確率

作成者：辻　大貴

確率

- **確率変数**

  取りうる値が分かっていて、そのすべてに確率が

  与えられている変数（定まっていない、変化しうる数）のこと

→サイコロの出る目は1、2、3、4、5、6であり、

それぞれの目が出る確率は $\frac{1}{6}$ である

→サイコロの目は**確率変数**であるといえる

確率

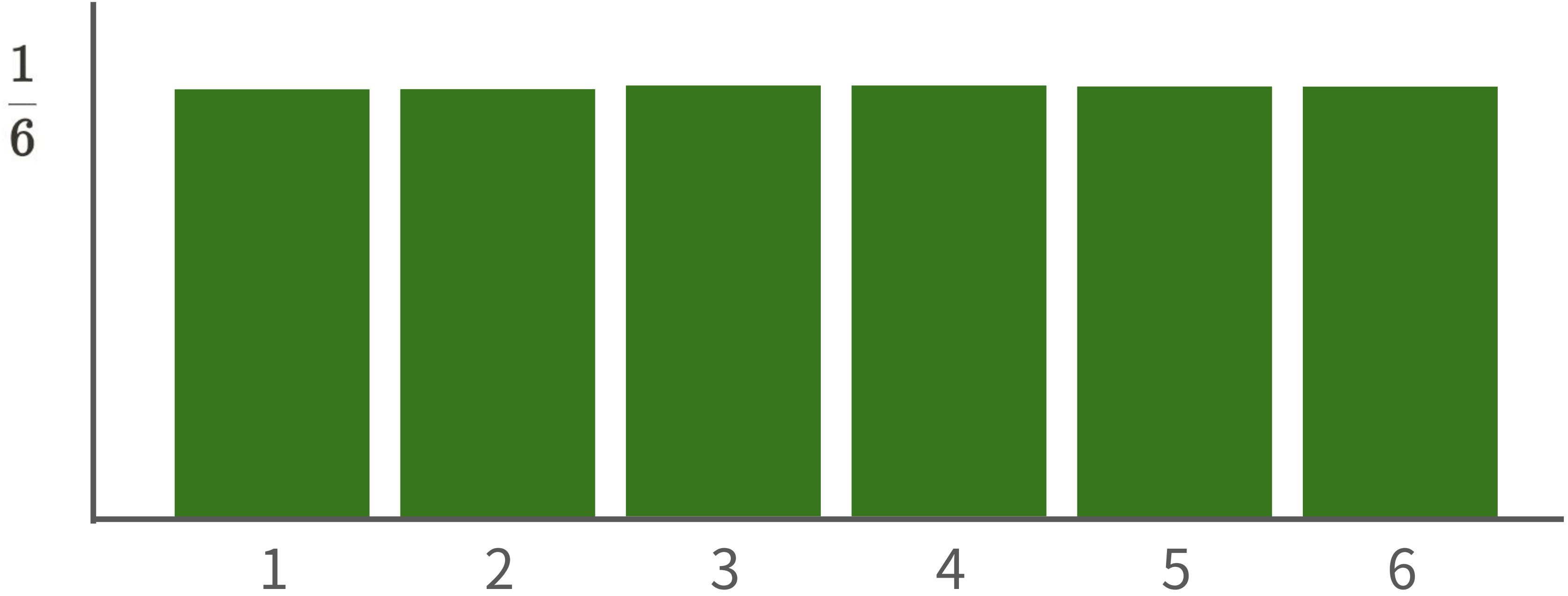
- **確率分布**

確率変数のとりうる値とその値をとる確率をあらわしたもの

サイコロ						
X	1	2	3	4	5	6
P(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

確率

- 確率分布



確率

- **期待値**

確率変数が取り得る値とその値を取る確率の積の和のこと

→1回の試行で得られる平均的な値のこと

確率

サイコロの場合						
X	1	2	3	4	5	6
P(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
X×P(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$

期待値 $=\frac{1}{6}\times 1+\frac{1}{6}\times 2+\frac{1}{6}\times 3+\frac{1}{6}\times 4+\frac{1}{6}\times 5+\frac{1}{6}\times 6=\frac{21}{6}$

