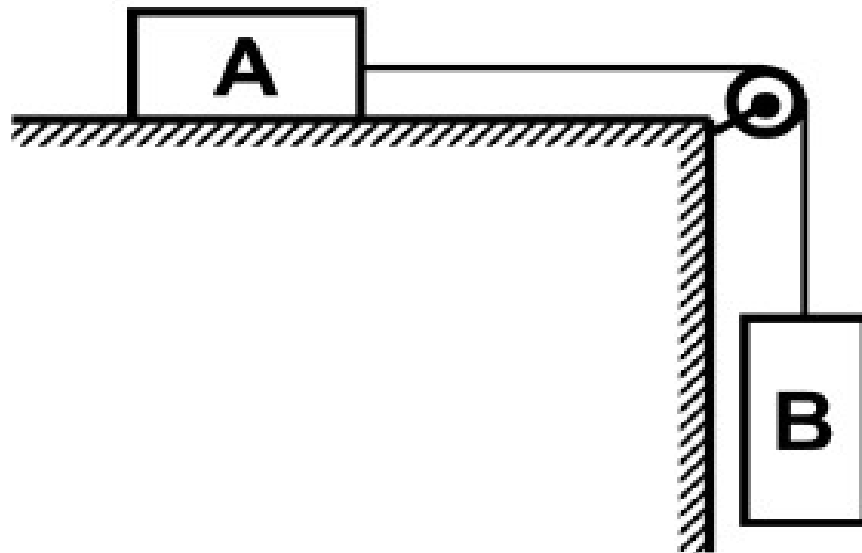
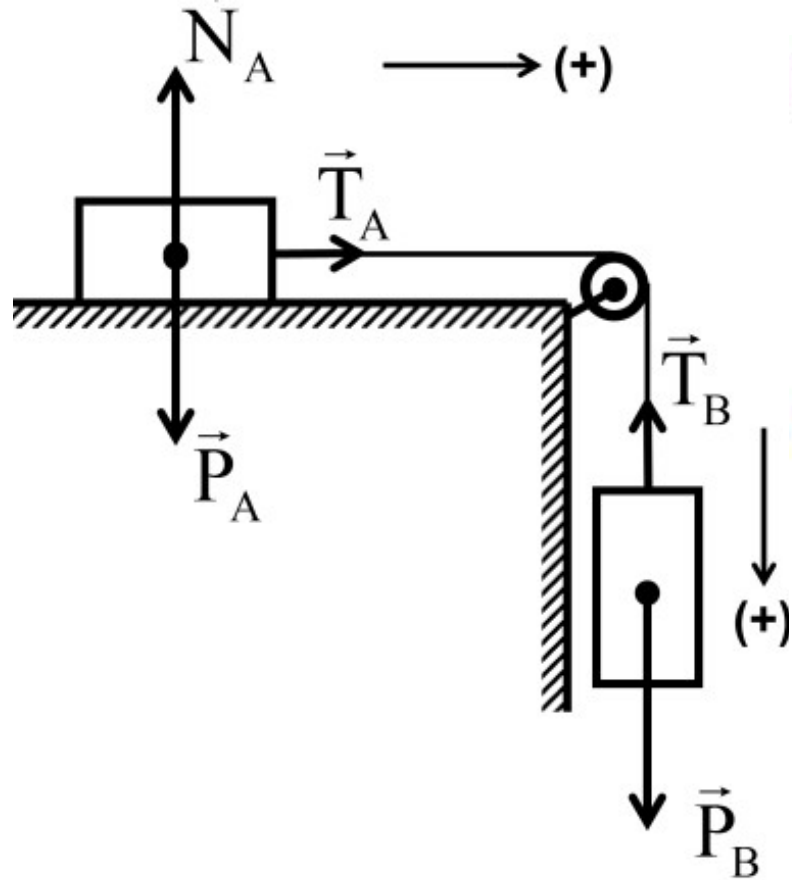


**BÀI 1:** Một vật A khối lượng 200g được đặt trên mặt phẳng nằm ngang. Nó được nối với vật B khối lượng 300g bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc cố định. Khối lượng của ròng rọc và của dây xem như không đáng kể. Dây không giãn. Cho gia tốc trọng trường  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

- a) Tính gia tốc của hệ và lực căng của dây trong hai trường hợp:
- a<sub>1</sub>) Bỏ qua ma sát giữa vật A và mặt phẳng nằm ngang
- a<sub>2</sub>) Hệ số ma sát giữa vật A và mặt phẳng nằm ngang là  $k = 0,25$
- b) Nếu hoán chuyển vị trí giữa vật A và vật B thì gia tốc của hệ và lực căng dây có thay đổi không? Vì sao? Xem hệ số ma sát vẫn như cũ.





