

Программа курса. 2 семестр

Обходы графа

Кратчайшие пути во взвешенном графе

Жадные алгоритмы

Динамическое программирование

Остовные деревья

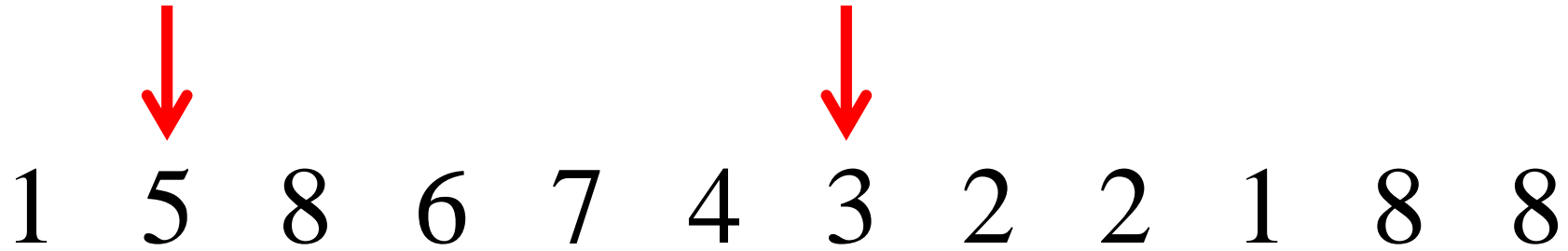
Потоки в сетях

RMQ, LCA, Sparse-table

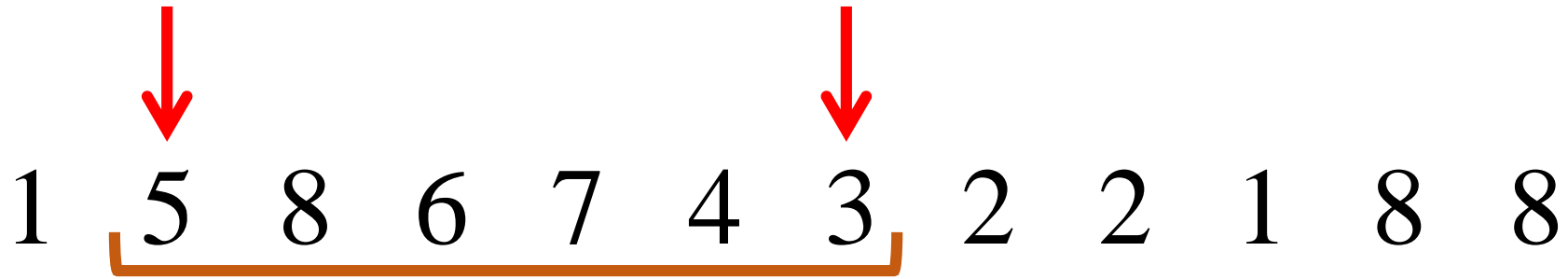
RMQ

Range minimum query

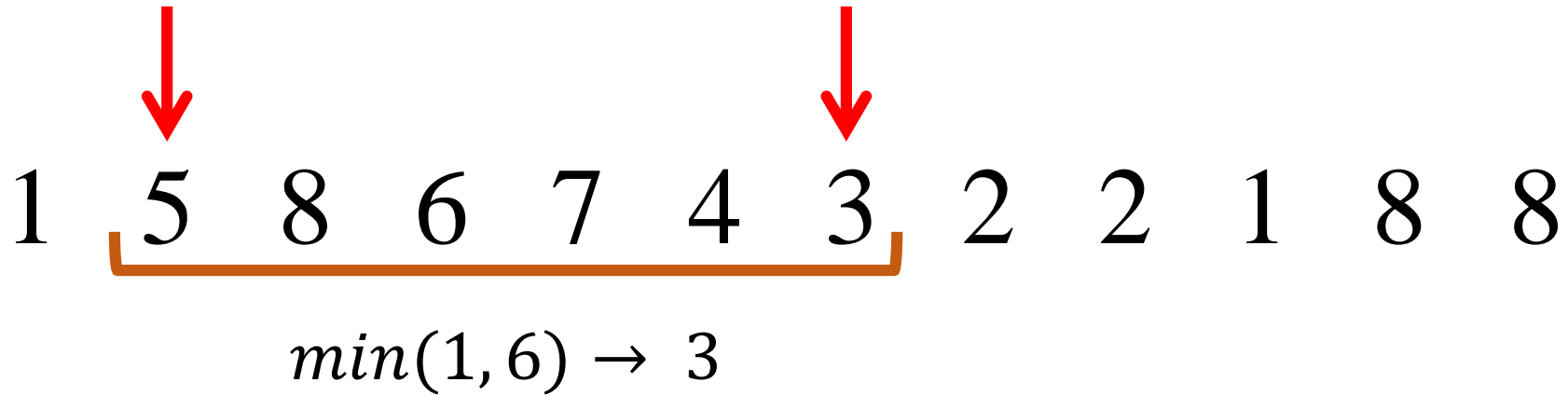
Range minimum query



Range minimum query



Range minimum query



Range minimum query

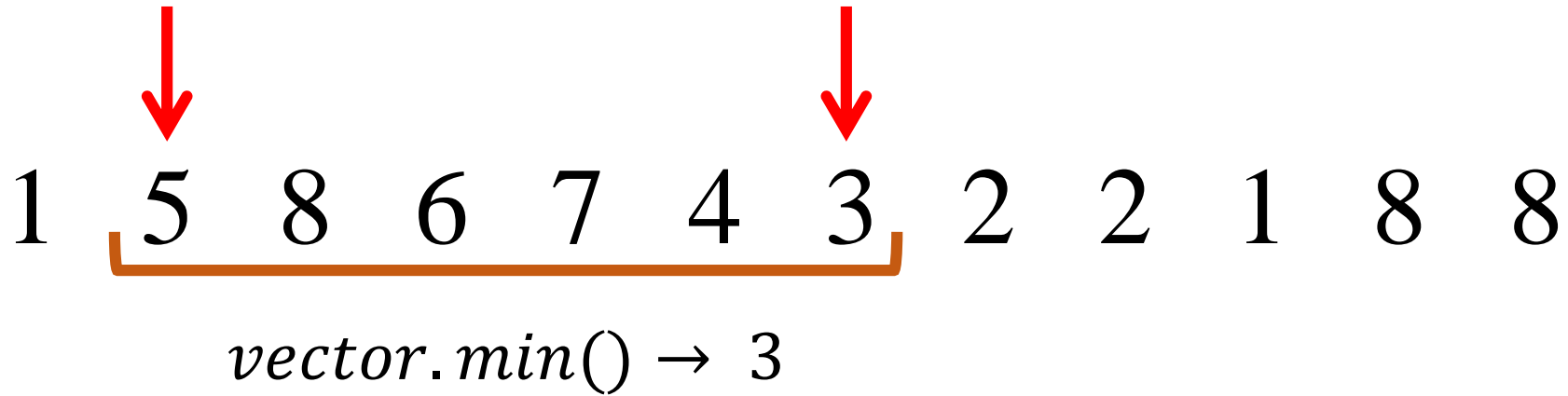
Query – запрос.