確率

- **条件付き確率**

ある事象Aが起きる条件下で、別の事象Bが起きる確率のこと

$$\text{事象Aが起きる条件下で事象Bが起こる確率} = \frac{\text{事象Aかつ事象Bが起きる確率}}{\text{事象Aが起きる確率}}$$

$$\mathrm{P(B|A)} = \frac{\mathrm{P(A \cap B)}}{\mathrm{P(A)}}$$

確率

ある試験の受験生のうち、50%が合格者であり、

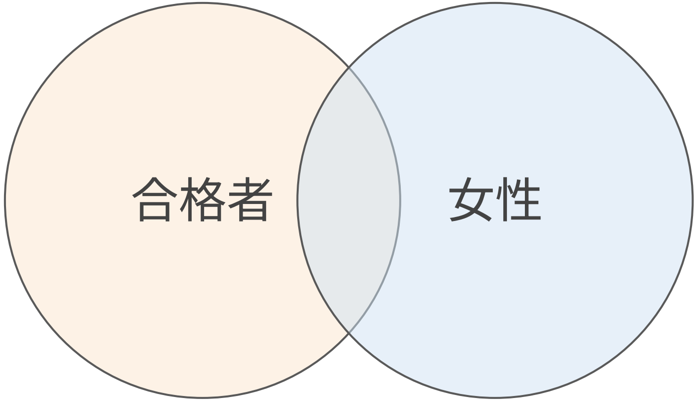
女性でかつ合格者は30%である

合格者からランダムに1人選んだとき女性である確率

→事象A：試験の合格者、事象B：女性

事象Aの確率：0.5

事象AかつBである確率：0.3



確率

ある試験の受験生のうち、50%が合格者であり、

女性でかつ合格者は30%である

合格者からランダムに1人選んだとき女性である確率

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(B|A) = \frac{0.3}{0.5} = \frac{3}{5}$$

