



Isaac Newton (1642 – 1727)

BÀI GIẢNG

VẬT LÝ 1

CƠ – NHIỆT

BIÊN SOẠN:

VÕ THỊ NGỌC THUY

CHƯƠNG IV:

CƠ HỌC VẬT RẮN

NỘI DUNG

1. Khái niệm cơ bản

- Vật rắn
- Chuyển động của vật rắn

2. Phương trình chuyển động quay của vật rắn quanh 1 trục cố định

- ❖ Phương trình cơ bản
- ❖ Momen quán tính
- ❖ Momen quán tính của một số vật rắn quay quanh trục cố định qua khối tâm G

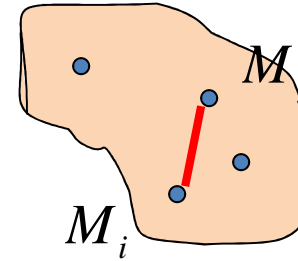
4.1. Vật rắn - Khối tâm vật rắn .

* Vật rắn :

Hệ các chất điểm với khoảng cách không thay đổi trong quá trình chuyển động của vật :

$$r_{ij} = \overline{M_i - M_j} = \text{const}$$

$$M = \sum_i^n m_i \quad \vec{F} = \sum_i^n \vec{f}_i$$



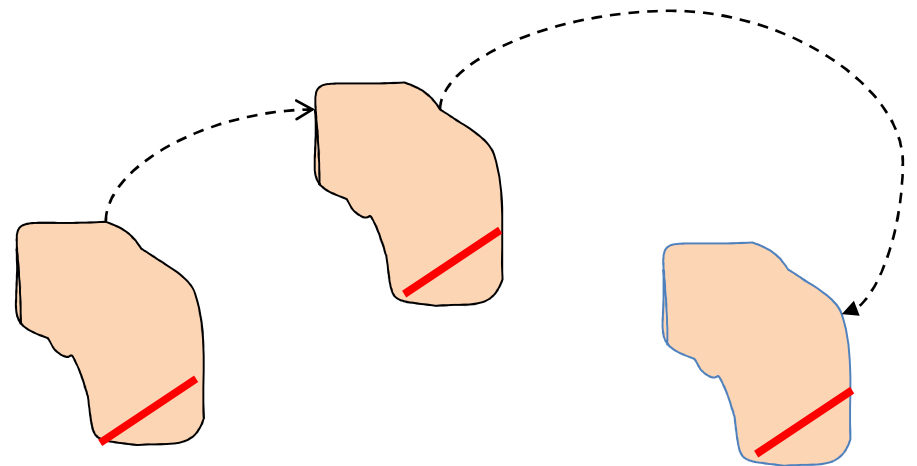
**Chuyển động
của VR**

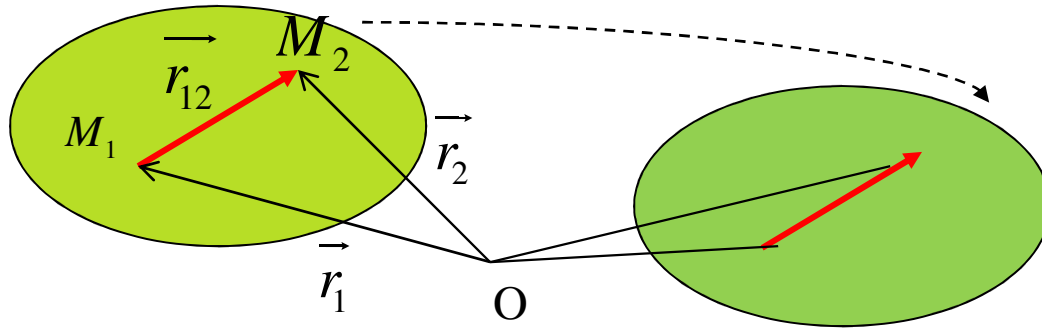
- Chuyển động **tịnh tiến**

- Chuyển động **quay** quanh 1 trục đi qua khối tâm

* Chuyển động tịnh tiến:

Chuyển động tịnh tiến Là CĐ trong đó đường thẳng nối giữa 2 điểm bất kỳ trên vật luôn song song với chính nó trong suốt quá trình chuyển động





Chuyển động tịnh tiến : $\vec{r}_{12} = \overrightarrow{const} \longrightarrow \frac{d\vec{r}_{12}}{dt} = 0$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\vec{r}_2(t) = \vec{r}_1(t) + \vec{r}_{12} = \vec{r}_1(t) + \overrightarrow{const} \quad (4.1)$$

+ Nếu biết phương trình chuyển động của chất điểm M_1
 $\vec{r}(t) = \vec{r}_1(t)$ thì xác định được ph/t ch/đ của M_2 bất kỳ .

$$\vec{r}_2(t) = \vec{r}_1(t) + \vec{r}_{12} = \vec{r}_1(t) + \overrightarrow{const}$$

$$* \quad \frac{d\vec{r}_2}{dt} = \vec{v}_2 = \frac{d\vec{r}_1}{dt} + 0 = \vec{v}_1$$

$$\frac{d\vec{v}_2}{dt} = \vec{a}_2 = \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{a}_1$$

* Các chất điểm M_1 và M_2 được chọn tùy ý.

Trong chuyển động tịnh tiến, ở thời điểm t bất kỳ, mọi chất điểm trong vật rắn có cùng véc tơ vận tốc và véc tơ gia tốc.

Khi khảo sát chuyển động tịnh tiến của vật rắn, chỉ cần khảo sát chuyển động của một điểm nào đó trong vật.

Thông thường điểm này được chọn là khối tâm của vật.

Xét chất điểm thứ “ i ”: m_i ; \vec{f}_i ; \vec{r}_i

$$\vec{a}_i = \frac{\vec{f}_i}{m_i}$$

$$\vec{a}_i = \vec{a}_{vat}$$

$$\left(\sum_i m_i \right) \vec{a} = \sum \vec{f}_i = \vec{F}$$

Giống phương trình chuyển động của một chất điểm có khối lượng: $M = \sum_i m_i$,chịu tác dụng một lực: $\vec{F} = \sum \vec{f}_i$
nhận gia tốc : $\vec{a} = \vec{a}_i = \vec{a}_{vat}$

→ Tưởng tượng vật được “thu lại” thành 1 điểm (chất điểm), đặc trưng đầy đủ cho cả vật về phương diện động lực học, đó là “khối tâm” của vật .

➡ Quỹ đạo của các chất điểm như nhau.

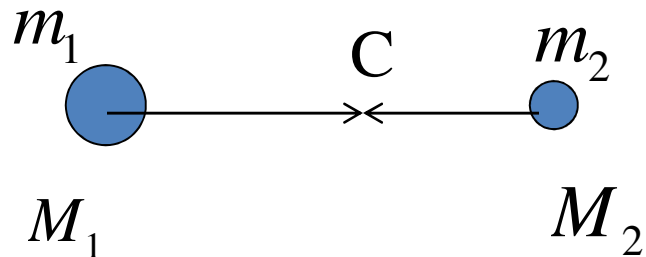
➡ Vector vận tốc và gia tốc của các chất điểm tại cùng một thời điểm là như nhau.

➡ **Phương trình chuyển động tịnh tiến:**

$$\left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad \longleftrightarrow \quad m \vec{a} = \vec{F}$$

Tọa độ của khối tâm :

* Xét hệ đơn giản gồm 2 chất điểm .



Định nghĩa khối tâm của hệ là điểm C thỏa mãn hệ thức :

$$m_1 \overrightarrow{M_1 C} + m_2 \overrightarrow{M_2 C} = 0 \quad (4.2)$$

* Hệ gồm n chất điểm $m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_n$

đặt tại các điểm $M_1, M_2, \dots, M_i, \dots, M_n$

→ Khối tâm của hệ n chất điểm m_i là điểm C được xác định bởi đẳng thức véc tơ :

$$\sum_i^n m_i \overrightarrow{M_i C} = 0 \quad (4.3)$$

* Đặt hệ chất điểm trong hệ tọa độ (O x,y,z):

Tọa độ của khối tâm C : \vec{r}_c
 $\longrightarrow \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM_i} + \overrightarrow{M_iC}$

$$m_i \overrightarrow{OC} = m_i \overrightarrow{OM_i} + m_i \overrightarrow{M_iC}$$

$$\sum_i m_i \overrightarrow{OC} = \sum_i m_i \overrightarrow{OM_i} + \sum_i m_i \overrightarrow{M_iC}$$

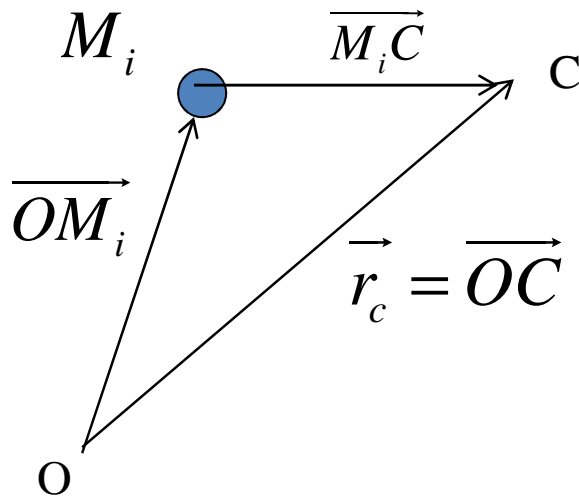
$$\overrightarrow{OC} \sum_i m_i = \sum_i m_i \vec{r}_i + \sum_i m_i \overrightarrow{M_iC}$$

$$\overrightarrow{OC} = \vec{r}_c \quad \sum_i m_i = m$$

$$\boxed{\sum_i m_i \overrightarrow{M_iC} = 0} \quad (4.3)$$

$$\vec{r}_c m = \sum_i m_i \vec{r}_i$$

$$\boxed{\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{r}_i} \quad (4.4)$$



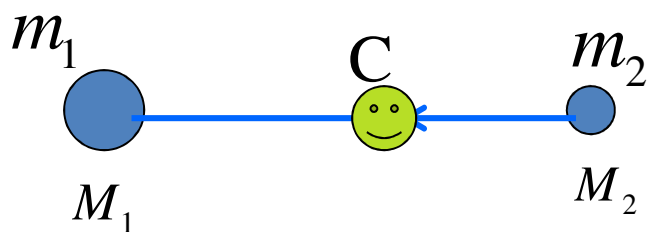
\longrightarrow Tọa độ khối tâm :

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

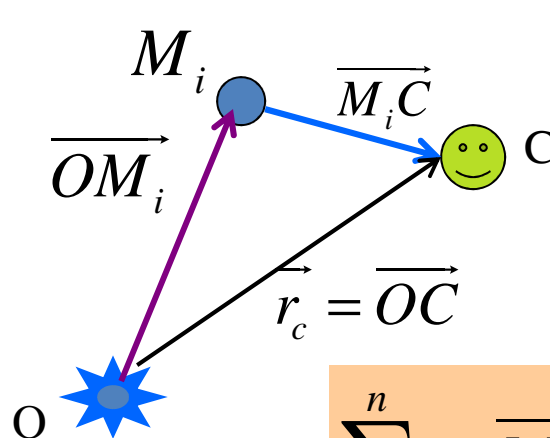
$$x_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i x_i$$

$$y_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i y_i$$

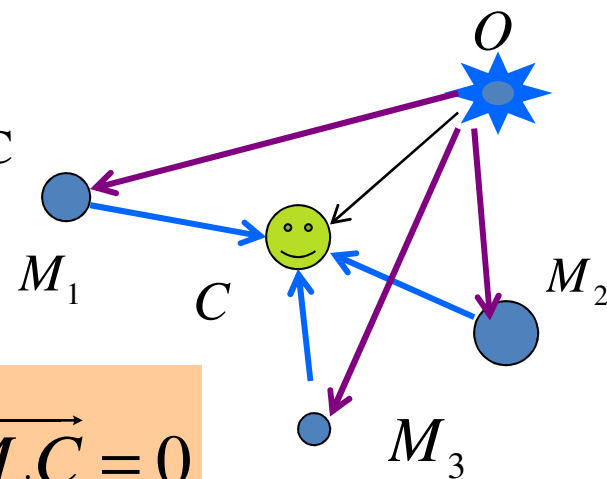
$$z_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i z_i$$



$$m_1 \overrightarrow{M_1 C} + m_2 \overrightarrow{M_2 C} = 0$$



$$\sum_i m_i \overrightarrow{M_i C} = 0$$



Vận tốc của khối tâm

$$\frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \Rightarrow \vec{V}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$



Động lượng của hệ

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \Rightarrow P = \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \vec{V}_C$$

Động lượng của vật rắn bằng tích số của khối lượng của vật rắn và vận tốc khối tâm của vật rắn đó.