Q – количество запросов.

Range minimum query

Разминка: как решить задачу RMQ?

Range minimum query



Range minimum query

$$O(N)$$

Range minimum query

$$O(N \cdot Q)$$



Range minimum query

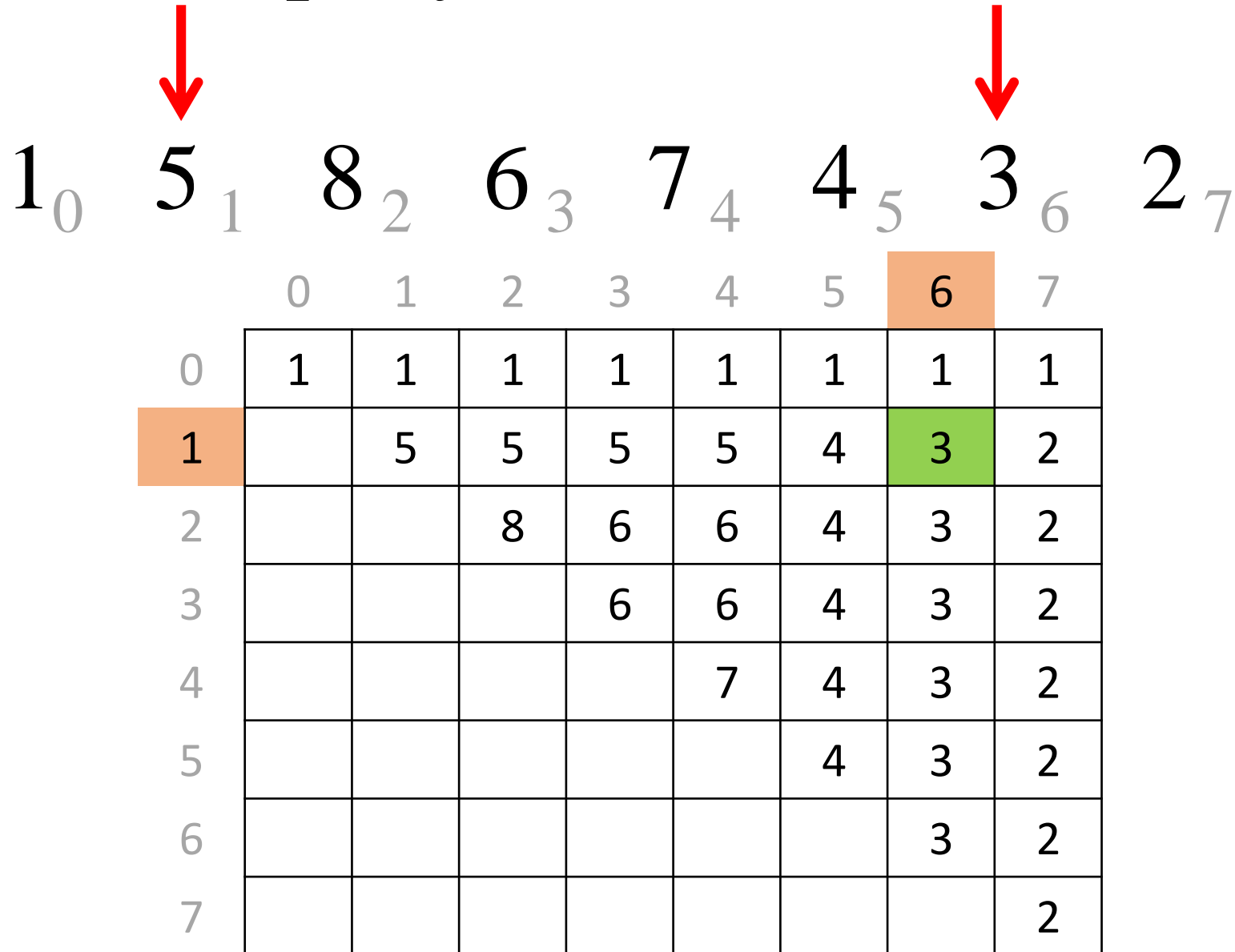
Идея: заранее посчитать ответы

Range minimum query

1 5 8 6 7 4 3 2

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1		5	5	5	5	4	3	2
2			8	6	6	4	3	2
3				6	6	4	3	2
4					7	4	3	2
5						4	3	2
6							3	2
7								2

Range minimum query



Range minimum query

$O(1)$



Одного запроса

Range minimum query



$$O(N^2 + Q)$$



Range minimum query

Нужна ли мне вся таблица?...

Sparse-table

Range minimum query

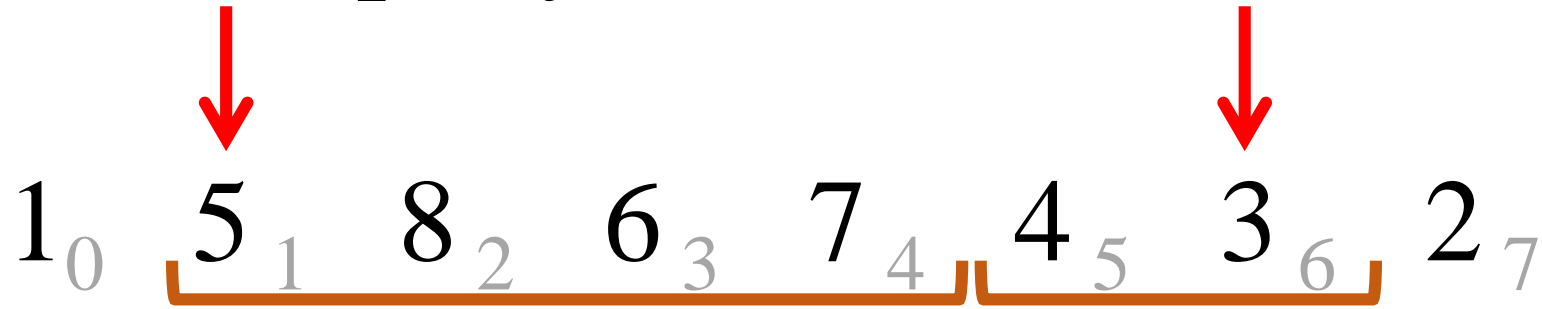
1 5 8 6 7 4 3 2

		0	1	2	3	4	5	6	7
$\log(n)$	0	1	5	8	6	7	4	3	2
	1		1	5	6	6	4	3	2
	2				1	5	4	3	2
	3								1

Range minimum query

Что дальше?...