確率密度

作成者：辻　大貴

確率密度

- **確率密度**

  身長などの連続的な値をとる確率変数の場合、

  確率変数がある1点の値をとる確率は、ほとんどが**0**になる

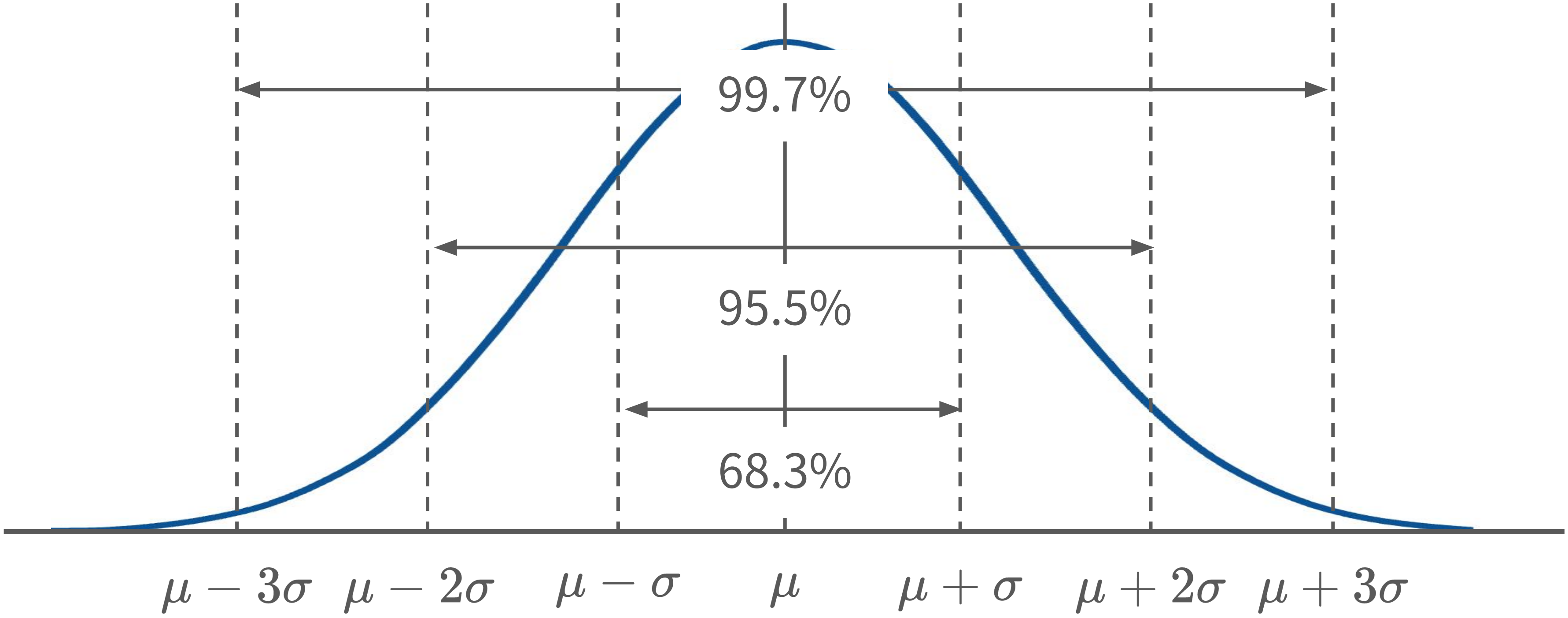
→連続値は取りうる値が170.005cm、159.112cmなど無限に近い

→連続値の場合は、範囲を定めて密度で考えていく

  データから1人選択したとき、約 $\frac{3}{5}$ は165〜175cmである　など

確率密度

平均　　：μ
標準偏差：σ



階乗と組み合わせ

作成者：辻　大貴

階乗と組み合わせ

- **階乗**

ある数字から１までの自然数の積のこと

→5！、７！のようにあらわす

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

階乗と組み合わせ

- **組み合わせ**

異なるn個の中から異なるk個を選んだときの組み合わせ数のこと

→異なる5台のスマホから2台のスマホを選ぶ組み合わせ

$$ {}_{\mathrm{n}}\mathrm{C}_{\mathrm{k}} = \frac{\mathrm{n}!}{\mathrm{k}!(\mathrm{n}-\mathrm{k})!} $$

