

# Программа курса. 2 семестр

Обходы графа

Кратчайшие пути во взвешенном графе

Жадные алгоритмы

Динамическое программирование

Остовные деревья

Потоки в сетях

RMQ, LCA, Sparse-table

RMQ

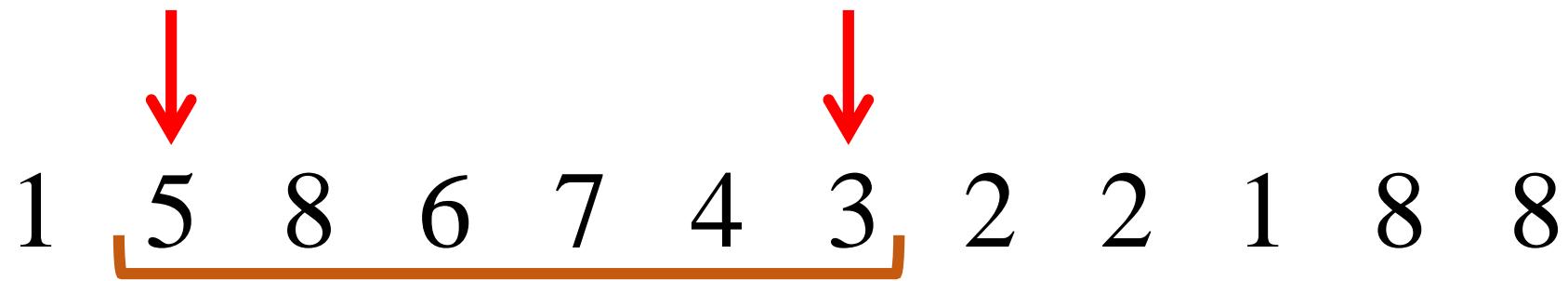
# Range minimum query

# Range minimum query

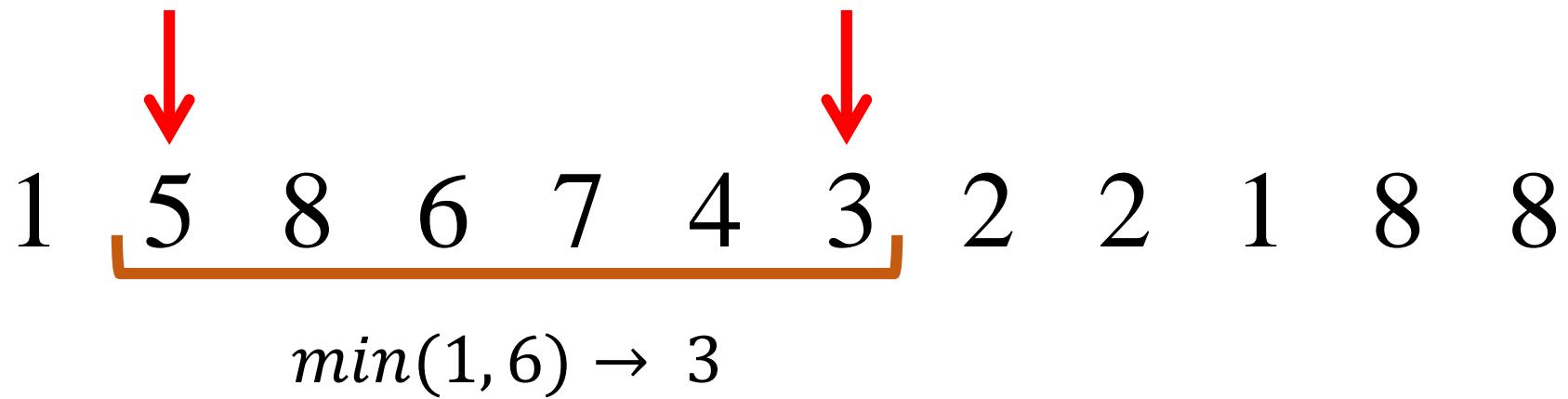
1 5 8 6 7 4 3 2 2 1 8 8



# Range minimum query



# Range minimum query



# Range minimum query

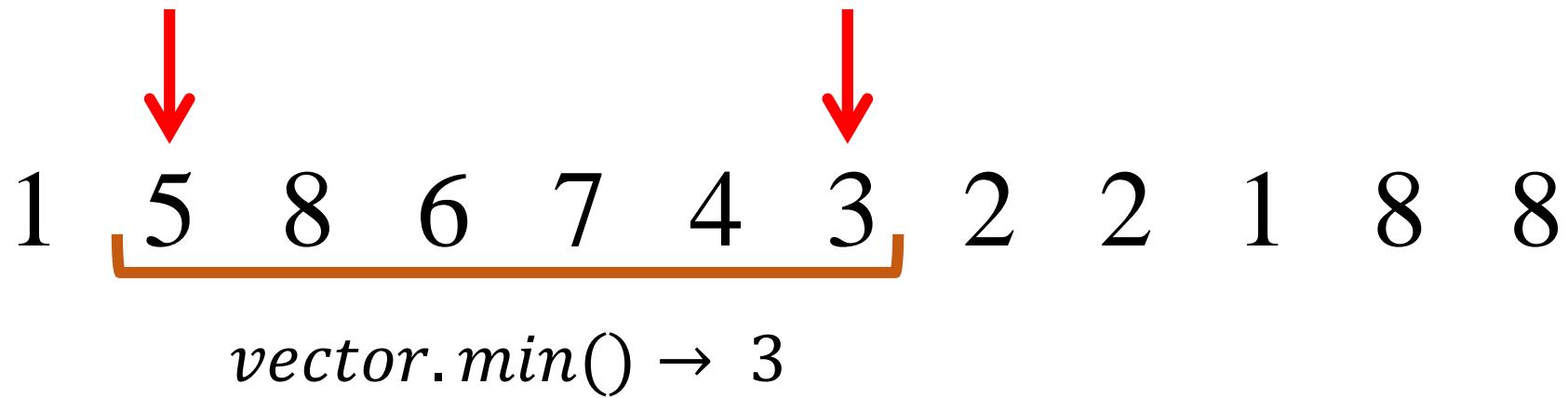
Query – запрос.

$Q$  – количество запросов.

# Range minimum query

Разминка: как решить задачу RMQ?

