



---

# Rapport du Projet - Théorie des Graphes

---

*L'équipe :* AKKAR KHADIJA, ABOUMEJD WISSAL, BELAHRACH SAFAE

*Tuteur :* M. Le REMY EDGAR  
Génie Logiciel L1

26<sup>er</sup> Janvier 2024

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Partie 1 - Modélisation sous forme de graphe</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Partie 2 - L'étude des graphes non valués</b>	<b>3</b>
3.1	Caractéristiques de Connectivité et de Clustering . . . . .	3
3.1.1	Degré moyen . . . . .	3
3.1.2	Moyenne du degré de clustering . . . . .	4
3.2	Structures et Connexions du Réseau . . . . .	5
3.3	Analyse des Chemins et de la Traversée du Réseau . . . . .	5
3.3.1	Longueur des chemins les plus courts . . . . .	5
3.3.2	Distribution des plus courts chemins . . . . .	6
3.3.3	Nombre des plus courts chemins . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Partie 3 - L'étude des graphes valués</b>	<b>7</b>
4.1	Graphe de modélisation . . . . .	7
4.2	Étude des caractéristiques du graphe valués . . . . .	7
4.2.1	Analyse des chemins . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>8</b>

## Table des figures

1	20km - avg . . . . .	3
2	40km - avg . . . . .	3
3	60km - avg . . . . .	3
4	Distribution du degré moyen 20km . . . . .	4
5	Distribution du degré moyen 40km . . . . .	4
6	Distribution du degré moyen 60km . . . . .	4
7	Distribution du degré de Clustering 20km - low . . . . .	5
8	Distribution du degré de Clustering 40km - low . . . . .	5
9	Distribution du degré de Clustering 60km - low . . . . .	5
10	Longueur des chemins les plus courts 20km . . . . .	5
11	Longueur des chemins les plus courts 40km . . . . .	5
12	Longueur des chemins les plus courts 60km . . . . .	5
13	Distribution des plus courts chemins 20km . . . . .	6
14	Distribution des plus courts chemins 40km . . . . .	6
15	Distribution des plus courts chemins 60km . . . . .	6
16	Nombre de sauts - 20km . . . . .	6
17	Nombre de sauts - 40km . . . . .	6
18	Nombre de sauts - 60km . . . . .	6
19	Zoom sur le graphe pour la portée 60km avec une densité high . . . . .	7
20	Nombre de sauts 60km - Densité élevée . . . . .	8
21	Nombre de sauts 60km - Densité moyenne . . . . .	8
22	Nombre de sauts 60 km - Densité faible . . . . .	8

# 1 Introduction

Ce projet s'insère dans le contexte du déploiement d'un ensemble de nanosatellites en orbite lunaire, visant à développer une application d'interférométrie. La communication au sein de cet essaim repose sur un routage opportuniste, où les nanosatellites échangent des données dès qu'ils se trouvent à proximité les uns des autres. Nous avons étudié trois configurations de densité (faible, moyenne et élevée) ainsi que trois niveaux de portée (20 km, 40 km, 60 km) au cours de nos différentes analyses. La dynamique de cet essaim a été minutieusement examinée au cours d'une révolution autour de la lune, comme détaillé dans l'article de référence.

## 2 Partie 1 - Modélisation sous forme de graphe

La première étape de ce projet implique la représentation graphique de l'essaim dans trois configurations de densité et pour trois niveaux de portée. Les résultats graphiques sont présentés ci-dessous.

Graphe pour la portée 20000m et la configuration avg

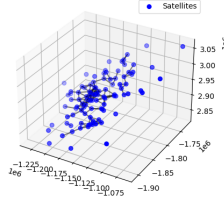


FIGURE. 1 – 20km - avg

Graphe pour la portée 40000m et la configuration avg

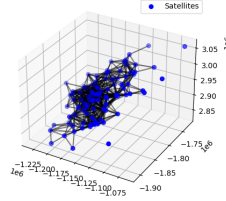


FIGURE. 2 – 40km - avg

Graphe pour la portée 60000m et la configuration avg

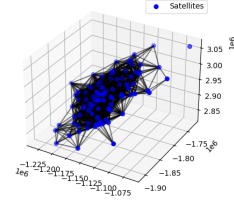


FIGURE. 3 – 60km - avg

On remarque bien que pour une même densité, le nombre de liens entre les noeuds augmente en fonction de la portée.

