

Санкт-Петербургский национальный исследовательский институт

информационных технологий, механики и оптики

Факультет фотоники и оптоинформатики

ИТМО

ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4.03

“Определение радиуса кривизны линзы по интерференционной картине колец Ньютона”

Группа: V3203

К работе допущен: _____

Студент: Срывкин Н.А., Ганиева И.И.

Работа выполнена: _____

Преподаватель: Сидельников А.А.

К отчёту допущен: _____

1. Цель работы

- Изучение интерференционной картины Колец Ньютона

2. Задачи

- Определение радиуса кривизны плоско-выпуклой линзы с помощью интерференционной картины колец Ньютона

3. Объект исследования

- Плоско-выпуклая линза

4. Метод исследования

- После установки системы линза-пластина на столике микроскопа и установки светофильтра, настраиваются микроскоп и лампа так, чтобы была видна четкая интерференционная картина колец. С помощью «Altami», измеряются радиусы четырёх тёмных колец Ньютона. Для каждого кольца проводятся измерения не менее трех раз. Результаты вносятся в таблицы (отдельно для каждого фильтра)

5. Рабочие формулы и исходные данные

- Радиус кривизны линзы:

$$R = \frac{r_m^2 - r_n^2}{(m - n)\lambda} \quad (1)$$

где m, n – номер радиуса тёмных колец, r_m и r_n – значения радиусов этих номеров. λ – длина волны

- МНК:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (2)$$

$$b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n} \quad (3)$$

- Относительная погрешность для величины вида: $z = Ka^\alpha b^\beta \dots$ где K – постоянная величина; a, b – символы прямо измеренных величин; α, β – показатели степени, выраженные целыми, дробными, отрицательными или положительными числами:

$$\varepsilon_z = \sqrt{\left(\alpha \frac{1}{a} \Delta_a\right)^2 + \left(\beta \frac{1}{b} \Delta_b\right)^2 + \dots} \cdot 100\% \quad (4)$$

- Абсолютная погрешность:

$$\Delta_z = \frac{\hat{Z} \varepsilon_z}{100} \quad (5)$$

- Абсолютная погрешность функции вида $z = z(a, b)$:

$$\Delta_z = \sqrt{\left(\frac{\delta f}{\delta a} \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{\delta f}{\delta b} \Delta_b\right)^2} \quad (6)$$

6. Измерительные приборы

№	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Электронная линейка	Электронный	0-3 нм	± 0.05 нм

7. Экспериментальная установка (перечень схем, которые составляют Приложение 1):

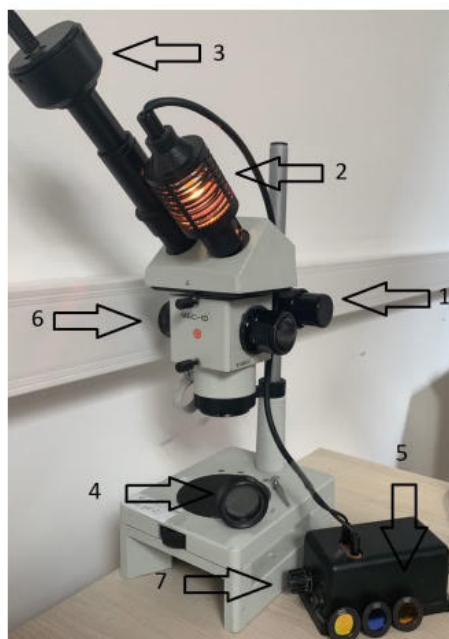


Figure 1: Система для наблюдения интерференционной картины и измерения радиусов колец Ньютона. 1 – ручки вертикального смещения тубуса (фокусировка), 2 – микрообъектив, 3 – видеоокуляр, 4 – плоско-выпуклая линза, 5 – Светофильтр с заданной длиной волны, 6 – Переключатель линз, 7 – регулятор интенсивности света

8. Результаты измерений и их обработки (таблицы, примеры расчётов):

$\lambda = 435 \text{ нм}$	Номер кольца (n)			
	1	2	3	4
$r_1, \text{мкм}$	1.07	1.28	1.43	1.60
$r_2, \text{мкм}$	1.04	1.28	1.44	1.59
$r_3, \text{мкм}$	1.07	1.26	1.44	1.59
$r_{\text{ср}}, \text{мкм}$	1.06	1.27	1.44	1.59
$r^2, \text{мкм}^2$	1.12	1.62	2.06	2.54

