

# Avaliação de resolvers para problemas de localização de facilidades com capacidade limitada

Guilherme Akira Demenech Mori  
akira.demenech@uel.br

Aline A. S. Leão  
aasleao@uel.br



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

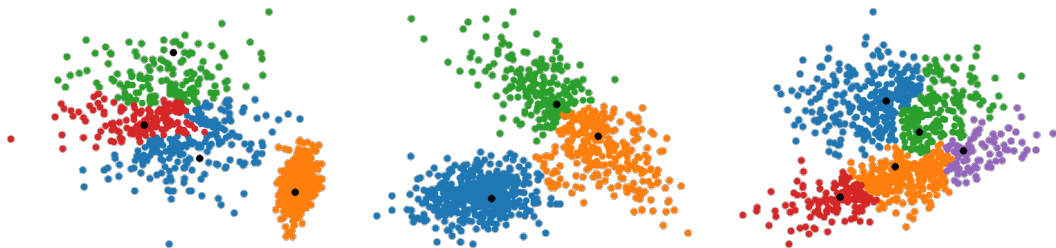
PROGRAMA DE VERÃO  
2023



# Problemas de localização de facilidades com capacidade limitada (CFLP)

No CFLP são minimizados os custos de instalação de facilidades e de designação de clientes a elas, de forma a respeitar as limitações de capacidade das facilidades e a satisfazer as demandas dos clientes.

Figura: Clusterizações de conjuntos de dados aleatórios



Fonte: autoria própria.

# Literatura

- ▶ **Localização de facilidades:** começo do século XX  
Alfred Weber
- ▶ **Problema de localização simples (SPLP):** década de 1960  
Michel Balinski e outros

(LABBÉ; PEETERS; THISSE, 1995; KRARUP; PRUZAN, 1983).



# Problema de localização de facilidades com capacidade limitada com múltiplas fontes (MS-CFLP)

Cada demanda pode ser suprida por mais do que uma facilidade

$$\min \sum_{i \in I} (f_i y_i + \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}) \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq y_i s_i \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad x_{ij} \geq 0, \quad x_{ij} \in \mathbb{Z} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (4)$$

# Problema de localização de facilidades com capacidade limitada com fonte única (SS-CFLP)

Cada cliente deve ser atendido inteiramente por só uma facilidade

$$\min \sum_{i \in I} (f_i y_i + \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}) \quad (5)$$

sujeito a

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j \quad \forall j \in J \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq y_i s_i \quad \forall i \in I \quad (7)$$

$$x_{ij} = d_j z_{ij} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (8)$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\}, y_i \in \{0, 1\}, x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \mathbb{Z} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (9)$$

# Problema de localização de facilidades com capacidade limitada com incompatibilidade de clientes (MS-CFLP-CI)

Alguns clientes não podem ser atendidos pela mesma facilidade

$$\min \sum_{i \in I} (f_i y_i + \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}) \quad (10)$$

sujeito a

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j \quad \forall j \in J \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq y_i s_i \quad \forall i \in I \quad (12)$$

$$\begin{aligned} x_{ij_1} &\leq \lambda_{ij_1 j_2} s_i, \\ x_{ij_2} &\leq (1 - \lambda_{ij_1 j_2}) s_i \quad \forall i \in I, \{j_1, j_2\} \in \Gamma \end{aligned} \quad (13)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \mathbb{Z}, \lambda_{ij_1 j_2} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, \{j_1, j_2\} \in \Gamma \quad (14)$$

# Objetivo

Comparar o desempenho dos resolvedores para instâncias do CFLP.

Guiar na escolha de resolvedores levando em consideração os seus recursos disponíveis e o investimento financeiro.



# Testes

Modelagem em Python, executando os resolvidores *Gurobi Optimizer*, *IBM ILOG CPLEX* e *COIN-OR Branch-and-Cut (Cbc)* com chamadas da biblioteca PuLP.

Parâmetros dos resolvidores foram mantidos na configuração padrão.

Os resolvidores comerciais *Gurobi* e *CPLEX* utilizaram até 12 threads. O resolvidor de código-aberto *Cbc* utilizou apenas 1 thread.