$$ {}_{5}\mathrm{C}_{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 $$

ベルヌーイ分布
二項分布・ポアソン分布

作成者：辻　大貴

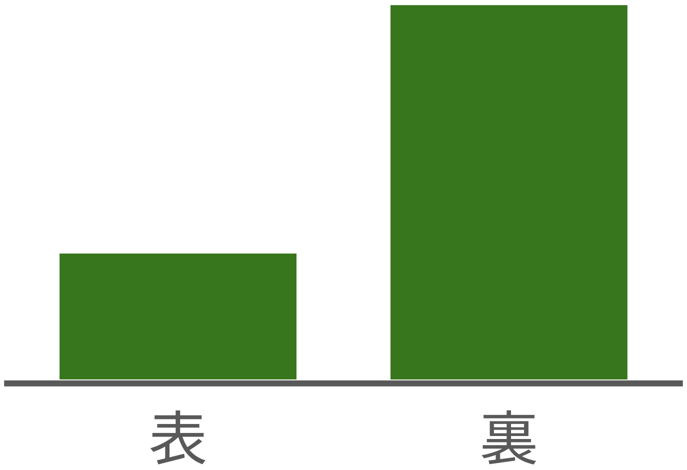
ベルヌーイ分布・二項分布・ポアソン分布

・ベルヌーイ分布

コインの裏表のように結果が２つしかない実験(**ベルヌーイ試行**)によって得られる確率分布のこと

→コインの表が出る確率が $\frac{1}{3}$ のとき、
コインの裏が出る確率は $\frac{2}{3}$ である

→表：p、裏：1 - p

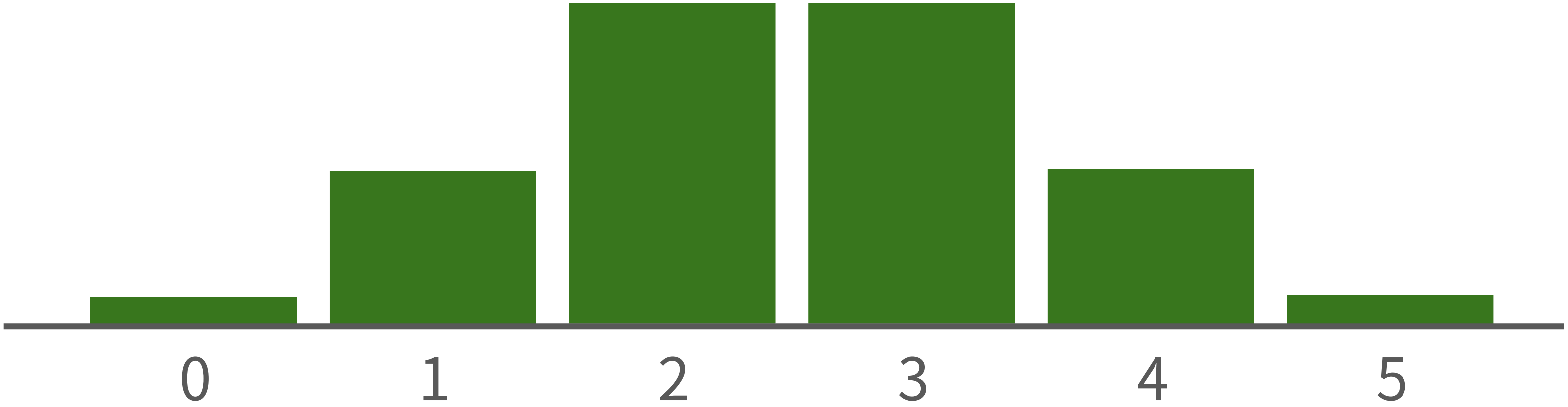


ベルヌーイ分布・二項分布・ポアソン分布

- **二項分布**

ベルヌーイ試行をn回行ったときに、

ある事象が何回起きるのかを表した確率分布のこと



ベルヌーイ分布・二項分布・ポアソン分布

- **二項分布**

コインを投げて表が出る確率が $\frac{1}{2}$ のとき、

5回投げて表が出る回数の確率

確率分布						
表が出る回数	0	1	2	3	4	5
確率 (%)	3.125	15.625	31.25	31.25	15.625	3.125

ベルヌーイ分布・二項分布・ポアソン分布

・二項分布

試行回数：n、Xが起きた回数：k、Xが起きる確率：p

$$P(X=k) = {}_nC_k p^k (1-p)^{n-k}$$

→コインを投げる回数：5、表が出る回数：2、表が出る確率：$\frac{1}{2}$

$$P(X=2) = {}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-2}$$

$$= {}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5!}{2!(5-2)!}\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{8}\right) = 0.3125$$