$\lambda = 546 \text{ нм}$	Номер кольца (n)			
	1	2	3	4
$r_1, \text{мкм}$	1.12	1.34	1.51	1.67
$r_2, \text{мкм}$	1.09	1.34	1.52	1.67
$r_3, \text{мкм}$	1.10	1.33	1.52	1.67
$r_{\text{ср}}, \text{мкм}$	1.10	1.34	1.52	1.67
$r^2, \text{мкм}^2$	1.22	1.79	2.30	2.79

$\lambda = 578 \text{ нм}$	Номер кольца (n)			
	1	2	3	4
$r_1, \text{мкм}$	1.13	1.36	1.56	1.71
$r_2, \text{мкм}$	1.12	1.36	1.56	1.73
$r_3, \text{мкм}$	1.11	1.34	1.56	1.72
$r_{\text{ср}}, \text{мкм}$	1.12	1.35	1.56	1.72
$r^2, \text{мкм}^2$	1.25	1.83	2.43	2.96

$\lambda = 630 \text{ нм}$	Номер кольца (n)			
	1	2	3	4
$r_1, \text{ мкм}$	1.15	1.41	1.59	1.78
$r_2, \text{ мкм}$	1.16	1.41	1.60	1.77
$r_3, \text{ мкм}$	1.15	1.40	1.60	1.79
$r_{\text{ср}}, \text{ мкм}$	1.15	1.41	1.60	1.78
$r^2, \text{ мкм}^2$	1.33	1.98	2.55	3.17

r_1, r_2, r_3 – радиусы кольца

9. Расчёт результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчётов)

- По данным таблиц строим графики зависимости $r^2(n)$
- По формулам (2) и (3) получаем аппроксимацию графиков зависимости $r^2(n)$.
Зависимость радиуса кольца от номера является линейной
- Пример расчёта метода наименьших квадратов для длины волны 630 нм:

$$\sum x_i y_i = (1 \cdot 1.33) + (2 \cdot 1.98) + (3 \cdot 2.55) + (4 \cdot 3.17) = 25.61 \text{ мкм}^2$$

$$\sum x_i = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$(\sum x_i)^2 = 100$$

$$\sum y_i = 1.33 + 1.98 + 2.55 + 3.17 = 9.03 \text{ мкм}^2$$

$$\sum x_i^2 = 1 + 4 + 9 + 16 = 30$$

$$a = \frac{4 \cdot 25.61 - 10 \cdot 9.03}{4 \cdot 30 - 100} = 0.609 \text{ мкм}^2 \quad (7)$$

$$b = \frac{9.03 - 0.608 \cdot 10}{4} = 0.735 \text{ мкм}^2 \quad (8)$$

- Таким образом уравнение для графика зависимости $r^2(n)$ для фильтра с длиной волны 630 нм имеет вид $r^2 = 0.609x + 0.735$
- Аналогично получаются уравнения зависимости квадрата радиуса от номера кольца для остальных фильтров:

$$\text{Для } \lambda = 578 \text{ нм: } r^2 = 0.571x + 0.691$$

$$\text{Для } \lambda = 546 \text{ нм: } r^2 = 0.523x + 0.716$$

$$\text{Для } \lambda = 435 \text{ нм: } r^2 = 0.469x + 0.665$$

По формуле (1) найдем радиус кривизны линзы по 2 парам радиусов для фильтра и среднее значение радиуса кривизны линзы $\lambda = 630 \text{ нм}$:

$$\text{Для пары (1,2): } R_{12} = \frac{1.98 - 1.33}{630 \cdot 10^{-3}} = 1.03 \text{ мкм}$$

$$\text{Для пары (1,4): } R_{14} = \frac{3.17 - 1.33}{3 \cdot 630 \cdot 10^{-3}} = 0.97 \text{ мкм}$$

