Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Отчёт по лабораторной работе №5

по дисциплине
«Интервальный анализ»

Выполнила студентка
группы 5030102/20202 Чинь Тхи Тху Хоай

Проверил
Преподаватель Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2025

Содержание

1 Цель работы

Получить практические навыки решения интервальных систем нелинейных уравнений и исследовать особенности применения интервальных методов для нахождения точек пересечения кривых, а также изучить влияние выбора начального приближения и параметров системы на сходимость итерационного процесса.

2 Постановка задачи

Задана система нелинейных уравнений, описывающая точку касания f_1 и f_2:

$$f(X) = \begin{cases} f_1(X) = X_1 - X_2^2 = 0, \\ f_2(X) = (X_1 - x_c)^2 + (X_2 - y_c)^2 - 1 = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где x_c — параметр, принимающий значения из набора $[0,\ 0.5,\ 1.0,\ 1.2]$, $\quad y_c = 0$.

A. Для каждого значения параметра x_c из заданного набора:

- A.1 Выбрать начальное интервальное приближение $X^{(0)} = [X_1] \times [X_2]$, обеспечивающее старт итерационного процесса.
- A.2 Выполнить не менее трёх итераций методом Кравчика для уточнения локализации решения.
- A.3 На каждом шаге фиксировать получающиеся интервальные векторы $X^{(k)}$.

B. Провести анализ результатов:

- B.1 Для каждого x_c построить графическую иллюстрацию, отображающую последовательные приближения (брусы $X^{(k)}$) и линии уровней функций $f_1(X) = 0$ и $f_2(X) = 0$.
- B.2 Сравнить скорость сходимости метода для разных значений параметра x_c. Объяснить наблюдаемые различия.
- B.3 Проанализировать влияние выбора начального приближения $X^{(0)}$ на возможность старта и сходимость итерационного процесса.

Примечание: В ходе работы следует обратить внимание на возможное расширение интервалов на некоторых итерациях (как в приведённом примере для координаты x_1) и связать это с геометрической интерпретацией задачи.

3 Теория

3.1 Интервальная система

Рассматривается система:

$$\begin{cases} f_1(X) = X_1 - X_2^2 = 0, \\ f_2(X) = (X_1 - x_c)^2 + (X_2 - y_c)^2 - 1 = 0, \end{cases}$$

где $x_c \in \{0,\ 0.5,\ 1.0,\ 1.2\}$, а $y_c = 0$.

Первая функция задаёт параболу $x_1 = x_2^2$, а вторая — окружность радиуса 1 с центром $(x_c, 0)$. Их пересечения и являются решениями системы.

3.2 Метод Кравчика

Пусть X — интервальный вектор. Определим:

$$x_0 = \mathrm{mid}(X),$$

$$K(X) = x_0 - Yf(x_0) + (I - YJ(X))(X - x_0),$$

где:

- $J(X)$ — интервальная якобиана,
- $Y = J(x_0)^{-1}$ — обратная матрица к якобиане в центре интервала,
- $K(X)$ — новый интервальный вектор, содержащий потенциальные корни.

Если выполняется включение:

$$K(X) \subset \mathrm{int}(X),$$

то вектор X гарантированно содержит единственное решение системы.

В практике часто применяется итерация:

$$X^{(k+1)} = K(X^{(k)}) \cap X^{(k)}.$$

Этот процесс повторяется, пока интервалы не перестанут уменьшаться.

4 Результаты

На графике представлены следующие элементы:

- **Синяя линия** — кривая уровня $f_1(X) = 0$, представляющая параболу

$$X_1 = X_2^2.$$

- **Красная линия** — кривая уровня $f_2(X) = 0$, соответствующая окружности радиуса 1 с центром в точке $(x_c, 0)$:
$$(X_1 - x_c)^2 + X_2^2 = 1.$$

- **Зелёные прямоугольники** — интервальные векторы $X^{(k)}$, получаемые на последовательных итерациях метода Кравчика. Каждый прямоугольник показывает область, в которой гарантированно находится решение.

  Подписи X^0, X^1, X^2, X^3 обозначают шаги итерационного процесса.

4.1 Параметр $x_c = 0$

Решая $(X_2^2 - 0)^2 + X_2^2 - 1 = 0)$ даёт:

4.1.1 Корень:

$$x_2 \approx -0.786,\ x_1 \approx 0.618;$$

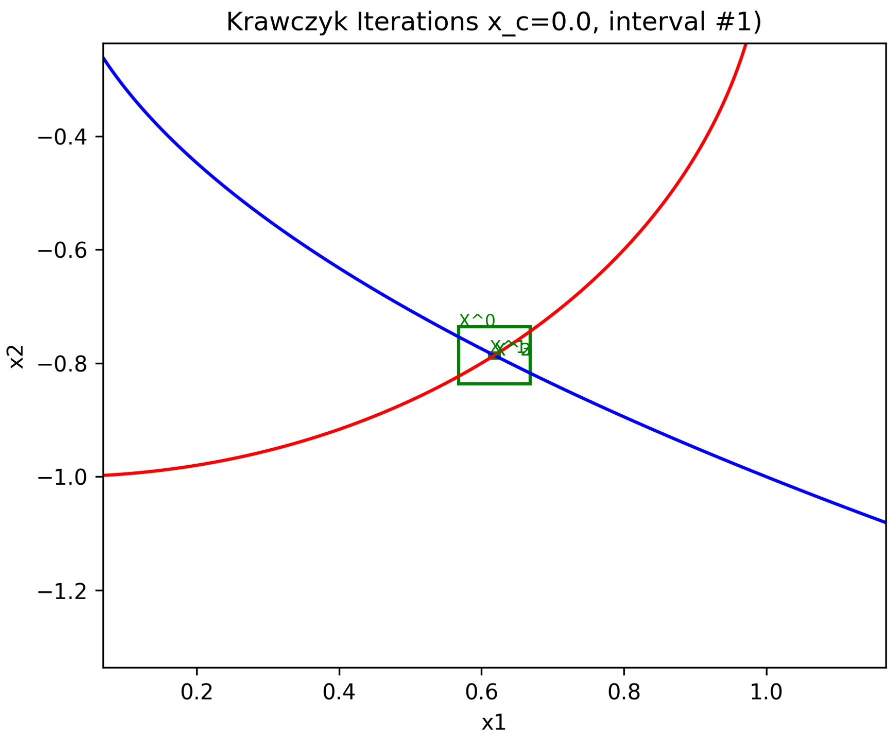
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.568,\ 0.668] \times [-0.836,\ -0.736].$$