Range minimum query



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	5	8	6	7	4	3	2
1		1	5	6	6	4	3	2
2				1	5	4	3	2
3								1

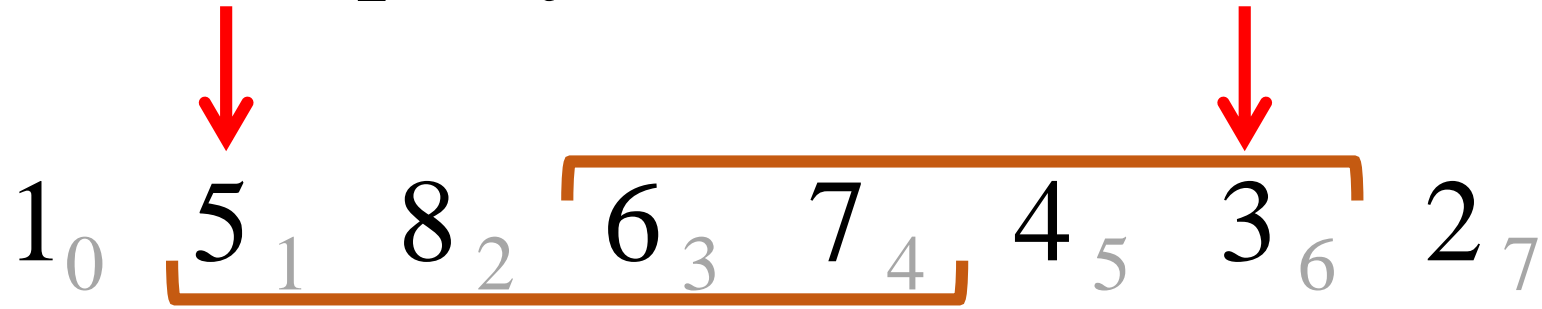
$$\min(5, 3) \rightarrow 3$$

Range minimum query



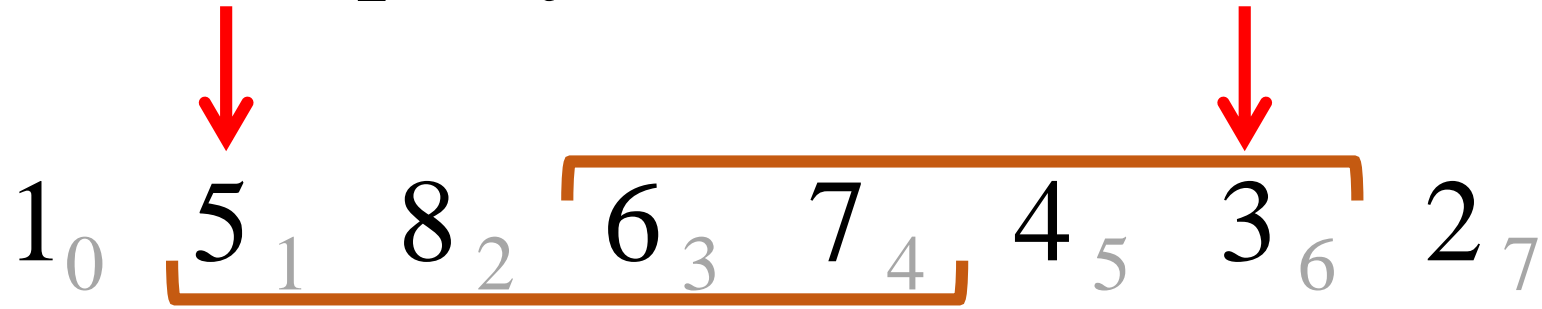
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	5	8	6	7	4	3	2
1		1	5	6	6	4	3	2
2				1	5	4	3	2
3								1

Range minimum query



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	5	8	6	7	4	3	2
1		1	5	6	6	4	3	2
2				1	5	4	3	2
3								1

Range minimum query



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	5	8	6	7	4	3	2
1		1	5	6	6	4	3	2
2				1	5	4	3	2
3								1

$$\min(5, 3) \rightarrow 3$$

Range minimum query

$O(1)$



Одного запроса

Range minimum query



$$O(N \log N + Q)$$



Range minimum query

А что если мне нужно менять значения?...

Range minimum query

Query – запрос.

Q – количество запросов.

S – количество замен.