Среднее значение радиуса кривизны линзы равно: $R_{\text{cp}} = 1.001$ мкм

Аналогично находим радиусы кривизны и средние значения для фильтров других длин волн:

$$\lambda = 578 \text{ нм: } R_{12} = 0.99 \text{ мкм, } R_{14} = 0.98 \text{ мкм, } R_{\text{cp}} = 0.990 \text{ мкм}$$

$$\lambda = 546 \text{ нм: } R_{12} = 1.04 \text{ мкм, } R_{14} = 0.96 \text{ мкм, } R_{\text{cp}} = 1.001 \text{ мкм}$$

$$\lambda = 435 \text{ нм: } R_{12} = 1.14 \text{ мкм, } R_{14} = 1.08 \text{ мкм, } R_{\text{cp}} = 1.1142 \text{ мкм}$$

$$\widehat{R}_{\text{cp}} = \sum \frac{R_{\text{cp}}}{n} = 1.03 \text{ мкм}$$

10. Расчёт погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений)

- Найдем относительную погрешность измерений для пары (1,2):

$$r_m^2 - r_n^2 = \frac{(1.62^2 - 1.12^2) + (1.79^2 - 1.22^2) + (1.83^2 - 1.25^2) + (1.98^2 - 1.33^2)}{4} = 1.756 \text{ мм}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{1}{r_m^2 - r_n^2} 2\Delta r \sqrt{r_m^2 - r_n^2}\right)^2} \cdot 100\% = \frac{1}{r_m^2 - r_n^2} 2\Delta r \sqrt{r_m^2 - r_n^2} \cdot 100\% = \frac{1}{1.756} \cdot 2 \cdot 0.05 \cdot 1.32 \cdot 100\% = 7.52\%$$

$$\Delta_{R12} = \frac{\hat{R}\varepsilon}{100} = \frac{1.001 \cdot 7.52}{100} = 0.075 \text{ мкм}$$

- Найдем относительную погрешность измерений для пары (1,4):

$$r_m^2 - r_n^2 = \frac{(2.54^2 - 1.12^2) + (2.79^2 - 1.22^2) + (2.96^2 - 1.25^2) + (3.17^2 - 1.33^2)}{4} = 6.743 \text{ мм}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{1}{r_m^2 - r_n^2} 2\Delta r \sqrt{r_m^2 - r_n^2}\right)^2} \cdot 100\% = \frac{1}{r_m^2 - r_n^2} 2\Delta r \sqrt{r_m^2 - r_n^2} \cdot 100\% = \frac{1}{6.743} \cdot 2 \cdot 0.05 \cdot 2.59 \cdot 100\% = 3.85\%$$

$$\Delta_{R14} = \frac{\hat{R}\varepsilon}{100} = \frac{1.001 \cdot 3.85}{100} = 0.038 \text{ мкм}$$

- Таким образом среднее значение погрешности $\Delta R = 0.056$ мкм

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2)

