

Лек3: Синдромное декодирование

(n, k) - код (шифратор)

$$R = \frac{k}{n}$$

$$G = (k \times n)$$

$$H = \left(\frac{n-k}{n} \times n \right)$$

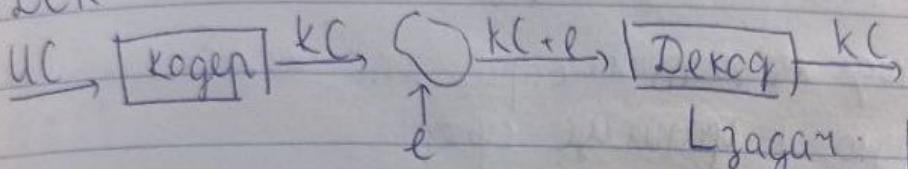
$$GF(2) = \{0, 1\}$$

$$G \cdot H^T = 0$$

$$(k \times n - k)$$

Алгоритм декодирования (n, k) шифратора кодов из $GF(2)$

и DCK



Задача: Найти кодовое слово, отличающееся от правильной (без ошибок) в наименьшем числе ненулевых.

$$\bar{c} \in C \quad \bar{y} = \bar{c} + \bar{e}$$

$$\bar{e} = (e_1, \dots, e_n) - вектор ошибки$$

Сколько различных комбинаций ошибок может исправить код?

$$\bar{e} \in \underbrace{\{000 \dots 0\}}_{2^n} \cup \underbrace{\{00 \dots 0\}}_{2^{n-k}} \quad 2^k$$

$$\bar{y} = \bar{c} + \bar{e}$$

$$\frac{2^n}{2^k} = 2^{n-k} = 2^k$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = [111]$$

$$k=2$$

000	000	000	001	010
101	001	000	011	010
011	010	101	100	110
110	100	011	010	001
	101	110	111	100
	110			
	111			

$n=3$
 $2^{n-k} = 2$

Хороший код. Исправляет комбинации по форме, близким к линии сфер

$$c \cdot H^\top = \emptyset$$

$$\begin{array}{ll} c_1 & 000 \\ c_2 & 101 \\ c_3 & 011 \\ c_4 & 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} & 001 \\ & 100 \\ & 010 \\ & 111 \end{array}$$

$$\begin{aligned} y &= c + e \\ s &= y \cdot H^\top = (c + e) \cdot H^\top \\ &= c \cdot H^\top + e \cdot H^\top = e \cdot H^\top \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} & 100 \\ c_2 + e & = 101 + 100 - 001 \\ e & \quad s \\ 000 & 0 \\ 001 & 1 \\ 010 & 1 \\ 011 & 0 \\ 100 & 1 \\ 101 & 0 \\ 110 & 0 \\ 111 & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \bar{e} \quad y + e_1 &= 1 \cdot H^\top = \varrho \quad (y + e_1) H^\top = 0 \\ &+ e_2 = \quad y + e_2 = c \\ &\vdots \quad c = y \cdot H^\top = c \cdot H^\top \\ &+ e_n = \end{aligned}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ s & e & 1 \end{bmatrix} \quad eH^T \quad \text{cof. } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

010	01	00	\rightarrow	000
011	10	01	\rightarrow	010
100	10	10	\rightarrow	100
101	01	11	\rightarrow	001
110	11			
111	00			

$$\begin{array}{c} y \\ \hline 111 + 001 \rightarrow 110 + H^+ = [11] \\ + 001 \\ \hline 111 \end{array}$$

Разные покрытия

d_{min} - определяем число исправляющих ошибок

$$\frac{d_{min} - 1}{2}$$

Равнус покрытие \rightarrow то наименьшее число ошибок, которое можно исправить код

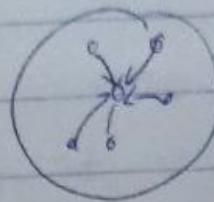
(n, k) -код РЛ - наибольший вес среди всех последовательностей, которые декодируются.

DCK

00000...

1100...

1010...



задача построения кода с заданной кратностью исправления t ошибок - задача упаковки пространства шаров радиуса t с центрами, заданными кодовыми словами.

Плотная сферическая упаковка

Некоторые типы кода - кода Хемминга и код Голая

Граница Хемминга $GF(q)$

Для любого q -уровня кода с группой n и минимальным расстоянием $d \geq 2t+1$

число кодовых слов M

$$M \geq \frac{q^n}{\sum_{i=0}^t C_n^i (q-1)^i}$$

$$C_n^0 \cdot (q-1)^0$$

$$C_n^1 \cdot (q-1)^1$$

Граница Варшалова - Гильберта

Если нечет често неравенство

$$q^{n-k} > \sum_{i=0}^{k-1} C_n^i (q-1)^i, \text{ m.e. } q-\text{үүрнэй } (n, k)-\text{код}$$

H d , mo d-1 - un. pb b H

1- cursive style

2 - стоячий - не кранический

3

i - стадиол - i-1 стадиол имеет то же, что и выше
существует

- negelci

$$= (i-1) \cdot (q-1)$$

$$= C_{i-1} \cdot (q-1)^i$$

$$\sum_{j=1}^{d-1} (q-1)^{d-1}$$

$$d \leq n + 1$$