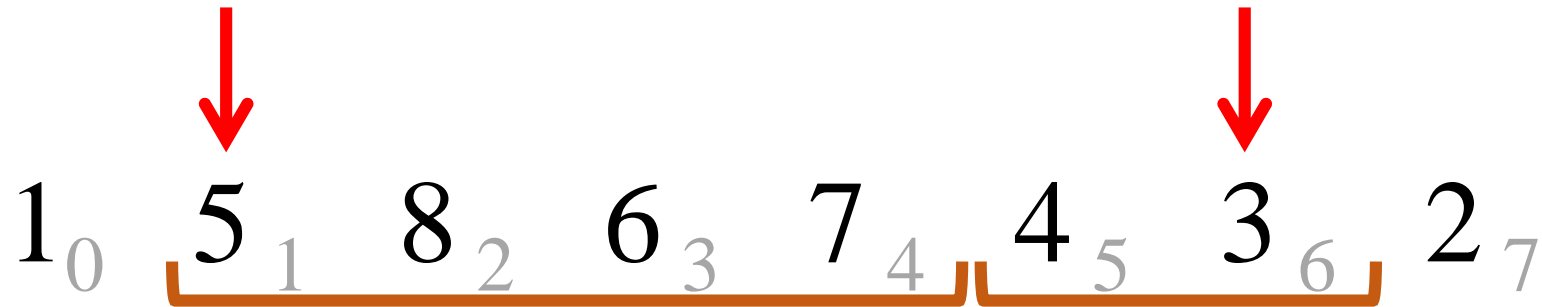
Range minimum query



$$O((N \log N)^2 \cdot C + Q)$$

Дерево отрезков

Range minimum query

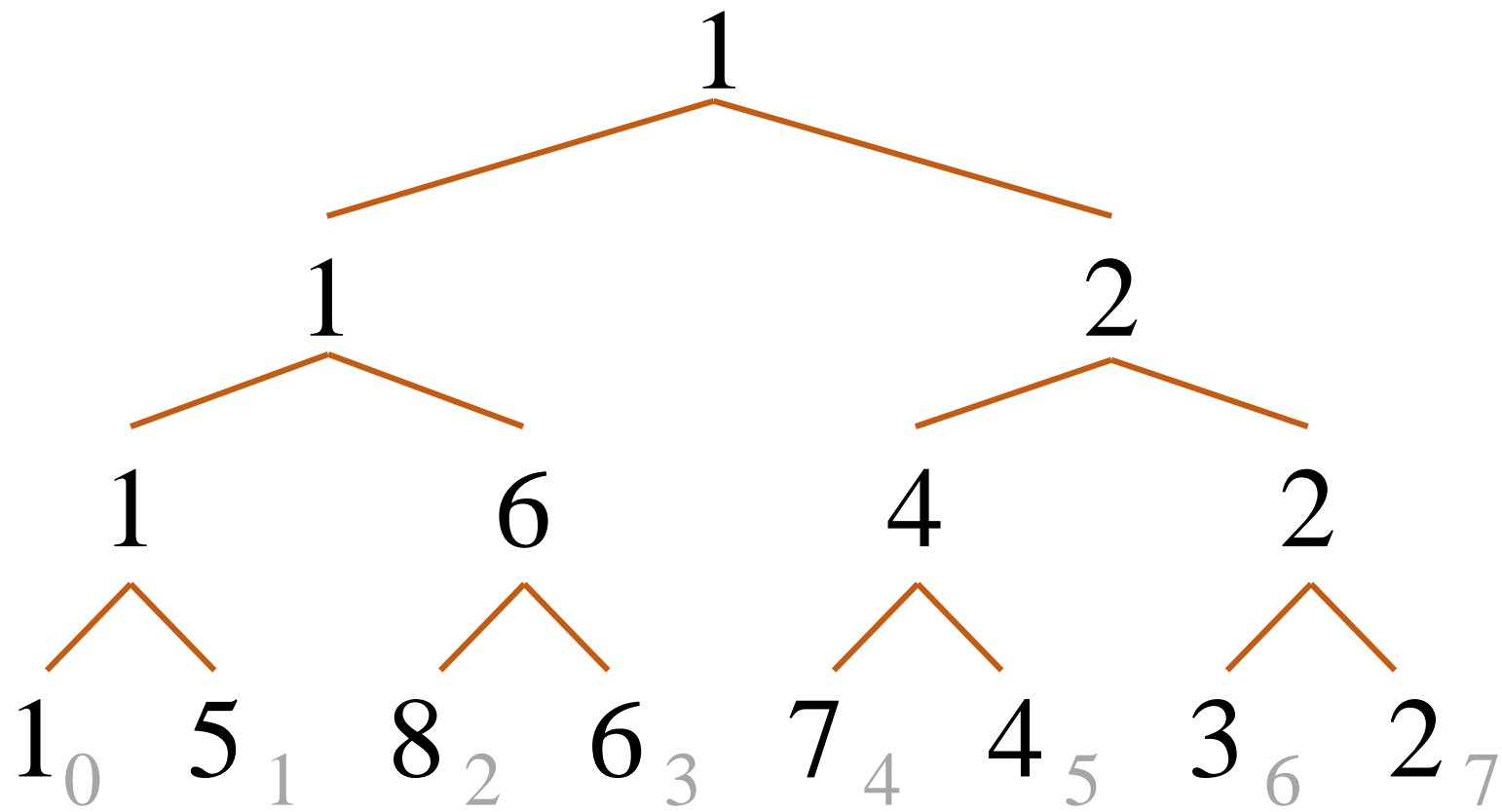


Range minimum query

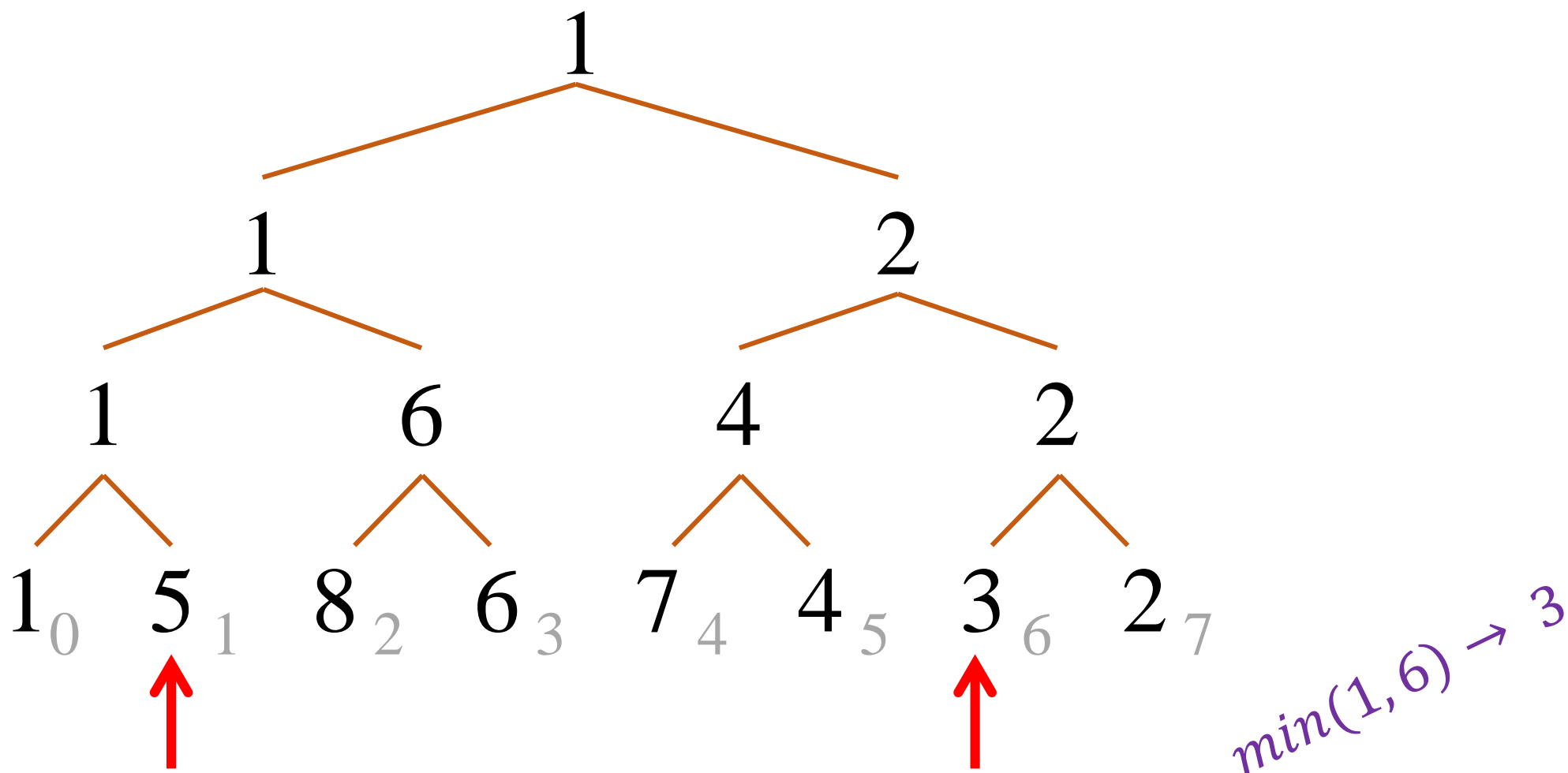