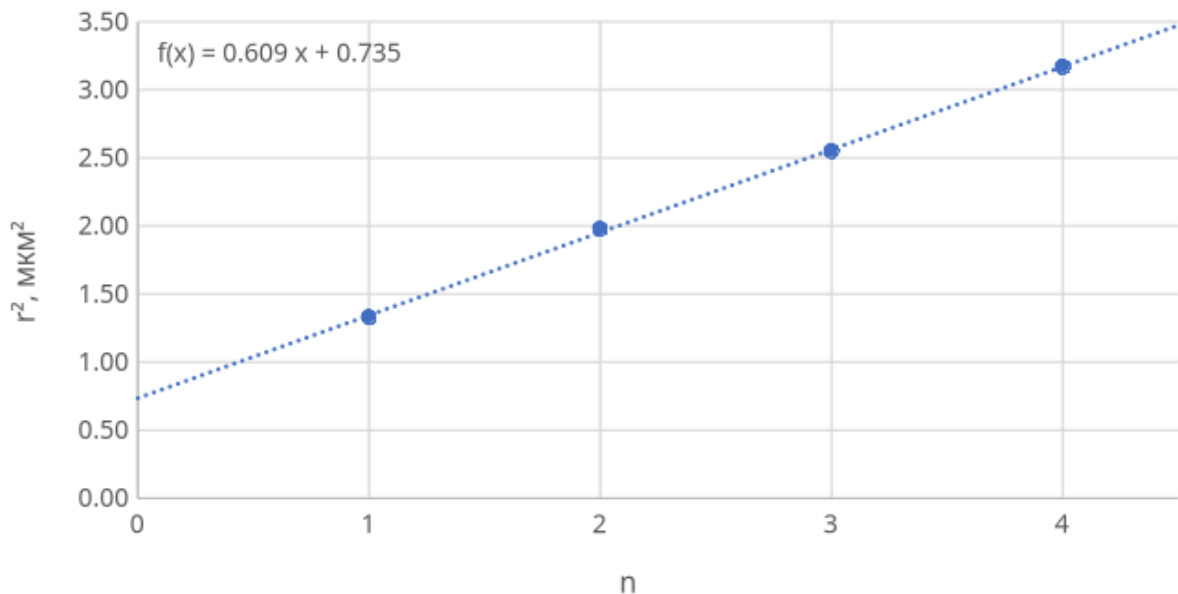


Figure 2: Зависимость квадрата радиуса от номера кольца для $\lambda = 630$ нм

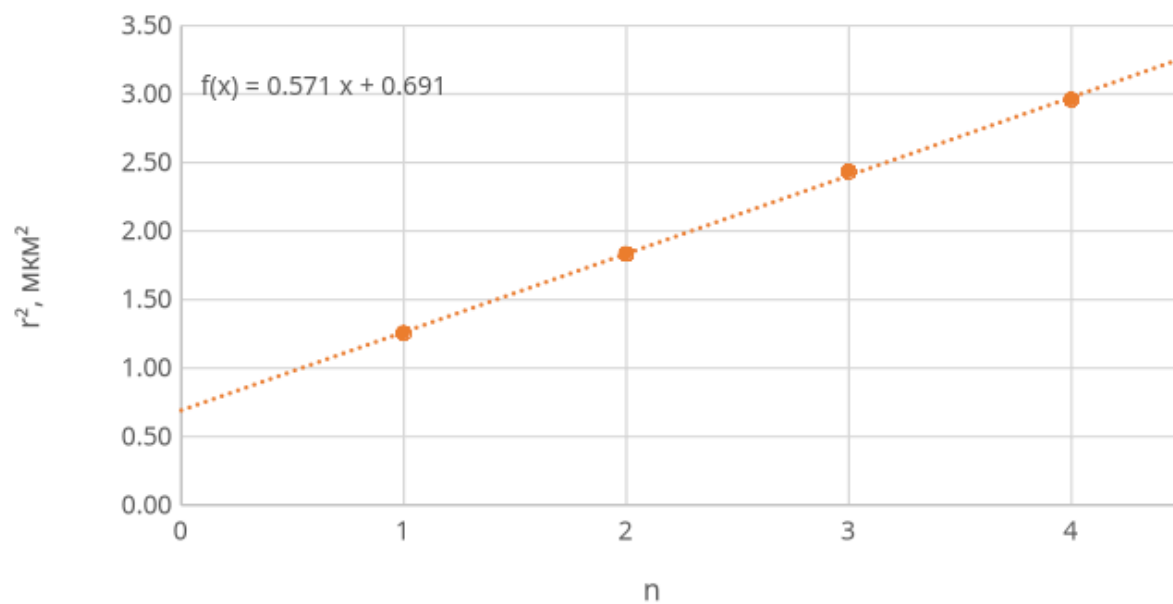


Figure 3: Зависимость квадрата радиуса от номера кольца для $\lambda = 578$ нм

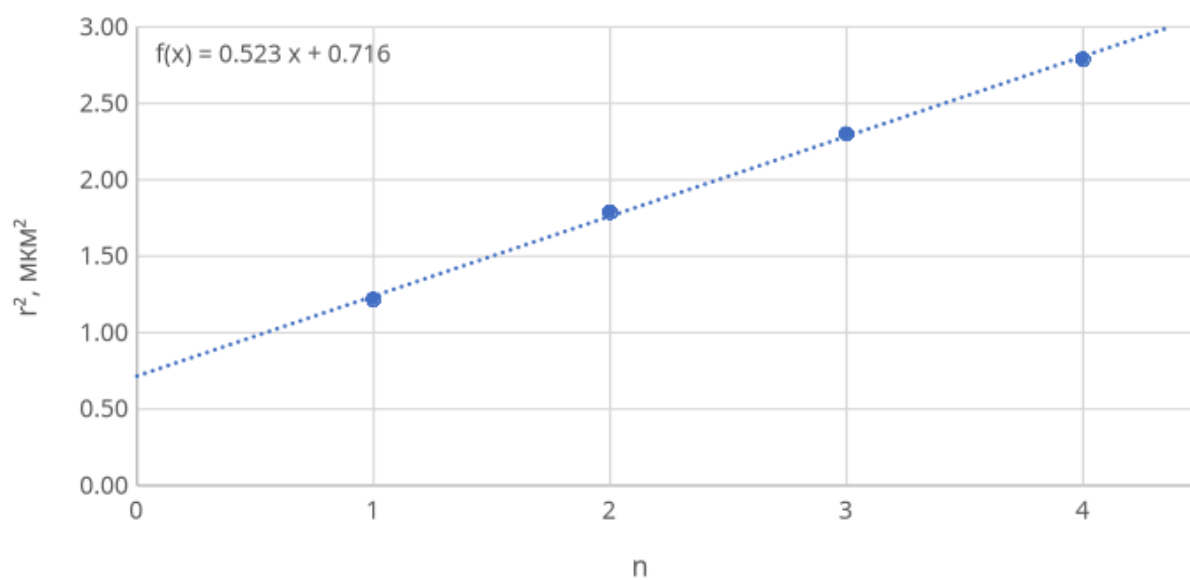


Figure 4: Зависимость квадрата радиуса от номера кольца для $\lambda = 546$ нм

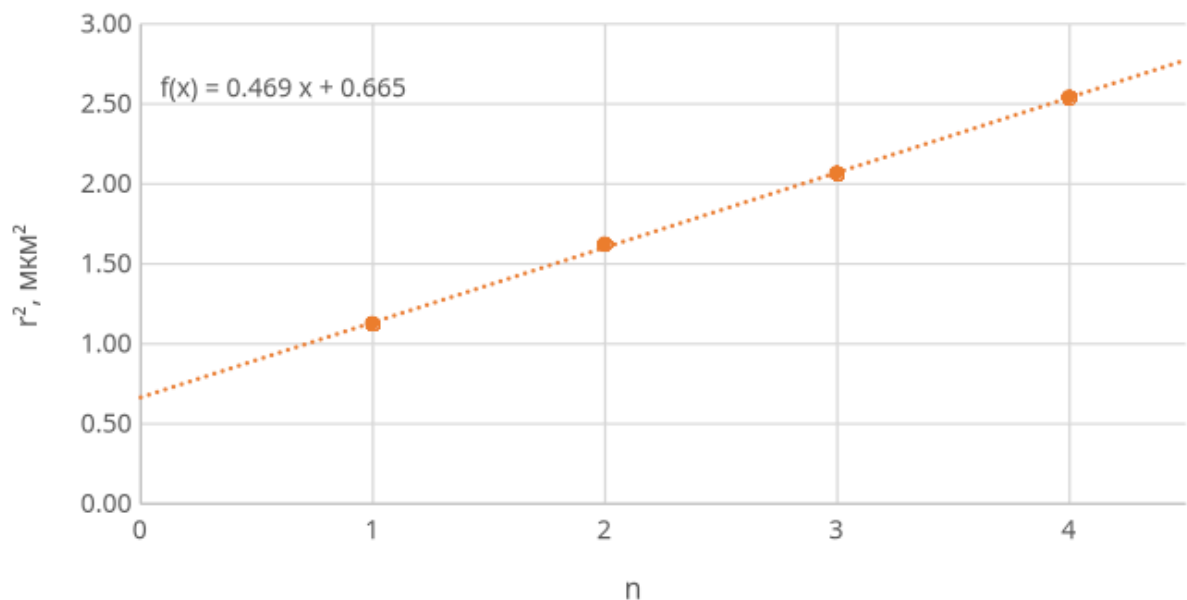


Figure 5: Зависимость квадрата радиуса от номера кольца для $\lambda = 435 \text{ нм}$

12. Окончательные результаты

- Таким образом в ходе работы был рассчитан радиус кривизны линзы:

$$R = (1.00 \pm 0.13) \text{ мкм}, \varepsilon = 7.52\%$$

13. Выводы и анализ результатов работы

- В ходе лабораторной работы была получена интерференционная картина (кольца Ньютона). С их помощью был рассчитан радиус кривизны линзы $R = 1.00 \pm 0.13 \text{ мкм}$, $\varepsilon = 7.52\%$ и получена зависимость квадрата радиуса темных кругов колец Ньютона от номеров этих колец. Было доказано, что данная зависимость является линейной.