Biểu thức định luật 2 Newton cho từng vật:

$$\vec{P}_A + \vec{N}_A + \vec{T}_A = m_A \vec{a}_A$$

$$\vec{P}_B + \vec{T}_B = m_B \vec{a}_B$$

Chiều theo phương chuyển động của từng vật:

$$T_A = m_A a_A \quad (1)$$

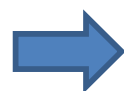
$$m_B g - T_B = m_B a_B \quad (2)$$

Ròng rọc cố định:  $a_A = a_B = a$

Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và dây:  $T_A = T_B = T$

$$T = m_A a \quad (3)$$

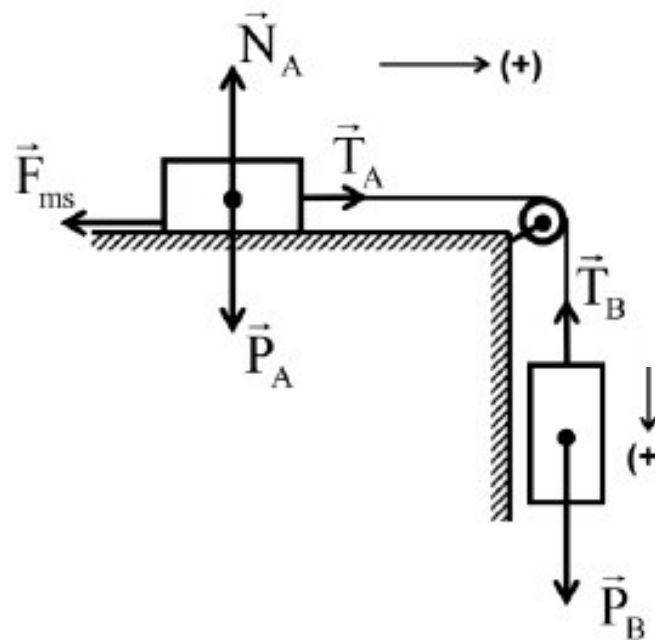
$$m_B g - T = m_B a \quad (4)$$



$$m_B g - m_A a = m_B a$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_B}{m_A + m_B} g = 5,88 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} g = 1,176 \text{ (N)}$$



Biểu thức định luật 2 Newton cho từng vật:

$$\vec{P}_A + \vec{N}_A + \vec{T}_A + \vec{F}_{ms} = m_A \vec{a}_A$$

$$\vec{P}_B + \vec{T}_B = m_B \vec{a}_B$$

Chiều theo phương chuyển động của từng vật:

$$-F_{ms} + T_A = m_A a_A \Leftrightarrow -kN_A + T_A = m_A a_A$$

$$\Leftrightarrow -km_A g + T_A = m_A a_A \quad (5)$$

$$m_B g - T_B = m_B a_B \quad (6)$$

Ròng rọc cố định:  $a_A = a_B = a$

Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và dây:  $T_A = T_B = T$



$$m_B g - km_A g = (m_A + m_B) a$$

$$\Rightarrow a = \frac{(m_B - km_A)}{m_A + m_B} g = 4,9 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\Rightarrow T = \frac{m_A m_B (k + 1)}{m_A + m_B} g = 1,47 \text{ (N)}$$

b) nếu hoán chuyển vị trí giữa vật A và vật B thì gia tốc của hệ và lực căng dây lúc này là:

$$a' = \frac{(m_A - km_B)}{m_B + m_A} g$$

$$\Gamma' = \frac{m_B m_A (k + 1)}{m_B + m_A} g$$



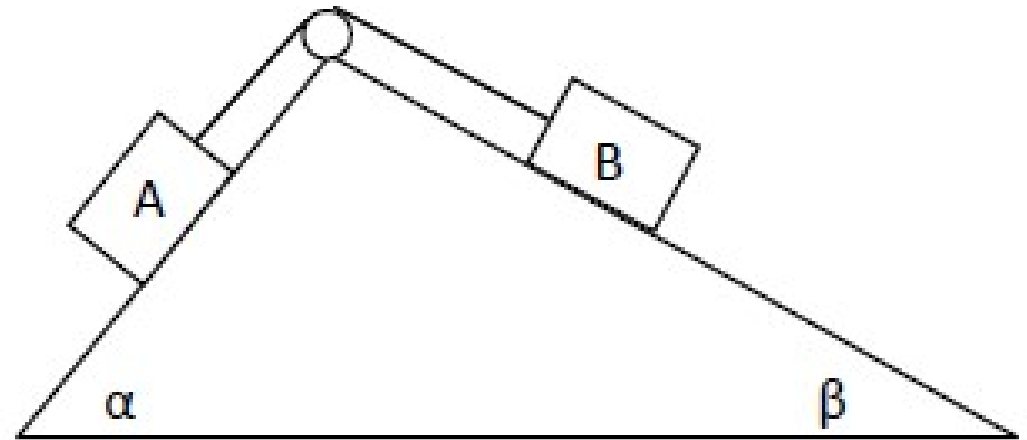
Gia tốc của hệ thay đổi  
Lực căng dây vẫn không đổi

**BÀI 2:** Cho hai vật A và được mắc như h nh. Cho  $m_A = 2\text{kg}$ ;  $m_B = 1\text{kg}$ ;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $\beta = 30^\circ$ ; gia tốc trọng trường  $g = 9,8\text{m/s}^2$ ; hệ số ma sát giữa mặt phẳng nghiêng với hai vật là  $k_A = 0,1$  và  $k_B = 0,15$ . Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và sợi dây. Hãy xác định:

a) Gia tốc của hai vật

b) Lực căng của sợi dây.

c) Nếu muốn hai vật chuyển động theo chiều ngược lại với cùng gia tốc như cũ câu a) thì phải tăng khối lượng cho vật nào và tăng bao nhiêu?



Do  $m_A g \sin \alpha > m_B g \sin \beta$  nên A đi xuống, B đi lên

$$a_A = a_B = a = g \frac{m_A \sin \alpha - m_B \sin \beta - k_A m_A \cos \alpha - k_B m_B \cos \beta}{m_A + m_B}$$

$$= 2.1 \text{ m/s}^2$$

$$T = T_B = T_A = m_A g \sin \alpha - k_A m_A g \cos \alpha - m_A a$$

$$T = 8.27 \text{ N}$$

Để A đi lên, B đi xuống thì  $m_A g \sin \alpha < m_B g \sin \beta \Rightarrow$  tăng khối lượng B

$$a = g \frac{m_{B'} \sin \beta - m_A \sin \alpha - k_A m_A \cos \alpha - k_B m_{B'} \cos \beta}{m_A + m_{B'}} = 2,1 m / s^2$$

$$m_{B'} = \frac{m_A (a + g \sin \alpha + k_A g \cos \alpha)}{g \sin \beta - k_B g \cos \beta - a}$$

➔  $m_{B'} = 12,72 \text{ kg} \Rightarrow$  khối lượng B tăng thêm 11,72 kg

Một viên bi nhỏ được ném từ độ cao 1m so với mặt đất với vận tốc ban đầu  $4\sqrt{5}$  m/s theo phương hợp với phương ngang một góc  $\alpha$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$

- a) Viết phương trình chuyển động và tìm phương trình quỹ đạo theo góc  $\alpha$
- b) Góc ném bằng bao nhiêu để viên bi đạt độ cao lớn nhất, và thời điểm viên bi đạt độ cao lớn nhất đó.
- c) Tìm góc ném để viên bi trúng điểm A có độ cao 3 m và cách vị trí ném ban đầu 4m



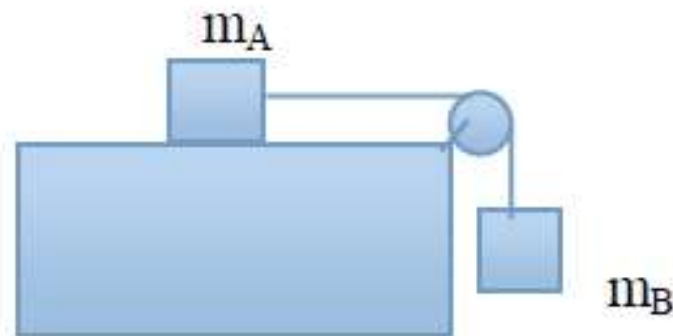
Vật A được đặt trên mặt bàn nằm ngang nối với vật B bằng một sợi dây không giãn vắt ngang qua một ròng rọc cố định. Biết khối lượng ròng rọc không đáng kể,  $m_A=5\text{kg}$ ,  $m_B=3\text{kg}$ , hệ số ma sát và mặt bàn  $\mu=0,2$ .

a) Tính gia tốc của hệ và lực căng dây.

b) Ban đầu vật B đứng yên và cách mặt đất một khoảng  $h=12\text{m}$ . Tính vận tốc vật B lúc chạm đất trong 2 trường hợp sau:

b1. Vật đi từ vị trí ban đầu đến khi chạm đất.