Gia tốc của khối tâm

$$\vec{V}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$



$$\frac{d\vec{V}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\vec{F}}{\sum_{i=1}^n m_i}$$



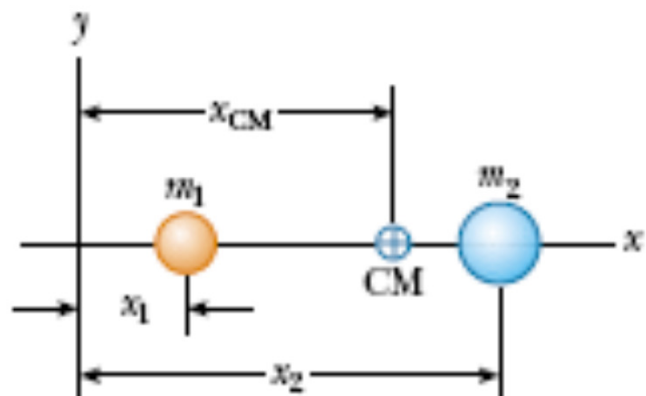
$$\Rightarrow \vec{F} = \left(\sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \vec{a}_C$$



Khối tâm của vật chuyển động như là một chất điểm có khối lượng bằng khối lượng của vật và chịu tác dụng của lực bằng tổng hợp các ngoại lực tác dụng lên vật.



Hãy xác định vị trí khối tâm của hệ hai quả cầu khối lượng m_1 và m_2 .



$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{r}_i$$



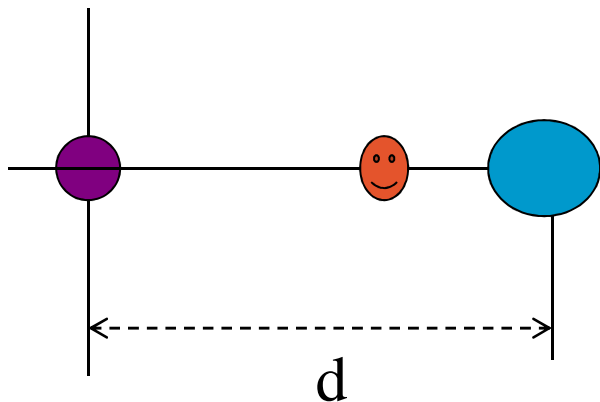
$$r \equiv x$$

$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^2 m_i x_i}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 0; x_2 = d \\ m_2 = 2m_1 \end{array} \right\} \rightarrow x_{CM} = \frac{2}{3}d$$

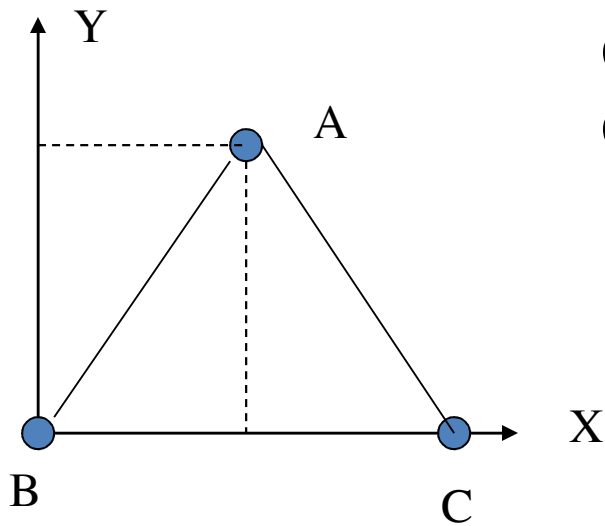


Với hệ hai hạt, khối tâm nằm gần hạt có khối lượng lớn hơn.



* Ví dụ (4.1) :

Ba viên bi khối lượng bằng nhau là m được gắn bởi các thanh cứng nhẹ thành tam giác đều cạnh a . Xác định khối tâm C trong hệ tọa độ Decartes.



Chọn hệ tọa độ như hình vẽ .

Các tọa độ là:

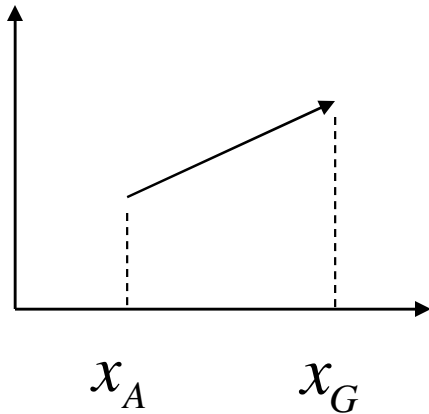
$$x_A = \frac{a}{2} \quad y_A = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$x_B = y_B = 0$$

$$x_C = a; y_C = 0$$

$M_i \rightarrow A, B, C$

$$m.\overrightarrow{AG} + m.\overrightarrow{BG} + m.\overrightarrow{CG} = 0 \longrightarrow \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = 0$$



OX $\hookrightarrow \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = 0$

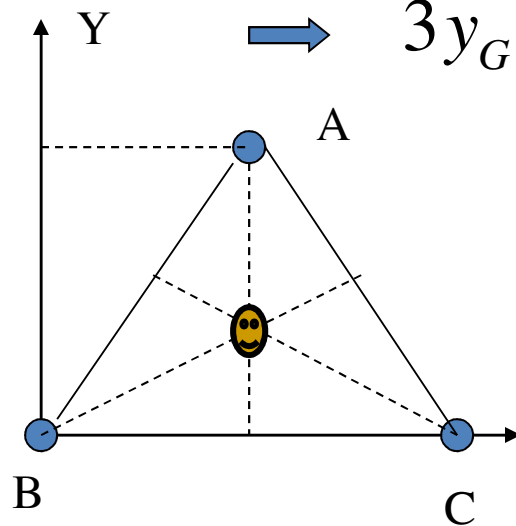
$$(x_G - x_A) + (x_G - x_B) + (x_G - x_C) = 0$$

$$\hookrightarrow 3x_G = x_A + x_B + x_C = \frac{a}{2} + 0 + a = 3\frac{a}{2}$$

$$x_G = \frac{a}{2}$$

OY $\hookrightarrow (y_G - y_A) + (y_G - y_B) + (y_G - y_C) = 0$

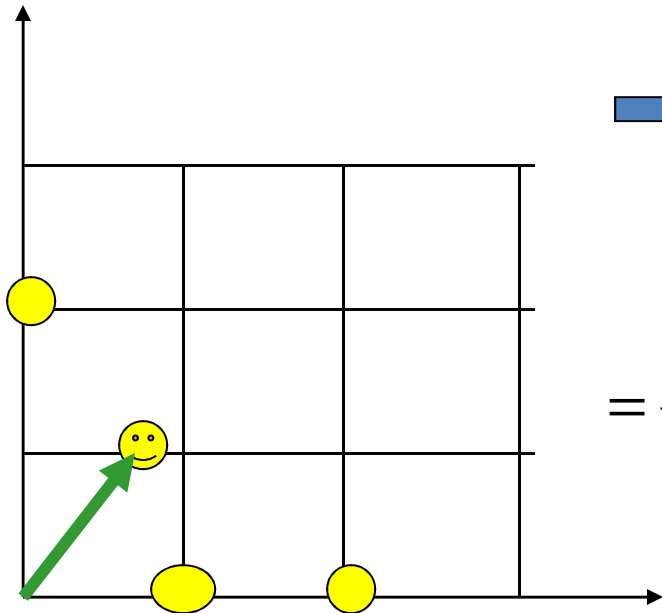
$$\rightarrow 3y_G = y_A + y_B + y_C = a\frac{\sqrt{3}}{2} + 0 + 0$$



$$y_G = \frac{a\sqrt{3}}{6} \longrightarrow$$

$$G\left(\frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$$

* Ví dụ(4.2) Xác định khối tâm của hệ ba quả cầu có khối lượng lần lượt là $m_1 = m_2 = 1,0 \text{ kg}$; $m_3 = 2,0 \text{ kg}$, có tọa độ $m_1(1,0,0)$, $m_2(2,0,0)$, $m_3(0,2,0)$ (met). Xác định khối tâm và biểu diễn theo các vector đơn vị.



$$\Rightarrow x_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = ??$$

$$= \frac{(1,0\text{kg})(1,0\text{m}) + (1,0\text{kg})(2\text{m}) + (2,0\text{kg})(0\text{m})}{1,0\text{kg} + 1,0\text{kg} + 2,0\text{kg}}$$

$$y_C = ??$$

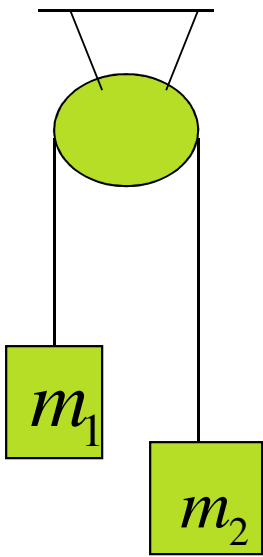
$$= \frac{3,0\text{kg} \cdot \text{m}}{4,0\text{kg}} = 0,75\text{m}$$

$$y_C = \frac{(1,0\text{kg})(0\text{m}) + (1,0\text{kg})(0\text{m}) + (2,0\text{kg})(2,0\text{m})}{4,0\text{kg}} = 1,0\text{m}$$

$$\Rightarrow \vec{r}_C = x_C \vec{i} + y_C \vec{j} = (0,75 \vec{i} + 1,0 \vec{j}) \text{m}$$

*Ví dụ (4.3)
(BT ở nhà):

Hai vật khối lượng m_1 và m_2 nối với nhau bằng sợi dây nhẹ không dẫn, vắt qua ròng rọc treo trên trần nhà. Bỏ qua khối lượng ròng rọc và ma sát. Tính gia tốc của khối tâm G của hệ.