# Range minimum query



# Range minimum query

$O(N)$

# Range minimum query

$O(N \cdot Q)$



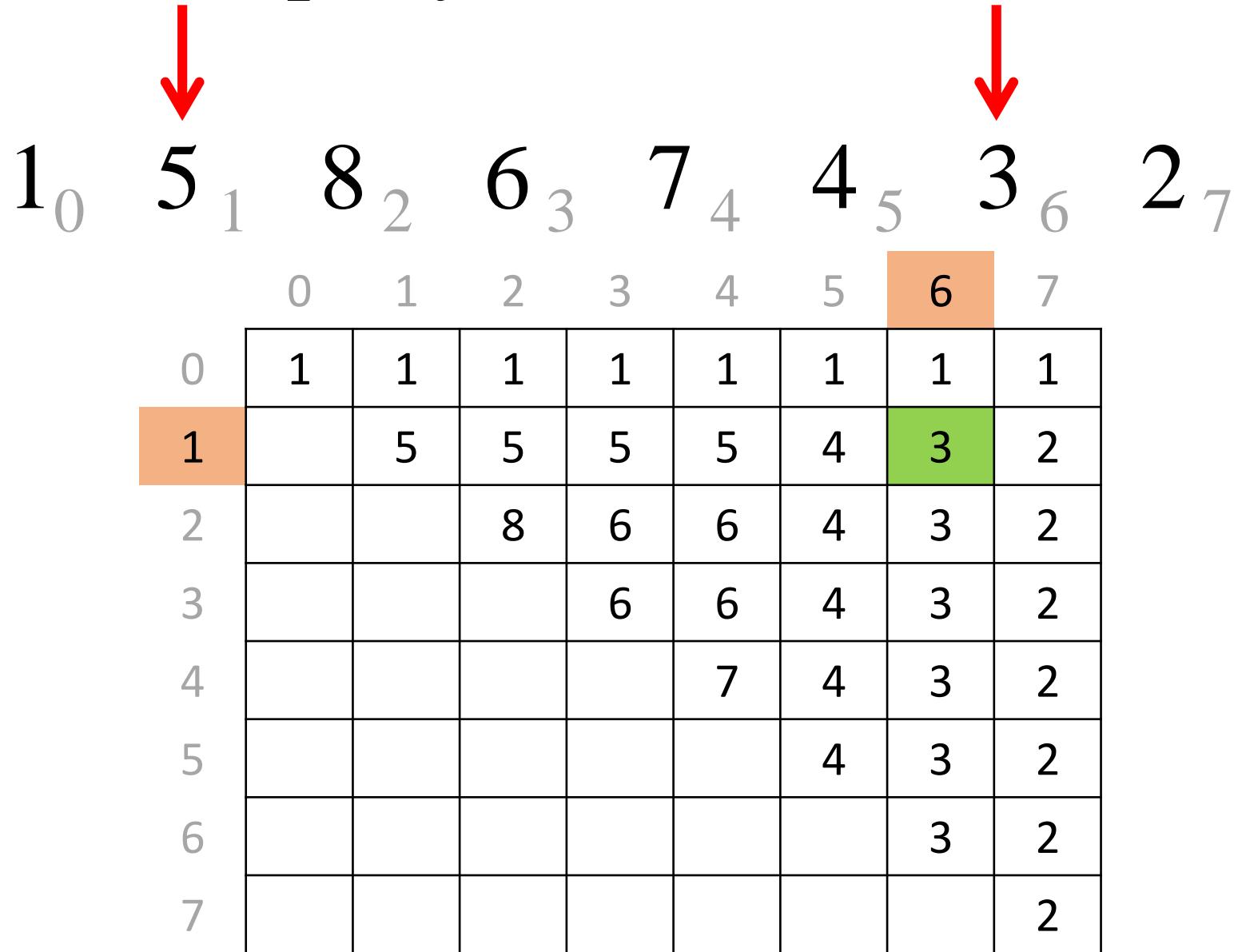
# Range minimum query

Идея: заранее посчитать ответы

# Range minimum query

1 5 8 6 7 4 3 2

# Range minimum query



# Range minimum query

$O(1)$



Одного запроса

# Range minimum query


$$O(N^2 + Q)$$


# Range minimum query

Нужна ли мне вся таблица?...

# Sparse-table

# Range minimum query

1 5 8 6 7 4 3 2

$\log(n)$

0 1 2 3

0	1	2	3	4	5	6	7
1	5	8	6	7	4	3	2
	1	5	6	6	4	3	2
			1	5	4	3	2
							1

# Range minimum query

Что дальше?...

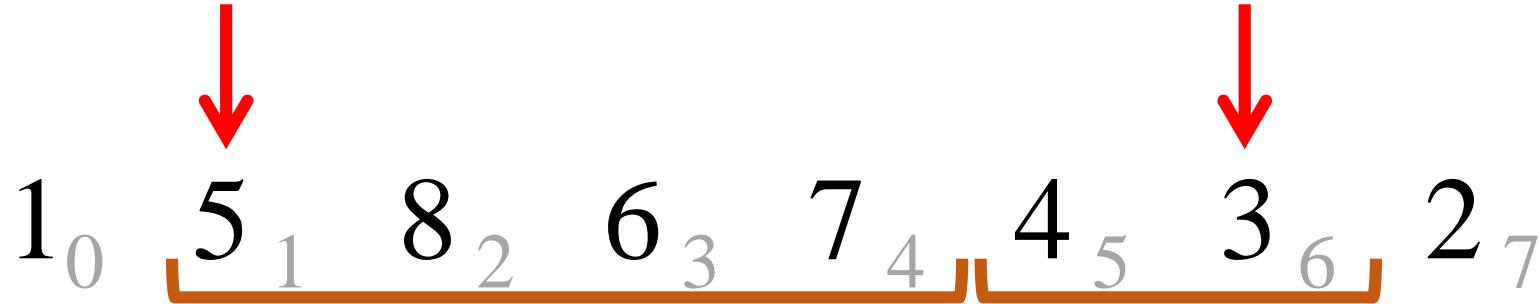
# Range minimum query



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	5	8	6	7	4	3	2
1		1	5	6	6	4	3	2
2				1	5	4	3	2
3								1

$$\min(5, 3) \rightarrow 3$$

# Range minimum query



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	5	8	6	7	4	3	2
1		1	5	6	6	4	3	2
2				1	5	4	3	2
3								1

# Range minimum query



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	5	8	6	7	4	3	2
1		1	5	6	6	4	3	2
2				1	5	4	3	2
3								1

# Range minimum query



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	5	8	6	7	4	3	2
1		1	5	6	6	4	3	2
2				1	5	4	3	2
3								1

$$\min(5, 3) \rightarrow 3$$

# Range minimum query

$O(1)$



Одного запроса

# Range minimum query


$$O(N \log N + Q)$$


# Range minimum query

А что если мне нужно менять значения?...

