

PHƯƠNG PHÁP TÍNH

ÔN TẬP

Ngày 23 tháng 8 năm 2025

Bài 1. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9, \\ -4x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -15, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Bài 2. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 34x_1 + 2.73x_2 - 1.85x_3 = 12.89, \\ 1.34x_1 + 29x_2 - 3.24x_3 = 15.73, \\ 1.18x_1 - 4.87x_2 + 32.6x_3 = 18.42. \end{cases}$$

Sử dụng phương pháp Gauss-Seidel, với $x^{(0)} = (0.1, 0.3, 0.4)^T$, tìm vectơ lặp $x^{(3)}$.

Bài 3. Cho bảng số

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1.3 | 1.7 | 2.3 | 2.7 |
| y | 1.2 | 8.6 | 4.7 | 6.6 |

Sử dụng Spline bậc ba tự nhiên $g(x)$ nội suy bảng số trên để xấp xỉ giá trị của hàm tại $x = 1.4$ và $x = 2.5$.

Bài 4. Cho bảng số

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| x | 1.1 | 1.6 | 2.1 |
| y | 2.2 | 5.3 | 6.6 |

Sử dụng Spline bậc ba $g(x)$ thỏa điều kiện $g'(1.1) = 0.2$ và $g'(2.1) = 0.5$ nội suy bảng số trên để xấp xỉ giá trị của hàm tại $x = 1.4$ và $x = 1.9$.

Bài 5. Cho bảng số:

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 0.7 | 1.0 | 1.2 | 1.3 | 1.5 |
| y | 3.1 | 2.0 | 4.5 | 2.6 | 6.7 |

Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm

$$f(x) = A + B \sin x + C \cos^2 x$$

xấp xỉ tốt nhất bảng số trên.

Bài 6. Cho bảng số:

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 1.2 | 1.3 | 1.4 | 1.5 | 1.7 |
| y | 2.0 | 2.5 | 5.0 | 4.5 | 5.5 |

Sử dụng phương pháp bình phương bé nhất, tìm hàm

$$f(x) = A\sqrt{x^2 + 1} + B \cos x$$

xấp xỉ tốt nhất bảng số trên.

Bài 7. Câu 10. Cho bảng số:

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|----------|
| x | 1.1 | 1.7 | 2.4 | 3.3 |
| y | 1.3 | 3.9 | 4.5 | α |

Sử dụng đa thức nội suy Lagrange, tìm giá trị của α để đa thức nội suy có giá trị xấp xỉ của đạo hàm tại $x = 1.5$ là $y'(1.5) \approx 2.8$.

Bài 8. Cho bảng

| | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| x | 1.0 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2.0 | 2.2 |
| $f(x)$ | 4.0 | 3.3 | 2.4 | 4.3 | 10.2 | 6.2 | 7.4 |

của hàm $f(x)$. Sử dụng công thức hình thang mở rộng hãy xấp xỉ tích phân

$$I = \int_{1.0}^{2.2} (xf^2(x) + 4.4x^3) dx.$$

Bài 9. Tính gần đúng tích phân

$$I = \int_{0.2}^{6.8} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^3 + x + 6} dx$$

bằng công thức Simpson mở rộng khi chia đoạn $[0.2; 6.8]$ thành $n = 6$ đoạn nhỏ.

Bài 10. Cho hàm số 3 biến được xác định bởi

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2} (-x^2 + 4xy - 5y^2 + 2yz - 2z^2) + 3x - y + 2z + 5$$

a) Xét tính lồi/lõm của f .

b) Xác định các điểm cực tiểu (cực đại) toàn cục và giá trị nhỏ nhất (lớn nhất) tương ứng của f (nếu có).

Bài 11. Tìm giá trị gần đúng của điểm cực tiểu của hàm:

$$f(x) = x^2 + 4x + 5$$

trên đoạn $[-4, 2]$ bằng *phương pháp parabol*, dừng lại khi sai số $\varepsilon = 10^{-3}$.

Bài 12. Sử dụng phương pháp parabol để xấp xỉ nghiệm tối ưu (min) của:

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 2x + 20$$

với khoảng ban đầu $[-3, 3]$, dừng lại khi $|x_{k+1} - x_k| < 10^{-4}$.

Bài 13. Áp dụng phương pháp parabol để tìm giá trị x^* tại đó:

$$f(x) = e^x - 3x$$

đạt cực tiểu trong khoảng $[0, 2]$. So sánh kết quả với phương pháp Golden Section.

Bài 14. Dùng phương pháp parabol để tìm cực tiểu của:

$$f(x) = \sin(x) + 0.1x^2$$

trên đoạn $[0, 6]$. Vẽ đồ thị hàm số và so sánh kết quả với thực nghiệm (bằng đạo hàm).