Итерации метода Кравчика:

$$\begin{aligned}
X^{(0)} &: x_1 \in [0.5680, 0.6680], \quad x_2 \in [-0.8362, -0.7362] \\
X^{(1)} &: x_1 \in [0.6113, 0.6247], \quad x_2 \in [-0.7908, -0.7815] \\
X^{(2)} &: x_1 \in [0.6180, 0.6181], \quad x_2 \in [-0.7862, -0.7861] \\
X^{(3)} &: x_1 \in [0.6180, 0.6180], \quad x_2 \in [-0.7862, -0.7862]
\end{aligned}$$

Графическая иллюстрация:



k	$X^{(k)}$	$K(X^{(k)})$	$X^{(k+1)}$
0	[0.5680, 0.6680] × [-0.8362, -0.7362]	[0.6113, 0.6247] × [-0.7908, -0.7815]	[0.6113, 0.6247] × [-0.7908, -0.7815]
1	[0.6113, 0.6247] × [-0.7908, -0.7815]	[0.6180, 0.6181] × [-0.7862, -0.7861]	[0.6180, 0.6181] × [-0.7862, -0.7861]
2	[0.6180, 0.6181] × [-0.7862, -0.7861]	[0.6180, 0.6180] × [-0.7862, -0.7862]	[0.6180, 0.6180] × [-0.7862, -0.7862]

4.1.2 Корень:

$$x_2 \approx 0.786,\ x_1 \approx 0.618;$$

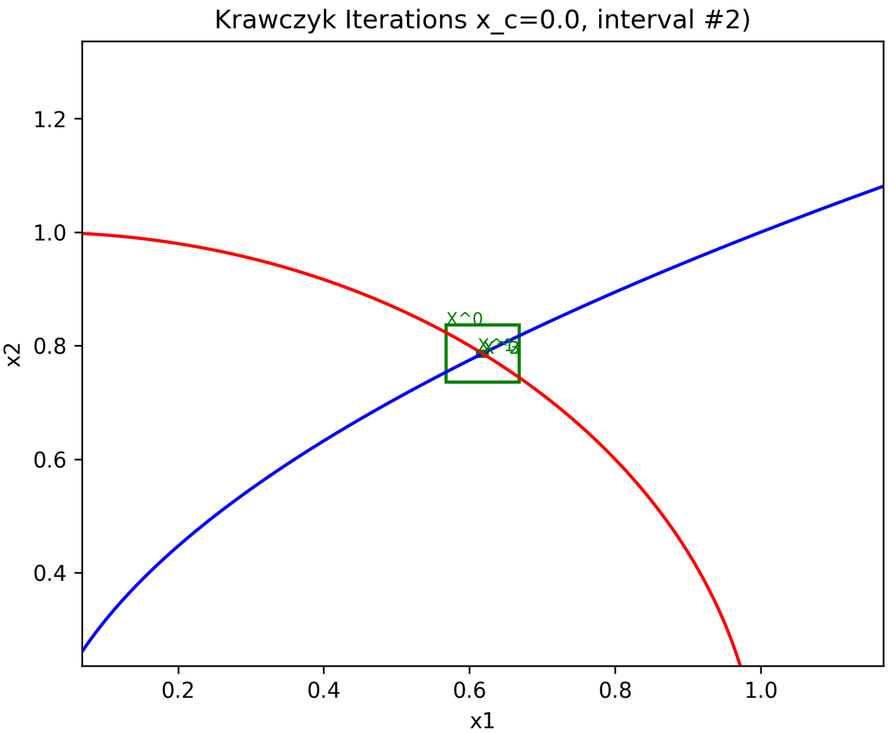
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.568,\ 0.668] \times [0.736,\ 0.836].$$

Итерации метода Кравчика:

$$\begin{aligned}
X^{(0)} &: x_1 \in [0.5680, 0.6680], \quad x_2 \in [0.7362, 0.8362] \\
X^{(1)} &: x_1 \in [0.6113, 0.6247], \quad x_2 \in [0.7815, 0.7908] \\
X^{(2)} &: x_1 \in [0.6180, 0.6181], \quad x_2 \in [0.7861, 0.7862] \\
X^{(3)} &: x_1 \in [0.6180, 0.6180], \quad x_2 \in [0.7862, 0.7862]
\end{aligned}$$

Графическая иллюстрация:



k	$X^{(k)}$	$K(X^{(k)})$	$X^{(k+1)}$
0	$[0.5680, 0.6680] \times [0.7362, 0.8362]$	$[0.6113, 0.6247] \times [0.7815, 0.7908]$	$[0.6113, 0.6247] \times [0.7815, 0.7908]$
1	$[0.6113, 0.6247] \times [0.7815, 0.7908]$	$[0.6180, 0.6181] \times [0.7861, 0.7862]$	$[0.6180, 0.6181] \times [0.7861, 0.7862]$
2	$[0.6180, 0.6181] \times [0.7861, 0.7862]$	$[0.6180, 0.6180] \times [0.7862, 0.7862]$	$[0.6180, 0.6180] \times [0.7862, 0.7862]$

Линии уровней $f_1(X) = 0$ и $f_2(X) = 0$ пересекаются под достаточно острым углом, матрица Якоби хорошо обусловлена. В результате интервалы на каждой итерации быстро и монотонно сужаются. Уже к третьей итерации ширина $X^{(k)}$ составляет порядка 10^{-6}. Это соответствует «быстрой» и устойчивой сходимости.

