

Guilherme Akira Demenech Mori

November 20, 2022

### Abstract

## 1 Modelagem dos problemas

Consideramos dois casos do problema de localização de facilidades com capacidade limitada (*Capacitated Facility Location Problem*, CFLP): com fonte única (*Single Source*, SS) e com múltiplas fontes.

### 1.1 Problema de localização de facilidades com capacidade limitada e fonte única

No caso de fonte única, a limitação de capacidade é um valor só  $s$  fixado para todas as facilidades. O custo fixo  $f$  de abertura também é o mesmo para todas. O conjunto de facilidades é dado por  $I$  e o de clientes por  $J$ . A formulação adotada traz a demanda  $p_{ij}$  do cliente  $j \in J$  se for atendido pela facilidade  $i \in I$ , sendo possível que o cliente  $j$  não possa ser atendido pela facilidade  $i$ . O custo de transporte  $g_{ij}$  da facilidade  $i \in I$  para o cliente  $j \in J$  é referente à toda a demanda, não ao transporte de cada unidade (ou medida) requerida.  $x_{ij}$  indica se a facilidade  $i \in I$  atenderá a demanda do cliente  $j \in J$ . A variável binária  $y_i$  indica se a facilidade  $i \in I$  será aberta ou não.

São aplicadas as restrições de capacidade das facilidades (5) e de satisfação da demanda (6).

$$\sum_{j \in J} x_{ij} p_{ij} \leq y_i s \quad \forall i \in I \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq 1 \quad \forall j \in J \quad (2)$$

As variáveis devem ser binárias (3) e o objetivo é minimizar os custos de abertura e transporte (4).

$$x_{ij}, y_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (3)$$

$$\min \sum_{i \in I} (f y_i + \sum_{j \in J} g_{ij} x_{ij}) \quad (4)$$

A relaxação linear das variáveis  $x$  (da forma  $x_{ij} \in [0, 1]$ ) transformaria esse caso em um problema com múltiplas fontes, o modelo, porém, se tornaria bastante estranho: demandas  $p_{ij}$  diferentes poderiam ser parcialmente atendidas, satisfazendo uma demanda mista não-planejada.

## 1.2 Problema de localização de facilidades com capacidade limitada e múltiplas fontes

No caso de fontes múltiplas, para o conjunto de facilidades  $I$  e de clientes  $J$ , a capacidade  $s_i$  e o custo fixo de abertura  $f_i$  não são necessariamente os mesmos para todas as facilidades  $i \in I$ , enquanto a demanda  $d_j$  do cliente  $j \in J$  é a mesma independente de qual (ou quais) facilidade(s) a satisfaça(m). O custo de transporte  $c_{ij}$ , por unidade, da facilidade  $i \in I$  para o cliente  $j \in J$  existe para todos os pares.

Da mesma forma que o caso anterior, são aplicadas as restrições de capacidade das facilidades (??) e de satisfação da demanda (??).

$$\sum_{j \in J} x_{ij} d_j \leq y_i s_i \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq 1 \quad \forall j \in J \quad (6)$$

As variáveis de abertura devem novamente ser binárias, enquanto o atendimento deve ser real (7) e o objetivo é minimizar os custos de abertura e transporte (8).

$$y_i \in \{0, 1\}, x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \mathbb{R} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (7)$$

$$\min \sum_{i \in I} (f y_i + \sum_{j \in J} g_{ij} x_{ij}) \quad (8)$$