# Range minimum query

Query – запрос.

$Q$  – количество запросов.

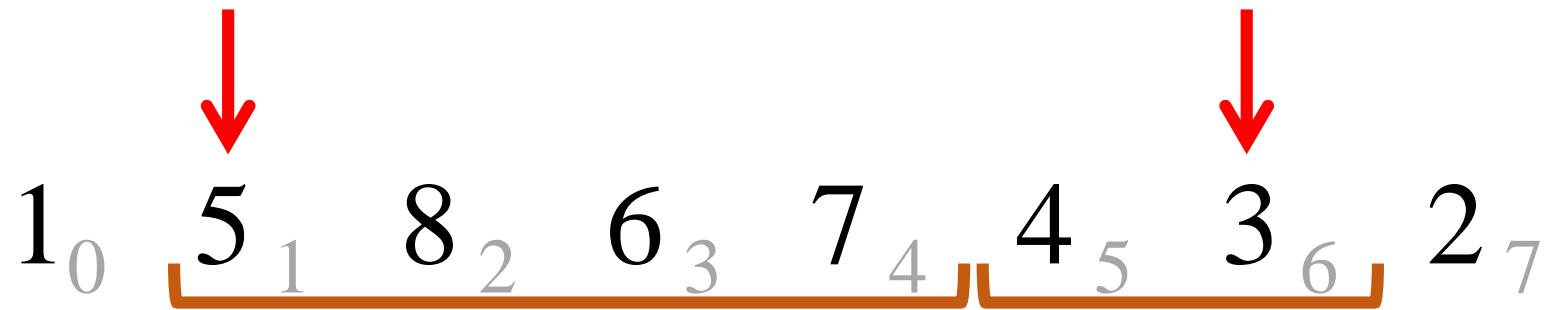
$C$  – количество замен.

