

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

GV: VÕ THỊ NGỌC THỦY

Bài 1: Chất điểm chuyển động với phương trình

$$\begin{cases} x = 3t^2 - \frac{4}{3}t^3 \text{ (SI)} \\ y = 8t \end{cases}$$

- a) Viết phương trình quỹ đạo
- b) Xác định vận tốc, gia tốc, gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến, R lúc $t = 2s$

Đáp án:

$$a = 10 \text{ m/s}^2$$

$$a_t = 4,47 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = 8,94 \text{ m/s}^2$$

$$R = 8,94 \text{ m}$$

Bài 2: Máy bay cứu hộ đang bay ở độ cao 320m với vận tốc 216km/h thì thả một cái phao để cứu một người dưới biển. Bỏ qua sức cản không khí, lấy $g = 10\text{m/s}^2$

- Sau bao lâu, kể từ lúc thả, phao chạm mặt biển? Xác định vị trí rơi của phao, vận tốc của phao khi đó.
- Xác định gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến và bán kính quỹ đạo lúc chạm mặt biển.



Vận tốc của phao: $\begin{cases} v_x = x' = 60 \\ v_y = y' = 10t \end{cases}, \quad v = \sqrt{60^2 + (10t)^2} = 10\sqrt{6^2 + t^2}.$

Khi chạm mặt biển thì $y = 320\text{m}$. Thay vào (**), suy ra $t = 8\text{s}$.

Vậy sau khi thả 12s, phao sẽ chạm mặt biển. Vị trí rơi của phao, tính theo phương ngang, cách điểm thả phao một khoảng: $x = 60.8 = 480\text{m}$.

Lúc chạm mặt biển, vận tốc của phao là: $v = 10\sqrt{6^2 + 8^2} = 100 \text{ m/s}$.

Bài 3

Bánh mài của máy mài đang quay với vận tốc 300 vòng/phút thì bị ngắt điện. Nó quay chậm dần đều, sau đó 1 phút, vận tốc còn 180 vòng/phút.

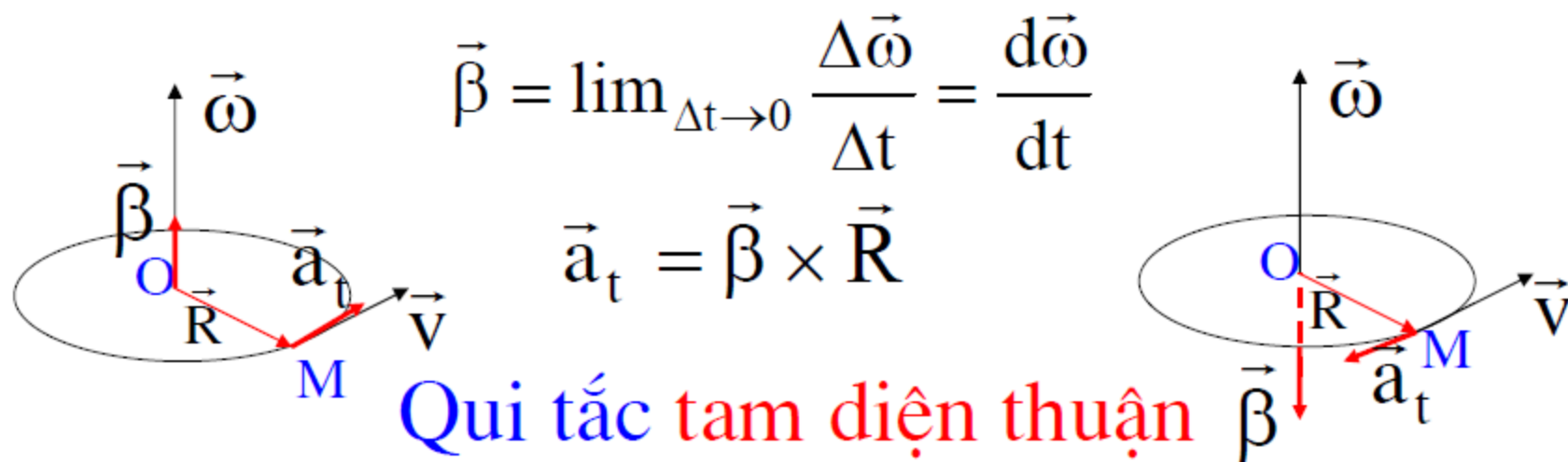
a) Tính gia tốc góc và số vòng quay của bánh mài trong 1 phút đó.

b) Sau bao lâu kể từ khi ngắt điện, bánh mài sẽ dừng? Khi đó nó đã quay được bao nhiêu vòng? Tính vận tốc góc trung bình trong thời gian đó.