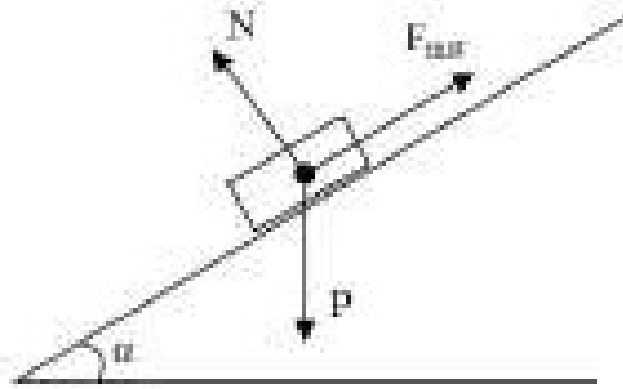
b2. Sau khi vật đi được quãng đường  $6\text{m}$  thì dây bị đứt.



Một vật có khối lượng  $m$  trượt trên mặt phẳng nghiêng với mặt đất một góc  $\alpha = 30^\circ$ . Hệ số ma sát giữa mp nghiêng và vật là  $k$ , lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$

- a) Vẽ hình và phân tích lực. Tìm gia tốc của vật bằng định luật II Newton theo  $k$  và  $m$ .
- b) Nếu tăng hệ số ma sát lên thì gia tốc sẽ tăng hay giảm? Nếu ban đầu vật đứng yên thì hệ số ma sát nhỏ nhất bằng bao nhiêu để vật không trượt trên mp nghiêng?
- c) Trong bài toán trên, ban đầu vật ở độ cao  $h = 5 \text{ m}$  so với mặt đất và có vận tốc ban đầu  $= 0$ . Tìm vận tốc và thời gian vật ở chân dốc theo  $k$ .

Phương trình động lực học cho vật:  $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$ .



$$\begin{cases} -P \cos \alpha - N = 0 & (2a) \\ P \sin \alpha - F_{ms} = m a & (2b) \end{cases}$$

$$a = (g \sin \alpha - k g \cos \alpha) = 5 - k 5 \sqrt{3}$$

b/ Gia tốc của vật giảm khi ta tăng hệ số ma sát.

$$(g \sin \alpha - k g \cos \alpha) = 0 \text{ hay } k = \tan \alpha = \tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$$

c/

Lúc đầu vật ở độ cao  $h=5\text{m}$ , quãng đường đi được trên mặt nghiêng:

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{5 - k 5 \sqrt{3}}{2} t^2$$

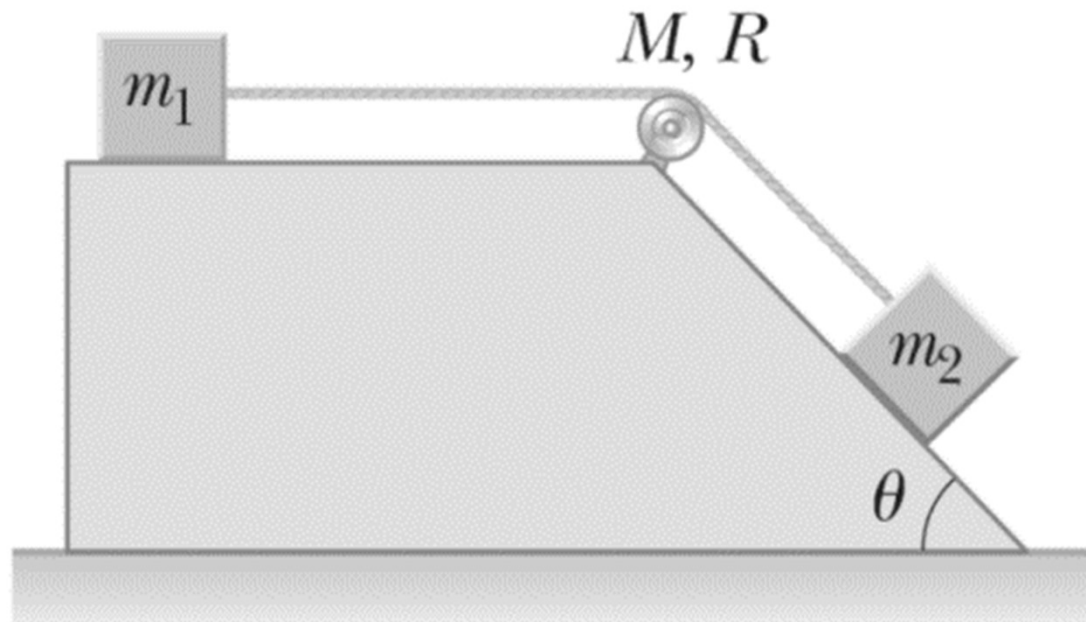
Vật ở độ cao 5m, vậy quãng đường vật đi được  $s = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{5}{1/2} = 10 \text{ m}$ .