m query

							1
						2	
						2	2
						4	
					7	4	
				6	6		
			8	6			
		5					
1	1						

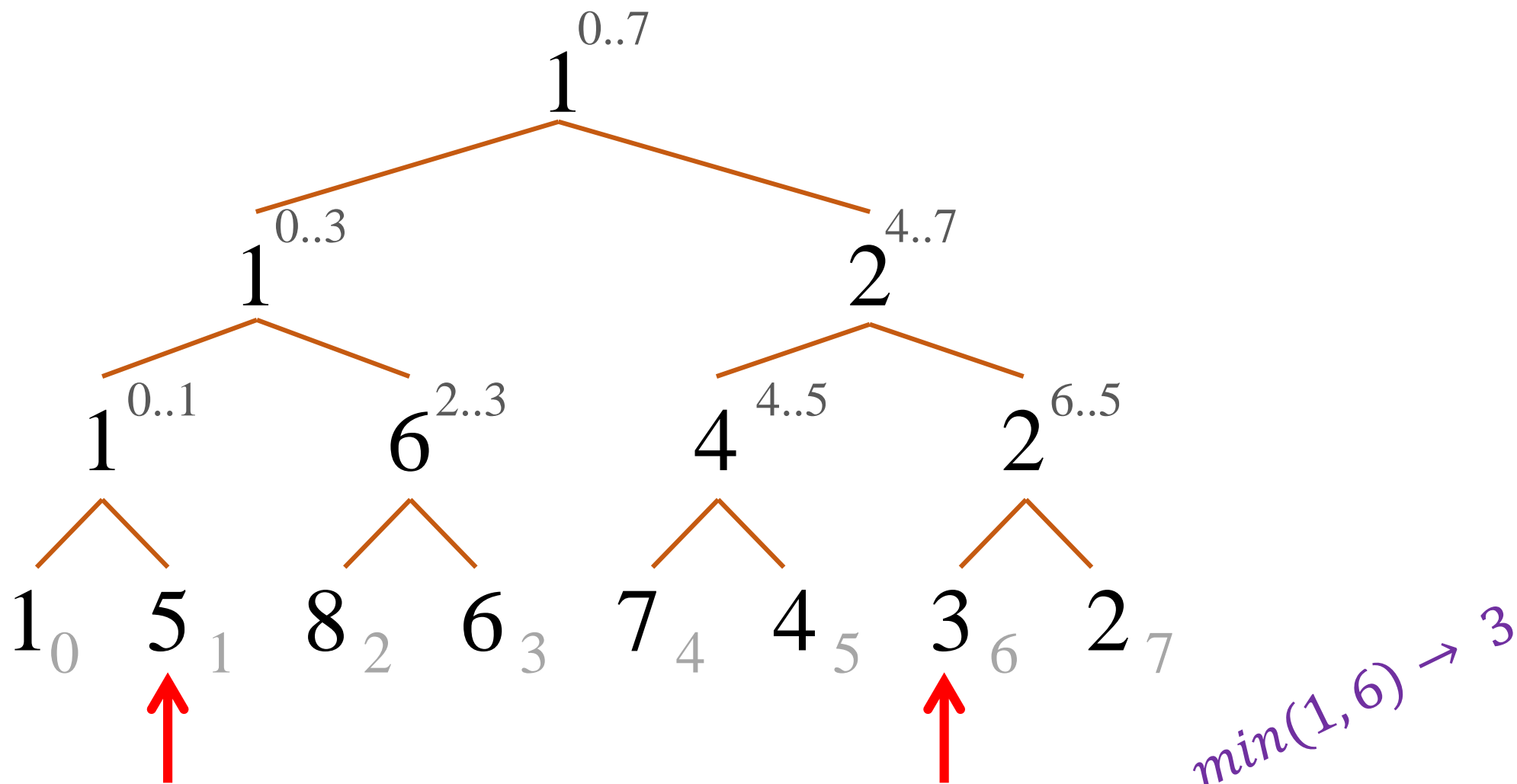
Range minimum query



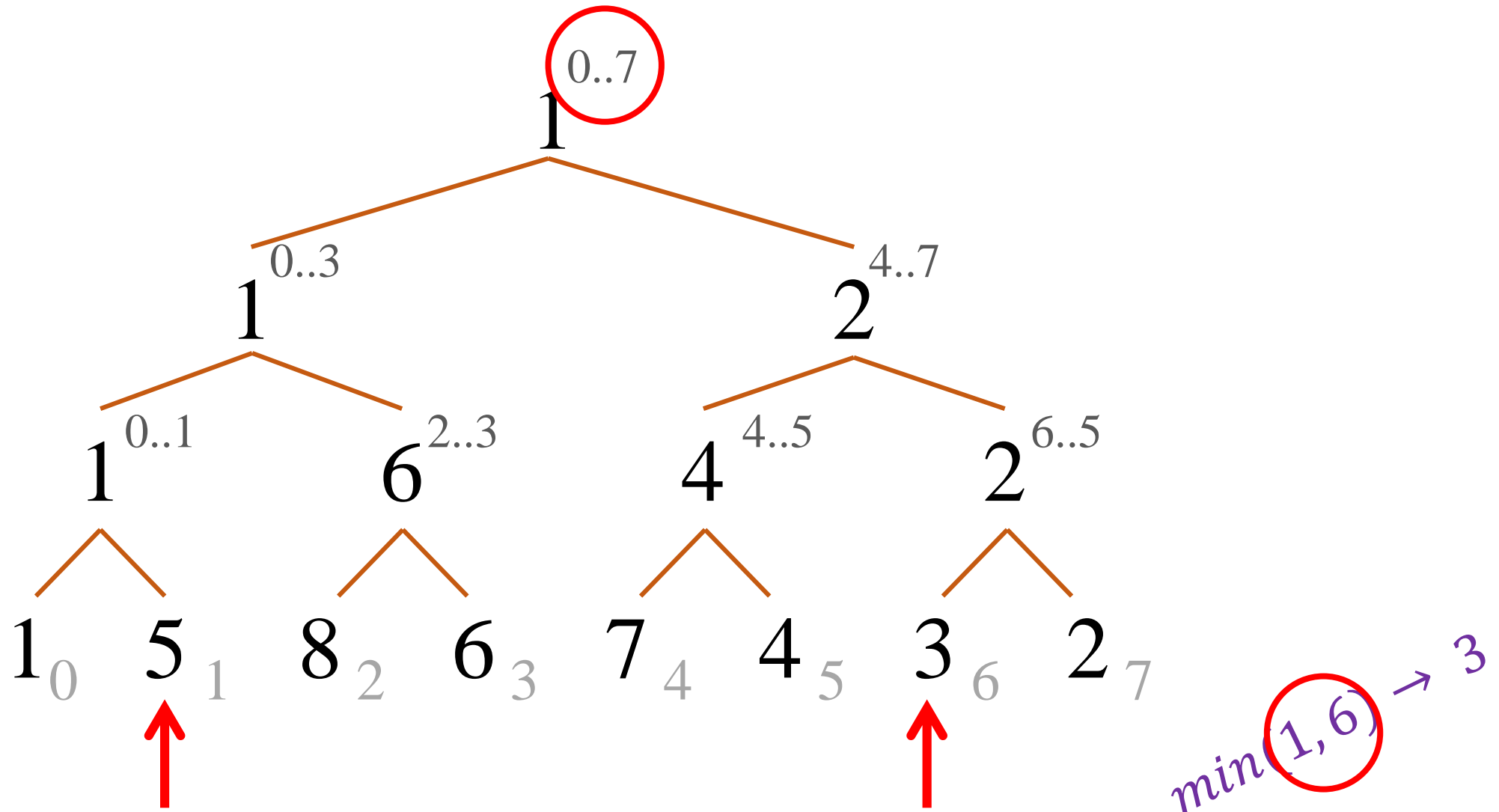