TƯƠNG QUAN CHUYỂN ĐỘNG THẲNG-TRÒN

Chuyển động thẳng	Chuyển động tròn
Toạ độ : x	Toạ độ góc: φ
Quãng đường: s	Góc quay: θ
Vận tốc: v	Vận tốc góc: ω
Gia tốc: a	Gia tốc góc: β



Tương tự như trong chuyển động thẳng:

$$\begin{aligned}\omega &= \beta t + \omega_0 \\ \theta &= \frac{\beta t^2}{2} + \omega_0 t \\ \omega^2 - \omega_0^2 &= 2\beta\theta\end{aligned}$$

Giải

a) Gia tốc góc: $\beta = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{6\pi - 10\pi}{60} = -\frac{\pi}{15} (\text{rad} / \text{s}^2)$

Góc quay: $\theta_1 = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\beta} = \frac{(6\pi)^2 - (10\pi)^2}{-2\pi / 15} = 480\pi (\text{rad})$

Số vòng quay: $N_1 = \frac{\theta_1}{2\pi} = 240$

b) Khi dừng: $\omega = \omega_0 + \beta t = 0 \Rightarrow t = -\frac{\omega_0}{\beta} = 150\text{s}$

Góc quay: $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{-\omega_0^2}{2\beta} = 750\pi (\text{rad})$

Số vòng quay: $N_2 = \frac{\theta_2}{2\pi} = 375$

Vận tốc góc trung bình: $\omega_{tb} = \frac{\theta_2}{t} = \frac{750\pi}{150} = 5\pi (\text{rad} / \text{s})$

Bài 4: Một vật chuyển động trong mp OXY theo qui luật như sau:

$x(t)=2t$; $y(t)= 100-4t^2$, t đơn vị là (s), đơn vị của x , y là m

a/ Tìm vị trí, vận tốc, gia tốc của vật? Tính giá trị các đại lượng đó tại thời điểm ban đầu ($t=0$)

b/ Tìm quỹ đạo của vật đi theo t

c/ Tìm quỹ đạo của vật và vẽ hình

d/ Nếu chọn mặt đất là gốc tọa độ trong bài toán thì sau bao lâu vật chạm đất? Vận tốc bằng bao nhiêu?

e/ Vật đi xa nhất là bao nhiêu? Ở thời điểm nào? Vật đạt được độ cao lớn nhất là bao nhiêu? Ở thời điểm nào?

a/ Vị trí: $x=2t$; $y=100-4t^2$;

tại thời điểm $t=0$, $x=0$ m, $y=100$ m;

Vận tốc: $v_x=2$; $v_y=-8t$; tại thời điểm $t=0$, $v_x=2$ m/s ; $v_y=0$ m/s

Gia tốc: $a_x=0$; $a_y=-8$; tại thời điểm $t=0$, $a_x=0$ m/s²; $a_y=-8$ m/s²

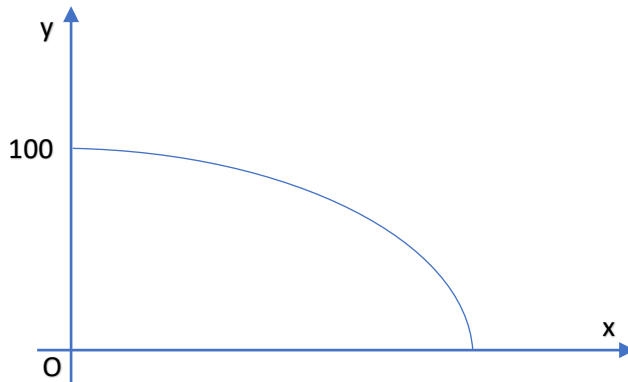
b/ Quãng đường: $s^2=x^2+y^2=10^4-796t^2+16t^4$;

suy ra $s=(10^4-796t^2+16t^4)^{1/2}$

cách 2:

$$S = \int_0^t v dt = \int_0^t \sqrt{4 + 64t^2} =$$

c/ Quỹ đạo: $y=100-x^2$; quỹ đạo có dạng Parabol



d/ Vật chạm đất tức là $y=0$, suy ra: $100-4t^2=0$, nên $t=5\text{s}$.

Thay vào câu a ta suy ra vận tốc lúc vật chạm đất:

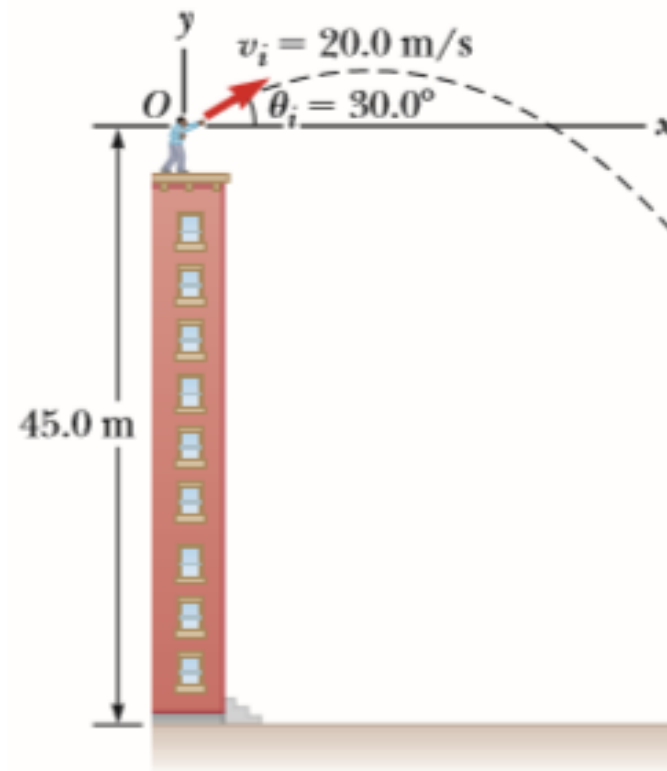
$$v_x=2 \text{ m/s}, v_y=-8.5=-40 \text{ m/s}, \text{ vậy } v=(2^2+(-40)^2)^{1/2}=1604^{1/2} = 40 \text{ m/s}$$