# Range minimum query


$$O((N \log N)^2 \cdot C + Q)$$

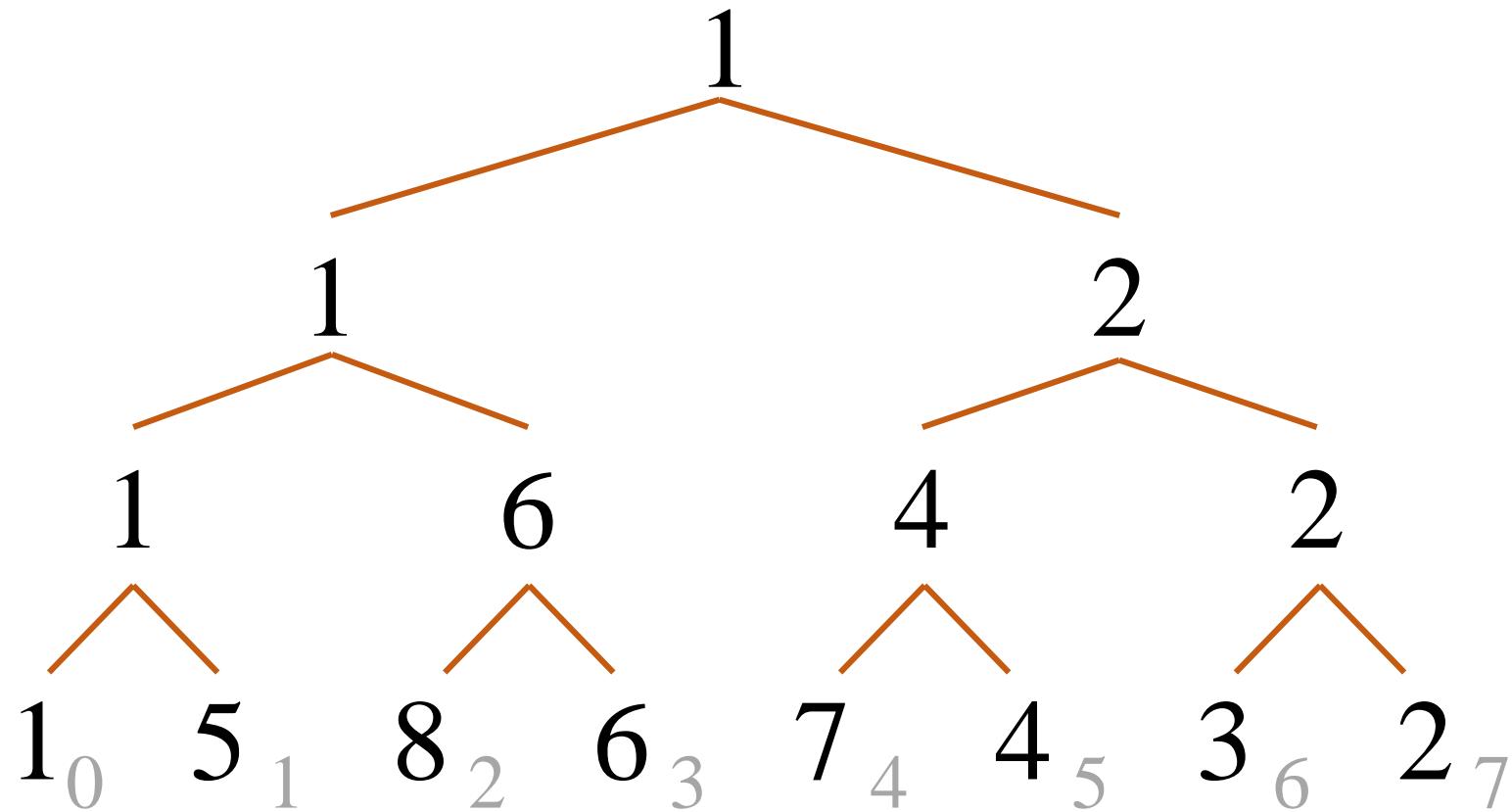
# Дерево отрезков

# Range minimum query

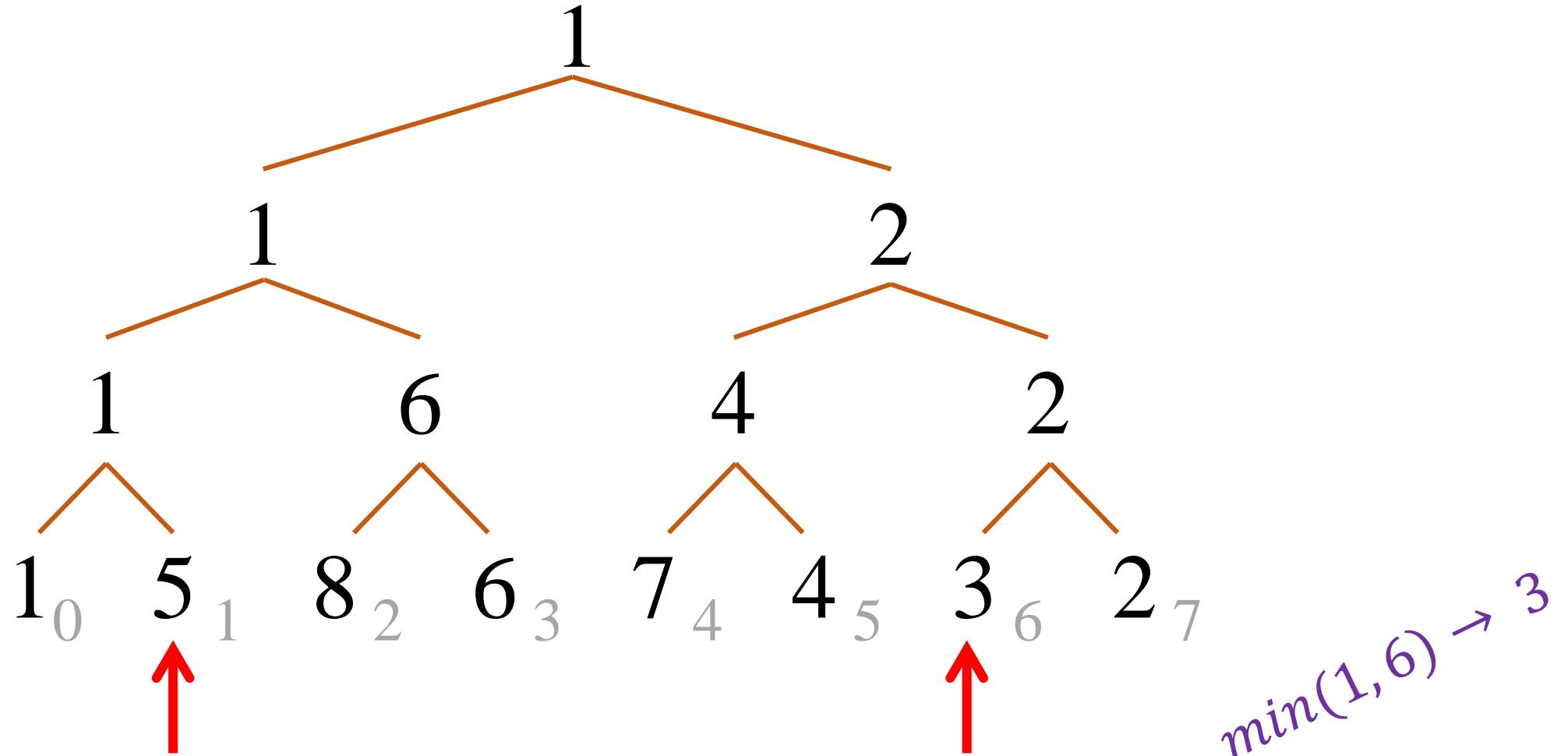