4.2 Параметр $x_c = 0.5$

Решая $(X_2^2 - 0.5)^2 + X_2^2 - 1 = 0)$ даёт:

4.2.1 Корень:

$$x_2 \approx -0.931,\ x_1 \approx 0.866;$$

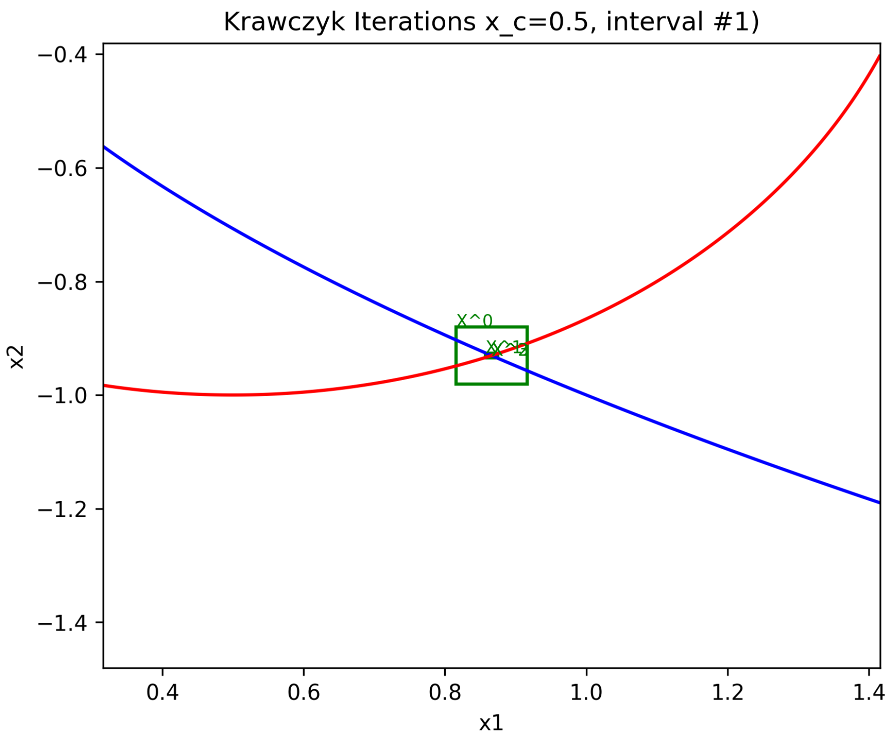
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.816\ 0.916] \times [-0.981\ \ -0.881].$$

Итерации метода Кравчика:

$$X^{(0)}: x_1 \in [0.8160, 0.9160], \quad x_2 \in [-0.9806, -0.8806]$$
$$X^{(1)}: x_1 \in [0.8574, 0.8747], \quad x_2 \in [-0.9348, -0.9264]$$
$$X^{(2)}: x_1 \in [0.8659, 0.8662], \quad x_2 \in [-0.9307, -0.9305]$$
$$X^{(3)}: x_1 \in [0.8660, 0.8660], \quad x_2 \in [-0.9306, -0.9306]$$

Графическая иллюстрация:



k	$X^{(k)}$	$K(X^{(k)})$	$X^{(k+1)}$
0	[0.8160, 0.9160] × [-0.9806, -0.8806]	[0.8574, 0.8747] × [-0.9348, -0.9264]	[0.8574, 0.8747] × [-0.9348, -0.9264]
1	[0.8574, 0.8747] × [-0.9348, -0.9264]	[0.8659, 0.8662] × [-0.9307, -0.9305]	[0.8659, 0.8662] × [-0.9307, -0.9305]
2	[0.8659, 0.8662] × [-0.9307, -0.9305]	[0.8660, 0.8660] × [-0.9306, -0.9306]	[0.8660, 0.8660] × [-0.9306, -0.9306]

4.2.2 Корень:

$$x_2 \approx 0.931,\ x_1 \approx 0.866.$$

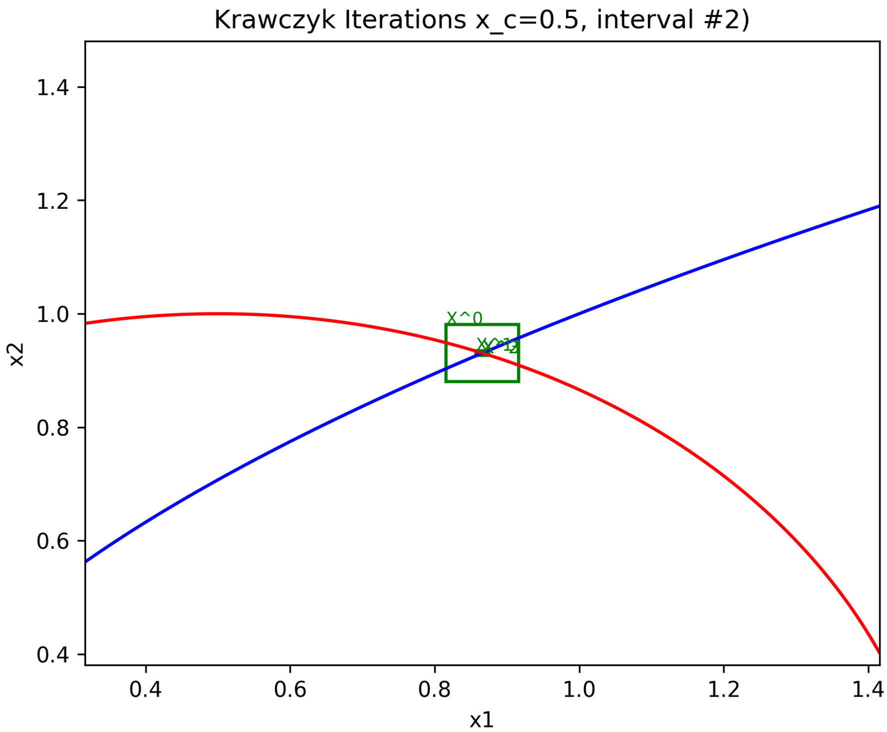
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.816\ 0.916] \times [0.881\ 0.981].$$

