

算法·分治策略作业

第2题: 设算法为ALG函数, 其接受序列 $\{a_1, \dots, a_n\}$, 返回升序排列的结果 $\{a'_1, \dots, a'_n\}$ 和显著逆序对数目 N

ALG描述:

$n=1$ 时, 令 $N=0$, 结果数列为 $\{a_1\}$

$n>1$ 时: ① 令 $k = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$

② 调用ALG($\{a_1, \dots, a_k\}$), 得 $\{b_1, \dots, b_k\}$ 和 N_1

③ 调用ALG($\{a_{k+1}, \dots, a_n\}$), 得 $\{b_{k+1}, \dots, b_n\}$ 和 N_2

④ 计算 $1 \leq k < j$ 的显著逆序对 (a_i, a_j) 的数目 N_3

⑤ 令 $N = N_1 + N_2 + N_3$, $\{a'_1, \dots, a'_n\} = \text{MERGE}(\{b_1, \dots, b_k\}, \{b_{k+1}, \dots, b_n\})$
其中MERGE函数为归并排序中合并两个有序数列的函数, 此处不赘述原理

↓ 设迭代器 $i=k, j=n$, 令 $N_3=0$

若 $b_i \leq b_j$ ① 且 $j > k+1$, 令 $j = j-1$

② 且 $j = k+1$, 终止迭代, 返回 N_3

若 $b_i > b_j$ ① 且 $i > 1$, 令 $N_3 = N_3 + (j-k)$, 令 $i = i-1$

② 且 $i = 1$, 令 $N_3 = N_3 + (j-k)$, 终止迭代, 返回 N_3

第5题：定义算法F，它接收一组直线 $\{L_1, \dots, L_n\}$ ，并按斜率递增顺序返回其中的可见直线 $\{L_{i_1}, \dots, L_{i_p}\}$ 以及该序列中相邻直线的交点 $\{a_1, a_2, \dots, a_{p-1}\}$

F描述：

(1) 若 $n=1$ ， $K=\{L\}$ ， $P=\emptyset$ ，返回K和P

(2) 若 $n=2$ ，容易计算K, P，返回K和P

(3) 若 $n \geq 3$ ① 令 $m = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ ，调用 $F(\{L_1, \dots, L_m\})$ 得到 $\{L_{i_1}, \dots, L_{i_p}\}$ 和 $\{a_1, \dots, a_{p-1}\}$

② 调用 $F(\{L_{m+1}, \dots, L_n\})$ 得到 $\{L_{j_1}, \dots, L_{j_q}\}$ 和 $\{b_1, \dots, b_{q-1}\}$

③ 将 $\{a_1, \dots, a_{p-1}\}$ 和 $\{b_1, \dots, b_{q-1}\}$ 按归并排序中Merge方法合并为一个横坐标递增的序列 $\{c_1, \dots, c_{p+q-2}\}$

④ 对于所有 $c_k \in \{c_1, \dots, c_{p+q-2}\}$ ，找到 I_1 和 I_2 中在横坐标与 c_k 相等时处于最上方的直线 L_{i_s} 和 L_{j_t} ，取两直线交点 (x, y) ，返回 $\{L_{i_1}, \dots, L_{i_s}, L_{j_t}, \dots, L_{j_q}\}$ 和 $\{a_1, \dots, a_{p-1}, (x, y), b_1, \dots, b_{q-1}\}$

第7题

构建一个算法F, 它接受一个 $a \times b$ 的网格图, 返回其中一个局部最小值K

- F描述
- ① 用 $O(n)$ 次查找找出G的边界B中的最小值V. 如果V为角落节点, 返回V (不含边界)
 - ② 否则, 设C为G中间一行和中间一列的节点区域, $S = B \cup C$. T为所有与S邻接的节点组成的区域
 - ③ 用 $O(n)$ 次查找找出CUT中的最小值节点u. 若 $u \in C$, 返回u. 若 $u \notin C$, 取G-S后所得的四个网格中包含u的网格G', 返回F(G')