# Range minimum query

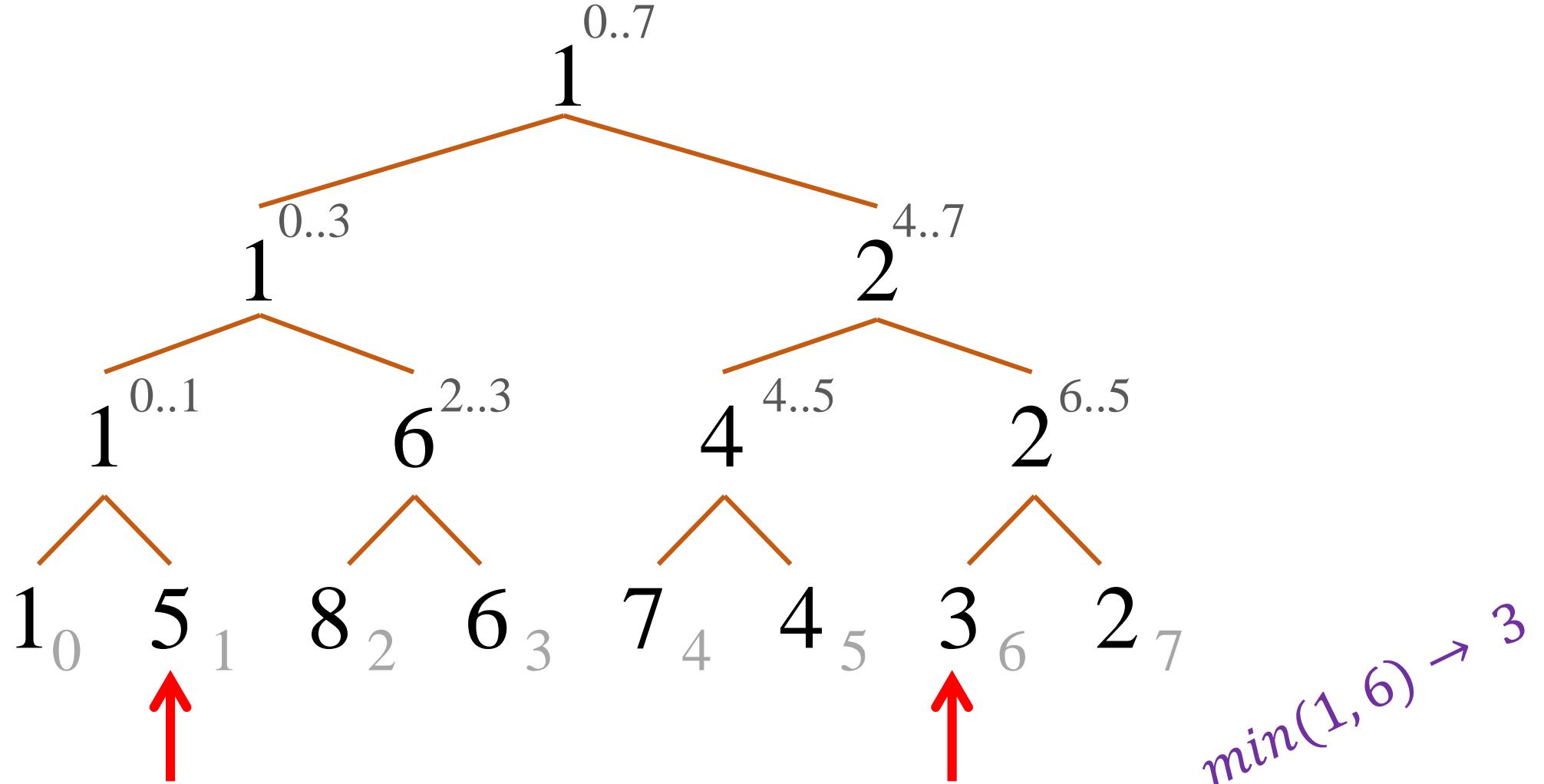
# Range minimum query



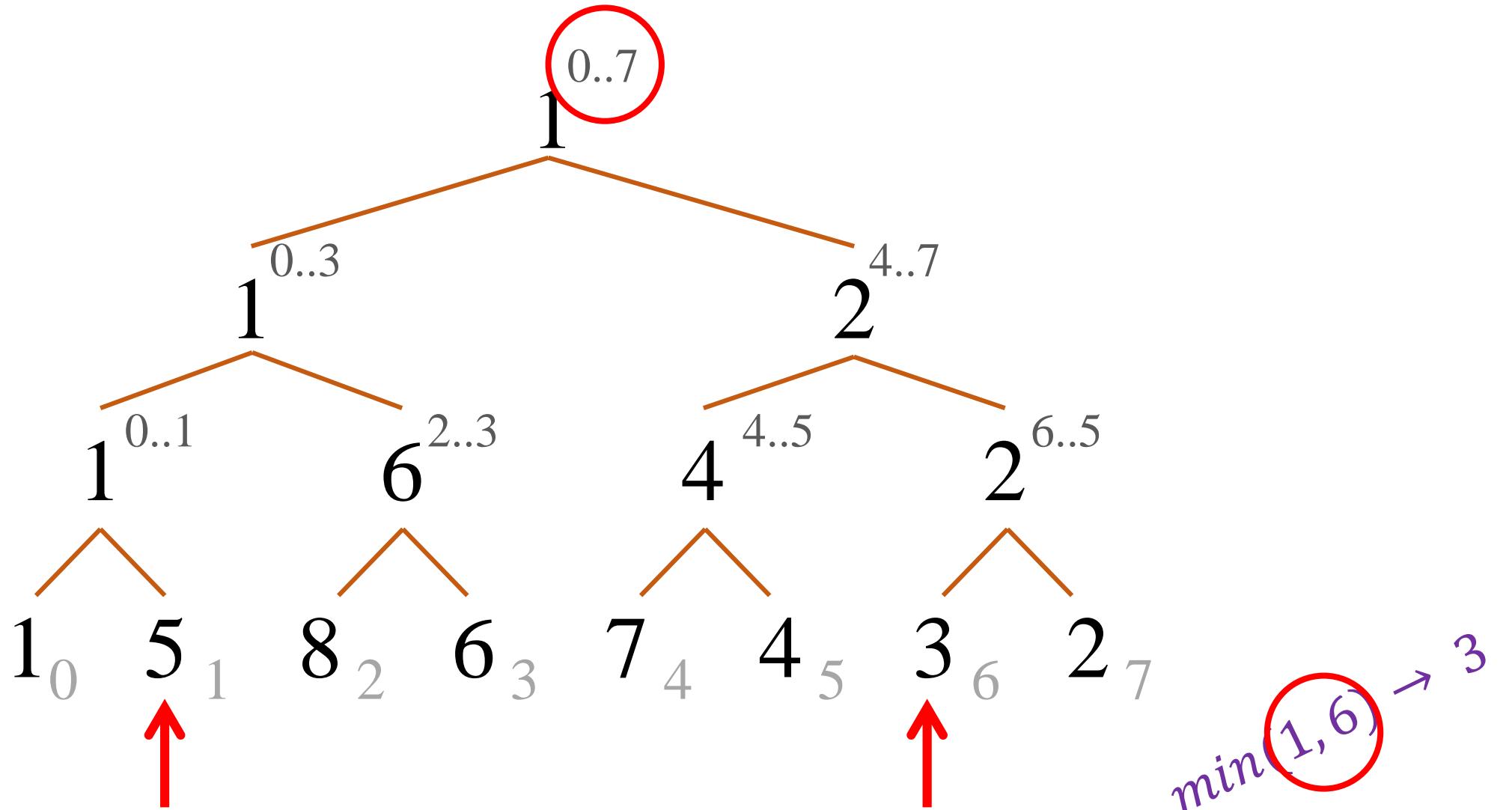
# Range minimum query



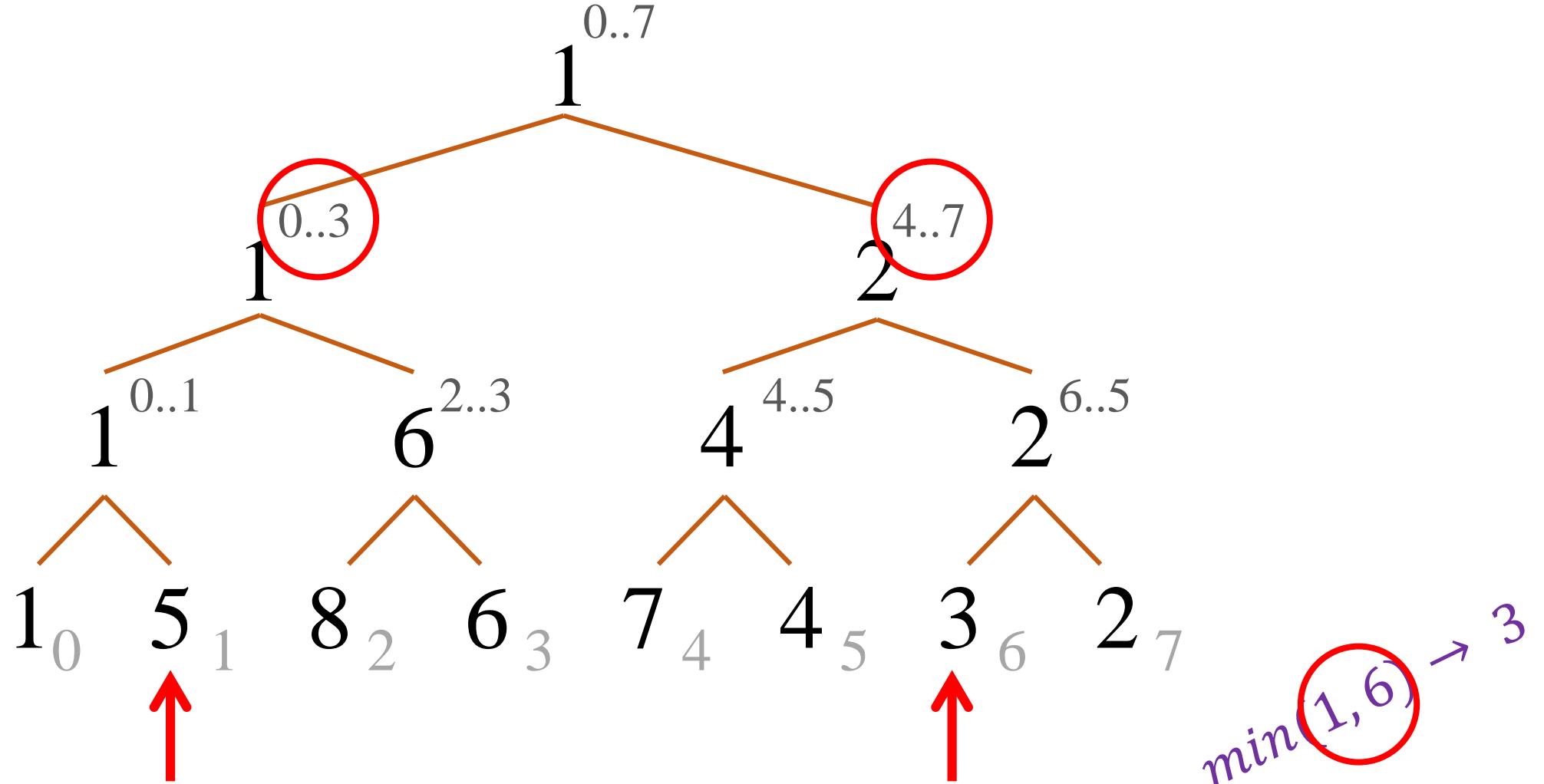
