

- Jazyk L je *rozhodnutelný*, pokud pro něj existuje turingův stroj T takový, že $L(T) = L$ a navíc se pro každý vstup zastaví.
- Jazyk L je *částečně rozhodnutelný*, pokud existuje turingův stroj T , že $L(T) = L$.
- Ne všechny jazyky jsou částečně rozhodnutelné.
- **Postova věta:** Jazyk L je rozhodnutelný $\Leftrightarrow L$ i \bar{L} jsou částečně rozhodnutelné.
- $A \leq_m B$ a zároveň B je částečně rozhodnutelný $\Rightarrow A$ je částečně rozhodnutelný.
- A, B rozhodnutelné jazyky, potom $A \leq_m B$.
- A je částečně rozhodnutelný jazyk a $A \leq_m \bar{A}$, pak A je rozhodnutelný jazyk.
- Pokud je A rozhodnutelný, pak je i částečně rozhodnutelný.
- $HALT := \{\langle M, x \rangle \mid M(x) \downarrow\}$.
 - Pokud $M(x)$ zastaví, nemusí přijmout.
- $L_u := \{\langle M, x \rangle \mid x \in L(M)\}$.
- $HALT$ a L_u jsou částečně rozhodnutelné, ale nejsou rozhodnutelné.
 - \bar{L}_u není částečně rozhodnutelný.
- Jazyk $DIAG := \{\langle M \rangle \mid \langle M \rangle \notin L(M)\}$ není částečně rozhodnutelný.
- Jazyk $EMPTY := \{\langle M \rangle \mid L(M) = \emptyset\}$ není částečně rozhodnutelný.
- Jak o jazyku dokázat, že není rozhodnutelný?
 - L je nerozhodnutelný (ale je částečně rozhodnutelný), pokud $L_u \leq_m L$.
 - L není částečně rozhodnutelný, pokud $DIAG \leq_m L$. Nebo pokud $EMPTY \leq_m L$.
- *Totálně vyčíslitelná funkce* je turingovsky vyčíslitelná turingovským strojem, který se zastaví pro každý vstup.

1 Složitost

1.1 Vztahy mezi třídami

- **Big-O notation** - Wikipedia
- $\text{TIME}(f(n)) \subseteq \text{SPACE}(f(n))$. *Triviálně.*
- (A) $\text{NTIME}(f(n)) \subseteq \text{NSPACE}(f(n))$. *Triviálně.*
- $\text{NTIME}(f(n)) \subseteq \text{SPACE}(f(n))$. *Každá větev výpočtu se vejde do $f(n)$.*
- (B) $\text{TIME}(f(n)) \subseteq \text{NTIME}(f(n)) \subseteq \text{SPACE}(f(n)) \subseteq \text{NSPACE}(f(n))$. *Vychází z předchozích.*
- Nedeterministický turingův stroj M , pracující v prostoru $f(n)$ má na nejvýš $2^{C_M f(n)}$ konfigurací. Konfigurace je:
 - Slovo na vstupní pásce
 - Poloha hlavy na všech páskách
 - Stav
- (C) $f(n)$ taková, že $f(n) \geq \log_2 n$, pak pro každý jazyk L platí $L \in \text{NSPACE}(f(n)) \Rightarrow (\exists C_L \in \mathbb{N})(L \in \text{TIME}(2^{C_L f(n)}))$.
 - (D) $f(n) = o(g(n))$, $\text{NSPACE}(f(n)) \subseteq \text{TIME}(2^{g(n)})$.
- (E) **Savičova věta** $\text{NSPACE}(f(n)) \subseteq \text{SPACE}(f^2(n))$.
- **Věta o prostorové deterministické hierarchii** Pro každou f prostorově konstruovatelnou existuje jazyk A , který je rozhodnutelný v prostoru $O(f(n))$, ale není rozhodnutelný v prostoru $o(f(n))$.
 - (F) $f(n) = o(g(n))$, g je prostorově konstruovatelná. Potom $\text{SPACE}(f(n)) \subsetneq \text{SPACE}(g(n))$.
- **Věta o časové deterministické hierarchii** Pro každou f časově konstruovatelnou existuje jazyk A , který je rozhodnutelný v čase $O(f(n))$, ale ne v čase $o(f(n)/\log f(n))$.
 - (G) $f(n) = o(\frac{g(n)}{\log g(n)})$, g je časově konstruovatelná. Potom $\text{TIME}(f(n)) \subsetneq \text{TIME}(g(n))$.