→ Tọa độ khối tâm :

$$\vec{r}_G = \frac{1}{\sum m_i} \cdot \sum_i m_i \vec{r}_i = ? \quad \frac{1}{m_1 + m_2} (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2)$$

Gia tốc khối tâm:

$$\vec{a}_G = \frac{d^2 \vec{r}_G}{dt^2} = ? \quad \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

Dây căng (không dẫn)



Hai vật chuyển động ngược chiều nhau.

$$\vec{a}_1 = -\vec{a}_2$$

$$\vec{a}_G = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 (-\vec{a}_1)}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \vec{a}_1 \quad (*)$$

+ $m_1 > m_2 \longrightarrow m_1$ đi xuống với :

$$a_1 = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} - \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} g$$

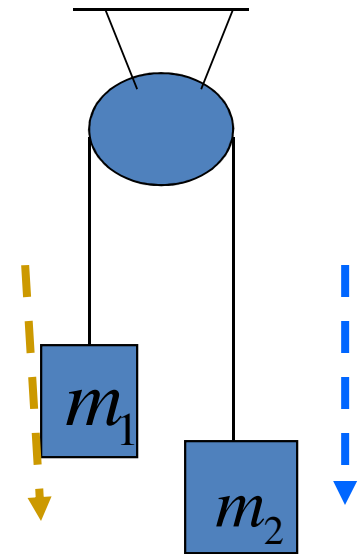
$$\vec{a}_1 \downarrow = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \cdot \vec{g} \xrightarrow{(*)} \vec{a}_G = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot \vec{g}$$

+ $m_1 < m_2 \longrightarrow m_2$ đi xuống với :

$$a_2 = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} - \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} = \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} g$$

$$\vec{a}_2 \downarrow = \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} \cdot \vec{g} \xrightarrow{(*)}$$

$$\vec{a}_G = \frac{(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot \vec{g}$$



KHỐI TÂM CỦA VẬT CÓ KÍCH THƯỚC

Trong thực tế, các vật không phải là các chất điểm, mà chúng có kích thước và chiếm thể tích trong không gian → khối lượng của nó phân bố liên tục.

Phương trình xác định khối tâm của vật có kích thước:



$$\mathbf{r}_C = \frac{1}{M} \int \mathbf{r} dm$$

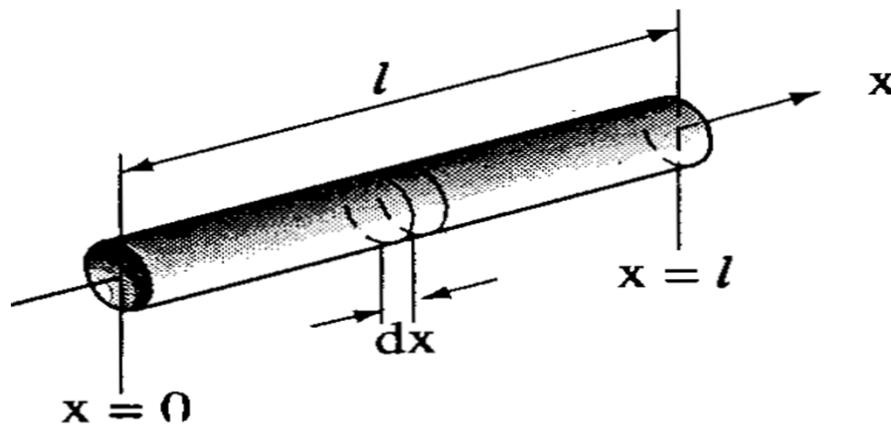


$$x_C = \frac{1}{M} \int x dm \quad y_C = \frac{1}{M} \int y dm \quad z_C = \frac{1}{M} \int z dm$$



$$x_C = \frac{1}{M} \int x \rho dV, \quad y_C = \frac{1}{M} \int y \rho dV, \quad z_C = \frac{1}{M} \int z \rho dV.$$

Ví dụ 3.4: Xác định khối tâm của 1 thanh đồng chất



l : chiều dài của thanh

A : Tiết diện ngang của thanh

M : khối lượng của thanh

$V = l.A$: thể tích của thanh

Khối lượng riêng của thanh

$$\rho = \frac{M}{lA}$$

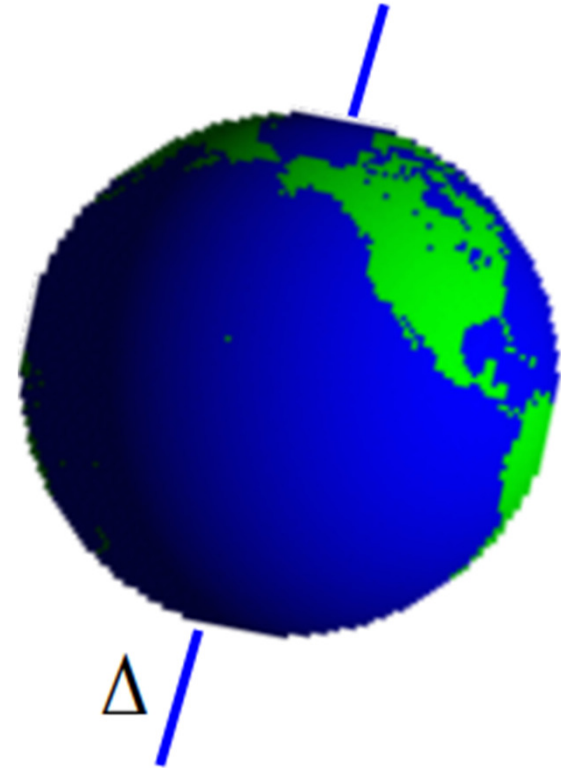
Khi xét 1 phần tử vô cùng bé có đáy $= A$ và độ dày là dx

$$\Rightarrow dV = A dx \quad \Rightarrow x_C = \frac{1}{M} \int_0^l x \left(\frac{M}{lA} \right) A dx = \frac{l}{2}$$

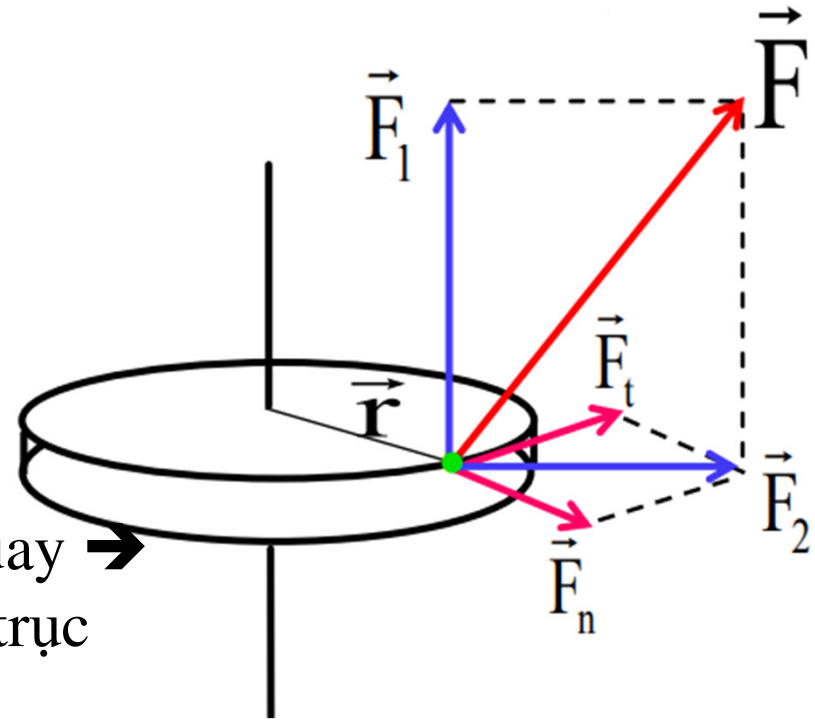



CHUYỂN ĐỘNG QUAY


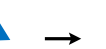

- ❖ Quỹ đạo của các chất điểm là các đường tròn có tâm nằm trên trục quay Δ , mặt phẳng quỹ đạo vuông góc với trục quay.
- ❖ Trong cùng khoảng thời gian mọi điểm cùng quay được góc θ như nhau \rightarrow vận tốc góc và gia tốc góc của các chất điểm tại cùng một thời điểm là như nhau.





Tác dụng một lực bất kỳ lên vật rắn làm vật quay quanh một trục.



\vec{F}_1  Song song trục quay \rightarrow VR trượt dọc theo trục quay

\vec{F}  \vec{F}_2  \vec{F}_n  Phương pháp tuyến quỹ đạo \rightarrow VR có xu hướng rời trục quay

\vec{F}_2  \vec{F}_t  Phương tiếp tuyến QĐ \rightarrow VR quay quanh trục quay



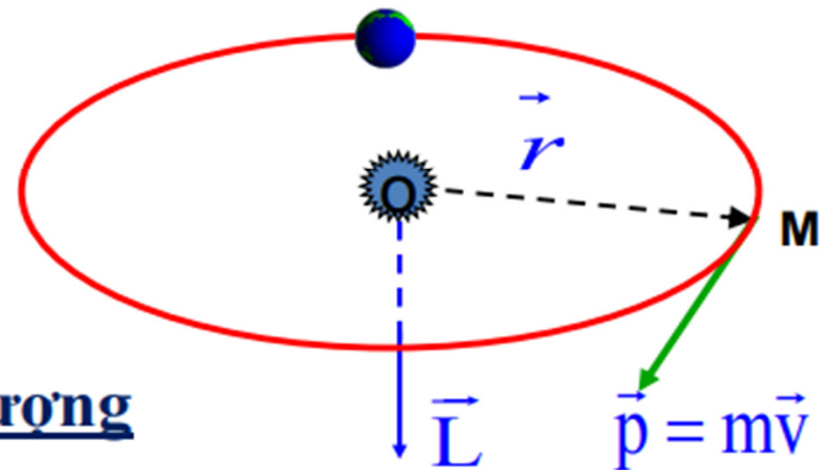
Trong chuyển động quay của vật rắn quanh một trục chỉ có thành phần \vec{F}_t tiếp tuyến với quỹ đạo của điểm đặt mới có tác dụng thực sự

NHẮC LẠI

✦ Mômen động lượng

Mômen động lượng của chất điểm chuyển động so với một điểm:

$$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}} \quad (\text{kgm}^2/\text{s})$$



✦ Định lý về momen động lượng

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} \right) + \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \right) = (\vec{v} \times \vec{p}) + (\vec{r} \times \vec{F})$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M} \quad \text{: mômen của ngoại lực tác dụng lên vật}$$

✦ Định lý về momen động lượng:

“Đạo hàm theo thời gian của momen động lượng của một chất điểm chuyển động bằng tổng momen lực tác dụng lên chất điểm.”