# Range minimum query



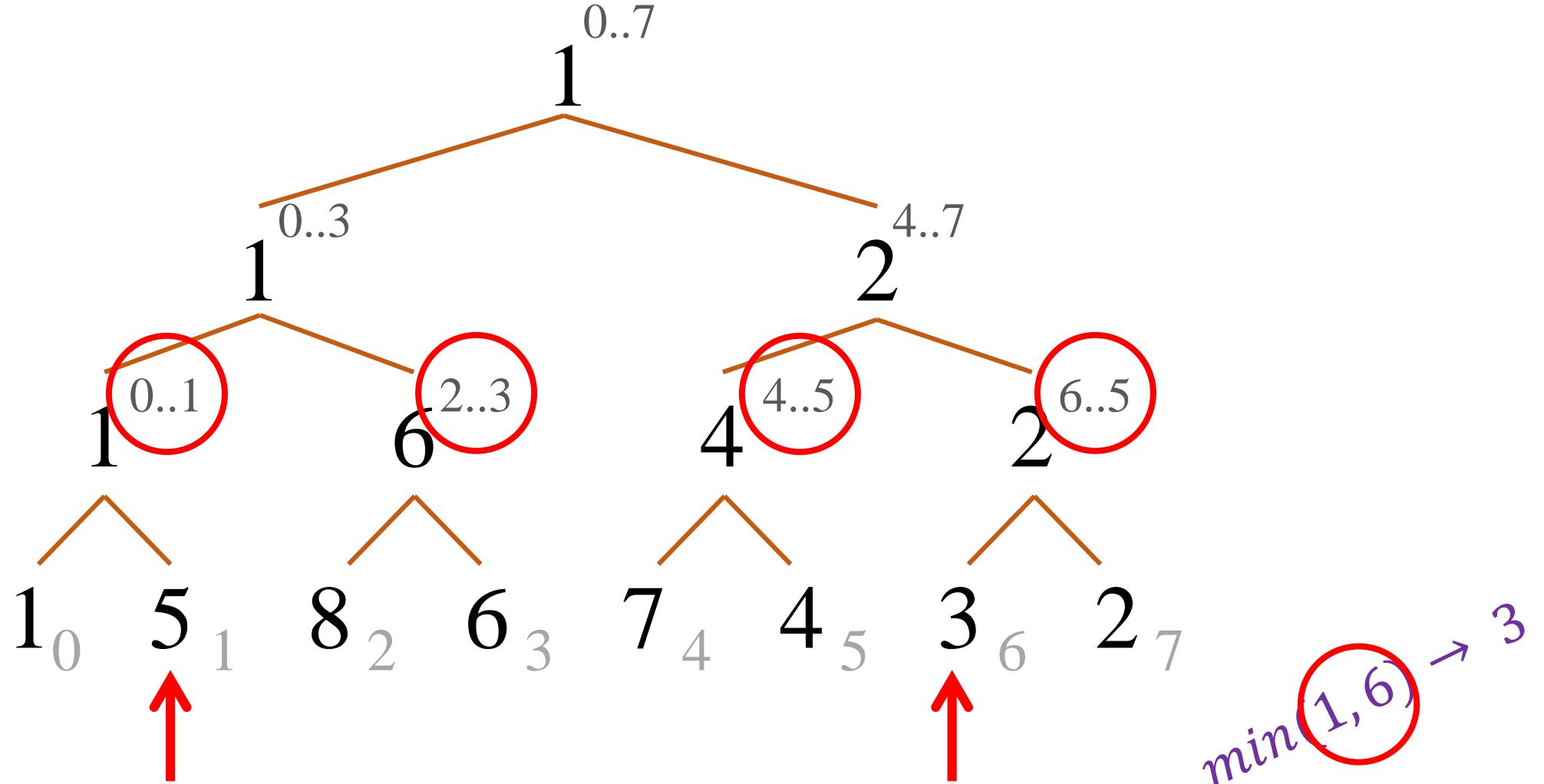
# Range minimum query



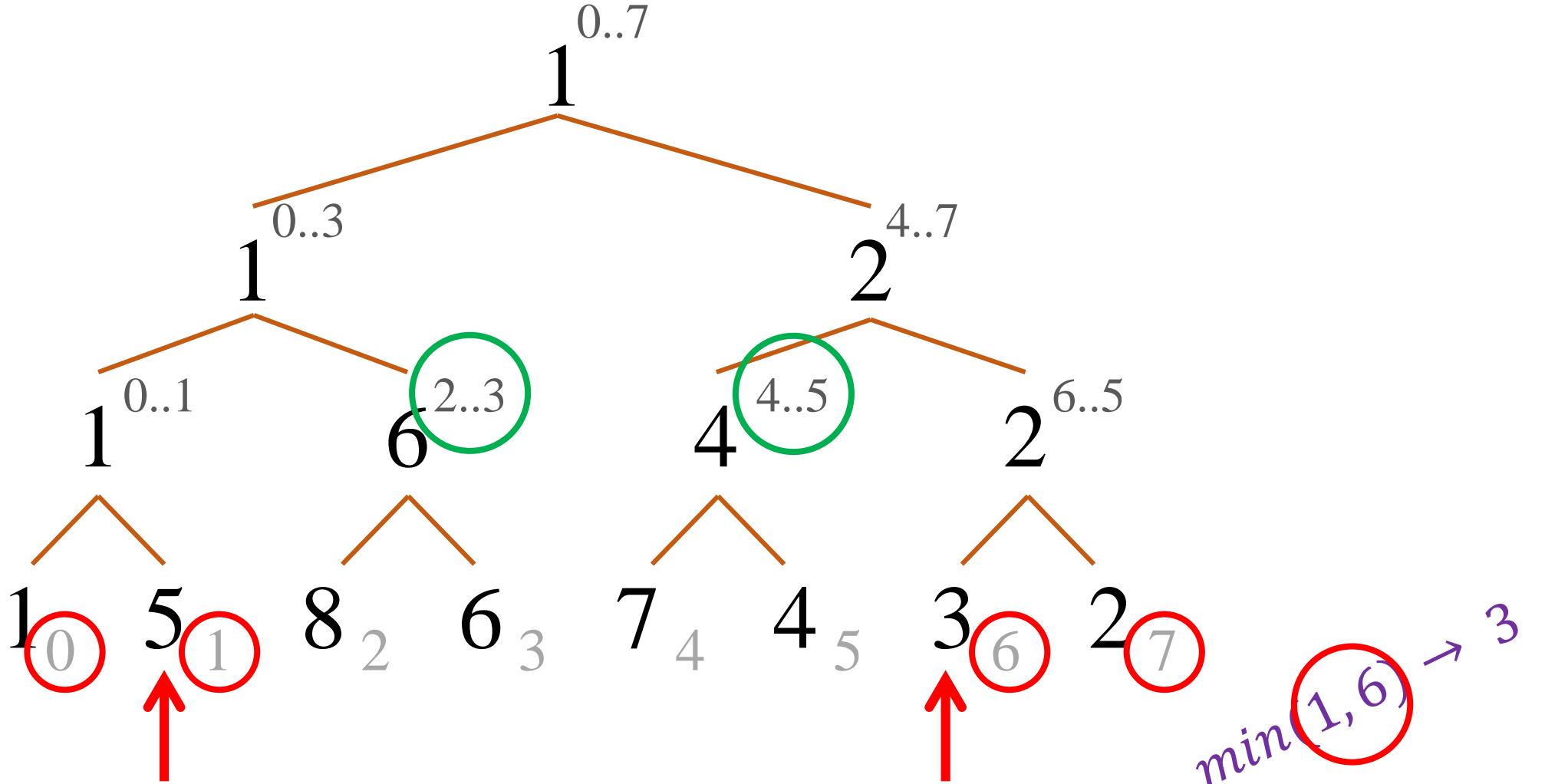
# Range minimum query



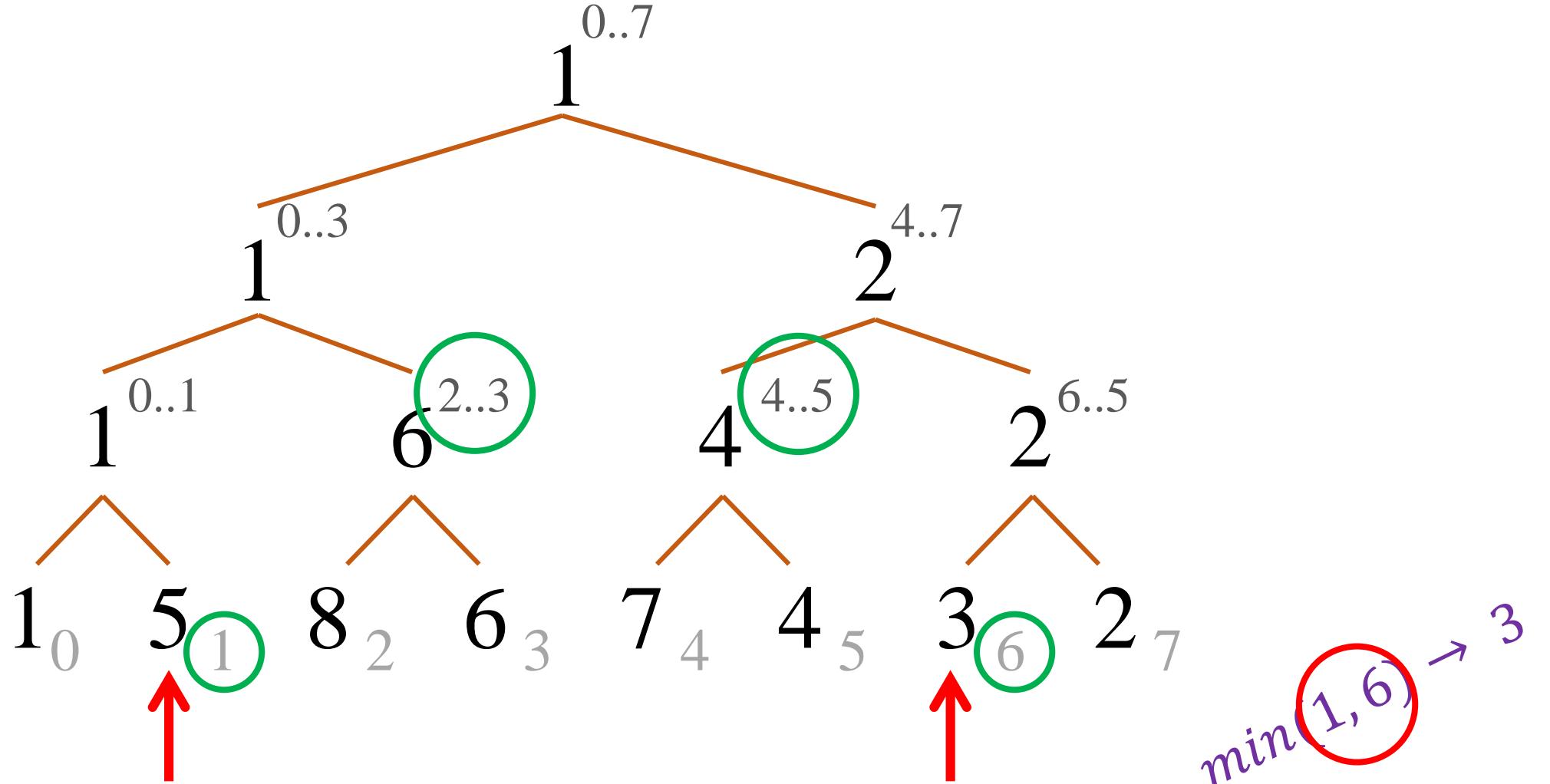