Ta có:  $V_1^2 - V_0^2 = 2 \cdot a \cdot s$ , ban đầu  $V_0 = 0$ , ta suy ra  $V_{\text{(chân dốc)}} = \sqrt{2as} = \sqrt{20(5 - k5\sqrt{3})}$

Thời gian vật đến chân dốc:  $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{4}{1 - k\sqrt{3}}}$

Một khối gỗ có khối lượng  $m_1 = 3 \text{ kg}$  và một khối gỗ khác có khối lượng  $m_2 = 8 \text{ kg}$  được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh có khối lượng không đáng kể vắt qua một ròng rọc (như hình 1). Ròng rọc có dạng đĩa tròn đặc đồng chất bán kính  $R$  và khối lượng  $M = 8 \text{ kg}$ . Vật có khối lượng  $m_2$  đang đặt trên một mặt phẳng nghiêng với góc nghiêng  $\theta = 35^\circ$  so với phương nằm ngang. Hệ số ma sát giữa hai vật với các mặt phẳng là 0,3.

- Hãy xác định gia tốc chuyển động của hai vật và các lực căng dây.
- Động năng của hệ lúc 2 s bằng bao nhiêu tính từ trạng thái nghỉ?
- Thay ròng rọc bởi một vật rắn hình trụ có bán kính 10 cm thì gia tốc chuyển động của hệ là  $1 \text{ m/s}^2$ . Hãy xác định mô men quán tính của vật rắn hình trụ.



Áp dụng định luật II Newton:

$$+ \text{Vật m1: } \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{f}_{ms1} = m_1 \vec{a} \Rightarrow T_1 - f_{ms1} = m_1 a \Rightarrow T_1 - kP_1 = m_1 a \quad (1)$$

$$+ \text{Vật m2: } \vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 + \vec{f}_{ms2} = m_2 \vec{a} \Rightarrow P_2 \sin \theta - T_2 - f_{ms2} = m_2 a \Rightarrow P_2 \sin \theta - T_2 - kP_2 \cos \theta = m_2 a \quad (2)$$

$$+ \text{Ròng rọc: } \vec{M} = \vec{R} \times \vec{T}_1' + \vec{R} \times \vec{T}_2' = I\vec{\beta} \Rightarrow T_2' - T_1' = \frac{M}{2} a \quad (3)$$

$$\text{Vì dây không dẫn nên: } T_2' = T_2; \quad T_1' = T_1; \quad a = a_1 = a_2 \quad (4)$$

Kết hợp (1), (2), (3) và điều kiện (4):

$$a = \frac{m_2 \sin \theta - km_2 \cos \theta - km_1}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} g = 1,15 \text{ m/s}^2$$

$$T_1 = kP_1 + m_1 a = 12,45 \text{ (N)}$$

$$T_2 = T_1 + \frac{M}{2} a = 17,05 \text{ (N)}$$

b. Động năng của hệ tại 2 s:

$$K = K_1 + K_2 + K_{\pi} = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right)(at)^2 = 39,68 \quad J$$

c. Thay ròng rọc bởi một vật rắn hình trụ thì (3) trở thành:

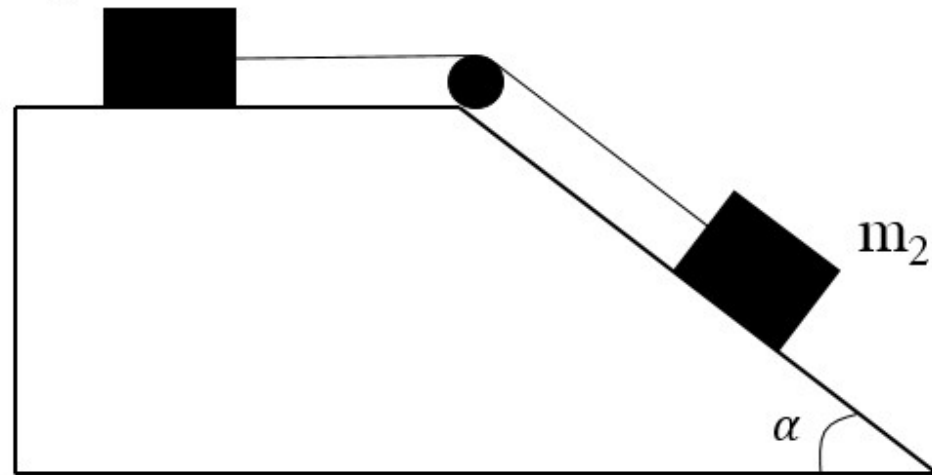
$$\vec{M} = \vec{R} \times \vec{T}'_1 + \vec{R} \times \vec{T}'_2 = I\vec{\beta} \Rightarrow \vec{T}_2 - \vec{T}_1 = \frac{I'}{R^2}a \quad (5)$$

Kết hợp (2), (3), (5) và điều kiện (4):

$$I = R^2 \left( \frac{g(m_2 \sin \theta - km_2 \cos \theta - km_1)}{a} - m_1 - m_2 \right) = 0,062 \quad (kgm^2)$$

Cho hai vật có khối lượng  $m_1$  và  $m_2$  được nối với nhau bởi một sợi dây nhẹ, không giãn vắt qua một ròng rọc có khối lượng không đáng kể. Vật  $m_1$  đặt trên mặt phẳng nằm ngang có hệ số ma sát trượt  $\mu$ , vật  $m_2$  đặt trên mặt nghiêng với góc nghiêng  $\alpha$ , bỏ qua ma sát của  $m_2$  và mặt phẳng nghiêng. Cho gia tốc trọng lực là  $g$ , hãy xác định:

1. Gia tốc chuyển động của hệ.
2. Lực căng dây nối hai vật.
3. Điều kiện góc nghiêng  $\alpha$  để hệ chuyển động theo chiều  $m_2$  trượt xuống dốc.





$$T - \mu m_1 g = m_1 a \quad (1)$$

$$m_2 g \sin \alpha - T = m_2 a$$

$$\Rightarrow m_2 g \sin \alpha - \mu m_1 g = (m_1 + m_2) a \Rightarrow a = \frac{m_2 g \sin \alpha - \mu m_1 g}{m_1 + m_2}$$