Range minimum query



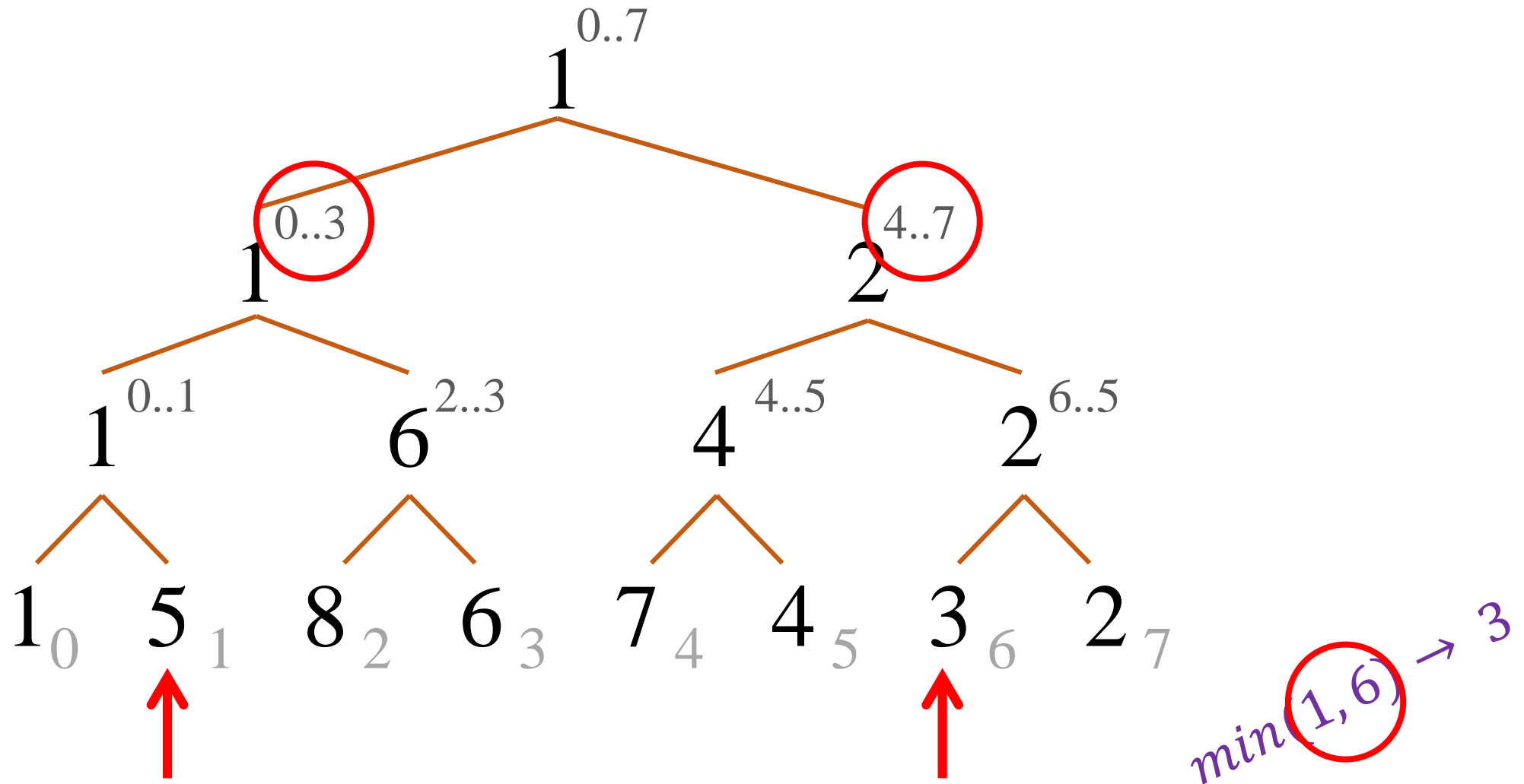
Range minimum query



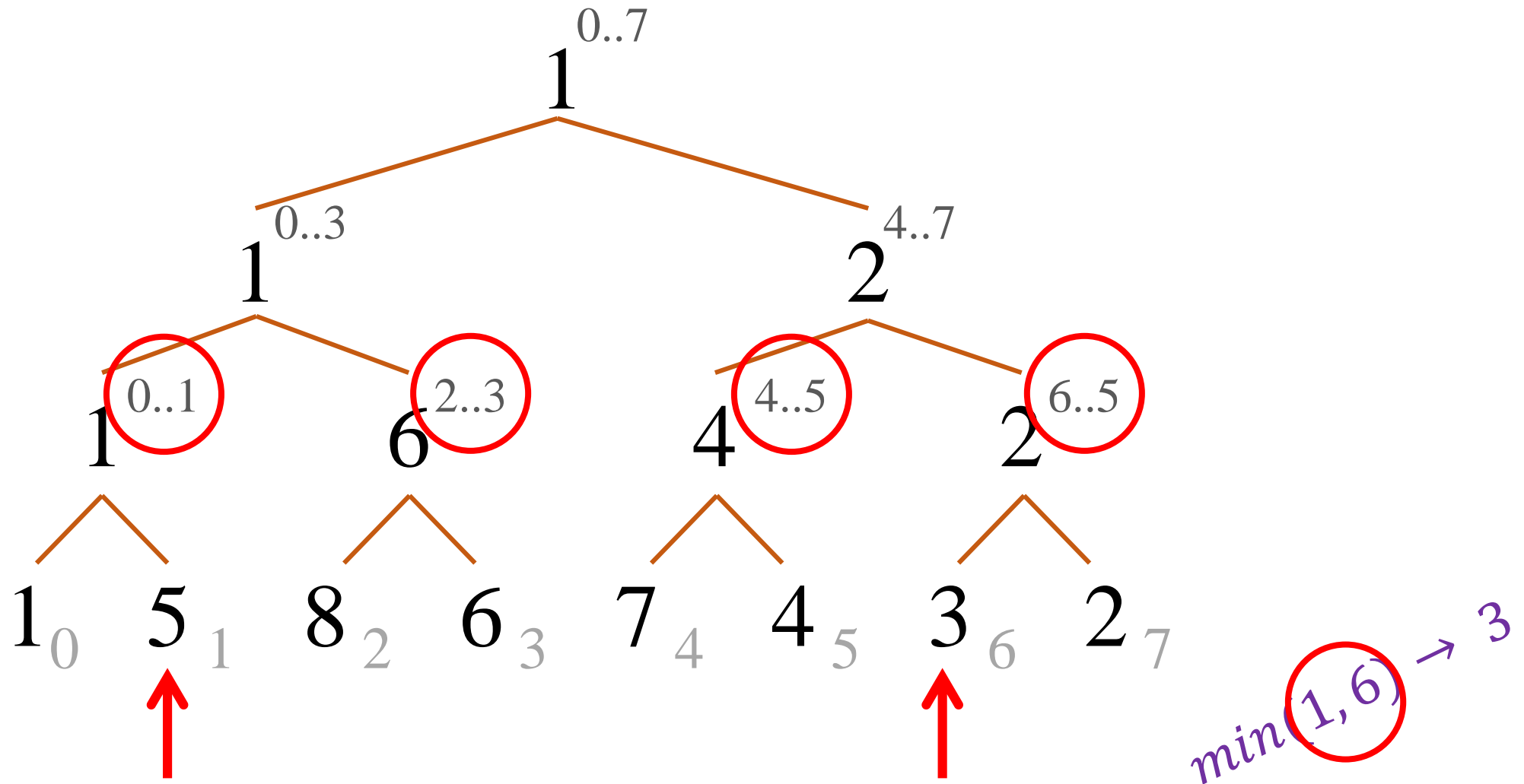
Range minimum query



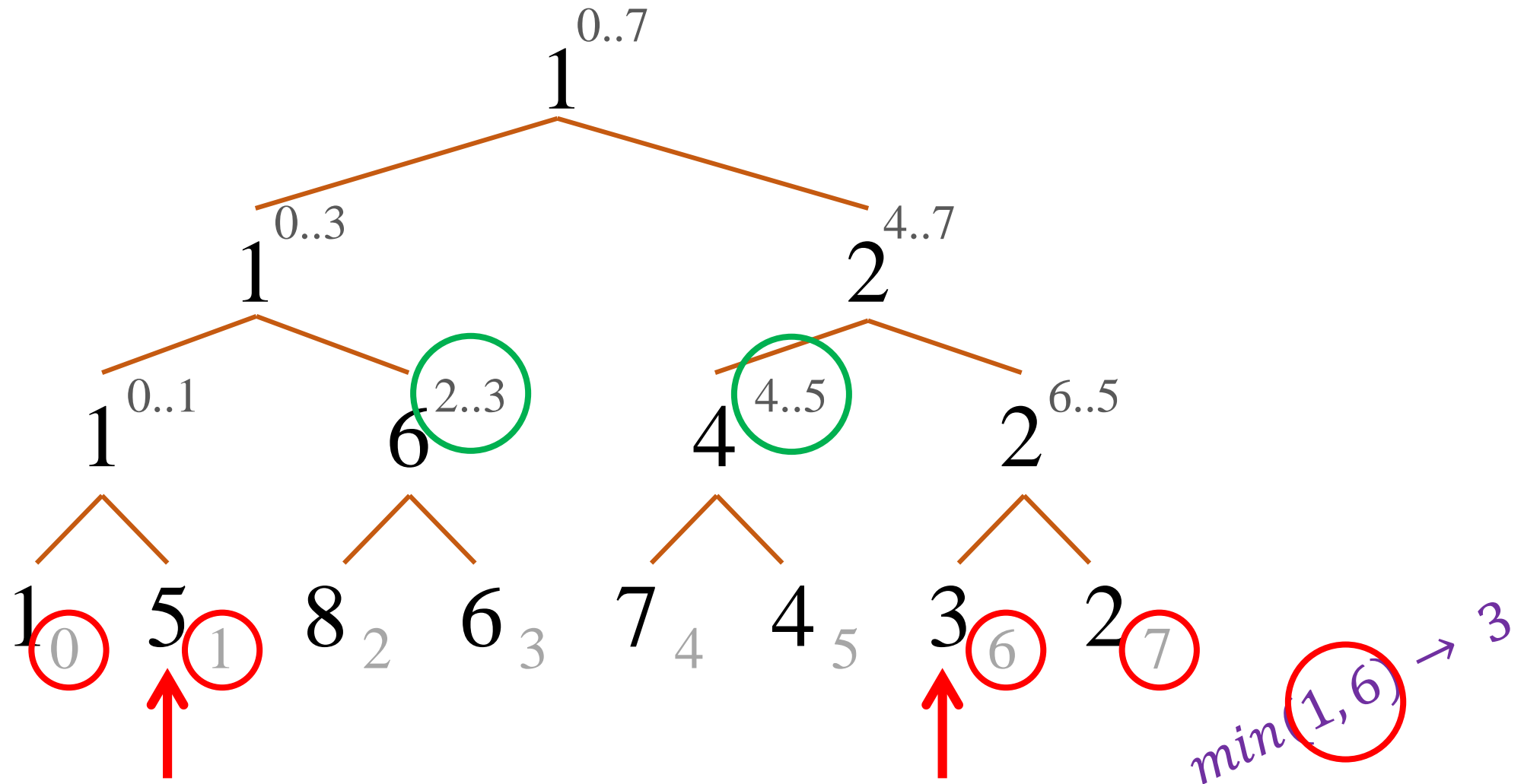
Range minimum query



