

# 算法·分治策略作业

第2题：设算法为ALG函数，其接受序列 $\{a_1, \dots, a_n\}$ ，返回升序排列的结果 $\{a'_1, \dots, a'_n\}$ 和显著逆序对数目N

ALG描述：

$n=1$ 时，令 $N=0$ ，结果数列 $\{a'_1\}$

$n>1$ 时 ① 令 $k=\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$

② 调用 ALG( $\{a_1, \dots, a_k\}$ )，得 $\{b_1, \dots, b_k\}$ 和 $N_1$

③ 调用 ALG( $\{a_{k+1}, \dots, a_n\}$ )，得 $\{b_{k+1}, \dots, b_n\}$ 和 $N_2$

④ 计算 $1 \leq k < j$  的显著逆序对 $(a_i, a_j)$ 的数目 $N_3$

⑤ 令 $N=N_1+N_2+N_3$ ， $\{a'_1, \dots, a'_n\} = \text{MERGE}(\{b_1, \dots, b_k\}, \{b_{k+1}, \dots, b_n\})$

其中 MERGE 函数为归并排序中合并两个有序数列的函数，  
此处不赘述原理

↓ 设迭代器  $i=k, j=n$ ，令  $N_3=0$

若  $b_i \leq b_j$  ① 且  $j > k+1$ ，令  $j=j-1$

② 且  $j=k+1$ ，终止迭代，返回  $N_3$

若  $b_i > b_j$  ① 且  $i > 1$ ，令  $N_3=N_3+(j-k)$ ，令  $i=i-1$

② 且  $i=1$ ，令  $N_3=N_3+(j-k)$ ，终止迭代，返回  $N_3$

第5题 定义算法 F, 它接收一组直线  $\{L_1 \dots L_n\}$ , 并按斜率递增顺序返回其中的可见直线  $\{L_{i1} \dots L_{ip}\}$  以及该序列中相邻直线的交点  $\{a_1, a_2, \dots, a_{p-1}\}$

F描述:

- (1) 若  $n=1$ ,  $K=\{L\}$ ,  $P=\emptyset$ , 返回  $K$  和  $P$
- (2) 若  $n=2$ , 容易计算  $K, P$ , 返回  $K$  和  $P$  序列  $I_1$
- (3) 若  $n \geq 3$ 
  - ① 令  $m=\lceil \frac{n}{2} \rceil$ , 调用  $F(L_1 \dots L_m)$  得到  $\{L_{i1} \dots L_{im}\}$  和  $\{a_1 \dots a_{m-1}\}$
  - ② 调用  $F(L_{m+1} \dots L_n)$  得到  $\{L_{j1} \dots L_{jn}\}$  和  $\{b_1 \dots b_{n-m}\}$
  - ③ 将  $\{a_1 \dots a_{m-1}\}$  和  $\{b_1 \dots b_{n-m}\}$  按归并排序中 Merge() 方法合并为一个横坐标递增的序列  $\{c_1 \dots c_{m+n-2}\}$
  - ④ 对于所有  $c_k \in \{c_1 \dots c_{m+n-2}\}$ , 找到  $I_1$  和  $I_2$  中在横坐标与  $c_k$  相等时处于最上方的直线  $L_{is}$  和  $L_{jt}$ , 取两直线交点  $(x, y)$ , 返回  $\{L_{i1} \dots L_{is}, L_{jt} \dots L_{jn}\}$  和  $\{a_{i1}, a_{i+1}, (x, y), b_{jt}, \dots, b_{n-m}\}$

第7题

构建一个算法F，它接受一个 $a \times b$ 的网格图，返回其中一个局部最小值K

F描述 ①用O(n)次查找找出G的边界B中的最小值V.如果V为角落节点  
 返回V (不含边界)

②否则.设C为G中间一行和中间一列的节点区域,  $S=B \cup C$ .  
 T为所有与 S 邻接的节点组成的区域

③用O(n)次查找找出CUT中的最小值节点u,若 $\in C$ ,返回u  
 若 $\in T$ ,取G-S后所得的四个网格中包含u的网格G'.  
 返回F(G')