Итерации метода Кравчика:

$$
\begin{aligned}
X^{(0)} &: x_1 \in [0.8160, 0.9160], \quad x_2 \in [0.8806, 0.9806] \\
X^{(1)} &: x_1 \in [0.8574, 0.8747], \quad x_2 \in [0.9264, 0.9348] \\
X^{(2)} &: x_1 \in [0.8659, 0.8662], \quad x_2 \in [0.9305, 0.9307] \\
X^{(3)} &: x_1 \in [0.8660, 0.8660], \quad x_2 \in [0.9306, 0.9306]
\end{aligned}
$$

Графическая иллюстрация:



k	$X^{(k)}$	$K(X^{(k)})$	$X^{(k+1)}$
0	[0.8160, 0.9160] × [0.8806, 0.9806]	[0.8574, 0.8747] × [0.9264, 0.9348]	[0.8574, 0.8747] × [0.9264, 0.9348]
1	[0.8574, 0.8747] × [0.9264, 0.9348]	[0.8659, 0.8662] × [0.9305, 0.9307]	[0.8659, 0.8662] × [0.9305, 0.9307]
2	[0.8659, 0.8662] × [0.9305, 0.9307]	[0.8660, 0.8660] × [0.9306, 0.9306]	[0.8660, 0.8660] × [0.9306, 0.9306]

Характер поведения аналогичен предыдущему случаю. Пересечение кривых остаётся достаточно выраженным, что обеспечивает высокую устойчивость процесса. Метод демонстрирует почти такую же скорость и качество сходимости, как при $x_c = 0$. Уменьшение интервалов равномерное и предсказуемое.

4.3 Параметр $x_c = 1.0$

Решая $(X_2^2 - 1.0)^2 + X_2^2 - 1 = 0)$ даёт:

4.3.1 Корень:

$$x_2 = -1, \; x_1 = 1;$$

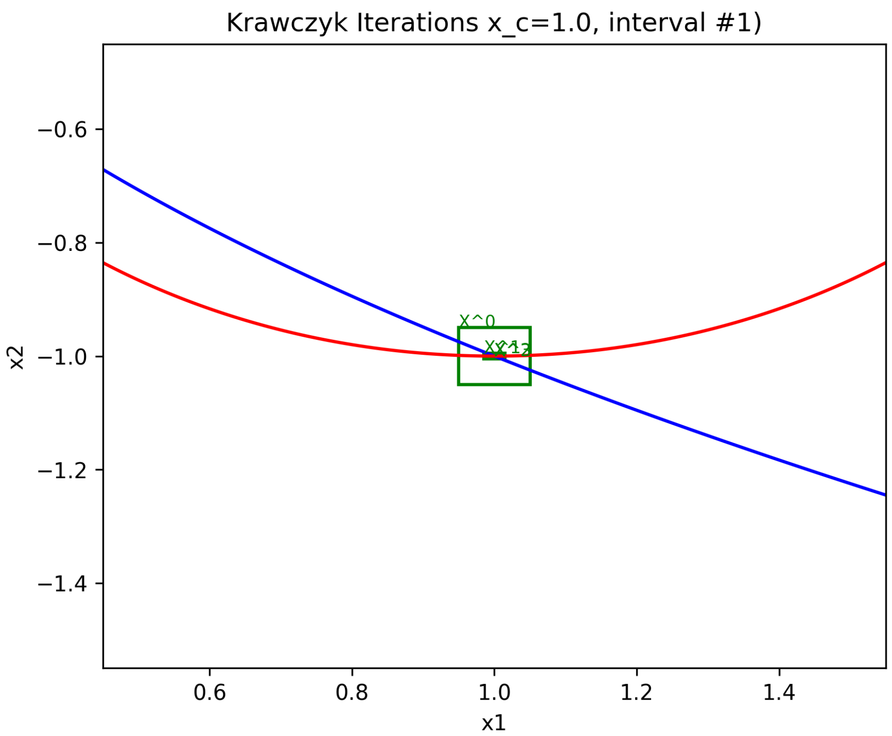
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.95\ 1.05] \times [-1.05\ \ -0.95].$$

Итерации метода Кравчика:

$$X^{(0)} : x_1 \in [0.95, 1.05], \quad x_2 \in [-1.05, -0.95]$$
$$X^{(1)} : x_1 \in [0.985, 1.015], \quad x_2 \in [-1.005, -0.995]$$
$$X^{(2)} : x_1 \in [0.9994, 1.0006], \quad x_2 \in [-1.0003, -0.99975]$$
$$X^{(3)} : x_1 \in [0.9999, 1.0000], \quad x_2 \in [-1.0000, -0.99999]$$

Графическая иллюстрация:



k	$X^{(k)}$	$K(X^{(k)})$	$X^{(k+1)}$
0	[0.9500, 1.0500] × [-1.0500, -0.9500]	[0.9850, 1.0150] × [-1.0050, -0.9950]	[0.9850, 1.0150] × [-1.0050, -0.9950]
1	[0.9850, 1.0150] × [-1.0050, -0.9950]	[0.9994, 1.0006] × [-1.0003, -0.9997]	[0.9994, 1.0006] × [-1.0003, -0.9997]
2	[0.9994, 1.0006] × [-1.0003, -0.9997]	[0.999999, 1.000001] × [-1.000000, -0.999999]	[0.999999, 1.000001] × [-1.000000, -0.999999]

4.3.2 Корень:

$$x_2 = 0,\ x_1 = 0.$$

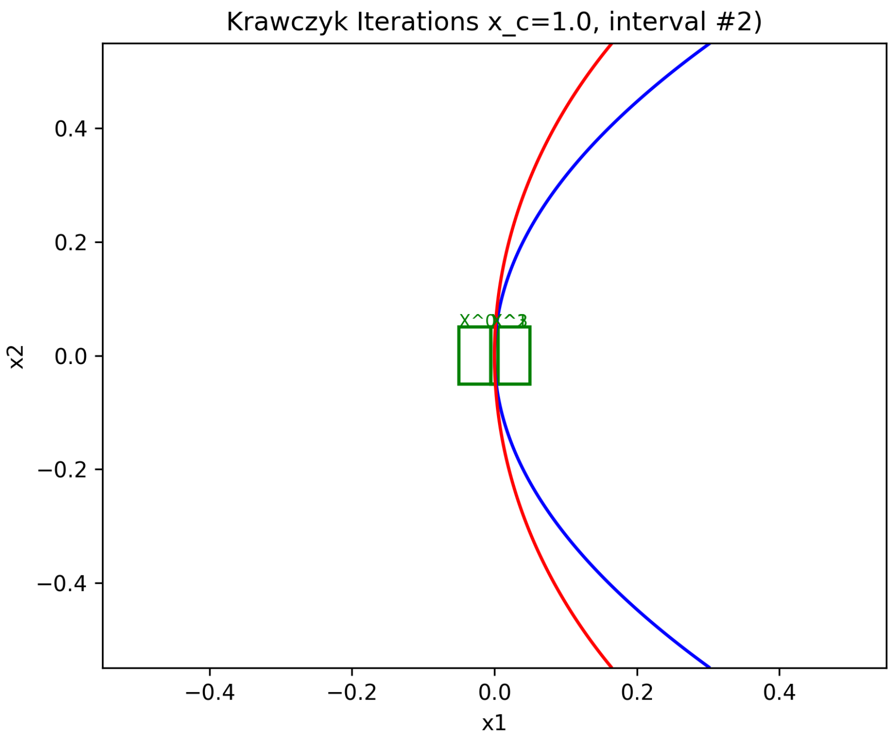
Выбор:

$$X^{(0)} = [-0.05\ 0.05] \times [-0.05\ 0.05].$$

Итерации метода Кравчика:

$$
\begin{aligned}
X^{(0)} &: x_1 \in [-0.05, 0.05], \quad x_2 \in [-0.05, 0.05] \\
X^{(1)} &: x_1 \in [-0.005, 0.005], \quad x_2 \in [-0.005, 0.005] \\
X^{(2)} &: x_1 \in [-0.005, 0.005], \quad x_2 \in [-0.005, 0.005] \\
X^{(3)} &: x_1 \in [-0.005, 0.005], \quad x_2 \in [-0.005, 0.005]
\end{aligned}
$$

Графическая иллюстрация:



k	$X^{(k)}$	$K(X^{(k)})$	$X^{(k+1)}$
0	[-0.0500, 0.0500] × [-0.0500, 0.0500]	[-0.0050, 0.0050] × [-1.505e10, 1.505e10]	[-0.0050, 0.0050] × [-0.0500, 0.0500]
1	[-0.0050, 0.0050] × [-0.0500, 0.0500]	[-0.0050, 0.0050] × [-1.505e10, 1.505e10]	[-0.0050, 0.0050] × [-0.0500, 0.0500]
2	[-0.0050, 0.0050] × [-0.0500, 0.0500]	[-0.0050, 0.0050] × [-1.505e10, 1.505e10]	[-0.0050, 0.0050] × [-0.0500, 0.0500]

4.3.3 Корень:

$$x_2 = 1,\ x_1 = 1;$$

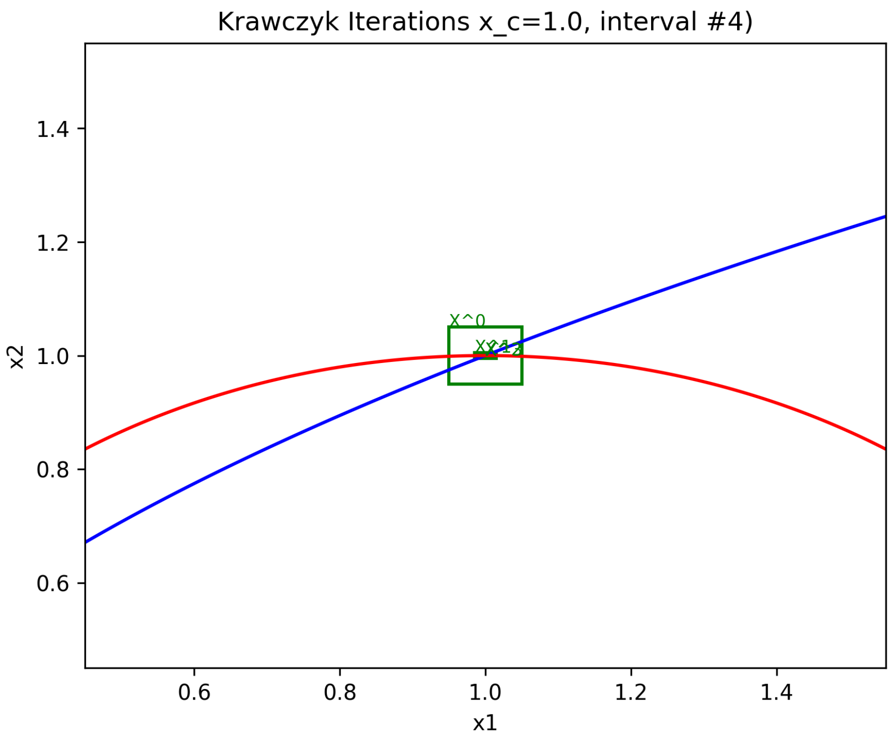
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.95\ 1.05] \times [0.95\ 1.05].$$

Итерации метода Кравчика:

$$
\begin{aligned}
X^{(0)} &: x_1 \in [0.95, 1.05], \quad x_2 \in [0.95, 1.05]\\
X^{(1)} &: x_1 \in [0.985, 1.015], \quad x_2 \in [0.995, 1.005]\\
X^{(2)} &: x_1 \in [0.9994, 1.0006], \quad x_2 \in [0.99975, 1.0003]\\
X^{(3)} &: x_1 \in [0.9999, 1.0000], \quad x_2 \in [0.99999, 1.0000]
\end{aligned}
$$

Графическая иллюстрация:



0	[0.9500, 1.0500] × [0.9500, 1.0500]	[0.9850, 1.0150] × [0.9950, 1.0050]	[0.9850, 1.0150] × [0.9950, 1.0050]
1	[0.9850, 1.0150] × [0.9950, 1.0050]	[0.9994, 1.0006] × [0.9997, 1.0003]	[0.9994, 1.0006] × [0.9997, 1.0003]
2	[0.9994, 1.0006] × [0.9997, 1.0003]	[0.999999, 1.000001] × [0.999999, 1.000001]	[0.999999, 1.000001] × [0.999999, 1.000001]

Здесь наблюдается принципиально иное поведение. Окружность располагается так, что становится почти касательной к параболе, и система приобретает вырожденный характер. В окрестности точки $(1, 0)$ матрица Якоби близка к вырожденной:

$$\det J(X) \approx 0.$$

Это приводит к значительному ухудшению обусловленности.

