PHƯƠNG PHÁP TÍNH

SAI SỐ

Ngày 20 tháng 5 năm 2025

Bài 1. Tính **sai số tuyệt đối** E_a và **sai số tương đối** E_r trong phép xấp xỉ một giá trị x bởi x^*.

a) $x = \log_{10} 2, \quad x^* = 0.301$

b) $x = \frac{17}{6}, \quad x^* = 2.8333$

c) $x = \sqrt{\pi}, \quad x^* = 1.77245$

d) $x = e^{-1}, \quad x^* = 0.36787$

Bài 2. Viết các số sau dưới dạng số dấu phẩy động, và xác định phần trị (mantissa) và số mũ (exponent):

(i) $x = -23.500128$

(ii) $x = 658.000012$

(iii) $x = 0.010023$

(iv) $x = -0.0000782$

(v) $x = \dfrac{1}{234.24}$

(vi) $x = 541000$

Bài 3. Rút gọn biểu thức sau bằng cách thực hiện các phép tính:

(a) Chính xác

(b) Dùng số học làm tròn 4 chữ số

(c) Dùng số học cắt cụt 4 chữ số

(d) Tính sai số tương đối

1. $\dfrac{7}{4} - \dfrac{5}{3}$

2. $\dfrac{5}{4}\left(\dfrac{2}{3} + 4\right)$

3. $\frac{\pi - 1}{\frac{4}{3}}$

4. $10\pi - 2e + 1$

5. $\frac{432 - 0.0012}{101}$

6. $\frac{2}{9} \cdot \left(\frac{9}{7} \cdot \frac{9}{7}\right)$

Sử dụng π và e với 15 chữ số có nghĩa làm giá trị chính xác.

Bài 4. Tính *sai số làm tròn* nếu sử dụng phương pháp *cắt cụt* và *làm tròn* để viết các số sau chính xác đến 4 chữ số thập phân:

1. $\frac{355}{113}$

2. $\sqrt{\frac{3}{142}}$

3. $\sqrt[3]{\ln 2}$

Bài 5. Chúng ta muốn làm tròn mỗi số sau đây đến 3 chữ số thập phân. Với số nào, kết quả của "làm tròn bằng cách cắt cụt" và "làm tròn bằng quy tắc làm tròn" sẽ giống nhau?

(A) 5.5555

(B) 3.3575

(C) 5.5565

(D) 4.4555

Bài 6. Giả sử một số thực x được xấp xỉ bởi 0.6032 với sai số tương đối không quá 0.1%. Hỏi x là bao nhiêu?

Bài 7. Chứng minh rằng nếu một số được làm tròn đến n chữ số thì sai số tương đối bị chặn trên bởi:

$$\frac{1}{2} \times 10^{1-n}$$

Bài 8. Một trường hợp phổ biến mà hiện tượng **triệt tiêu sai số (subtractive cancellation)** xảy ra là khi tìm nghiệm của một phương trình bậc hai:

$$ax^2 + bx + c$$

bằng công thức nghiệm:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Trong các trường hợp mà $b^2 \gg 4ac$, hiệu số trong tử số có thể rất nhỏ và gây ra sai số làm tròn. Trong các trường hợp như vậy, một công thức thay thế có thể được sử dụng để **giảm thiểu hiện tượng triệt tiêu sai số**:

$$x = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

Hãy sử dụng số học 5 chữ số với phép **chặt cụt (chopping)** để xác định nghiệm của phương trình sau bằng **cả hai công thức nghiệm**:

$$x^2 - 5000.002x + 10$$

Bài 9. Đối với máy tính, **epsilon máy** ε có thể được hiểu là số nhỏ nhất mà khi cộng vào 1 sẽ cho kết quả lớn hơn 1. Một thuật toán dựa trên ý tưởng này có thể được xây dựng như sau:

- **Bước 1:** Gán $\varepsilon = 1$
- **Bước 2:** Nếu $1 + \varepsilon \leq 1$, chuyển đến Bước 5; ngược lại tiếp tục sang Bước 3.
- **Bước 3:** $\varepsilon = \varepsilon/2$
- **Bước 4:** Quay lại Bước 2.
- **Bước 5:** $\varepsilon = 2\varepsilon$

Hãy viết một đoạn mã Python dựa trên thuật toán trên để xác định *epsilon máy*. So sánh kết quả bạn thu được với giá trị trả về từ lệnh: **np.finfo(float).eps** trong thư viện NumPy. Nếu hai giá trị khác nhau, hãy xem xét nguyên nhân có thể là gì.