ベルヌーイ分布・二項分布・ポアソン分布

・**ポアソン分布**

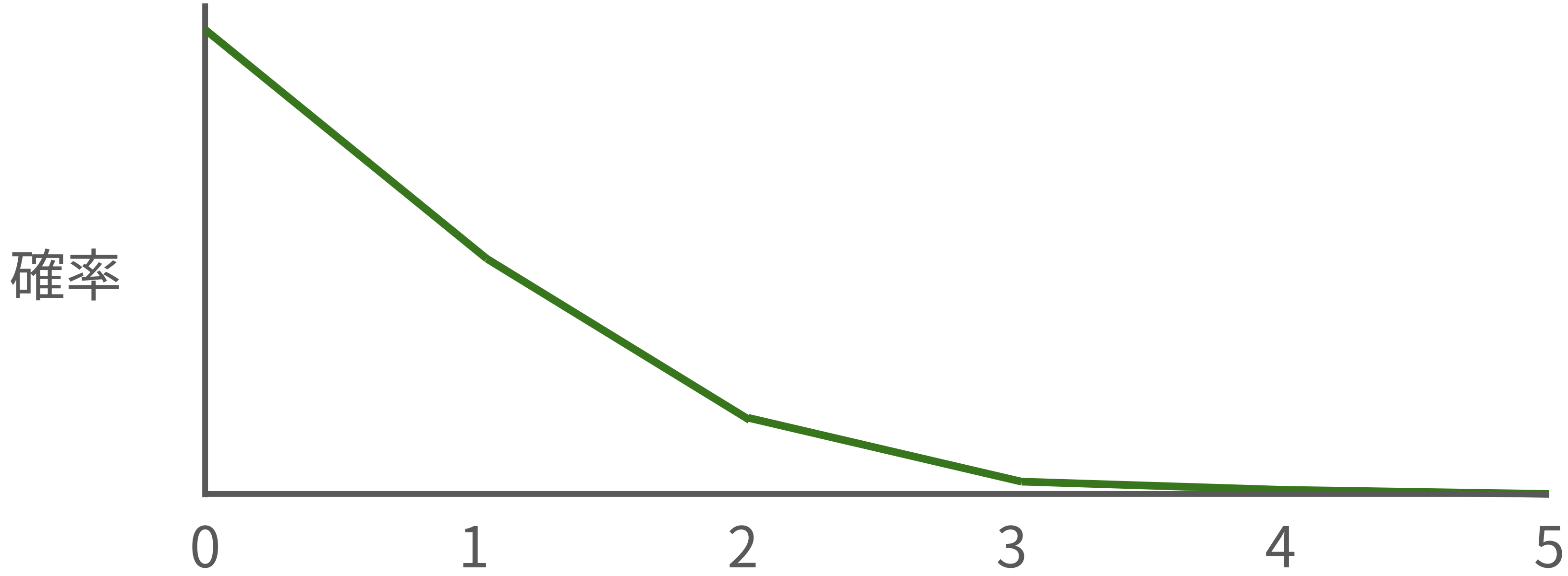
ある事象が一定の時間内等に平均してλ(n × p)回起こるとき、
その事象がちょうどk回起こる確率を表す確率分布