Thay a vào (1) suy ra biểu thức T

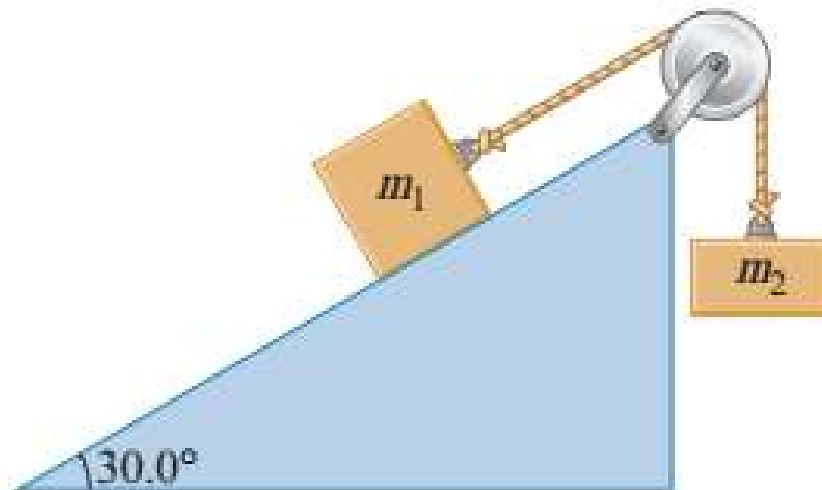
Điều kiện cho góc  $\alpha$

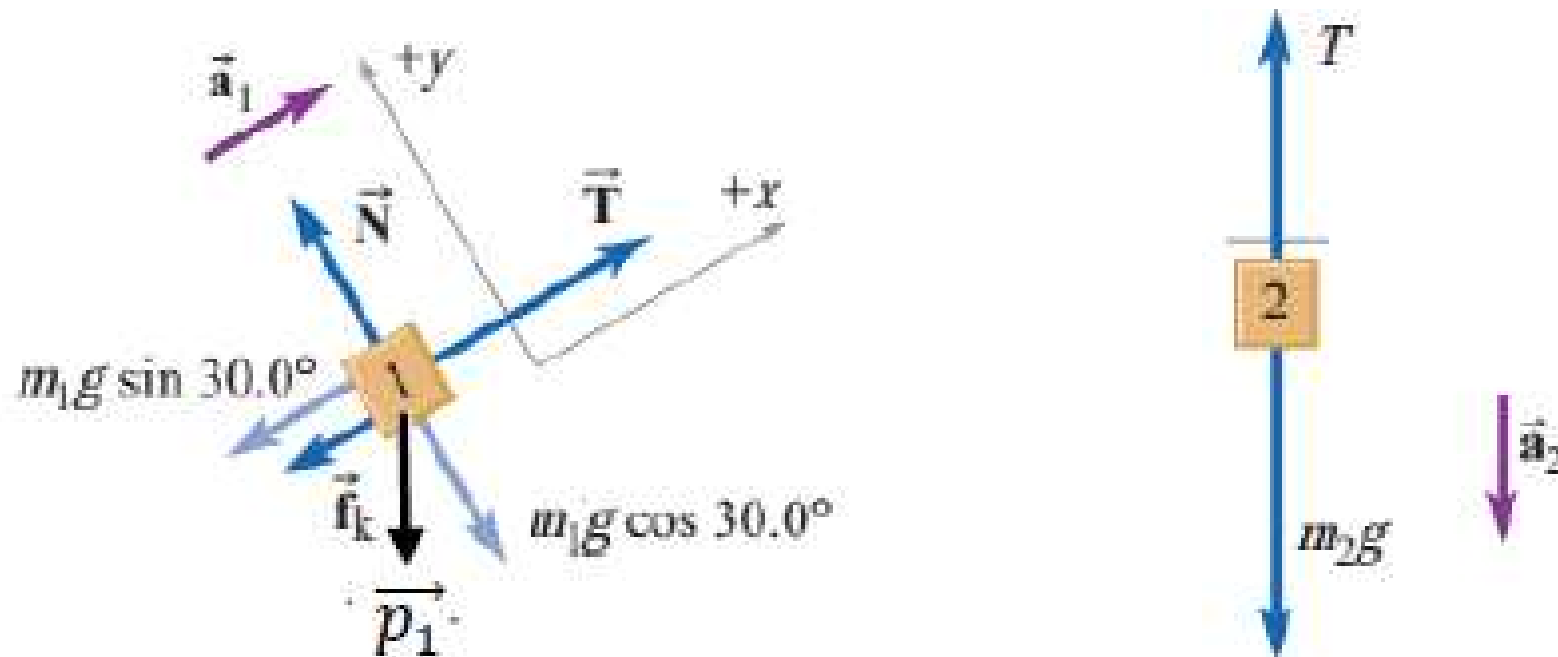
$$a \geq 0 \Rightarrow \frac{m_2 g \sin \alpha - \mu m_1 g}{m_1 + m_2} \geq 0$$

$$\Rightarrow m_2 g \sin \alpha - \mu m_1 g \geq 0 \Rightarrow \sin \alpha \geq \mu \frac{m_1}{m_2}$$

Cho hai vật có khối lượng  $m_1 = 1\text{kg}$  và  $m_2 = 2\text{kg}$  được mắc như hình vẽ. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và sợi dây. Cho biết các góc  $\alpha = 30^\circ$ , hệ số ma sát giữa  $m_1$  và mặt phẳng nghiêng là  $k = 0,2$ . Cho biết  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . Hãy :

- Phân tích lực trên các vật.
- Tính gia tốc của hệ hai vật ( $m_1, m_2$ ).
- Tính lực căng của sợi dây.
- Trong bài toán trên, ban đầu vật  $m_2$  ở độ cao  $h = 0,5\text{m}$  so với mặt AB và có vận tốc bằng không. Tìm vận tốc của vật lúc vừa chạm mặt AB?





Phương trình lực tác dụng lên  $m_1, m_2$

$$\begin{cases} \vec{p}_1 + \vec{N}_1 + \vec{f}_k + \vec{T} = m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{p}_2 + \vec{T} = m_2 \vec{a}_2 \end{cases}$$

Chiều (1) lên Ox:  $-p_1 \sin(\alpha) - f_k + T = m_1 a_1$  (2)

Chiều (1) lên Oy:  $-p_1 \cos(\alpha) + N = 0$  (3)

Với :  $f_k = kN = kp_1 \cos(\alpha) = km_1 g \cos(\alpha)$  (4)

Xét vật  $m_2$ , phương trình lực tác dụng lên  $m_2$ : (5)

○ Chiều (4) lên Ox:  $p_2 - T = m_2 a_2$  (6)

Dây không giãn nên ta có :  $a_1 = a_2 = a$  (7).