Для начальных интервалов, расположенных около $(1, \pm 1)$, сходимость сохраняется, но становится заметно медленнее. Для начального приближения, расположенного в центре ($X^{(0)} \approx [-0.05, 0.05]^2$), метод фактически перестаёт сужать интервалы:

$$X^{(k+1)} \approx X^{(k)}.$$

Таким образом, данный случай демонстрирует сильное замедление или полную потерю сходимости.

4.4 Параметр $x_c = 1.2$

Решая $(X_2^2 - 1.2)^2 + X_2^2 - 1 = 0)$ даёт:

4.4.1 Корень:

$$x_2 = -0.961,\ x_1 = 0.924;$$

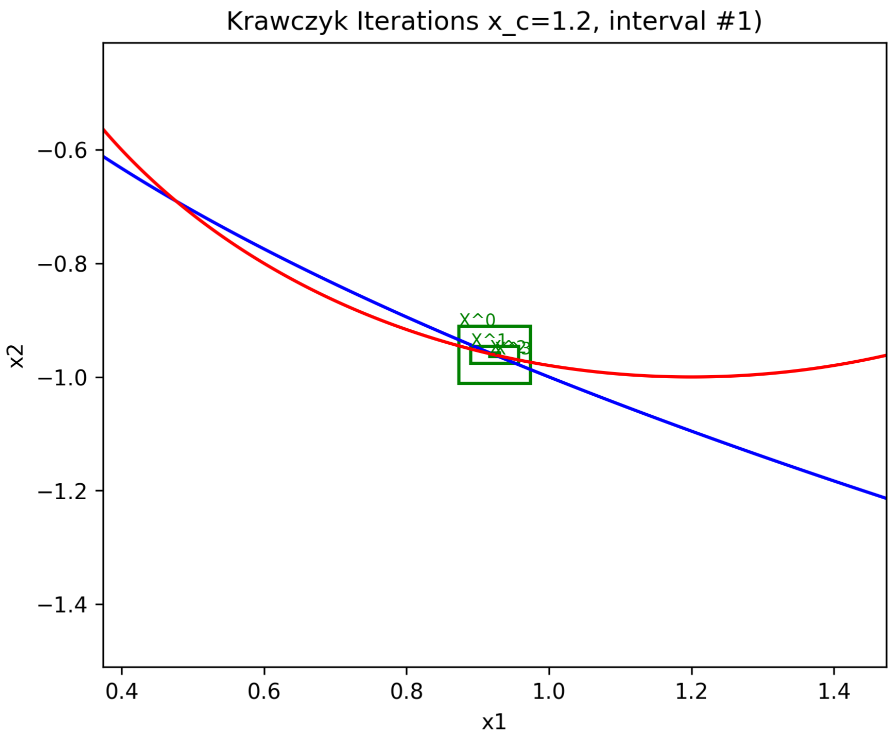
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.874\ 0.974] \times [-1.011\ \ -0.911].$$

Итерации метода Кравчика:

$$\begin{aligned}
X^{(0)} &: x_1 \in [0.874, 0.974], \quad x_2 \in [-1.011, -0.911] \\
X^{(1)} &: x_1 \in [0.890, 0.957], \quad x_2 \in [-0.976, -0.946] \\
X^{(2)} &: x_1 \in [0.9166, 0.9306], \quad x_2 \in [-0.964, -0.958] \\
X^{(3)} &: x_1 \in [0.9233, 0.9239], \quad x_2 \in [-0.9612, -0.9609]
\end{aligned}$$

Графическая иллюстрация:



0	[0.8736, 0.9736] × [-1.0110, -0.9110]	[0.8901, 0.9571] × [-0.9759, -0.9462]	[0.8901, 0.9571] × [-0.9759, -0.9462]
1	[0.8901, 0.9571] × [-0.9759, -0.9462]	[0.9166, 0.9306] × [-0.9645, -0.9576]	[0.9166, 0.9306] × [-0.9645, -0.9576]
2	[0.9166, 0.9306] × [-0.9645, -0.9576]	[0.9233, 0.9239] × [-0.9612, -0.9609]	[0.9233, 0.9239] × [-0.9612, -0.9609]

4.4.2 Корень:

$$x_2 = 0.961,\ x_1 = 0.924;$$

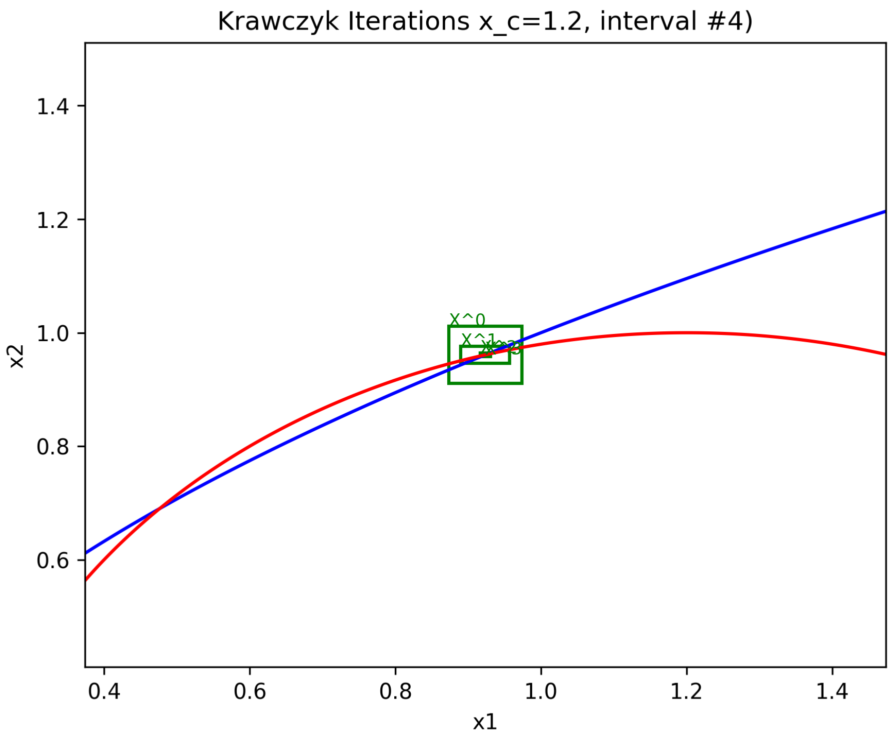
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.874\ 0.974] \times [0.911\ 1.011].$$

