自动控制原理第十五次作业

7-11

已知 $G(z)=\frac{0.53z+0.1}{z-0.37}$ $R(z)=\frac{z}{z-1}$

$\therefore C(z)=G(z)R(z)=\frac{z(0.53z+0.1)}{(z-0.37)(z-1)}$

$\cdot c(nT)=\operatorname{Res}_{z\to 1}C(z)+\operatorname{Res}_{z\to 0.37}C(z)=\lim_{z\to 1}\frac{z^n(0.53z+0.1)}{z-0.37}+\lim_{z\to 0.37}\frac{z^n(0.53z+0.1)}{z-1}$

$=1-0.47\ 0.37^n$

7-15 (1) 开环传递函数 $G(z)=(1-\frac{1}{z})Z[\frac{5}{s^2(0.2s+1)}]$

$Z[\frac{25}{s^2(s+5)}]=Z[\frac{A}{s^2}+\frac{B}{s}+\frac{C}{s+5}]$

$A=\lim_{s\to 0}\frac{25}{s+5}=5$ $C=\lim_{s\to -5}\frac{25}{s^2}=1$ $B+C=0$ ⇝ $B=-1$

$\therefore Z[\frac{5}{s^2}+\frac{-1}{s}+\frac{1}{s+5}]=\frac{5z}{(z-1)^2}-\frac{z}{z-1}+\frac{z}{z-e^{-5}}$

$G(z)=\frac{5}{z-1}-1+\frac{z-1}{z-e^{-5}}=\frac{(4+e^{-5})z+1-6e^{-5}}{(z-1)(z-e^{-5})}$

$\Delta G(z)=z^2-(1+e^{-5})z+e^{-5}+(4+e^{-5})z+1-6e^{-5}$

$=z^2+3z+1-5e^{-5}=0$ 方程有模大于1的根，系统不稳定

解得 $z_1=-0.367$ $z_2=-2.633$

令 $z=\frac{w+1}{w-1}$，得 $\Delta G(w)=(w+1)^2+3(w+1)(w-1)+(1-5e^{-5})(w-1)^2=0$

化简得 $(5-5e^{-5})w^2+10e^{-5}w-5e^{-5}-2=0$

发现方程所有次的系数不同号，系统不稳定

(2) 易得 $G(z)=\frac{K}{5}\frac{(4+e^{-5})z+1-6e^{-5}}{z^2-(1+e^{-5})z+e^{-5}}$

$\therefore \Delta G(z)=5z^2-(5+5e^{-5})z+5e^{-5}+(4K+e^{-5}K)z+K-6e^{-5}K=0$

$=5z^2+[(e^{-5}+4)K+5(1+e^{-5})]z+K(1-6e^{-5})+5e^{-5}=0$

代入 $z=\frac{w+1}{w-1}$，化简得 $\Delta G(w)=5(w^2+2w+1)+[(e^{-5}+4)k+5(1+e^{-5})](w^2-1)+[k(1-6e^{-5})+5e^{-5}](w^2-2w+1)=0$

$\therefore [(15-5e^{-5})k+10+10e^{-5}]w^2+[(12e^{-5}-2)K+10-10e^{-5}]w+(-6e^{-5}-3)K=0$

由劳斯判据求得 $K\in(0,3.304)$

7-16 已知 $G(s)=(1-e^{-0.5T})\frac{10}{s^3}$ $H(s)=1+0.5s$

$E(s)=R(s)-H(s)G(s)\cdot E^*(s)$

$\therefore E^*(s)=\frac{R^*(s)}{1+GH^*(s)}$，$E(z)=\frac{R(z)}{1+GH(z)}$

$R(z)=\frac{z}{z-1}+\frac{0.2z}{(z-1)^2}+\frac{0.04z(z+1)}{2(z-1)^3}$

$GH(z)=(1-\frac{1}{z})Z[\frac{5(s+2)}{s^3}]=(1-\frac{1}{z})Z[\frac{10}{s^3}+\frac{5}{s^2}]$

$=\frac{z-1}{z}(\frac{0.2z(z+1)}{(z-1)^3}+\frac{z}{(z-1)^2})$

$\therefore e_{ss}(\infty)=\lim_{z\to1}(z-1)\frac{R(z)}{1+GH(z)}=\frac{0.02\times1\times2}{0.2\times2}=0.1$

7-18 易求开环传递函数 $G(z)=(1-\frac{1}{z})Z[\frac{Ke^{-0.5s}}{s^2}]$

$=(1-\frac{1}{z})K\frac{1}{z^2}Z[\frac{1}{s^2}]=\frac{K(z-1)}{z^3}\frac{0.25z}{(z-1)^2}=\frac{0.25K}{z^2(z-1)}$

$\therefore K_p=1+\lim_{z\to1}G(z)=\infty$

$K_v=\lim_{z\to1}(z-1)G(z)=\lim_{z\to1}\frac{0.25K}{z^2}=0.25K$

$\therefore e_{ss}(\infty)=\frac{2}{K_p}+\frac{T}{K_v}=\frac{1}{K}<0.1$

$\therefore K>10$

又∵ $\Delta G(z) = z^3 - z^2 + 0.25K$

令 $z = \frac{w+1}{w-1}$，化简得 $\Delta G(w) = (w+1)^3 - (w+1)^2(w-1) + 0.25K(w-1)^3$

$= w^3 + 3w^2 + 3w + 1 - (w^3 + w^2 - w - 1) + 0.25K(w^3 - 3w^2 + 3w - 1)$

$= 0.25Kw^3 + (2 - 0.75K)w^2 + (0.75K + 4)w + (2 - 0.25K)$

劳斯判据

w^3	$0.25K$	$0.75K+4$
w^2	$2-0.75K$	$2-0.25K$
w^1	$8-2K-0.5K^2$	0
w^0	$2-0.25K$	

∴ 可知 $K>10$ 时系统已不稳定，没有K值可以满足要求

解得 $K \in (0, 2.47)$ 时系统稳定