Foram analisados resultados com base no tempo limite imposto, os nós de árvore visitados e o gap de otimalidade.

$$\text{gap} = 100\% \frac{\hat{z} - z_{LI}}{z_{LI}}$$

# Testes

## Instâncias

- ▶ **Categoria 1:** SS-CFLP (SOBOLEV, 2021)<sup>1</sup>  
100 médias: 100 facilidades e 100 clientes
- ▶ **Categoria 2:** SS e MS (BEASLEY, 1990)<sup>2</sup>  
24 pequenas: até 50 facilidades e 50 clientes  
12 grandes: 100 facilidades e 1000 clientes
- ▶ **Categoria 3:** MS-CFLP-CI (MAIA et al., 2022)<sup>3</sup>  
20 muito grandes: de 50 até 3000 facilidades e de 115 até 7800 clientes  
1 muito pequena: 4 facilidades e 10 clientes

<sup>1</sup> Disponível em: [math.nsc.ru/AP/benchmarks/CFLP/cflp\\_tabl-eng.html](http://math.nsc.ru/AP/benchmarks/CFLP/cflp_tabl-eng.html)

<sup>2</sup> Disponível em: [groups.di.unipi.it/optimize/Data/MEX.html](http://groups.di.unipi.it/optimize/Data/MEX.html)

<sup>3</sup> Disponível em: [ants-lab.it/mess2020](http://ants-lab.it/mess2020)

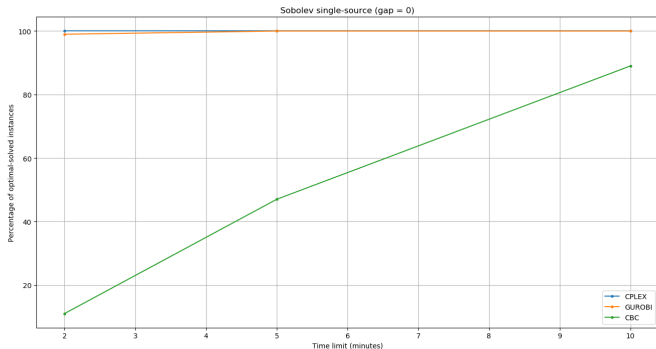
# Testes: categorias 1 e 2

Limite de tempo de 2, 5 e 10 minutos

Computador desktop Ubuntu (i7 64-bit RAM 16 GB)  
6 núcleos físicos, 12 processadores lógicos

# Resultados: categoria 1 (fonte única)

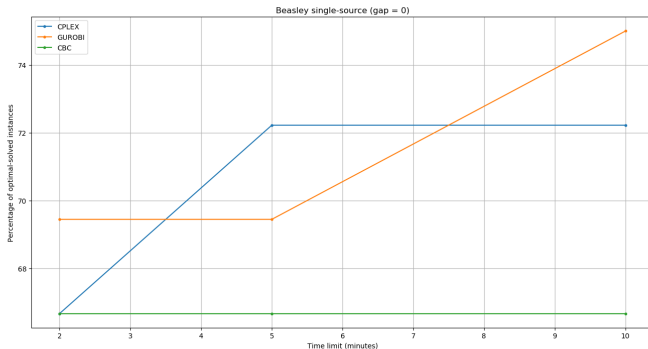
Figura: Instâncias médias resolvidas com otimalidade pelo tempo limite SS-CFLP (SOBOLEV, 2021)



Fonte: autoria própria.

# Resultados: categoria 2 (fonte única)

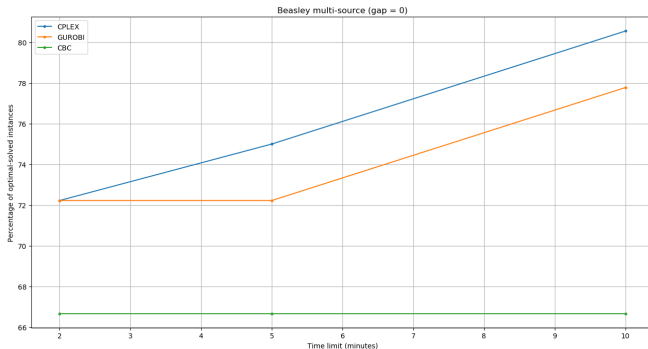
Figura: Instâncias pequenas e grandes resolvidas com otimalidade pelo tempo limite SS-CFLP (BEASLEY, 1990)



Fonte: autoria própria.

