了一种相似度量,并推导出了

一个可以使用网络邻接矩阵进行迭代评估的相似性矩阵公式。该方案在计算机网络上进行了测试,实验结果表明,其度量性能在识别由较长路径连接的节点间的相似度时表现良好,度量效果优于该领域传统的相似性度量方法(如余弦相似性度量)。

4 结语

近年来,随着互联网技术的进步,线上社交活动的普及促进了各类社交网站的不断发展。这样一个由大量用户组成,并支持用户间分享内容、建立连接的社交网络就可以抽象化为一个复杂网络来进行深入地分析研究。其中,网络节点代表用户,节点之间的边代表他们的交互。

基于上述背景环境,目前链路预测在许多应用程序或现实领域中具备极高的适用性,如 Facebook、Twitter、案件调查、信息检索等,可以通过预测网络链路之间的未来关联为客户提供更加便捷的服务。

本文主要深入研究并比较了目前各类基于网络图形结构属性(如节点度)特征所进行的复杂网络链路预测方案。在本文所调研的文献中,研究人员多使用监督式机器学习和概率模型来预测网络链路。

由于链路预测针对不同研究领域的应用范围广泛,单篇文章内无法对各类领域的链路预测研究进行完整详尽的综述;因此,本文仅针对基于局部特征和全局特征的复杂网络链路预测研究进行了综述。

本文总结了近年来学界在多种链路预测方法上所做的研究工作,并指出了研究领域内现存的挑战与目前多种链路预测算法各存在的优缺点,旨在为对基于网络节点信息和结构属性特征进行复杂网络链路预测感兴趣的研究人员提供一定的研究方向,以提供比传统链路预测研究更加准确的实验结果。由于许多实际网络并非处于静态不变的状态,其本身携带着其他时间信息,如网络节点的变化和网络连边的变化,因此在复杂网络链路预测领域未来的研究工作中,我们将主要尝试基于时间感知特征进行链路预测,并尝试将其应用于动态网络的真实数据中,从而实现对现实世界中的大多数动态网络更加精确地研究。

参考文献:

- [1] Feng YX, Zhang YX. A Method of Link Prediction in Temporal Directed Network [J/OL]. Computer Engineering and Applications.
- [2] Yan Y, Xin Xin W. Link Prediction in Directed Network and Its Application in Microblog [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014:1-8.
- [3] David Liben Nowell, Kleinberg J. The link-prediction problem for social networks [J]. Journal of the American Society for Information Science and Technology, 2007, 58(7):1019-1031.
- [4] Adamic L A, Adar E. Friends and Neighbors on the Web [J]. Social Networks, 2003, 25(3):211-230.
- [5] Zhou T, Linyuan Lü, Zhang Y C. Predicting missing links via local information [J]. The European Physical Journal B, 2009, 71(4):623-630.
- [6] Katz L. A new status index derived from sociometric analysis [J]. Psychometrika, 1953, 18(1):39-43.
- [7] Lü Linyuan, Jin C H, Zhou T. Similarity index based on local paths for link prediction of complex networks [J]. Physical Review E, 2009, 80(4):046122.
- [8] Liben-Nowell D. An algorithmic approach to social networks [M]. 2005.
- [9] Using Community Information to Improve the Precision of Link Prediction Methods Sucheta Soundarajan, ACM, WWW 2012 Companion, April 16-20, 2012, Lyon, France.
- [10] Mohammad Al Hasan, Mohammed J. Zaki. A Survey of Link Prediction in Social Networks Social Network Data Analytics 2011, pp 243-275.
- [11] Lars Backstrom, Jure Leskovec, Supervised random walks: predicting and recommending links in social networks, 4th ACM international conference on Web search and data mining, Hong Kong, China. 2011
- [12] Kahanda, I. and Neville, J. 2009. Using transactional information to predict link strength in online social networks. In Proceedings of the Third International Conference on Weblogs and Social Media (ICWSM) 2009.
- [13] Tsuyoshi Murata and Sakiko Moriyasu, 'Link prediction based on structural properties of online social networks', New Generation Comput., 26(3), 245-257, (2008).
- [14] Pavlov, M., Ichise, R.: Finding experts by link prediction in co-authorship networks. In: Proceedings of the 2nd International Workshop on Finding Experts on the Web with Semantics (2007).
- [15] Zan Huang. Link Prediction Based on Graph Topology: The Predictive Value of Generalized Clustering Coefficient. In Workshop on Link Analysis Dynamics and Static of Large Networks (LinkKDD'06), in conjunction with KDD-2006, 2006
- [16] Leicht E A, Holme P, Newman M E J. Vertex similarity in networks. Phys. Rev. E, 2005
- [17] L Munasinghe, R Ichise. Time Aware Index for Link Prediction in Social Networks - Data Warehousing and Knowledge Discovery, Springer, 2011
- [18] Daniel M. Dunlavy and Tamara G. Kolda, Temporal Link Prediction Using Matrix and Tensor Factorizations ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data (TKDD) Volume 5 Issue 2, 2011.
- [19] Lin yuan Lü, Tao Zhou. "Link Prediction in Complex Networks: A Survey", in Physica A: Statistical Mechanics and its Applications Volume 390, Issue 6, 15 March 2011, Pages 1150-1170, 2011.
- [20] J. Tang, M. Musolesi, C. Mascolo, and V. Latora. Temporal distance metrics for social network analysis. In Proceedings of WOSN '09, 2009
- [21] Tyenda, T., Angelova, R., Bedathur, S., Towards time-aware link prediction in evolving Social networks. In: Proceedings 3rd Workshop on Social Network Mining and Analysis (SNA-KDD'2009), pp.9:1-9:10, 2009.
- [22] V. Kostakos. Temporal Graphs. Physica A, 388 (6): 1007 { 1023, Mar. 2009.
- [23] Sharan Umang, Jennifer Neville. Temporal-Relational Classifiers for Prediction in Evolving Domains. In: Proceedings Eighth IEEE International Conference ICDM '08. On Data Mining, 2008.
- [24] Hyunmo Kang, Kang H, Getoor L, Singh L (2007) Visual analysis of dynamic group membership in temporal social networks. SIGKDD Explor News 1 9(2):13-21.
- [25] Richard Jeremy, Edwin Cooke. "Link prediction and Link detection in sequences of large social network using temporal and local metrics", 2006., Liben Nowell.
- [26] Liben-Nowell, D., Kleinberg, J., The link prediction problem for social networks. In: Proceedings 12th International Conference on Information and Knowledge Management, CIKM 2003.
- [27] Liben-Nowell, David, and Kleinberg, Jon. The Link Prediction Problem for Social Networks. Journal of the American Society for Information Science and Technology, 58(7):1019-1031, 2007.
- [28] Joshua O'Madadhain, Jon Hutchins, and Padhraic Smyth. Prediction and ranking algorithms for event-based network data. SIGKDD Explor. News 1, 7(2):23 { 30, 2005.
- [29] Sarkar and Moore (2005) Sarkar P, Moore AW (2005) Dynamic social network analysis using latent space models. SIGKDD Explor News 1 7(2):31-40.