Dây không giãn nên ta có :  $a_1 = a_2 = a$  (7).

Từ (2), (3), (4), (6) và (7), ta có gia tốc của hệ là:  $a = \frac{m_2 - m_1 [\sin(\alpha) + k \cos(\alpha)]}{m_1 + m_2} g$

$$a = 4,33 \text{ m/s}^2$$

$$T = \left( \frac{1 + [\sin(\alpha) + k \cos(\alpha)]}{m_1 + m_2} \right) m_1 m_2 g \quad (9)$$

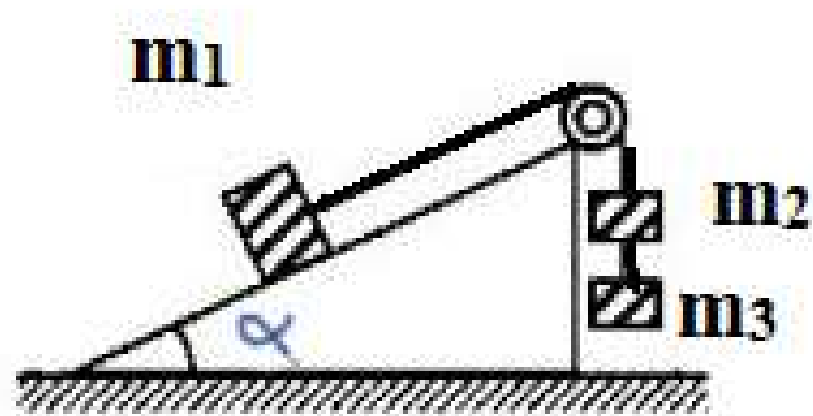
$$T = 10.94 \text{ N}$$

**Vận tốc  $m_2$  lúc chạm đất**

$$v^2 = 2 ah \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot h} = 2,08 \text{ m/s}$$

Cho hệ vật như hình vẽ, trong đó  $m_1 = 1,2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0,6 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 0,2 \text{ kg}$  và góc hợp bởi mặt phẳng nghiêng và mặt phẳng ngang là  $\alpha = 30^\circ$ . Dây nối giữa vật  $m_1$  với  $m_2$  khác với dây nối giữa  $m_2$  với  $m_3$  và dây nối  $m_2$  và  $m_3$  dài  $2\text{m}$ . Bỏ qua kích thước của các vật, khối lượng ròng rọc, khối lượng dây và lực ma sát. Khi hệ bắt đầu chuyển động,  $m_3$  cách mặt đất  $2\text{m}$ . Cho  $g = 10\text{m/s}^2$ .

1. Tìm gia tốc chuyển động và lực căng của các dây.
2. Thời gian chuyển động của  $m_3$  từ lúc bắt đầu cho đến khi chạm đất.
3. Tính thời gian từ lúc  $m_3$  chạm đất đến khi  $m_2$  chạm đất và lực căng của dây trong giai đoạn này.



a) Phương trình chuyển động của các vật

$$\vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{T}_2' = m_2 \vec{a}$$

$$\vec{P}_3 + \vec{T}_3 = m_3 \vec{a}$$

Chiếu phương trình chuyển động trên các phương chuyển động

$$a = \frac{P_2 + P_3 - P_1 \cdot \sin \alpha}{m_1 + m_2 + m_3} = 1 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$T_1 = 7,2 \text{ (N)} ; T_3 = 1,8 \text{ N}$$

b) Thời gian chuyển động của  $m_3$  từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi chạm đất

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 2 \text{ (s)}$$

- c) Thời gian từ lúc  $m_3$  chạm đất đến khi  $m_2$  chạm đất  
vận tốc của  $m_2$  sau khi đi  $m_3$  chạm đất

$$v = a.t = 2 \text{ m/s}$$

Khi  $m_3$  chạm đất, hệ chỉ còn  $m_1$  và  $m_2$ , khi đó gia tốc của hệ:

$$a = \frac{P_2 - P_1 \cdot \sin \alpha}{m_1 + m_2} = 0 \rightarrow \text{Hệ chuyển động thẳng đều}$$

$$\Rightarrow t = s/v = 2/2 = 1(\text{s})$$

- Lực căng của dây trong giai đoạn này

$$P_2 - T_2 = 0 \Leftrightarrow T_2 = P_2 = 6(\text{N})$$