# Resultados: categoria 2 (múltiplas fontes)

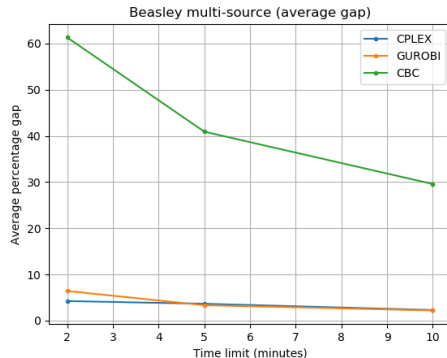
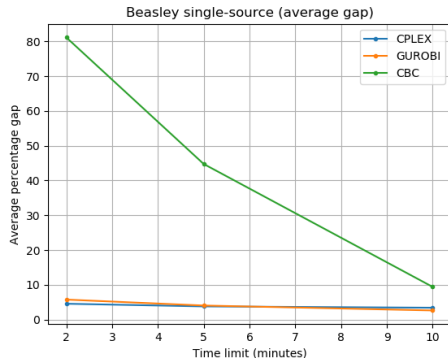
Figura: Instâncias pequenas e grandes resolvidas com otimalidade pelo tempo limite MS-CFLP (BEASLEY, 1990)



Fonte: autoria própria.

# Resultados: categoria 2 (Grandes)

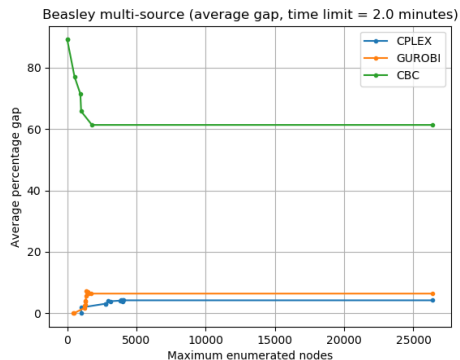
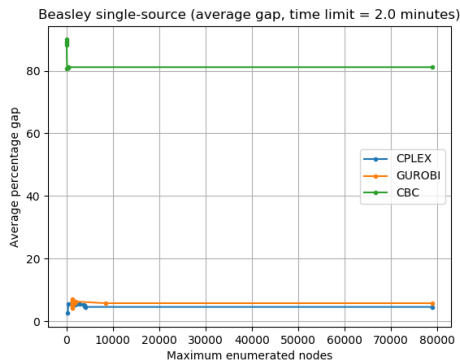
Figura: Gap médio por tempo limite das instâncias grandes (BEASLEY, 1990)



Fonte: autoria própria.

# Resultados: categoria 2 (Grandes: 2 minutos)

Figura: Gap médio das instâncias grandes resolvidas em até x nós e 2 minutos (BEASLEY, 1990)

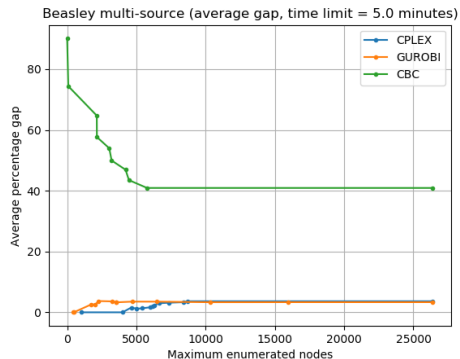
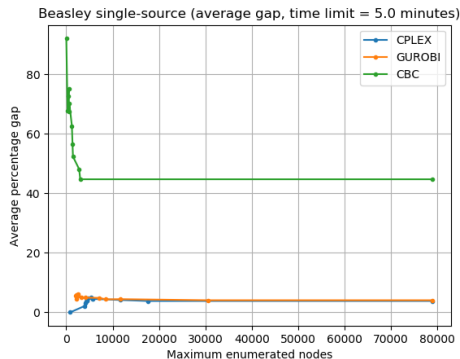


Fonte: autoria própria.