e/ Vật đi xa nhất, tức là lúc vật chạm đất, khi đó theo câu d là khi $t=5\text{s}$, tức là xa nhất $x_{\max}=10 \text{ m}$.

Vật đạt độ cao lớn nhất là giá trị lớn nhất của $y(t)$,
giá trị lớn nhất của $y(t)=100 \text{ m}$, là lúc vật ở thời điểm $t=0$

Bài 5: Một người đứng trên sân thượng của một chung cư ném một quả bóng tennis tại độ cao 45(m) so với mặt đất theo góc 30° (như hình vẽ). Vận tốc ném là 20 (m/s). Chọn hệ trục tọa độ như hình. Cho gia tốc trọng trường là $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

- Viết các phương trình chuyển động của quả bóng.
- Tính thời gian từ lúc ném đến khi quả bóng đạt độ cao cực đại.
- Tìm độ cao cực đại của quả bóng so với mặt đất.
- Tính thời gian kể từ lúc ném tới khi quả bóng chạm đất.
- Khi chạm đất, quả bóng cách tòa nhà bao xa?



A) Phương trình chuyển động

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t = 20 \cos 30^\circ \cdot t$$

$$y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = 20 \sin 30^\circ \cdot t - 4,5 \cdot t^2$$

b) Thời gian từ lúc ném cho đến khi quả bóng đạt được độ cao cực đại

$$v_y = 0 \leftrightarrow 20 \sin 30^\circ - g t = 0 \leftrightarrow t = 1,02 \text{ s}$$

c) Độ cao cực đại so với mặt đất

thay $t=1,02$ vào $y \rightarrow y = 20 \sin 30^\circ \cdot t - 4,5 \cdot t^2$

$$\rightarrow y_{\max} = 45 + y = 50,1 \text{ m}$$

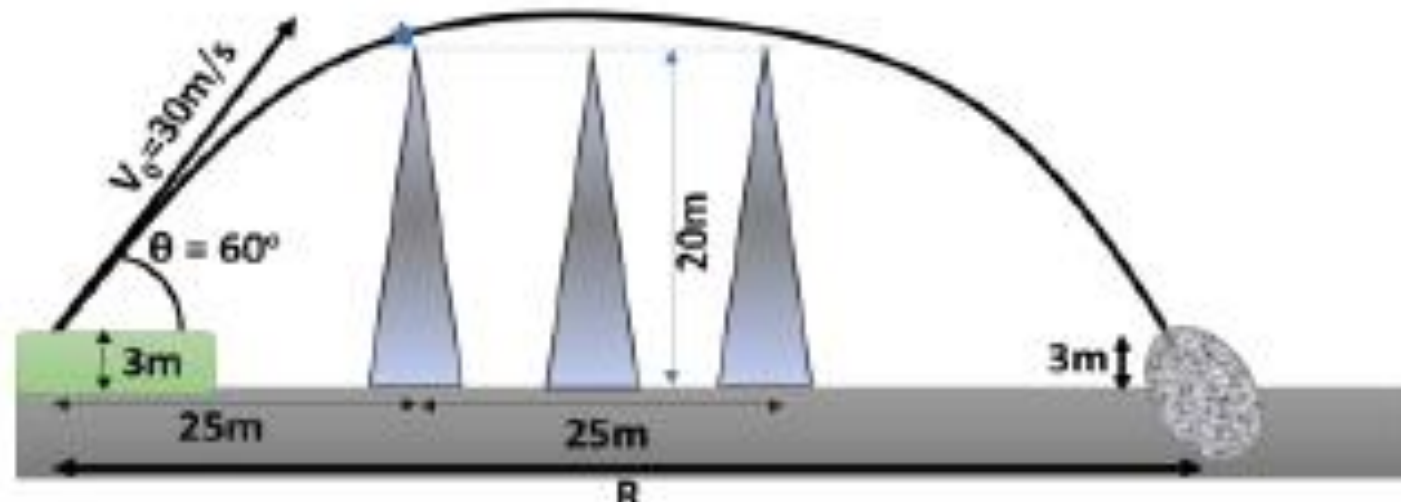
d) Thời gian cho đến khi chạm đất $\rightarrow y = -45 \rightarrow t = 4,22 \text{ s}$

e) Tầm bay xa:

Thay $t = 4,22 \text{ s}$ vào $x \rightarrow x = 73,1 \text{ m}$

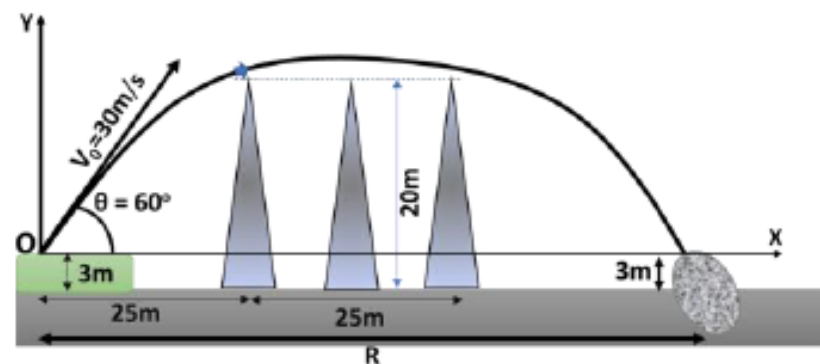
Bài 6. Một khẩu pháo được đặt trên mô đất cao 3m so với mặt đất và nòng pháo hướng lên một góc 60° so với phương nằm ngang. Đạn được bắn ra với tốc độ $v_0 = 30 \text{ m/s}$ để trúng vào mục tiêu cách đó một khoảng R , cao hơn so với mặt đất 3m và viên đạn phải vượt qua 3 cái tháp cao 20m như hình bên. Biết $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Viết phương trình quỹ đạo của viên đạn?
- Với thông số ban đầu như vậy thì viên đạn có vượt qua được tháp đầu tiên không?
- Nếu viên đạn đạt độ cao cực đại tại tháp số 2 thì khoảng cách của viên đạn và đỉnh tháp thứ 2 là bao nhiêu?
- Thời gian bay của viên đạn đến lúc chạm mục tiêu là bao nhiêu?
- Tầm xa R của đạn lúc vật chạm mục tiêu ?



Câu 1:

- a) Chọn gốc tọa độ tại vị trí đặt khẩu pháo ($x_0 = 0$ và $y_0 = 0$) như hình bên.
Viết phương trình chuyển động:



$$x(t) = v_0 \cdot \cos \theta \cdot t \text{ (m)} \quad (1) \quad (0,5\text{đ})$$

$$y(t) = v_0 \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \text{ (m)} \quad (2) \quad (0,5\text{đ})$$

➡ Phương trình quỹ đạo: $y = x \cdot \tan \theta - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \text{ (m)} \quad (3) \quad (1\text{đ})$

- b) Áp dụng phương trình số (3) với $x = 25 \text{ m}$:

$$y = x \cdot \tan \theta - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta} = 25 \cdot \tan 60^\circ - \frac{10 \cdot 25^2}{2 \cdot 30^2 \cdot \cos^2 60^\circ} = 29,41 \text{ m}$$

Kết luận: Viên đạn vượt qua được tháp thứ nhất.

$$c) \text{ Tại độ cao cực đại thì } v_y = 0 \rightarrow v_o.\sin\theta - gt = 0 \rightarrow t = \frac{v_o.\sin\theta}{g} \quad (4)$$

Thay phương trình (4) vào (2), ta được:

$$y = \frac{(v_o.\sin\theta)^2}{2g} = \frac{(30.\sin 60^\circ)^2}{2.10} = 33,75 \text{ (m)}$$

Vậy viên đạn nằm cách đỉnh tháp số 2 khoảng $= (33,75+3) - 20 = 16,75 \text{ (m)}$

d) Khi vật chạm mục tiêu thì $y(t) = 0$:

$$\text{Từ phương trình (2)} \rightarrow v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \rightarrow \frac{1}{2}.10.t^2 + 30.\sin 60^\circ.t = 0$$

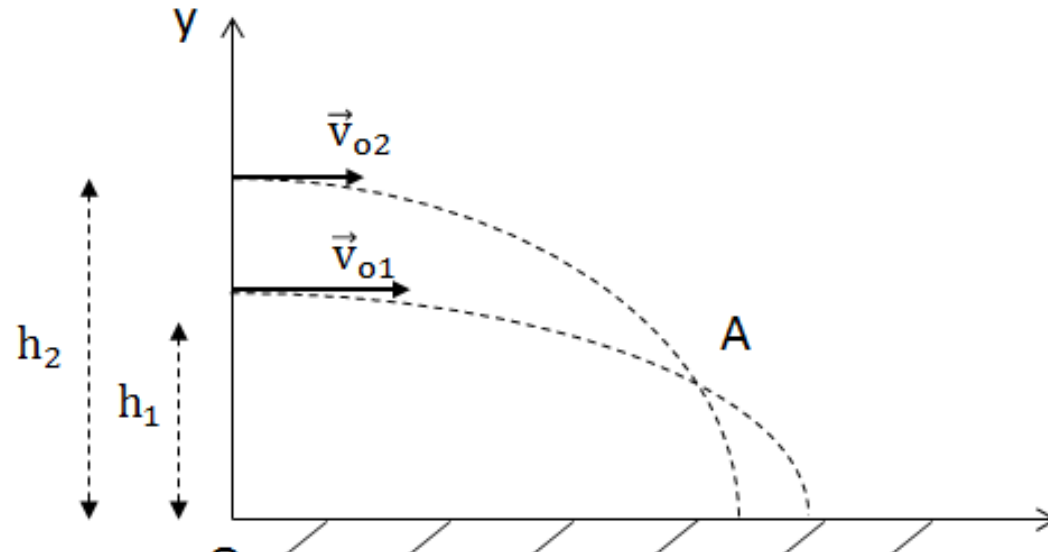
$$\rightarrow t = 3\sqrt{3} = 5,13 \text{ (s)}$$

