

Одномерное уравнение теплопроводности

Рассматривается уравнение теплопроводности:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} &= 0, \\ u(x, 0) &= \phi(x), \\ u(0, t) &= a, \\ u(l, t) &= b, \\ 0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T.\end{aligned}$$

Для численного интегрирования можно использовать простейшую явную разностную схему, она имеет вид:

$$u_m^{n+1} = u_m^n + \frac{\tau c^2}{h^2} (u_{m+1}^n - 2u_m^n + u_{m-1}^n),$$

где h – шаг сетки интегрирования, τ – шаг по времени.

Требуется реализовать данную задачу и распараллелить ее используя технологию MPI.

Использовать следующие данные: $a = 0, b = 1, l = 1, c = 1, \phi(x) = 0$. На вход программа принимает два параметра N – число разбиений отрезка, T – время, до которого интегрируем. Оба параметра принимаются аргументами командной строки. Шаг интегрирования по времени вычисляется исходя из условия $\frac{\tau c^2}{h^2} = 0.3$.

Результатом работы программы должен быть текстовый файл, содержащий конечное распределение $u(x, T)$ в виде табличной функции в две колонки:

$$\begin{array}{ll} 0 & u(0, T) \\ h & u(h, T) \\ \dots & \\ l & u(l, T) \end{array}$$

Параллельная версия должна работать в любое число потоков.

- Реализовать используя вызовы MPI_Send/MPI_Recv, сложность по времени пересылок $O(1)$.
- Построить графики ускорения параллельного алгоритма для числа процессов от 1 до 28.