# Resultados: categoria 2 (Grandes: 5 minutos)

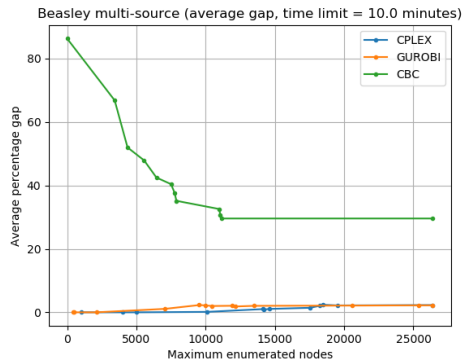
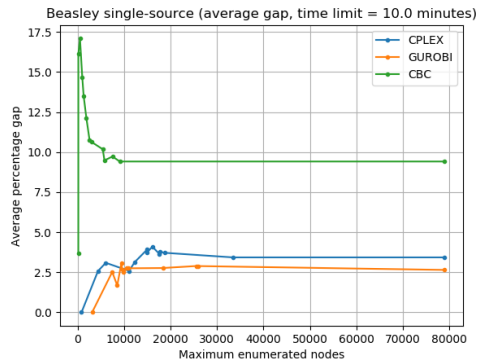
Figura: Gap médio das instâncias grandes resolvidas em até x nós e 5 minutos (BEASLEY, 1990)



Fonte: autoria própria.

# Resultados: categoria 2 (Grandes: 10 minutos)

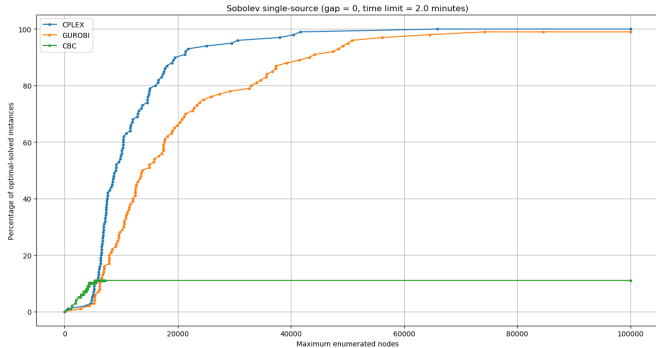
Figura: Gap médio das instâncias grandes resolvidas em até x nós e 10 minutos (BEASLEY, 1990)



Fonte: autoria própria.

# Resultados: categoria 1 (2 minutos)

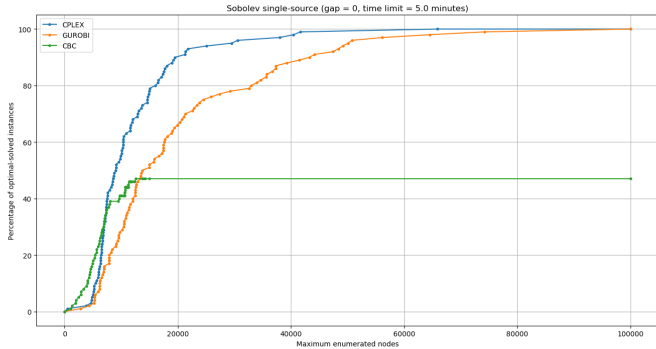
Figura: Instâncias médias resolvidas com otimalidade em até x nós e 2 minutos SS-CFLP (SOBOLEV, 2021)



Fonte: autoria própria.

# Resultados: categoria 1 (5 minutos)

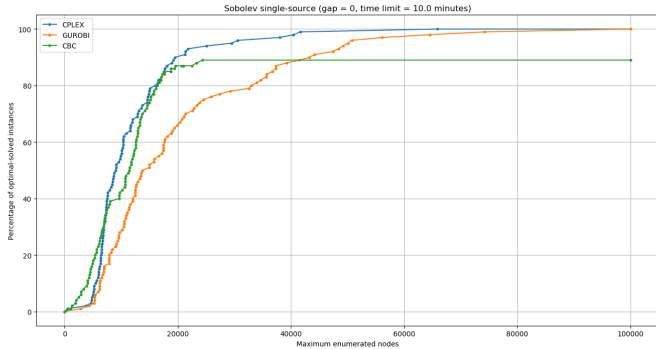
Figura: Instâncias médias resolvidas com otimalidade em até x nós e 5 minutos SS-CFLP (SOBOLEV, 2021)



Fonte: autoria própria.

# Resultados: categoria 1 (10 minutos)

Figura: Instâncias médias resolvidas com otimalidade em até x nós e 10 minutos SS-CFLP (SOBOLEV, 2021)



Fonte: autoria própria.