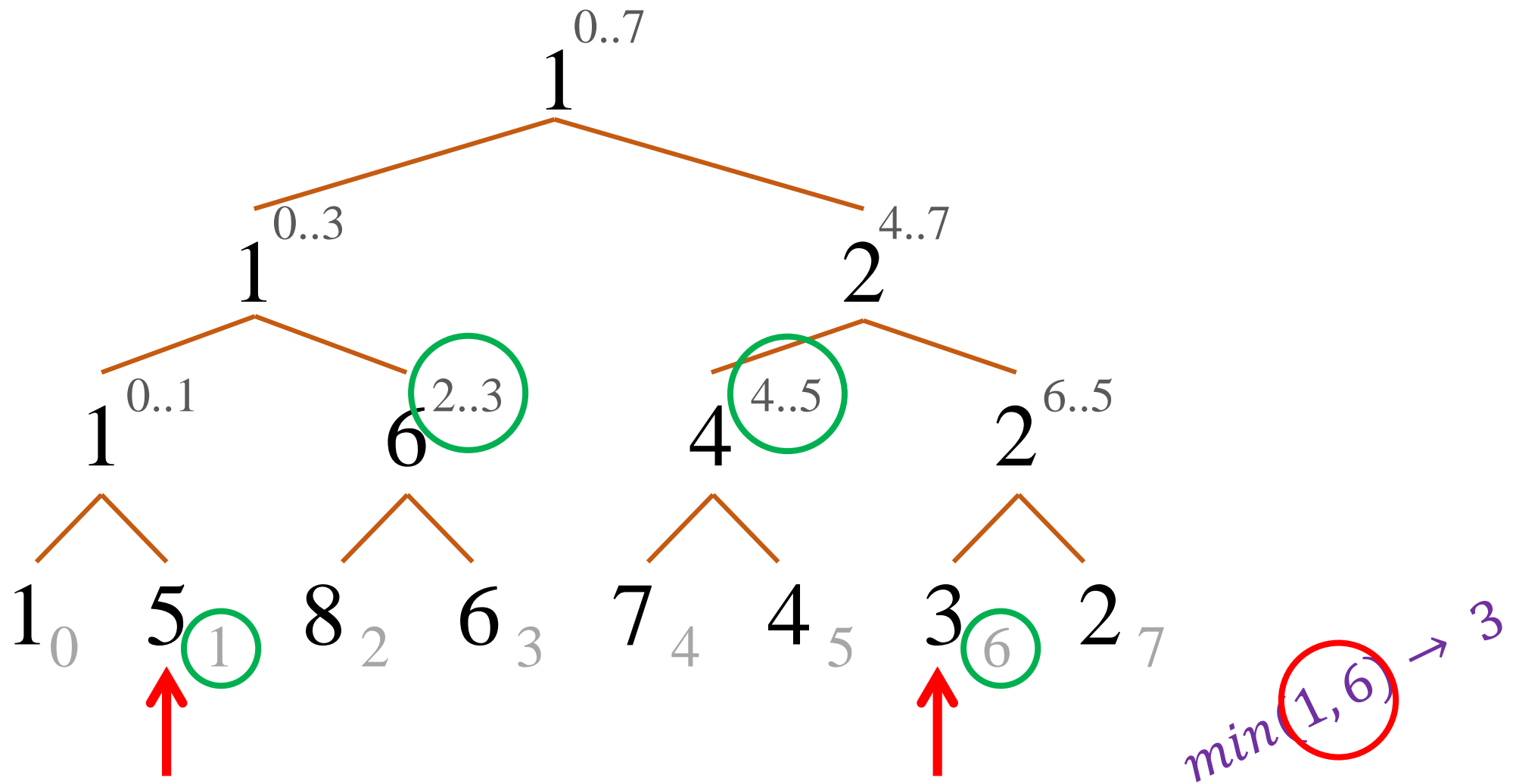
Range minimum query



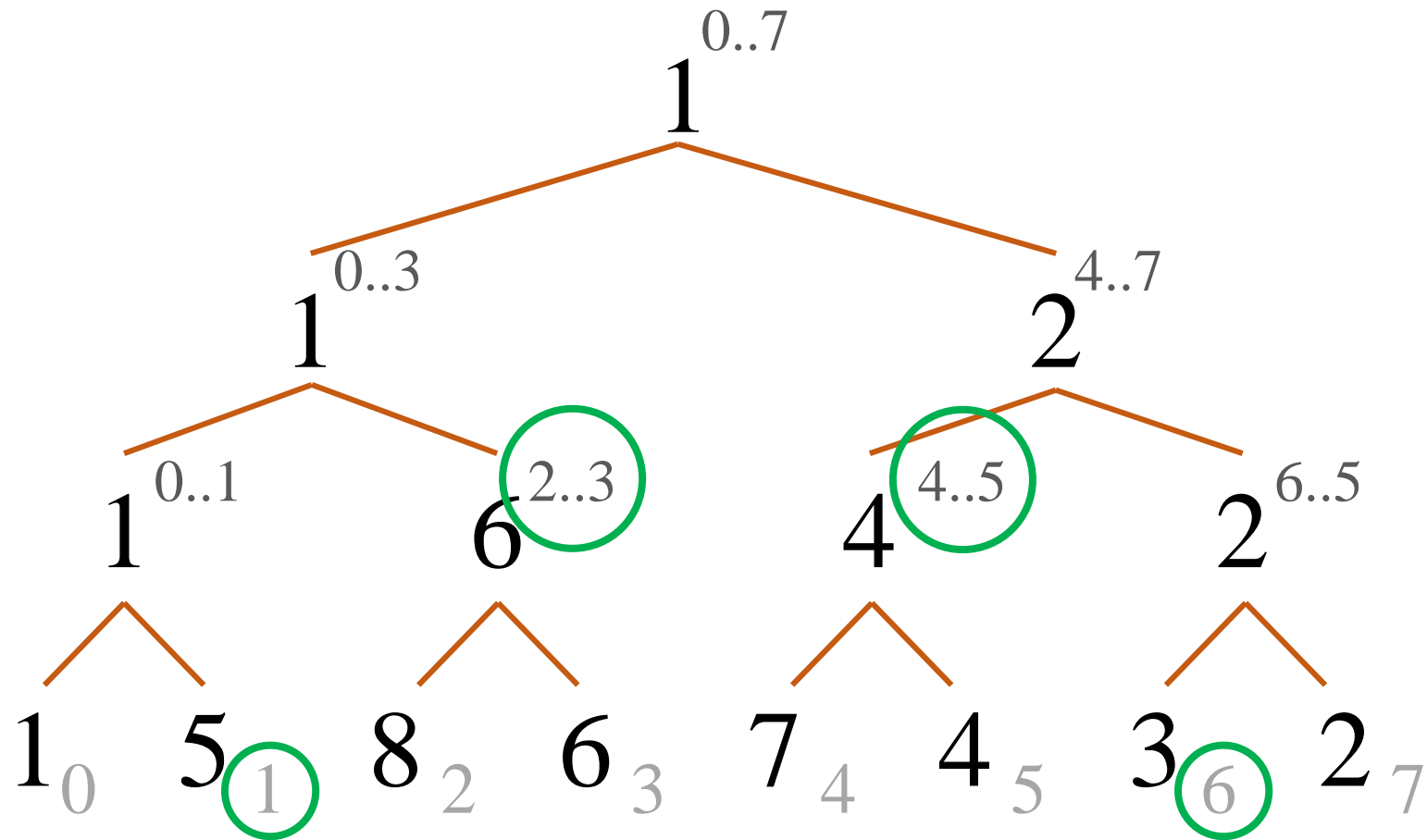
Range minimum query



Range minimum query



Range minimum query



$$\min(1, 6) = \min(5, 6, 4, 3) = 3$$

Range minimum query

$$O(\log N)$$

Одного запроса

Range minimum query



$$O(N(\log N)^3 \cdot C \cdot Q)$$



Range minimum query

Когда использовать каждый подход?...

Range minimum query

Что если я хочу поменять отрезок значений?...