e) Tầm xa của viên đạn, sử dụng phương trình (1):

$$R = 30.\cos 60^\circ. 3\sqrt{3} = 45\sqrt{3} = 76,5 \text{ (m)}$$

Bài 7: Ném hai vật theo phương nằm ngang tại cùng một thời điểm với vận tốc ban đầu là v_{o1} và v_{o2} ($v_{o1} > v_{o2}$) tại độ cao h_1 và h_2 ($h_2 > h_1$) so với gốc tọa độ. Chọn gốc tọa độ như hình 1, chọn gốc thời gian tại thời điểm ném hai vật. Cho gia tốc trọng lực là g , hãy xác định:

- Phương trình chuyển động và phương trình quỹ đạo của hai vật.
- Cho: $h_2 = 20\text{m}$, $h_1 = 15\text{m}$, $v_{o1} = 10\text{m/s}$, $v_{o2} = 7\text{m/s}$, $g = 9.78 \text{ m/s}^2$. Quỹ đạo hai vật giao nhau tại A. Xác định khoảng thời gian chênh lệch giữa hai vật khi giao nhau tại điểm A.
- Tìm mối quan hệ giữa h_1 ; h_2 ; v_{o1} ; v_{o2} để giao điểm A nằm trên mặt đất.



Phương trình chuyển động:

$$\text{Vật 1 : } \begin{cases} x_1 = v_{o1}t \\ y_1 = h_1 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\text{Vật 2: } \begin{cases} x_2 = v_{o2}t \\ y_2 = h_2 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Phương trình quỹ đạo:

$$\begin{cases} y_1 = h_1 - \frac{1}{2v_{o1}^2}gx_1^2 \\ y_2 = h_2 - \frac{1}{2v_{o2}^2}gx_2^2 \end{cases}$$

Xác định tọa độ giao điểm A: $y_1 = y_2$

$$h_1 - \frac{1}{2v_{o1}^2}gx^2 = h_2 - \frac{1}{2v_{o2}^2}gx^2 \Leftrightarrow x_A = v_{o2}v_{o1}\sqrt{\frac{2(h_2 - h_1)}{g(v_{o1}^2 - v_{o2}^2)}}$$

Xác định thời gian hai vật đến giao điểm A

$$\begin{cases} t_{1A} = v_{o2}\sqrt{\frac{2(h_2 - h_1)}{g(v_{o1}^2 - v_{o2}^2)}} \\ t_{2A} = v_{o1}\sqrt{\frac{2(h_2 - h_1)}{g(v_{o1}^2 - v_{o2}^2)}} \end{cases} \rightarrow \Delta t = t_{2A} - t_{1A} = (v_{o1} - v_{o2})\sqrt{\frac{2(h_2 - h_1)}{g(v_{o1}^2 - v_{o2}^2)}} = 0.42s$$