→2,000個に1個の割合（p = 0.0005 ）で不良品が発生する
ランダムに1000個選んだとき、不良品が含まれる平均個数

→$\lambda = np = 1{,}000 \times 0.0005 = 0.5$

ベルヌーイ分布・二項分布・ポアソン分布

- ポアソン分布



ベルヌーイ分布・二項分布・ポアソン分布

- **ポアソン分布**

以下の公式である事象がk回起きる確率を求めることができる

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!}$$

（e：ネイピア数（約2.72））

→nが大きく、pが小さい二項分布はポアソン分布に近似する

統計的仮説検定

作成者：辻　大貴

統計的仮説検定

- **統計的仮説検定（仮説検定）**

仮説が正しいのかどうかを**統計的に検証**すること

- **例えば**

コインを100回投げて75回表が出たとき、

「このコインは表が出やすい」という仮説を統計的に検証

統計的仮説検定

- **統計的仮説検定（仮説検定）**

1. 帰無仮説と対立仮説の設定

- **帰無仮説**：仮説検定を行うための仮説で
  否定したい仮説である場合が多い

- **対立仮説**：帰無仮説に対する仮説で
  証明したい仮説である場合が多い

統計的仮説検定

- **統計的仮説検定（仮説検定）**

1. 帰無仮説と対立仮説の設定

- **帰無仮説**：コインで表が出る確率は50%以下である

- **対立仮説**：コインで表が出る確率は50%より大きい

統計的仮説検定

- **統計的仮説検定（仮説検定）**

2. 仮説を判断するための数値（有意水準）の設定

帰無仮説が誤っていると判断する水準（5%や10%など）

3. 検証

4. 結論

ベクトル・行列

作成者：辻　大貴

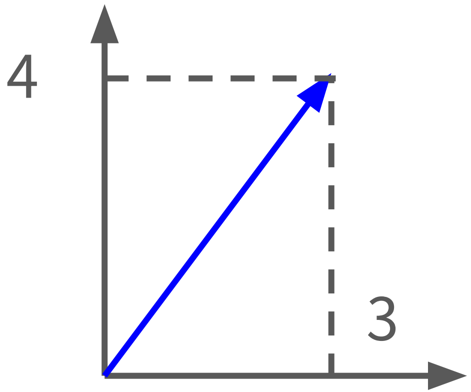
ベクトル・行列

- **ベクトル**

  向きと大きさをもった量のことで、

  値や文字を**一列で並べたもの**（各値や文字のことを**要素**という）

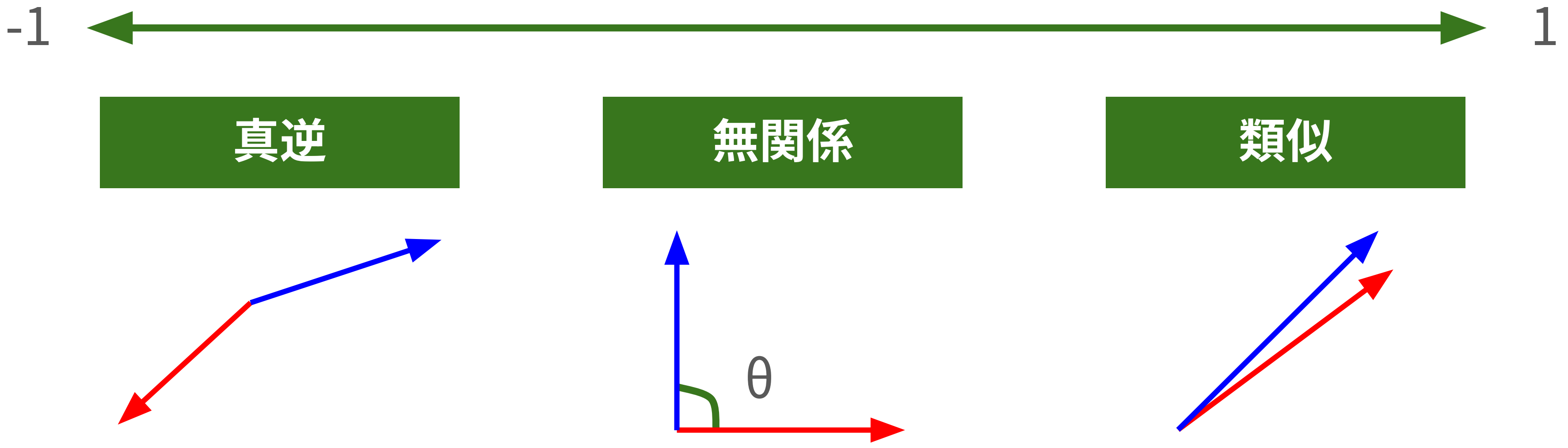
$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3, & 4 \end{pmatrix}$$



ベクトル・行列

・コサイン類似度

ベクトルの類似度を表す指標（-1 ～ 1の値をとる）



ベクトル・行列

- **行列**

値や文字を**縦横に並べたもの**

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} \text{１列目} & \text{２列目} & \text{３列目} \end{array} \\
\begin{array}{c} \text{１行目} \\ \text{２行目} \\ \text{３行目} \\ \text{４行目} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 5 & -3 \\ -4 & 3 & 8 \\ 8 & -2 & 2 \\ 5 & 1 & 7 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

情報量と相互情報量

作成者：辻　大貴

情報量と相互情報量

- **情報量**

　ある出来事が起きたとき、どれほど起こりにくいかを表す尺度

→起こりにくい出来事ほど情報量は大きくなる特徴がある

- **相互情報量**

　2つの確率変数間の相互依存の度合いを表す指標

→依存度が高い場合は相互情報量は大きくなる

情報量と相互情報量

- **相互情報量**

  2つの確率変数が独立しており、互いに影響を与えないとき

  相互情報量は**0**（**0に近い値**）になる

→相互情報量が非常に高い場合は、

  2つの変数が強い関係を持っていると考えられる

→**相関係数**の高い状態と似た状態であると言える

最尤法

作成者：辻　大貴

最尤法

・**最尤法**

与えられたデータから、最適な**パラメータ**を推定する方法の１つ

→パラメータの尤もらしさのことを**尤度**といい、

尤度が最大になるパラメータが、最適なパラメータと推定する

→パラメータAの尤度は0.25、パラメータBの尤度は0.75ならば

パラメータBが最適なパラメータと推定する