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

✦ Mômen động lượng trong chuyển động tròn:

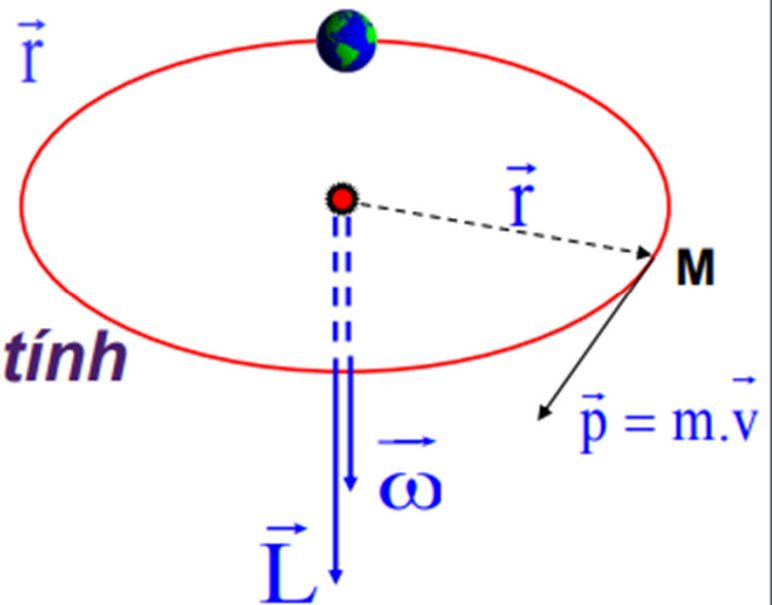
$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = m.\vec{r} \times \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{L} = mr^2\vec{\omega}$$

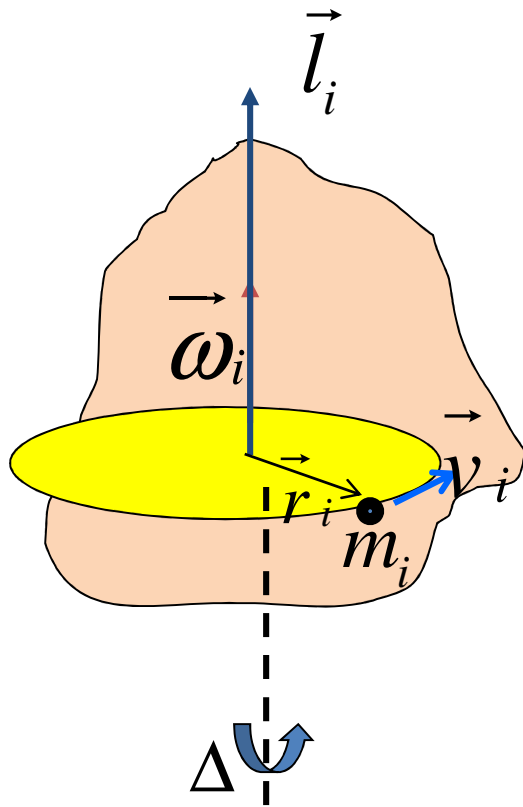
\mathbf{I} : mômen quán tính



$$\vec{L} = I.\vec{\omega}$$



4.2. Phương trình cơ bản của vật rắn quay :



+ Vật rắn đang quay quanh trục Δ .

Xét chất điểm m_i có vận tốc v_i

$$\vec{v}_i = \left[\vec{\omega}_i \cdot \vec{r}_i \right] \longrightarrow \text{Xác định véc tơ } \vec{\omega}_i$$

+ Momen động lượng của chất điểm, theo định nghĩa :

$$\vec{l}_i = \left[\vec{r}_i \cdot \vec{p}_i \right] = \left[\vec{r}_i \cdot m_i \vec{v}_i \right]$$

$\vec{r}_i \perp \vec{v}_i, \vec{p}_i$

$$l_i = m_i r_i v_i = m_i r_i (\omega_i r_i) = m_i \omega_i r_i^2$$

Các chất điểm có cùng vận tốc góc :

$$\omega_i = \omega$$

$$l_i = m_i \omega_i r_i^2 = \omega m_i r_i^2 \quad (4.6)$$

$$l_i = m_i \omega_i r_i^2 = \omega m_i r_i^2$$

→ Momen động lượng của vật rắn quay đối với trục Δ :

$$L = \sum_i l_i = \omega \sum_i m_i r_i^2$$

Đặt $I = \sum m_i r_i^2$: Momen quán tính của vật đối với trục Δ

→ $L = I \omega \rightarrow \vec{L} = I \vec{\omega}$

Trường hợp tổng quát : $\vec{\omega} = \vec{\omega}_{(t)}; \vec{L} = \vec{L}_{(t)}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = I \vec{\beta}$$

Đặt $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ → $\vec{M} = I \vec{\beta} \quad (4.7)$

Phương trình cơ bản của chuyển động quay vật rắn .

$$\vec{M} = I \vec{\beta}$$

$M = r \cdot F$: Mô men lực

I : Momen quán tính

$\beta = a/r$: Gia tốc góc

Lưu ý: Các vật có góc quét như nhau trong cùng thời gian thì có cùng gia tốc góc

r : bán kính quỹ đạo, tính từ trục quay đến giá của lực

* Momen quán tính : 😊 Tại sao gọi như vậy ?

$$I = \sum m_i r_i^2 \xrightarrow[\text{Khối lượng } m]{r \rightarrow \text{Quay}} \text{Momen quán tính}$$

↓
Vật chất
phân bố liên tục
 $m_i \rightarrow dm$

😊 Đơn vị của I trong hệ SI ?

↪ $kg.m^2$

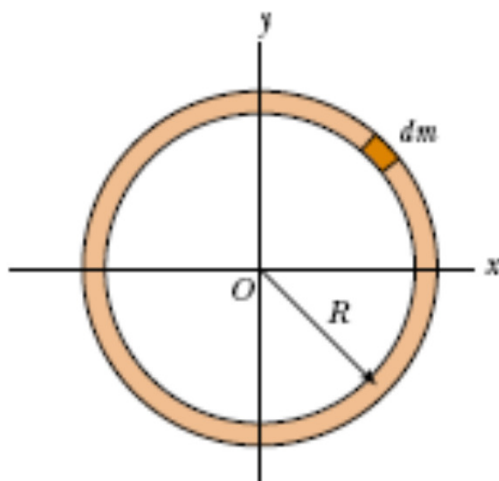
$$I = \int_{vat} r^2 dm \xrightarrow[\rho = \frac{dm}{dV}]{\text{Khối lượng riêng}} I = \int_V \rho r^2 dV \quad (4.9)$$

(4.8)

ρ , r là hàm của các tọa độ (x, y, z)

4.3. Tính momen quán tính của một số vật rắn :

1/ Tính momen quán tính của một **vành tròn đồng chất** khối lượng M , bán kính R , đối với trục vuông góc với mặt phẳng vành, đi qua khối tâm vành.



$$\longrightarrow r = R$$

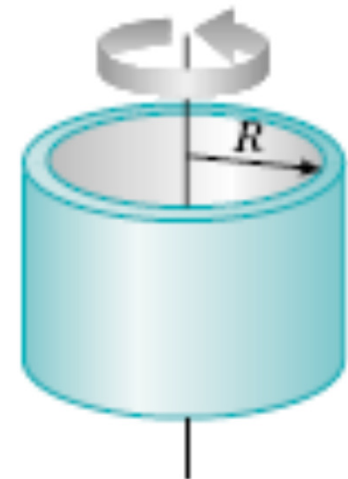
$$I = \int_{\text{vành}} r^2 dm = R^2 \int_{\text{vành}} dm = MR^2$$



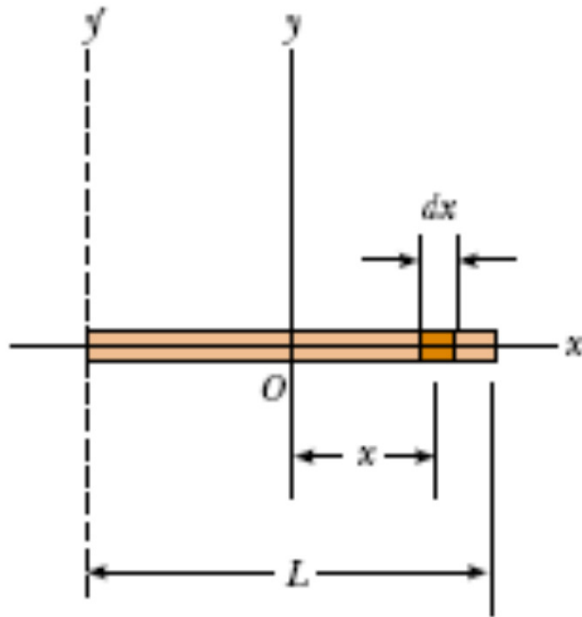
???



Kết quả không phụ thuộc bề dày của vành tròn
 \Rightarrow Cũng đúng đối với ống trụ bán kính R



2/ Momen quán tính của một thanh đồng chất dài L , khối lượng M , đối với trục quay vuông góc với thanh, đi qua khối tâm.



$$\Rightarrow dm = \lambda dx = \frac{M}{L} dx$$

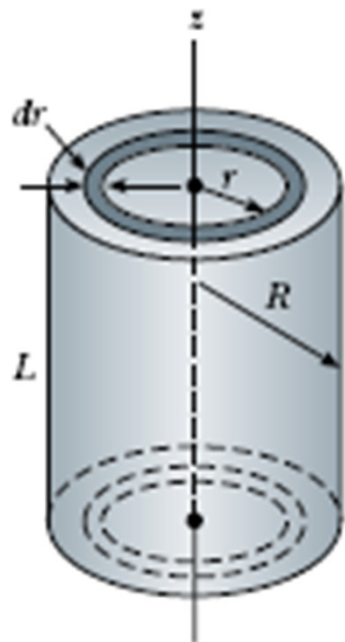
$$r = x$$

$$I_y = \int r^2 dm = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2 \frac{M}{L} dx = ?$$

$$= \frac{M}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2 dx = \frac{M}{L} \left[\frac{x^3}{3} \right] = ?$$

$$I_y = \frac{1}{12} ML^2$$

3/ Tính momen quán tính của **hình trụ đặc** bán kính R , khối lượng M , dài L , qua trục z qua khối tâm hình trụ.



→ Xét hình trụ có bán kính, dày và chiều dài lần lượt là r, dr, L

$$dV = dS.L = (2\pi r dr) L$$

Khối lượng riêng ρ

$$\hookrightarrow dm = \rho dV = \rho 2\pi r.L dr$$

$$I_z = \int r^2 dm = 2\pi r \rho L \int_0^R r^3 dr = ? = \frac{1}{2} \pi \rho L R^4$$

$$V = \pi R^2 L \longrightarrow \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi R^2 L}$$



Nhận xét gì ?