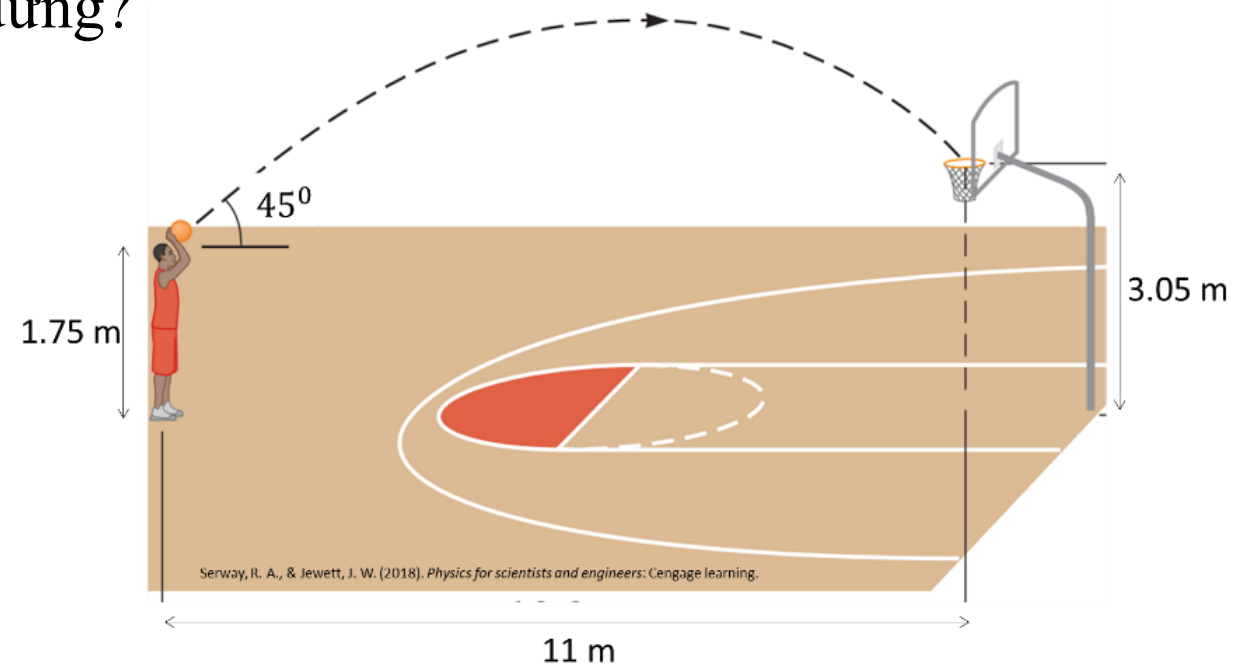
$$\begin{cases} y_1 = h_1 - \frac{1}{2v_{o1}^2}gx_1^2 = 0 \\ y_2 = h_2 - \frac{1}{2v_{o2}^2}gx_2^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{\frac{2v_{o1}^2h_1}{g}} \\ x_2 = \sqrt{\frac{2v_{o2}^2h_2}{g}} \end{cases}$$

— Để giao điểm A nằm trên mặt đất: $x_1 = x_2$

$$\sqrt{\frac{2v_{o1}^2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2v_{o2}^2h_2}{g}} \Leftrightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{v_{o1}^2}{v_{o2}^2}$$

Bài 8: Một cầu thủ bóng rổ đứng trên sàn cách rổ theo phương ngang 11 m như hình 1. Vị trí rổ so với đất là 3,05 m. Anh ấy ném bóng với góc 45 độ theo phương ngang và bóng cách mặt đất là 1,75 m. Vận tốc ban đầu là $v_0 = 11,06 \text{ m/s}$. Bỏ qua sức cản không khí.

- Hãy viết phương trình tọa độ và phương trình quỹ đạo của bóng.
- Bóng có bay vào rổ hay không? (Chú ý là bóng không chạm vào bảng trắng)
- Tìm thời điểm bóng chuyển động có độ lớn của vận tốc theo hướng ngang gấp đôi độ lớn vận tốc theo phương thẳng đứng?

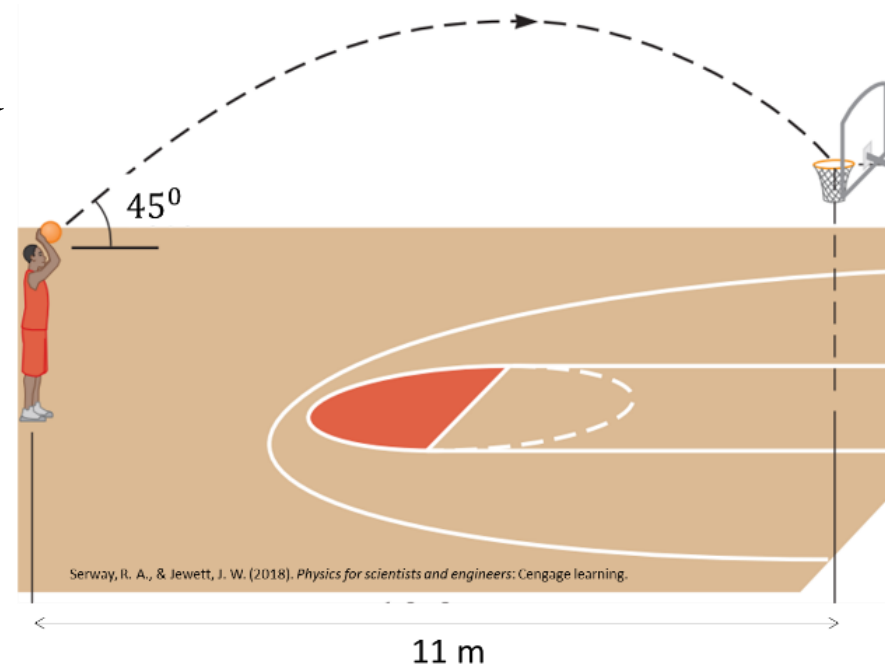


- Chọn hệ quy chiếu gốc O (Gốc O là vị trí của chân cầu bóng rổ, trục Ox từ trái sang phải và trục Oy hướng lên).