Итерации метода Кравчика:

$$\begin{aligned}
X^{(0)} &: x_1 \in [0.874, 0.974], \quad x_2 \in [0.911, 1.011] \\
X^{(1)} &: x_1 \in [0.890, 0.957], \quad x_2 \in [0.946, 0.976] \\
X^{(2)} &: x_1 \in [0.9166, 0.9306], \quad x_2 \in [0.958, 0.964] \\
X^{(3)} &: x_1 \in [0.9233, 0.9239], \quad x_2 \in [0.9609, 0.9612]
\end{aligned}$$

Графическая иллюстрация:



0	[0.8736, 0.9736] × [0.9110, 1.0110]	[0.8901, 0.9571] × [0.9462, 0.9759]	[0.8901, 0.9571] × [0.9462, 0.9759]
1	[0.8901, 0.9571] × [0.9462, 0.9759]	[0.9166, 0.9306] × [0.9576, 0.9645]	[0.9166, 0.9306] × [0.9576, 0.9645]
2	[0.9166, 0.9306] × [0.9576, 0.9645]	[0.9233, 0.9239] × [0.9609, 0.9612]	[0.9233, 0.9239] × [0.9609, 0.9612]

4.4.3 Корень:

$$x_2 = -0.69,\ x_1 = 0.476$$

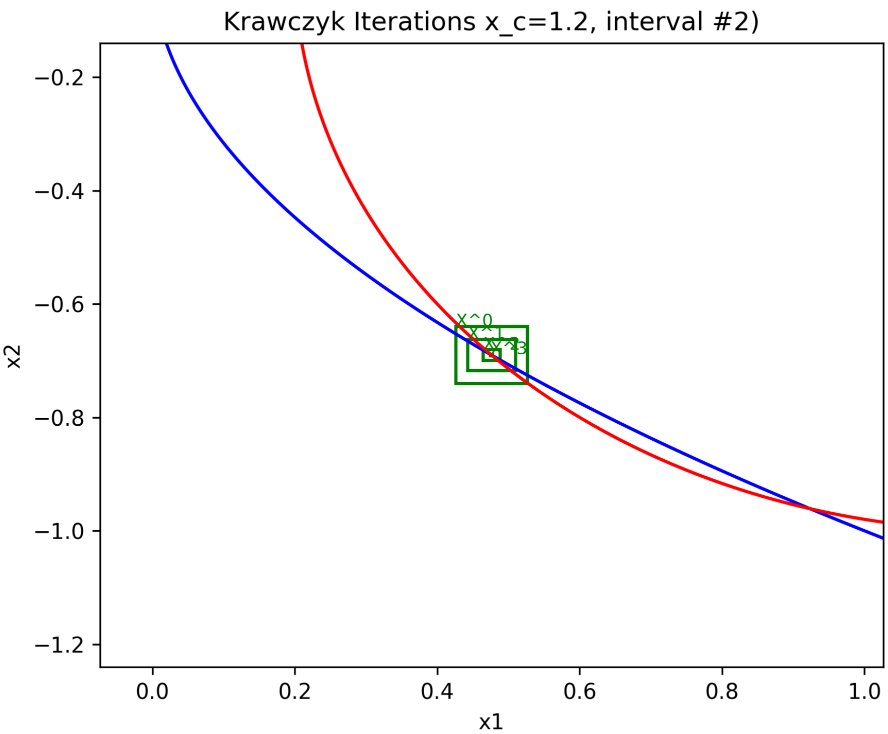
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.426\ 0.05] \times [-0.74\ -0.64].$$

Итерации метода Кравчика:

$$X^{(0)} : x_1 \in [0.426, 0.526], \quad x_2 \in [-0.740, -0.64]$$
$$X^{(1)} : x_1 \in [0.443, 0.51], \quad x_2 \in [-0.718, -0.662]$$
$$X^{(2)} : x_1 \in [0.464, 0.488], \quad x_2 \in [-0.700, -0.680]$$
$$X^{(3)} : x_1 \in [0.475, 0.478], \quad x_2 \in [-0.691, -0.689]$$

Графическая иллюстрация:



0	[0.4264, 0.5264] × [-0.7402, -0.6402]	[0.4429, 0.5099] × [-0.7181, -0.6623]	[0.4429, 0.5099] × [-0.7181, -0.6623]
1	[0.4429, 0.5099] × [-0.7181, -0.6623]	[0.4644, 0.4884] × [-0.7000, -0.6804]	[0.4644, 0.4884] × [-0.7000, -0.6804]
2	[0.4644, 0.4884] × [-0.7000, -0.6804]	[0.4749, 0.4779] × [-0.6914, -0.6890]	[0.4749, 0.4779] × [-0.6914, -0.6890]