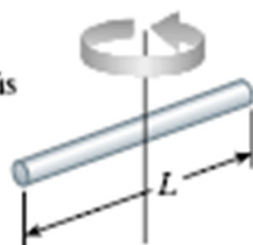


Kết quả không phụ thuộc chiều dài hình trụ
 \Rightarrow Cũng đúng đối với một đĩa bán kính R , khối lượng M

$$I_z = \frac{1}{2} MR^2$$

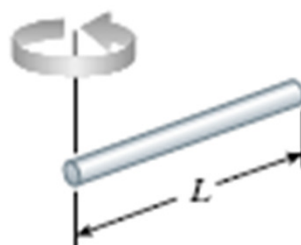
Long thin rod
with rotation axis
through center

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{12} ML^2$$



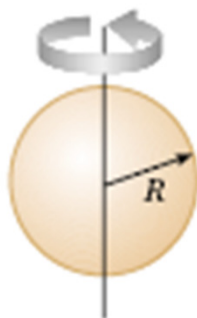
Long thin
rod with
rotation axis
through end

$$I = \frac{1}{3} ML^2$$



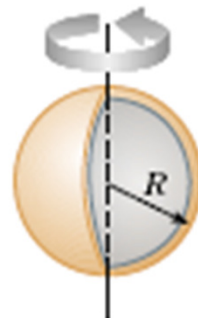
Solid sphere

$$I_{\text{CM}} = \frac{2}{5} MR^2$$



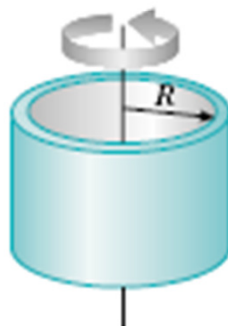
Thin spherical
shell

$$I_{\text{CM}} = \frac{2}{3} MR^2$$



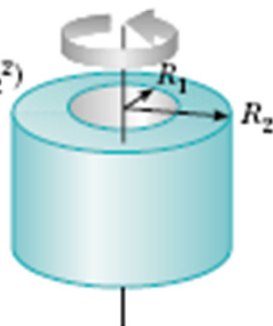
Hoop or
cylindrical shell

$$I_{\text{CM}} = MR^2$$



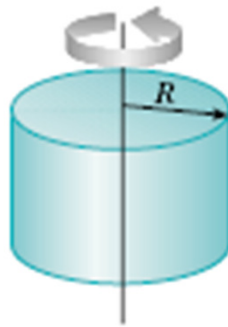
Hollow cylinder

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$$



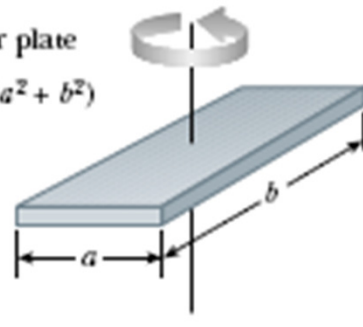
Solid cylinder
or disk

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{2} MR^2$$



Rectangular plate

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$



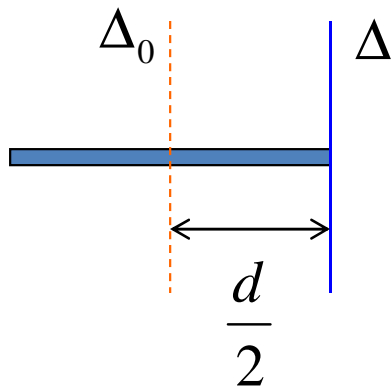
Định lý Steiner :

Momen quán tính của vật đối với trục Δ bất kỳ :

$$I_{\Delta} = I_C + md^2$$

I_C Momen quán tính của vật đối với trục song song với trục Δ , đi qua khối tâm vật.

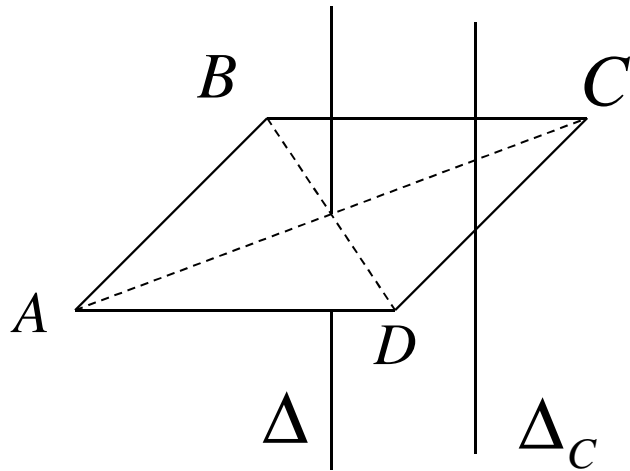
d Khoảng cách giữa hai trục



$$I_{\Delta} = \frac{1}{12}mL^2 + \frac{1}{4}mL^2 = \frac{1}{3}mL^2$$

Ví dụ (3.5):

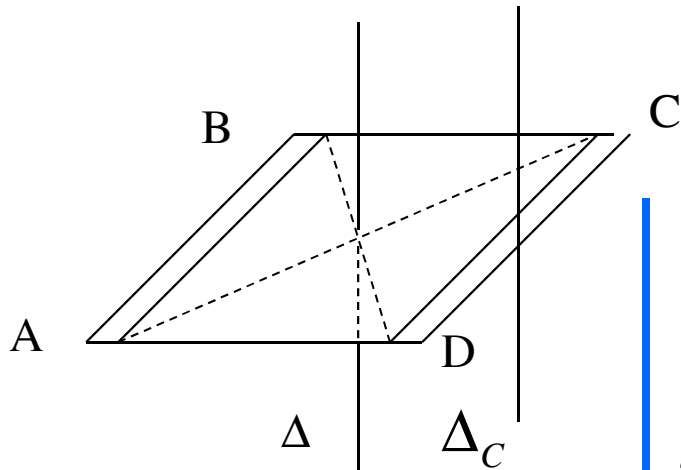
Tính momen quán tính của một khung hình vuông đồng chất tiết diện đều, khối lượng m , cạnh a , đối với một trục thẳng góc với mặt phẳng khung, đi qua tâm khung.



Mỗi cạnh có khối lượng ($m/4$)

$$\curvearrowright I_{CD}^{\Delta_C} = \frac{1}{12} \left(\frac{m}{4} \right) a^2$$

$$I_{ABCD}^{\Delta} = 4 \left[I_{CD}^{\Delta_C} + \frac{m}{4} \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] = \frac{1}{3} ma^2$$

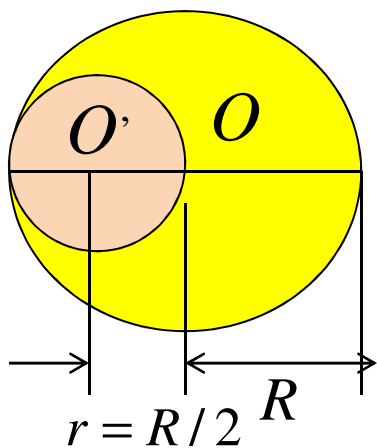


??

** Xác định momen quán tính đối với trục Δ của tổ hợp gồm 2 thanh AB, CD khối lượng bằng nhau bằng m , độ dài mỗi thanh là d , được gắn thành hình vuông bởi hai thanh cứng rất mảnh. Trục Δ đi qua tâm O và vuông góc với hình vuông.*

Ví dụ (3.6) : Một đĩa đồng nhất bán kính R có một lỗ thủng hình tròn bán kính $r=R/2$ như hình vẽ. Khối lượng phần còn lại là m . Tìm momen quán tính của đĩa đối với trục qua tâm.

(BT ở nhà)



M : Khối lượng của nguyên đĩa (O)

m' : Khối lượng của phần bị khoét bỏ (O')

$$\frac{M}{m'} = \frac{R^2}{r^2} = \frac{R^2}{R^2/4} = 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} m' + m = M \\ M = \frac{4m}{3} \quad m' = \frac{m}{3} \end{array} \right.$$

I, I_1, I_2 : Momen quán tính đĩa nguyên (M), phần đĩa bị khoét (m', r), phần còn lại ($M-m'$) đối với trục qua O .

$$I = \frac{MR^2}{2} = \frac{\left(\frac{4}{3}m\right)R^2}{2} = \frac{2}{3}mR^2$$

$$I_1 = \frac{3}{2}m'r^2 = \frac{3}{2}\left(\frac{m}{3}\right)\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}mR^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I = I_1 + I_2 \\ I_2 = I - I_1 \end{array} \right.$$

$$I_2 = I - I_1 = \frac{2}{3}mR^2 - \frac{1}{8}mR^2 = \frac{13}{24}mR^2$$

Ví dụ (3.7):.

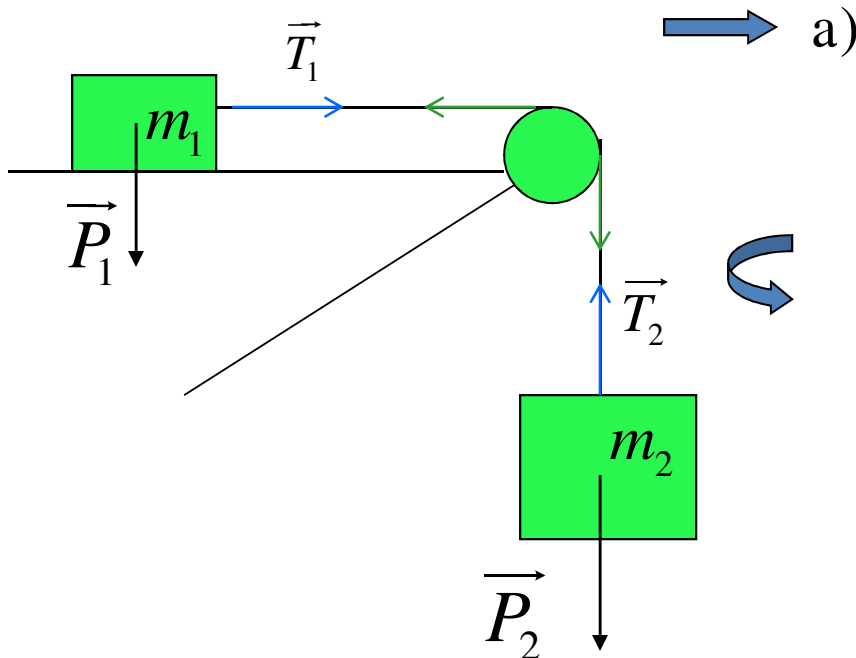
Cho hệ cơ như hình vẽ. Hai vật có khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một sợi dây có khối lượng không đáng kể vắt qua một ròng rọc là một đĩa tròn đặc có khối lượng m và bán kính R .

Bỏ qua mọi ma sát. Tính :

Khối lượng của m_2 và lực căng của hai dây.

Cho biết :

$$m_1 = 2\text{kg}; m = 1\text{kg}; a = 5\text{m/s}^2 \quad g = 10\text{m/s}^2; R = 10\text{cm}$$



$$T_1 = m_1 a$$

$$P_2 - T_2 = m_2 a$$

$$R(T_2 - T_1) = I\beta \rightarrow (T_2 - T_1) = \frac{Ia}{R^2}$$

$(a = R\beta)$
↓

$$P_2 = m_2 g = \left(m_1 + m_2 + \frac{m}{2} \right) a$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}} \longrightarrow m_2 = \frac{a \left(m_1 + \frac{m}{2} \right)}{(g - a)} = ? \quad 2,5kg$$

$$m_2 = 2,5kg$$

$$T_1 = 10N$$

$$T_2 = 12,5N$$

Ví dụ (3.7)
(BT ở nhà):

Một đĩa mài có momen quán tính $1,2 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$.được gắn vào một cái khoan điện,khoan này cho nó một momen quay 16 N.m.Tìm :
a/ Vận tốc góc và b/ momen động lượng của đĩa sau khi động cơ khởi động 33 ms.