- **Phương trình tọa độ của quả bóng rổ:**

$$x = v_{0x}t = v_0(\cos\alpha)t = v_0.\cos 45^\circ.t \text{ (m)}$$

$$y = y_0 + v_{0yt} - \frac{1}{2}g.t^2 = y_0 + v_0.\sin\alpha.t - \frac{1}{2}g.t^2$$
$$= y_0 + v_0.\sin 45^\circ.t - 0,5.9,8t^2 \text{ (m)}$$



Phương trình quỹ đạo của quả bóng với $v_0 = 11.06 \text{ m/s}$:

$$y = y_0 + \left(-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha} \right) x^2 + (\operatorname{tg}\alpha)x$$
$$= y_0 + \left(-\frac{9,8}{2.v_0^2.\cos^2 45^\circ} \right) x^2 + (\operatorname{tg} 45^\circ)x$$

). Khi bóng rỏ rơi vào rỏ đạt thì bóng có tọa độ: $x=11\text{m}$ và $y=3.05\text{m}$

Thế giá trị $x=11\text{m}$ vào phương trình quỹ đạo của bóng

$$y = 1.75 + \left(-\frac{9.8}{2.v_0^2.\cos^2 45^\circ} \right) 11^2 + (\text{tg}45^\circ).11 = 3.05$$

➔ Vậy bóng có thể lọt vào rỏ.

c) Thời điểm để vận tốc phương ngang gấp đôi phương thẳng đứng là:

$$v_0(\sin\alpha) - gt = v_0(\cos\alpha)/2 = 3.91 \Rightarrow t = 0.4 \text{ s}$$

Bài 9: Một lính cứu hỏa đứng cách tòa nhà đang cháy 1 khoảng $L = 30\text{m}$, hướng vòi phun nước vào tòa nhà với góc $\alpha = 45^\circ$ so với mặt đất. Lính cứu hỏa mở van và nước phóng ra với tốc độ ban đầu là $v_0 = 20\sqrt{2}$ (m/s) cho gia tốc trọng trường $g = 10\text{m/s}^2$. Chọn gốc tọa độ và gốc thời gian tại vòi phun nước .

a/ Tính chiều cao cực đại của dòng nước có thể đạt tới

b/ Tính thời gian nước phóng ra khỏi vòi đến khi chạm vào tòa nhà.

c/ Vị trí nước chạm vào tòa nhà cách mặt đất khoảng h bằng bao nhiêu?

Bài 10: Một viên bi nhỏ được ném từ độ cao 1m so với mặt đất và vận tốc ban đầu $v_0 = 4\sqrt{5}$ m/s, theo phương hợp với phương ngang một góc α . Lấy $g = 10$ m/s²,

a/ Viết phương trình chuyển động và tìm quỹ đạo của viên bi theo góc α ?

b/ Góc ném bằng bao nhiêu, để viên bi có thể đạt độ cao lớn nhất, và thời điểm vật đạt độ cao lớn nhất ứng với góc ném đó?

c/ Tìm góc ném để viên bi trúng điểm A có độ cao 3m và cách vị trí ném ban đầu 4m?

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha . t \\ y = y_0 + v_0 \sin \alpha . t - 0.5 g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha . t = 4\sqrt{5} \cos \alpha . t \\ y = 1 + 4\sqrt{5} \sin \alpha . t - 5t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \frac{x}{4\sqrt{5} \cos \alpha} \\ y = 1 + \tan \alpha . x - \frac{x^2}{16 \cos^2 \alpha} = -\frac{x^2}{16} (1 + \tan^2 \alpha) + \tan \alpha . x + 1 \end{cases}$$

Độ cao lớn nhất tính theo góc ném là:

$$v_y = 0$$

$$v_y = 4\sqrt{5}\sin\alpha - 10.t = 0$$

$$t = \frac{4\sqrt{5}\sin\alpha}{10}$$

$$h_{max} = 1 + 4\sin^2\alpha$$

Vật đạt độ cao lớn nhất khi $\sin\alpha = 1$, ứng với góc ném bằng 90^0 .

Và thời gian đạt được độ cao đó là $t = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ s

Đề ném trúng điểm A, thì $x=4\text{m}$, $y=3\text{m}$

$$\begin{cases} x = 4\sqrt{5}\cos\alpha.t = 4 \\ y = 1 + 4\sqrt{5}\sin\alpha.t - 5t^2 = 3 \end{cases}$$



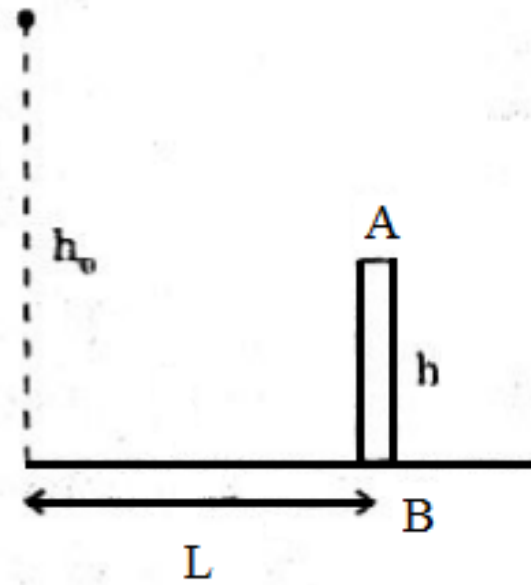
$$\begin{cases} t = \frac{1}{\sqrt{5}\cos\alpha} \\ -\tan^2\alpha + 4.\tan\alpha - 3 = 0 \end{cases}$$

