Rappel de dérivées

November 18, 2015

1 Dérivées d'expressions utilisant des fonctions de base

Notations utilisées ici:

- ' désigne la dérivée par rapport à une variable d'intérêt, généralement x: $f(x)' = f'(x) = \frac{\partial f}{\partial x}(x)$
- u et v sont des expressions en x
- a est un scalaire (une constante ou toute expression scalaire ne dépendant pas de x)

Expressions de base:

- $(au)' = au'$
- $(u+v)' = u' + v'$
- $(uv)' = u'v + uv'$
- $(u^2)' = 2uu'$
- $(u^n)' = n\left(u^{n-1}\right)u'$
- $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$
- $(e^u)' = u'e^u$
- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

1.1 Règle de dérivation en chaîne

- $g(f(x))' = g'(f(x))f'(x)$

Si j'ai L qui dépend directement de y, t et y qui dépend directement de $w, \tilde{x}, b$ alors on peut écrire la dérivation en chaîne comme ceci:

$$\frac{\partial L}{\partial w_k} = \frac{\partial L}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial w_k}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \tilde{x}_k} = \frac{\partial L}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial \tilde{x}_k}$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = \frac{\partial L}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial b}$$

On continue la rétropropagation des gradients de proche en proche:

$$\frac{\partial L}{\partial b_k^{hidden}} = \frac{\partial L}{\partial \tilde{x_k}}\frac{\partial \tilde{x_k}}{\partial b_k^{hidden}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial W_{ij}^{hidden}} = \sum_k \frac{\partial L}{\partial \tilde{x_k}}\frac{\partial \tilde{x_k}}{\partial W_{ij}^{hidden}}$$