# Du 3 - verze 2

Pavel Marek

## 1)

Rozhodněte, zda jazyk $S = \{\langle M_1, M_2\rangle \mid L(M_1) \cap L(M_2) = \emptyset\}$ je rozhodnutelný.

## 2.1)

Ukažte, že $L_u \leq_m S$, kde $S = \{\langle M\rangle \mid (\forall x \in \Sigma^*)[x \in L(M) \Leftrightarrow x^R \in L(M)]\}$.

Chceme převést $\langle M, x\rangle \to \langle M'\rangle$. Výpočet $M'$ bude vypadat následovně: $M'(y \in \Sigma^*)$:

1. Pokud $y = a$, tak přijmi. *$a$ je předem zvolené konstantní slovo.*
2. Spusť $M(x)$. Pokud odmítne, odmítni. *Zde nám nevadí, pokud výpočet $M(x)$ nedoběhne.*
3. Pokud $y = a^R$, tak přijmi.
4. Odmítni.

Všimněme si, že pokud $x \in L(M)$, tak $L(M') = \{a, a^R\}$. A pokud $x \notin L(M)$, tak $L(M') = \{a\}$. Tím pádem je splněna podmínka $x \in L(M) \Leftrightarrow ((\forall x \in \Sigma^*)(x \in M' \Leftrightarrow x^R \in M'))$.

## 2.2)

Ukažte, že $L_u \leq_m \overline{S}$, kde $\overline{S} = \{\langle M\rangle \mid (\forall x \in \Sigma^*)[x \in L(M) \Leftrightarrow x^R \notin L(M)]\}$.

Chceme převést $\langle M, x\rangle \to \langle M'\rangle$. Výpočet $M'$ bude vypadat následovně: $M'(y \in \Sigma^*)$:

1. Pokud $y = a$, přijmi.
2. Pokud $y = a^R$, přijmi. První dva kroky jsou zde zbytečné. Prázdný jazyk je také $\overline{S}$.
3. Spusť $M(x)$. Pokud odmítne, přijmi.

4. Pokud $y = b$, přijmi. *$b$ je předem zvolené konstantní slovo.*

5. Odmítni.

Všimněme si, že pokud $x \in L(M)$, tak $L(M') = \{a, a^R, b\}$. A pokud $x \notin L(M)$, tak $L(M') = \{a, a^R\}$. Tím pádem je splněna podmínka $x \in L(M) \Leftrightarrow ((\forall x \in \Sigma^*)(x \in M' \Leftrightarrow x^R \notin M'))$.