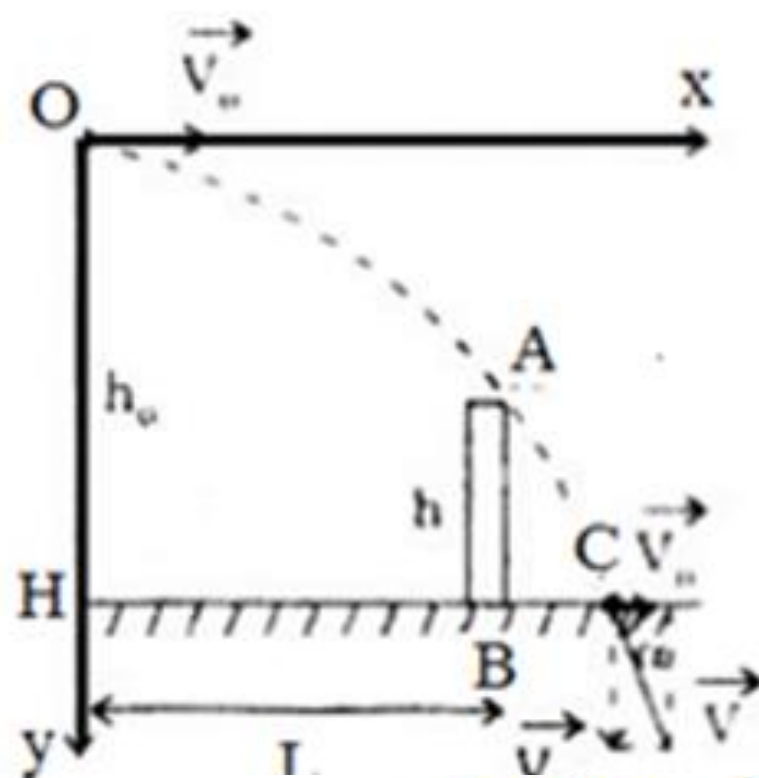
Đặt $u = \tan\alpha$, ta được phương trình bậc 2

Và giải được $\begin{matrix} \tan\alpha = 1 \\ \tan\alpha = 3 \end{matrix}$

Bài 11: Tại một đỉnh đồi cao $h_0 = 100\text{m}$, một cậu bé muốn ném hòn sỏi theo phương ngang sao cho hòn sỏi rơi về phía bên kia của toà nhà và gần chân bức tường AB nhất (Hình 1). Biết toà nhà cao $h = 20\text{m}$ và tường AB cách đường thẳng đứng đi qua vị trí ném là $L = 100\text{m}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ chỗ hòn sỏi chạm đất đến chân tường (điểm B).
- Xác định vector vận tốc ngay trước lúc hòn sỏi chạm đất.





a) Chọn gốc tọa độ O là chỗ đặt súng.

Phương trình tọa độ:
$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Phương trình quỹ đạo:
$$y = \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2} x^2$$

Để hòn sỏi chạm gần chân tường nhất thì quỹ đạo của hòn sỏi phải đi sát điểm A của tường

$$y_A = \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2} x_A^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{g}{y_A}} x_A = 25 \text{ m/s}$$

Vị trí chạm đất là

$$x_c = V_0 \sqrt{2 \frac{y_c}{g}} = V_0 \sqrt{2 \frac{h_0}{g}} = 111,8 \text{ m}$$

$$BC = x_c - L = 11,8 \text{ m}$$

b) Vận tốc viên đạn lúc chạm đất:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \text{ với } V_x = V_0, V_y = gt = \sqrt{2gy} = \sqrt{2gy}$$

Tại C thì $y = h_0$ nên $V = \sqrt{V_0^2 + 2gh_0} = 51,2 \text{ m/s}$

V hợp với phương ngang góc α :

$$\tan \alpha = \frac{V_y}{V_0} = \frac{\sqrt{2gh}}{V_0} = 1,788 \Rightarrow \alpha = 60,78^\circ$$

Bài 12: Một cầu thủ bóng rổ đang đứng cách rổ 10m theo phương ngang. Chiều cao rổ 3.05 m và anh ta ném bóng dưới góc 40° so với phương ngang từ độ cao 2 m.

- (a) Xác định gia tốc của quả bóng tại điểm cao nhất của quỹ đạo.
- (b) Anh ta phải ném bóng với tốc độ bao nhiêu để bóng vào rổ mà không đập vào tấm bảng?