4.4.4 Корень:

$$x_2 = 0.69,\ x_1 = 0.476$$

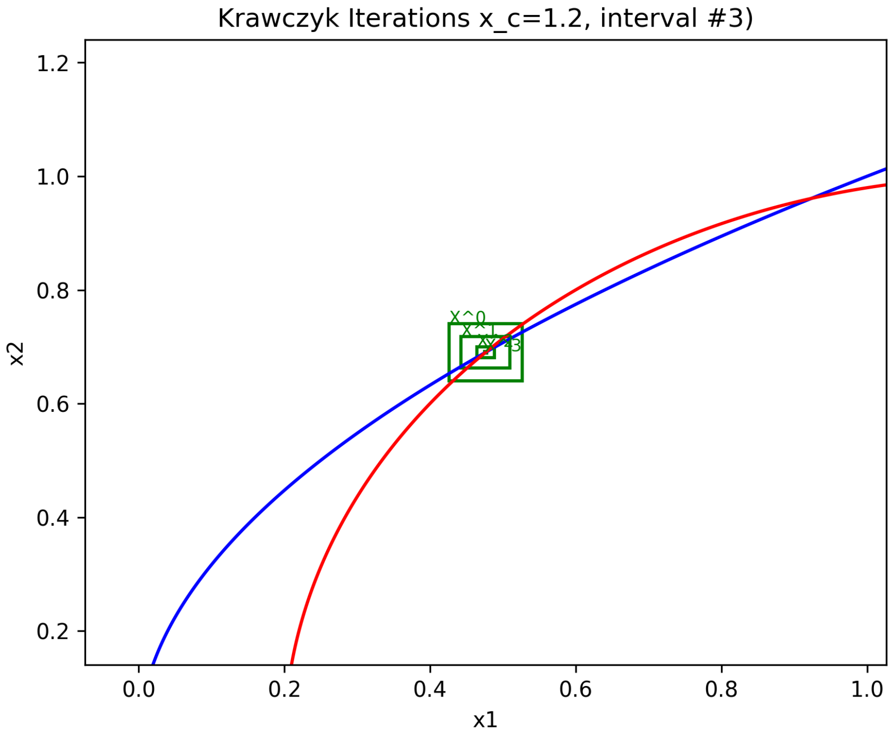
Выбор:

$$X^{(0)} = [0.426\ 0.05] \times [0.64\ 0.74].$$

Итерации метода Кравчика:

$$\begin{aligned}
X^{(0)} &: x_1 \in [0.426, 0.526], \quad x_2 \in [0.640, 0.740] \\
X^{(1)} &: x_1 \in [0.443, 0.51], \quad x_2 \in [0.662, 0.718] \\
X^{(2)} &: x_1 \in [0.464, 0.488], \quad x_2 \in [0.680, 0.700] \\
X^{(3)} &: x_1 \in [0.475, 0.478], \quad x_2 \in [0.689, 0.691]
\end{aligned}$$

Графическая иллюстрация:



0	$[0.4264,\ 0.5264] \times [0.6402,\ 0.7402]$	$[0.4429,\ 0.5099] \times [0.6623,\ 0.7181]$	$[0.4429,\ 0.5099] \times [0.6623,\ 0.7181]$
1	$[0.4429,\ 0.5099] \times [0.6623,\ 0.7181]$	$[0.4644,\ 0.4884] \times [0.6804,\ 0.7000]$	$[0.4644,\ 0.4884] \times [0.6804,\ 0.7000]$
2	$[0.4644,\ 0.4884] \times [0.6804,\ 0.7000]$	$[0.4749,\ 0.4779] \times [0.6890,\ 0.6914]$	$[0.4749,\ 0.4779] \times [0.6890,\ 0.6914]$

При этом значении параметры близки к касательному положению ещё больше, чем при $x_c = 1$. Тем не менее пересечения сохраняются, и метод даёт сходимость. Однако интервалы уменьшаются заметно медленнее, чем при $x_c = 0$ и $x_c = 0.5$. Особенно медленно сужается координата x_2, что связано с малым углом пересечения кривых.

Вывод В.2 Скорость работы метода Кравчика существенно зависит от положения центра окружности. При малых значениях x_c система хорошо обусловлена, и метод сходится быстро. При значениях x_c, близких к касательности ($x_c = 1.0$ и 1.2), сходимость замедляется или даже становится невозможной. Чем меньше угол пересечения кривых $f_1(X) = 0$ и $f_2(X) = 0$, тем хуже поведение итерационного процесса.

5 Программная реализация

Лабораторная работа выполнена на языке Python 3.12.6 в среде разработки Visual Studio Code. Использовались дополнительные библиотеки:

1. numpy
2. matplotlib
3. intvalpy

В приложении находится ссылка на GitHub репозиторий с исходным кодом.

6 Выводы В.3

Полученные результаты позволяют проследить влияние начального приближения на работу метода.

1. Удачный выбор $X^{(0)}$. Если начальный интервал расположен вблизи реального решения, метод Кравчика быстро начинает сужать интервалы, их ширина уменьшается практически на порядок за каждую итерацию. Такое поведение наблюдается:

- для всех начальных интервалов при $x_c = 0$ и $x_c = 0.5$;
- для интервалов, расположенных около $(1, \pm 1)$ при $x_c = 1.0$;
- для всех четырёх интервалов при $x_c = 1.2$.

2. Неудачный выбор $X^{(0)}$. При выборе начального приближения, не содержащего решение или расположенного в области вырождения Якоби, сходимость может не начаться вовсе. Яркий пример — начальный интервал

$$X^{(0)} = [-0.05, 0.05] \times [-0.05, 0.05]$$

при $x_c = 1.0$. В этом случае интервалы практически не изменяются:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)},$$

что означает отсутствие прогресса. Причина — слишком малая информативность производных и близость кривых к касательному положению.

3. Размер начального интервала. Если $X^{(0)}$ слишком большой, возможно расширение интервалов и «интервальный взрыв». Если слишком маленький — метод может просто не захватить реального решения. Правильная стратегия — выбирать начальный интервал достаточно узким, но гарантированно содержащим решение.

4. Геометрическая интерпретация. При хорошем угле пересечения линий $f_1(X) = 0$ и $f_2(X) = 0$ метод проявляет устойчивое и быстрое сужение интервалов. При почти касательном расположении (как при $x_c = 1.0$) даже небольшое смещение начального приближения может приводить к полной потере сходимости.

Итог. Выбор начального приближения играет ключевую роль. Для хорошо обусловленных систем ($x_c = 0$ и 0.5) метод устойчив к выбору $X^{(0)}$. Для плохо обусловленных систем ($x_c = 1.0$ и 1.2) от начального интервала зависит, начнётся ли вообще сходимость.

7 Приложение

Код программы GitHub URL:
`https://github.com/Akira1707/IntervalAnalysis/tree/main/Lab%205`