# Testes: categoria 3

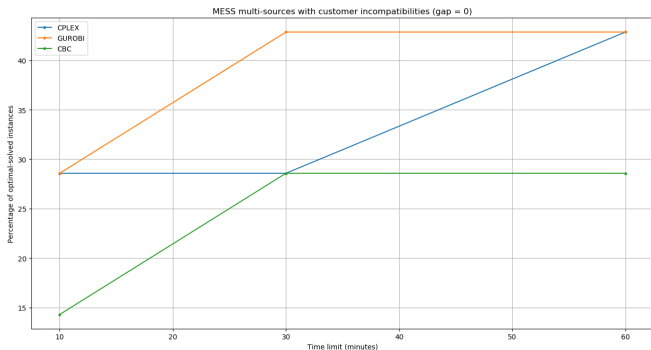
Limite de tempo de 10, 30 e 60 minutos

Computador laptop Windows 10 (i7 64-bit RAM 16 GB)

2 núcleos físicos, 4 processadores lógicos

# Resultados: categoria 3 (múltiplas fontes com incompatibilidades de clientes)

Figura: Instâncias muito grandes resolvidas com otimalidade pelo tempo limite MS-CFLP-CI (MAIA et al., 2022)



Fonte: autoria própria.

# Resultados com incompatibilidade de clientes

## Problemas com as instâncias muito grandes do MS-CFLP-CI

Das 20 instâncias muito grandes (MAIA et al., 2022), somente 6 foram possíveis de resolver.

### No desktop Ubuntu:

- ▶ *CPLEX*: 3ª instância (244 kB)  
esgotou a memória RAM em menos de 5 minutos
- ▶ *Cbc*: 4ª instância (449 kB)  
falhou já no primeiro limite (10 minutos)
- ▶ *Gurobi*: 4ª instância  
falhou no limite de 60 minutos

### No laptop Windows:

- ▶ *Cbc*: 4ª e 5ª instância (709 kB)  
falhou no primeiro limite (10 minutos)  
6ª instância (983 kB)  
não funcionou para nenhum tempo limite
- ▶ *CPLEX*: 6ª instância  
falhou no limite de 60 minutos
- ▶ *Gurobi*: 7ª instância (1.85 MB)  
em quase 48h, não havia terminado de ler o modelo



# Considerações finais

**Desempenho geral:** *CPLEX*, seguido do *Gurobi* e *Cbc*.

**Uso do processamento:** o *Cbc* não utilizou toda a capacidade de processamento disponível.

Os resolvedores comerciais atingiram otimalidade para todas as 100 instâncias médias SS-CFLP (categoria 1), o *Cbc* obteve os seguintes gaps médios:








**Até 2 minutos:** 5.091518 %

**Até 5 minutos:** 2.657762 %

**Até 10 minutos:** 0.095106 %

O problema MS-CFLP-CI é mais difícil de resolver e as instâncias da categoria 3 são muito grandes. Outras técnicas de resolução precisam ser exploradas como, por exemplo, métodos de decomposição.

# Referências bibliográficas

-  ARENALES, M. et al. *Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.
-  BEASLEY, J. E. OR-library: distributing test problems by electronic mail. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 41, n. 11, p. 1069–1072, 1990.
-  KLOSE, A.; DREXL, A. Facility location models for distribution system design. *European Journal of Operational Research*, v. 162, n. 1, p. 4–29, 2005.
-  KRARUP, J.; PRUZAN, P. M. The simple plant location problem: Survey and synthesis. *European Journal of Operational Research*, v. 12, n. 1, p. 36–81, 1983.
-  LABBÉ, M.; PEETERS, D.; THISSE, J.-F. Location on networks. In: *Network Routing*. [S.l.]: Elsevier, 1995, (Handbooks in Operations Research and Management Science, v. 8). p. 551–624.
-  MAIA, M. R. H. et al. Metaheuristic techniques for the capacitated facility location problem with customer incompatibilities. *Soft Computing*, p. 1–14, 2022.
-  SOBOLEV, I. o. M. *Discrete Location Problems: Benchmark library*. 2021.

# Agradecimentos



# Avaliação de resolvers para problemas de localização de facilidades com capacidade limitada

Guilherme Akira Demenech Mori  
akira.demenech@uel.br

Aline A. S. Leão  
aasleao@uel.br



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

PROGRAMA DE VERÃO  
2023