# Range minimum query



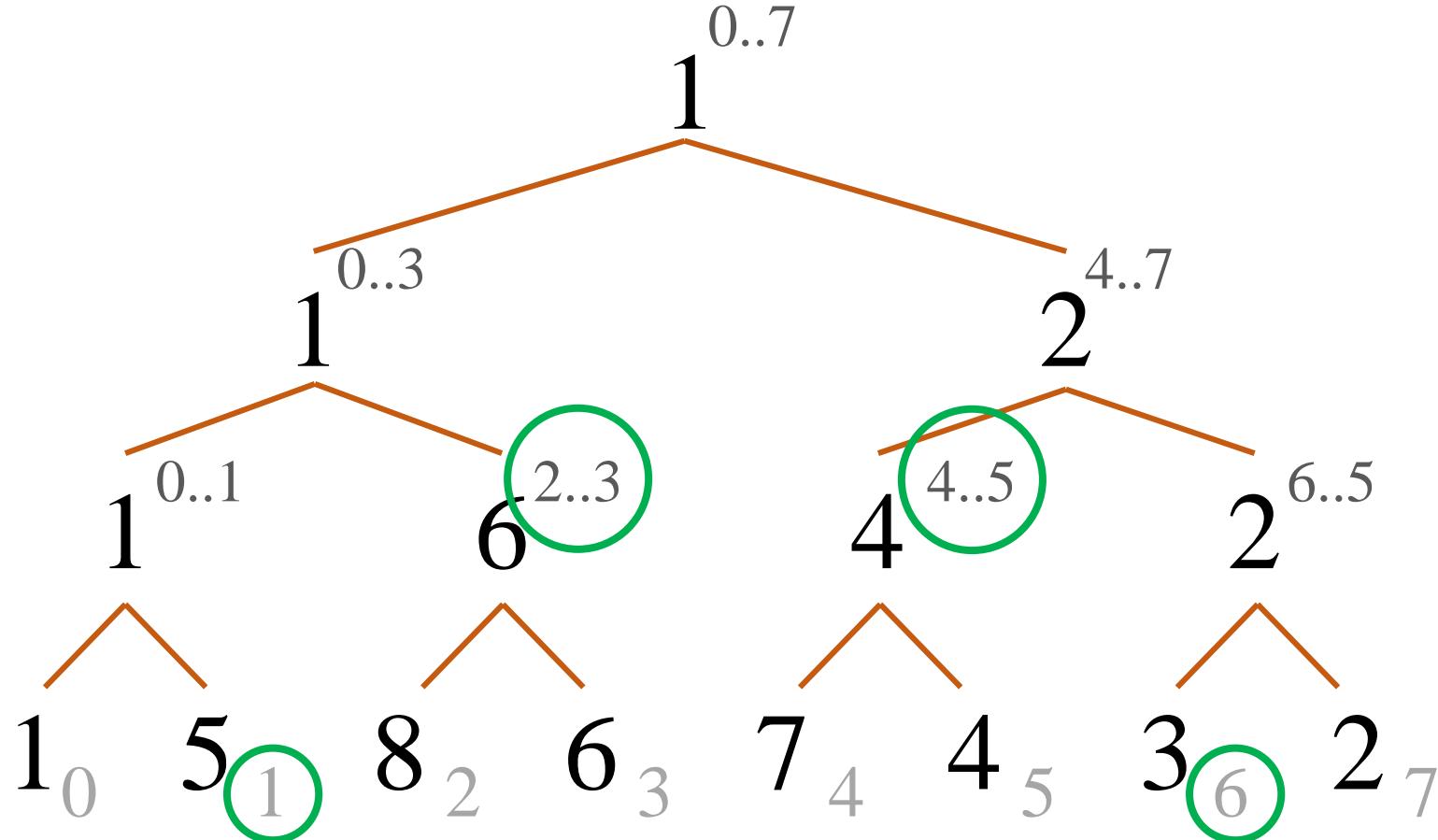
# Range minimum query



# Range minimum query



# Range minimum query



$$\min(1, 6) = \min(5, 6, 4, 3) = 3$$

# Range minimum query

$O(\log N)$

Одного запроса

# Range minimum query


$$O(N(\log N)^3 \cdot C \cdot Q)$$


# Range minimum query

Когда использовать каждый подход?...

# Range minimum query

Что если я хочу поменять отрезок значений?...