→ Phương trình cơ bản của chuyển động quay :

$$\beta = \frac{M}{I} = \frac{16}{1,2 \cdot 10^{-3}} = 1,33 \cdot 10^4 \text{ rad} / \text{s}^2$$

Vận tốc góc:

$$\omega = \beta t + \omega_0 = \beta t \quad \text{Quay từ nghỉ : } \omega_0 = 0$$
$$\omega = 1,33 \cdot 10^4 t$$

a/ Vận tốc góc của đĩa lúc $t = 33 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

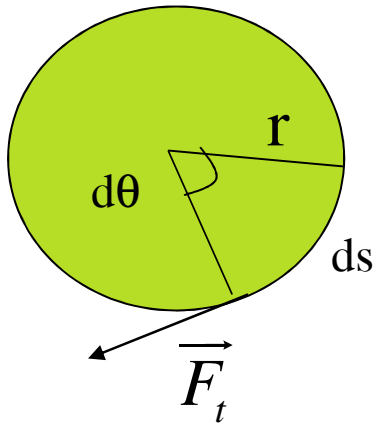
$$\omega = 1,33 \cdot 10^4 \cdot 33 \cdot 10^{-3} = 440 \text{ rad} / \text{s}$$

b/ Momen động lượng lúc đó là :

$$L = I \omega = 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 440 = 0,528 \text{ (kgm}^2 / \text{s)}$$

3.4 . Cơ năng của vật rắn – Bảo toàn cơ năng_

Xét vật rắn quay quanh trục cố định Δ , lực tiếp tuyến \vec{F}_t nằm trong mặt phẳng quỹ đạo .



Công vi phân của lực tiếp tuyến là:

$$dA = F_t \cdot ds = r \cdot F_t \cdot d\theta$$

$$\vec{r} \perp \vec{F}_t \quad ds = r d\theta$$

$$M = r \cdot F_t$$

$$dA = M \cdot d\theta \longrightarrow A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M \cdot d\theta \quad (1.10)$$

Với chuyển động của chất điểm :

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}$$

$$P = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$P = \frac{dA}{dt} = M \frac{d\theta}{dt} = M \cdot \omega$$

$$\vec{M} \quad \square \quad \square \quad \vec{\omega}$$

$$P = \vec{M} \cdot \vec{\omega} \quad (1.11)$$

Động năng của vật quay :

$$dA = M . d\theta$$

$$M = I\beta \quad \omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \beta = \frac{d\omega}{dt}$$

$$dA = I\beta . d\theta = I \frac{d\omega}{dt} . d\theta = I d\omega \frac{d\theta}{dt} = I \omega d\omega$$

Nếu : $I = \text{const}$

$$dA = d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow A = \int_0^A dA = \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right) = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2}$$

$$A = \Delta W_d$$

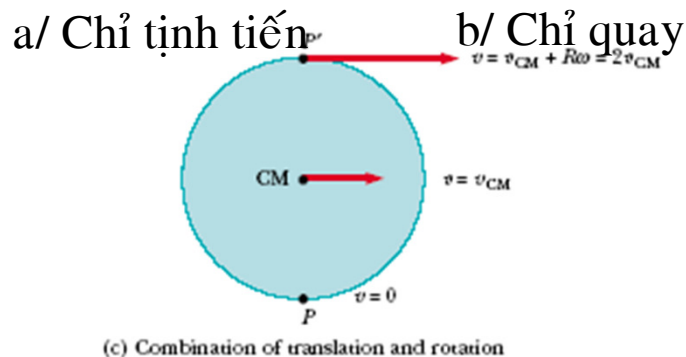
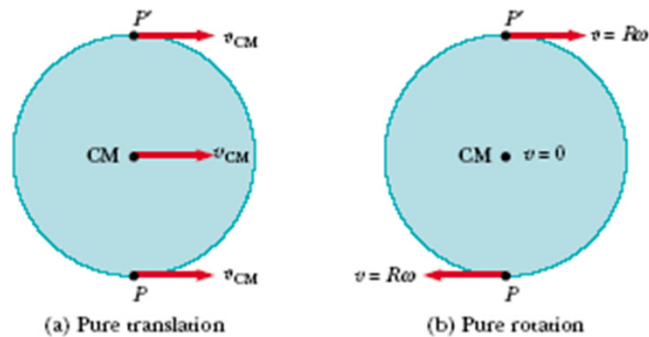
$$W_{dq} = \frac{I\omega^2}{2}$$

Nếu vừa quay vừa tịnh tiến \rightarrow **Động năng toàn phần :**

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Chuyển động của trục lăn gồm hai thành phần :

Tịnh tiến và Quay



c/ Vừa tịnh tiến vừa quay

Vận tốc dài tại đỉnh :

$$v_{CM} + R\omega = v_{CM} + v_{CM} = 2v_{CM}$$

Động năng toàn phần của vật đang lăn :

$$W_d = \frac{1}{2} I_P \omega^2$$

Đ/l Steiner : $\rightarrow I_P = I_{CM} + MR^2$

$$\rightarrow W_d = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} MR^2 \omega^2$$

$$v_{CM} = R\omega \quad ??$$

$$W_d = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

Động năng tịnh tiến

Động năng quay

* Chuyển động song phẳng (Chuyển động phẳng) :

Trong chuyển động , mỗi điểm của vật rắn đều di chuyển trong mặt phẳng cố định, và những mặt phẳng này song song nhau.(Ví dụ :Khối hình trụ lăn không trượt trên mặt phẳng)

→ Chuyển động song phẳng của vật rắn bao gồm :

Chuyển động tịnh tiến
của khối tâm

$$\vec{F} = m\vec{a}_C$$

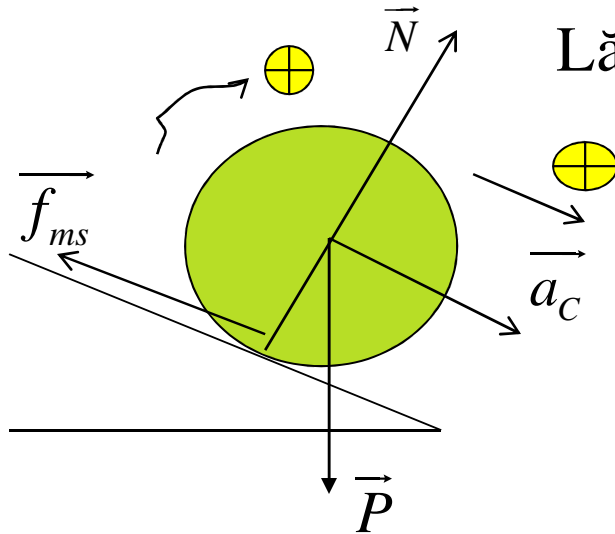
Phương trình động lực học trong
chuyển động song phẳng

Chuyển động quay của vật
rắn quanh trục cố định

$$\vec{M} = I_C \vec{\beta}$$

Ví dụ (3.4)(BT ở nhà):

Một hình trụ lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng góc θ với phương ngang. Momen quán tính hình trụ đối với trục quay qua khối tâm C là I_C . Viết các phương trình động lực học cho hình trụ.



$$\left. \begin{array}{l} \text{Lăn không trượt} \longrightarrow a_C = R\beta \\ \text{Trụ đặc} \longrightarrow I_C = \frac{mR^2}{2} \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} m\vec{a}_C = \vec{N} + \vec{P} + \vec{f}_{ms} \\ \vec{M} = I_C \vec{\beta} = \vec{R} \times \vec{f}_{ms} \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} ma_C = mg \sin \theta - f_{ms} \\ I_C \beta = Rf_{ms} \end{array} \right\} \quad (3)$$

* Cơ năng vật rắn trong chuyển động song phẳng trong trọng trường – Bảo toàn cơ năng:

$$E = K + U = ? = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_c \omega^2}{2} + mgh_c$$

Tổng công thực hiện để đưa vật rắn từ vị trí (1) đến vị trí (2) :

$$A_{12} = A_{12(the)} + A_{12(phithe)}$$

$$\downarrow$$

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2 + A_{12(phithe)}$$

$$\left(K_2 + U_2 \right) - \left(K_1 + U_1 \right) = A_{12(phithe)}$$

$$E_2 - E_1 = A_{12(phithe)}$$

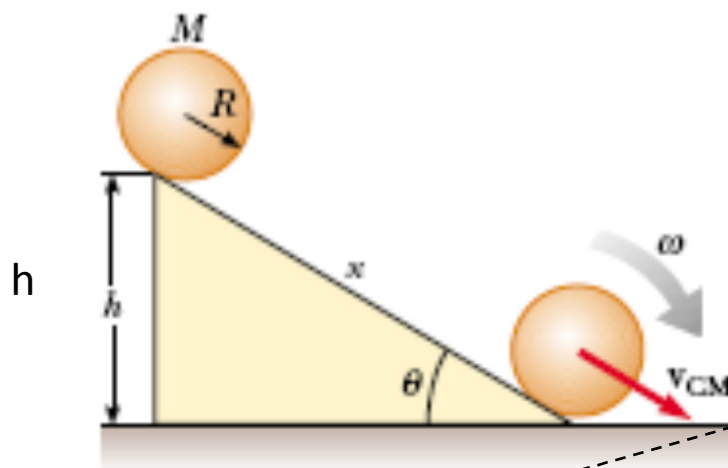
$$\sum \vec{F}_{phithe} = 0 \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \longrightarrow \end{array} A_{12(phithe)} = 0$$

$$E_2 = E_1 \implies \boxed{E = \text{const}}$$

Ví dụ (3.5):

Hình trụ đồng nhất bán kính R , khối lượng m lăn không trượt trên mặt phẳng nghiêng góc α với phương nằm ngang, độ cao ban đầu là h ($h \gg R$). Ban đầu hình trụ đứng yên. Xác định vận tốc khối tâm và vận tốc góc của vật ở cuối mặt phẳng nghiêng.

$$I_C = \frac{1}{2} m R^2$$



$$V_C = R\omega$$

$$\omega = \frac{V_C}{R}$$

$$K_{(h)} = 0; U_{(h)} = mgh \quad K_{(0)} = \frac{mV_C^2}{2} + \frac{I_C\omega^2}{2}; U_{(0)} = 0$$

Bảo toàn cơ năng

$$E_{(h)} = mgh = E_{(0)} = \frac{mV_C^2}{2} + \frac{I_C\omega^2}{2}$$



$$\frac{3}{4} m V_C^2 = mgh \quad \Rightarrow$$

$$V_C = 2\sqrt{\frac{gh}{3}}$$

$$\omega = \frac{V_C}{R} = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{gh}{3}}$$

3.5. Bảo toàn momen động lượng của vật rắn quay

$$L = I\omega \rightarrow \vec{L} = I\vec{\omega}$$

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_{(t)}; \vec{L} = \vec{L}_{(t)}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}_{ng}]$$

$$\text{Hệ cô lập} \quad \text{---} \rightarrow \vec{F}_{ng} = 0 (\rightarrow \vec{M} = 0)$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \longrightarrow \quad \vec{L} = \text{const}$$



?? Nếu vẫn có tác dụng của ngoại lực, thì có trường hợp nào bảo toàn momen động lượng không ?

* Thí nghiệm ghế Giucovski



Hệ cô lập gồm 2 “vật quay” :

$$\begin{cases} \text{Bánh xe : } I_1 ; \\ \text{Người + Ghế : } I_2 ; \vec{\omega}_2 \end{cases}$$

+ Thời điểm đầu tiên hệ đứng yên : $\vec{L}_0 = 0$

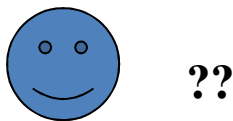
+ Bánh xe quay : $\vec{\omega}_1 \neq 0$

$$\vec{L}_{he} = I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 = \text{const}$$

$$\vec{L}_{he} = I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 = \vec{L}_0 = 0$$

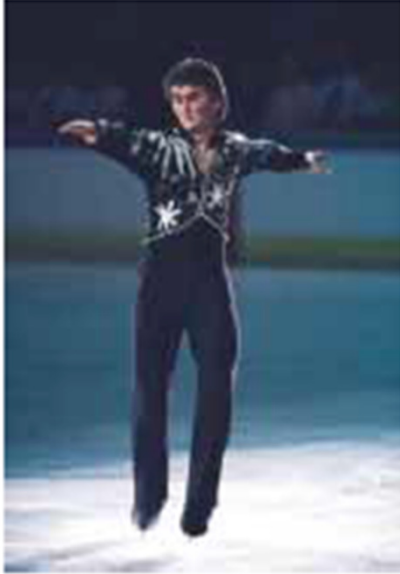
$$I_2 \vec{\omega}_2 = -I_1 \vec{\omega}_1 \longrightarrow$$

$$\vec{\omega}_2 = -\frac{I_1}{I_2} \vec{\omega}_1$$



Người cho bánh xe quay: $\vec{\omega}_1$

→ Ghế quay ngược chiều với vận tốc góc $\vec{\omega}_2$



Vũ công thay đổi tốc độ quay

Ngọai lực tác dụng lên vũ công là trọng lực.

Trọng lực song song với trục quay .

$$\longrightarrow \vec{M} = 0 \longrightarrow \vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}$$

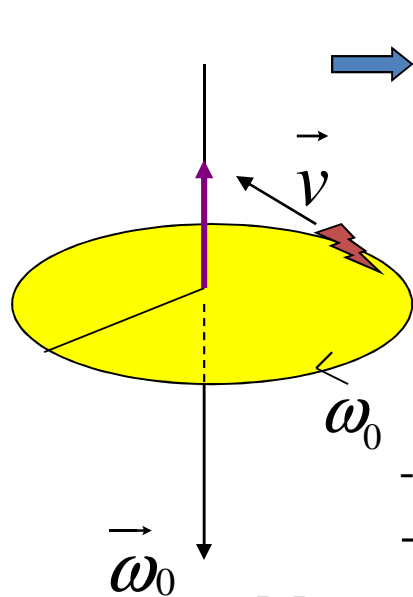
+ Vũ công dang thẳng tay :

$$R_i \uparrow \Rightarrow I \uparrow \Rightarrow \omega \downarrow$$



Ví dụ (3.6) [\[Làm ở nhà\]](#)

- ⋮ Một con gián khối lượng m bò ngược chiều kim đồng hồ theo mép một cái khay nhiều ô (một đĩa tròn lắp trên một trục thẳng đứng), bán kính R , momen quán tính I , với ổ trục không ma sát. Vận tốc của gián đối với trái đất là v , còn khay quay theo chiều kim đồng hồ với vận tốc góc ω_0 , con gián tìm được một mẩu vụn bánh mỳ ở mép khay và tất nhiên, nó dừng lại.
- a/ Sau khi gián dừng lại, vận tốc cái khay là bao nhiêu ?
- b/ Cơ năng có được bảo toàn không ?



Ngoại lực ở đây chỉ là trọng lực theo phương trục quay. Theo phương vuông góc với trục quay không có ngoại lực \rightarrow Momen quay $M = 0 \Rightarrow L (\text{hệ}) = \text{const}$

a/

- Vận tốc gián là $v \rightarrow$ Vận tốc góc của gián đ/v trái đất :

$$\left. \begin{aligned} \omega_g &= \frac{v}{R} \\ I_g &= mR^2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

- Kh/l gián là m , cách trục đĩa là R

\rightarrow Momen quán tính của gián đ/v trục quay là :

- Momen động lượng của hệ khi gián đang bò là :

$$(1) \longrightarrow L = I_g \omega_g + (-I \omega_0) = mR^2 \frac{v}{R} - I \omega_0 = mRv - I \omega_0 \quad (2)$$

- Momen động lượng của hệ khi gián dừng lại :

$$L' = (I + I_g) \omega = (I + mR^2) \omega \quad (3)$$

-Bảo toàn momen động lượng : $L' = L$

$$L' = (I + mR^2) \omega = L = mRv - I\omega_0 \xrightarrow{\omega=?} \omega = \frac{mRv - I\omega_0}{I + mR^2} \quad (4)$$

?? ↓

Nếu ω cùng dấu với ω_0 thì hệ quay cùng chiều ban đầu của đĩa (theo chiều kim đồng hồ).

b / Cơ năng hệ có bảo toàn không ? : $\xrightarrow{U=0}$ Xét $\Delta K = 0$ hay $\neq 0$?

Động năng hệ khi gián đang bò : $K_1 = k_g + K_d = ? \longrightarrow = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega_0$

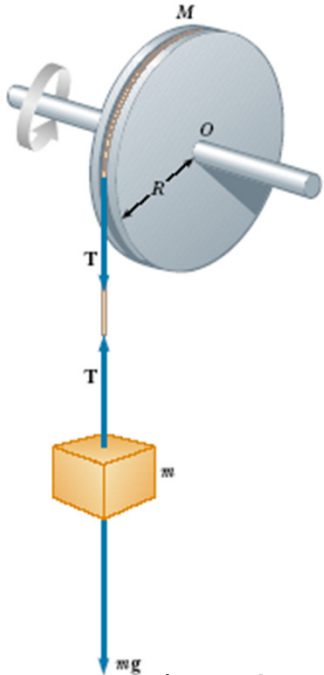
Khi gián dừng lại : $K_2 = ? = \frac{1}{2}(I + I_g)\omega^2 \longrightarrow = \frac{1}{2}(I + mR^2) \left[\frac{mRv - I\omega_0}{I + mR^2} \right]^2$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = -\frac{mI(v + R\omega_0)^2}{2(I + mR^2)} < 0$$

$$K_2 < K_1 \quad \longrightarrow$$

Cơ năng (động năng) hệ bị giảm .

Ví dụ (3.7): Một ròng rọc khối lượng M , bán kính R gắn vào một trục nằm ngang không ma sát. Đầu kia của dây gắn với một vật khối lượng m . Hãy tính: a/ Gia tốc rơi của vật treo. b/ Sức căng của dây. c/ Vận tốc của vật khi nó rơi được một đoạn đường s .



→ + Hệ : - Ròng rọc → chuyển động quay.

- Vật treo → chuyển động tịnh tiến.

+ Chuyển động của vật và của một điểm trên bề mặt ròng rọc có cùng gia tốc.

$$a = \beta \cdot R \quad (\beta : \text{Gia tốc góc của ròng rọc}).$$

$$\vec{T}' = \vec{T} \quad \vec{T} : \text{đặt vào điểm trên mặt ròng rọc.}$$

a/ Gia tốc rơi của vật :

+ Xét vật : $mg - T = ma = mg - T' \quad (1)$

+ Xét ròng rọc : $\vec{M} = I \vec{\beta} \quad \vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{T}] \xrightarrow{?? \vec{R} \perp \vec{T}} M = RT = I \beta$

$$\beta = \frac{a}{R} \rightarrow ??$$

$$Ia = TR^2 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} mg - T = ma = mg - T, \quad (1) \\ Ia = TR^2 \quad (2) \end{array} \right\} \longrightarrow a = \frac{mg}{m + \frac{I}{R^2}}$$

$I = \frac{1}{2}MR^2$

b/ Sức căng :

$$T = m(g - a)$$

$$a = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}} = \frac{2mg}{2m + M}$$

c/ Vận tốc vật khi rơi được đoạn đường s :

$$\left. \begin{array}{l} (s - s_o) = v_o t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_t - v_o = at \end{array} \right\} \longrightarrow v_t^2 - v_o^2 = 2a(s - s_o)$$

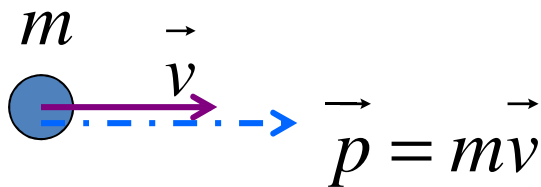
$$\begin{array}{l} v_o = 0 \\ s_o = 0 \end{array}$$

$$v_t = \sqrt{2as}$$

CÁC HỆ THỨC TƯƠNG ĐƯƠNG GIỮA CHUYỂN ĐỘNG TỊNH TIẾN VÀ CHUYỂN ĐỘNG QUAY

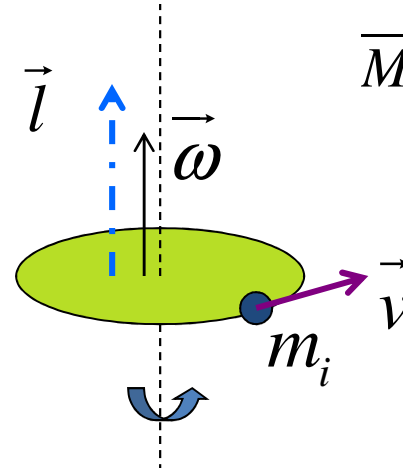
Chuyển động tịnh tiến

$$\begin{array}{ccc}
 m & & \\
 \vec{v} & \vec{a} & \\
 \vec{F} & &
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \rightarrow \\
 \rightarrow \\
 \rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \vec{F} = m\vec{a} \\
 \vec{p} = m\vec{v} \\
 \vec{P} = \sum \vec{p}_i \\
 d\vec{P} = \vec{F}dt \\
 \vec{F} = \text{const} \downarrow \\
 \vec{P} = \text{const}
 \end{array}$$



Chuyển động quay

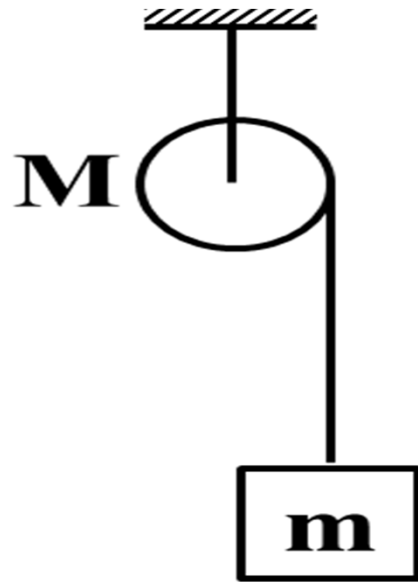
$$\begin{array}{ccc}
 I_{\text{vat}} = \sum m_i r_i^2 & & \\
 \vec{\omega} & \vec{\beta} & \\
 \vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}] & &
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \rightarrow \\
 \rightarrow \\
 \rightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \vec{M} = I\vec{\beta} \\
 \vec{l} = [\vec{r} \cdot \vec{p}] \\
 \vec{L} = \sum \vec{l}_i \\
 d\vec{L} = \vec{M}dt \\
 \vec{M} = \text{const} \downarrow \\
 \vec{L} = \text{const}
 \end{array}$$



Bảng 8-1. Sự tương tự giữa chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay

<p>Vận tốc dài không đổi</p> $x = x_0 + v_x t$	<p>Vận tốc góc không đổi</p> $\theta = \theta_0 + \omega_z t$
<p>Gia tốc dài không đổi</p> $v_x = v_{x0} + a_x t$	<p>Gia tốc góc không đổi</p> $\omega_z = \omega_{z0} + \alpha_z t$
$x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_{z0} t + \frac{1}{2} \alpha_z t^2$
$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0)$	$\omega_z^2 = \omega_{z0}^2 + 2\alpha_z(\theta - \theta_0)$

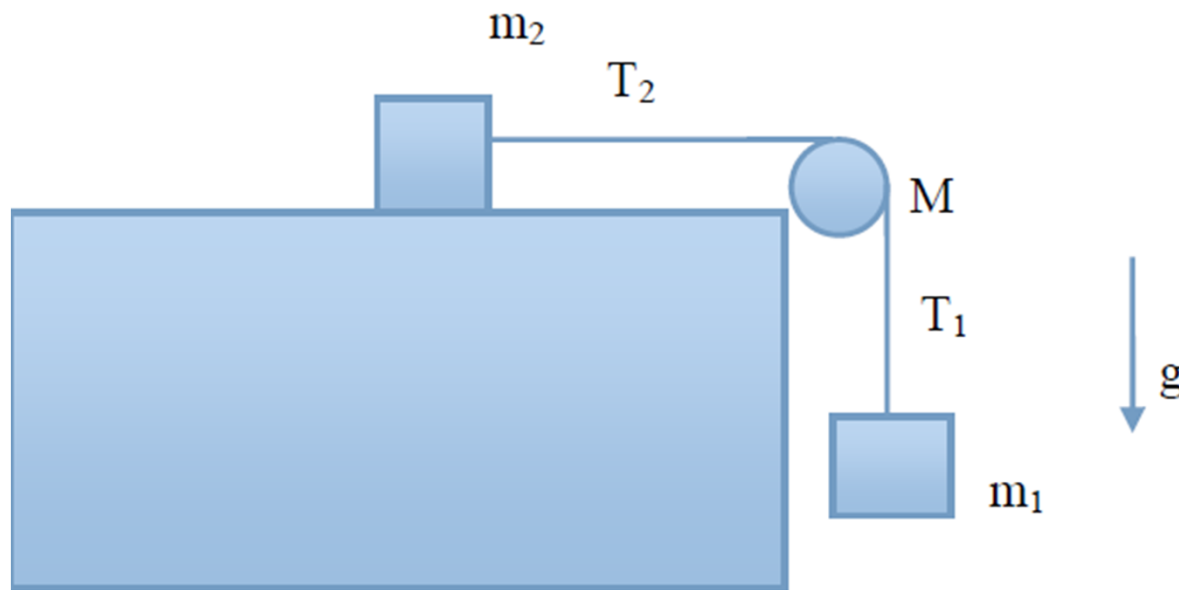
Một ròng rọc có dạng đĩa tròn, khối lượng $M = 1\text{kg}$. Trên ròng rọc có quấn một sợi dây một đầu treo một vật nặng khối lượng $m = 1,5\text{ kg}$. Hãy tính gia tốc rơi của vật nặng, sức căng dây và động năng của hệ ở thời điểm $t = 4\text{s}$.



Cho hai vật m_1 , m_2 mắc bởi sợi dây nhẹ không co giãn qua ròng rọc M như hình vẽ trên. Ròng rọc có dạng đĩa đồng nhất. Bỏ qua ma sát trượt giữa m_2 với mặt phẳng ngang. Cho $m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$, $M = 2 \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Tính:

A. Gia tốc của m_1 .

B. Sức căng dây T_1 , T_2 .

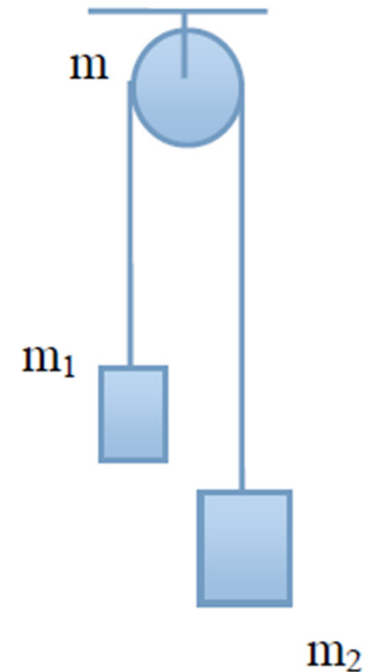


Hai vật có khối lượng $m_1=2\text{kg}$ và $m_2=1\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc (khối lượng ròng rọc $m=1\text{kg}$). Ròng rọc có dạng đĩa tròn. Ma sát giữa dây và ròng rọc không đáng kể.

A) Tính gia tốc của hệ và các lực căng dây.

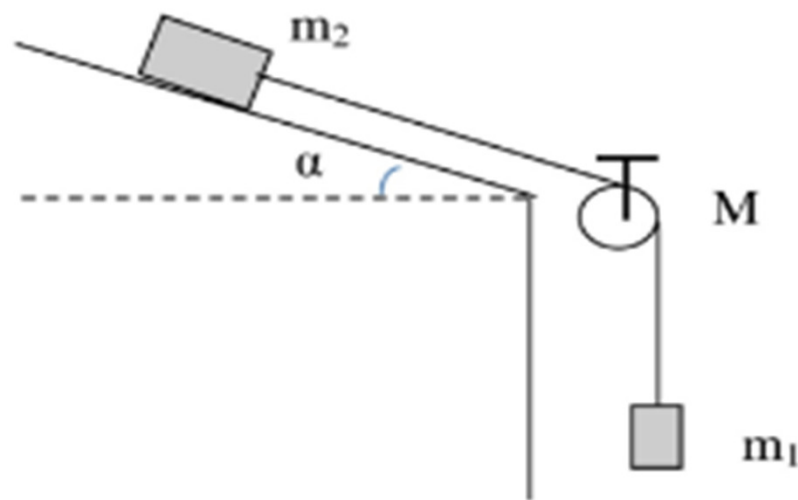
B) Ban đầu vật m_1 cách mặt đất 2m , sau bao lâu thì vật m_1 chạm đất.

(Nếu ban đầu hệ ở trạng thái đứng yên).



Cho một cơ hệ như h.vẽ. Hai vật có khối lượng lần lượt là $m_1=0,5 \text{ kg}$ và $m_2=1\text{kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây không khối lượng, không co giãn và được vắt qua ròng rọc. Hệ số ma sát trượt của m_2 với mặt phẳng nghiêng là $k=0,2$, góc hợp mặt phẳng nghiêng và phương ngang là $\alpha= 30^0$. Ròng rọc là một đĩa tròn đặc đồng chất có khối lượng là $M=1\text{kg}$.

a/ Tính gia tốc chuyển động của các vật m_1 và m_2 .
 b/ Lực căng dây T_1 và T_2 trên các đoạn dây.
 c/Tính công trọng lực của của vật m_2 sau 2s kể từ lúc bắt đầu chuyển động.



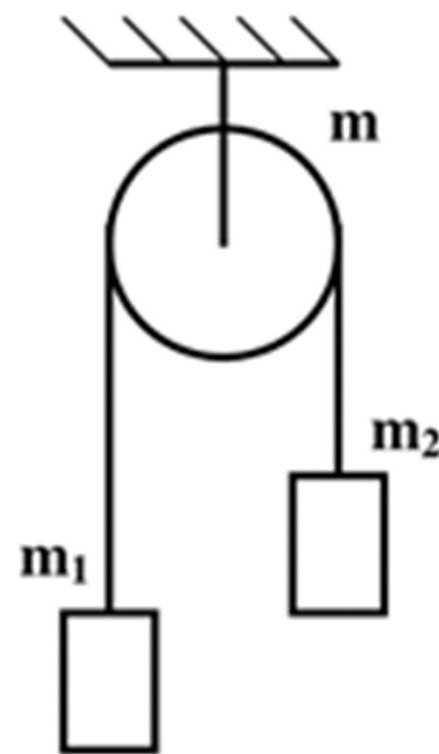
$$\begin{aligned}
A_P &= W_{t1} - W_{t2} = m_2 g h_1 - m_2 g h_2 \\
&= m_2 g (s_1 \cdot \sin \alpha - s \cdot \sin \alpha) \\
&= m_2 g s_2 \cdot \sin \alpha = 1.10 \cdot (1/2 \cdot 4.13 \cdot 2^2) \cdot (1/2) \\
&= 41.3 \text{ (J)}
\end{aligned}$$

Cho hệ (hình 1) gồm hai vật $m_1 = 5 \text{ kg}$ và $m_2 = 3 \text{ kg}$ nối với nhau qua dây treo. Bỏ qua sự trượt của dây treo và sự ma sát ở trục ròng rọc, dây không giãn.

a) Giả sử ròng rọc có dạng đĩa đặc khối lượng $m = 0,5 \text{ kg}$, bán kính $R = 3 \text{ cm}$. Tìm gia tốc của hệ (m_1, m_2) và các lực căng dây bằng phương trình động lực học (3đ)

b) Giả sử ròng rọc không khối lượng. Tìm gia tốc của hệ (m_1, m_2) bằng phương pháp biến đổi cơ năng (2đ).

Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Hình 1

Hai vật có khối lượng $m_1 = 4 \text{ kg}$ và $m_2 = 5 \text{ kg}$ nối với nhau bằng một sợi dây không giãn được mắc qua một ròng rọc cố định đặt trên mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$. Cho gia tốc trọng trường $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Biết m_1 đi xuống m_2 đi lên như hình vẽ.

a) Giả sử bỏ qua ma sát giữa vật m_2 và mặt phẳng nghiêng, và bỏ qua khối lượng của ròng rọc, tính gia tốc của hệ từ định luật bảo toàn cơ năng.

b) Ròng rọc có khối lượng $M = 2 \text{ kg}$ và có dạng đĩa đặc đồng chất. Hệ số ma sát giữa vật m_2 và mặt phẳng nghiêng là 0,25.

b₁) Tính gia tốc của hệ (m_1, m_2)

b₂) Tính các lực căng dây.