## 3 Partie 2 - L'étude des graphes non valués

Dans cette section, nous avons étudié les différentes caractéristiques des graphes dans les neuf cas distincts en termes de connectivité, distribution des degrés, de clustering, et des plus courts chemins entre les différents nœuds.

### 3.1 Caractéristiques de Connectivité et de Clustering

#### 3.1.1 Degré moyen

On remarque bien que le degré moyen du graphe évolue en fonction de la portée, ce qui est logique. En effet, à mesure que la portée augmente, la connectivité augmente également.

Portée	moyenne
20km	1.8
40km	11.42
60km	29.42

TABLE 1 – Degré moyen pour la densité faible

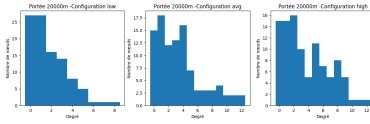


FIGURE. 4 – Distribution du degré moyen 20km

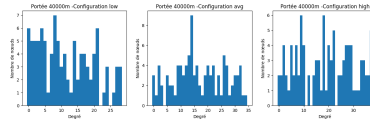


FIGURE. 5 – Distribution du degré moyen 40km

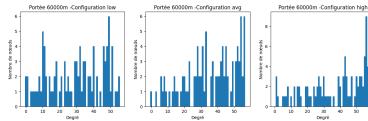


FIGURE. 6 – Distribution du degré moyen 60km

En fixant la portée à 20 km et en comparant la distribution du degré dans le graphe, on constate que la densité élevée favorise une connectivité plus dense entre les satellites, reflétée par des degrés plus élevés. En revanche, la densité faible présente des degrés plus variés, tandis que la densité moyenne offre un équilibre entre densité et variabilité des degrés.

### 3.1.2 Moyenne du degré de clustering

Portée	moyenne
20km	0.23
40km	0.52
60km	0.67

TABLE 2 – Moyenne du degré de clustering pour la densité faible

L'augmentation graduelle du degré de clustering avec l'élargissement de la portée (20 km, 40 km, 60 km) montre une évolution significative dans la communication de l'essaim de nanosatellites. À mesure que la portée augmente, les nanosatellites montrent une propension croissante à établir des connexions locales plus denses. Cette adaptation du réseau en fonction de la portée suggère une optimisation de la cohésion locale au sein de l'essaim.

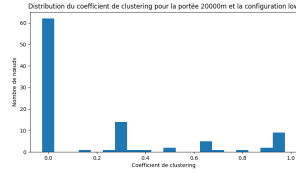


FIGURE. 7 – Distribution du degré de Clustering 20km - low

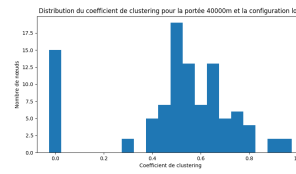


FIGURE. 8 – Distribution du degré de Clustering 40km - low

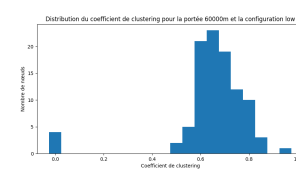


FIGURE. 9 – Distribution du degré de Clustering 60km - low

### 3.2 Structures et Connexions du Réseau

Dans cette partie, nous avons exploré des fonctions de la bibliothèque Networkx, pour calculer le nombre de cliques et de composantes connexes pour les différentes portées, ce qui a donné les résultats suivants : L'augmentation du nombre de cliques avec la portée (20 km, 40 km, 60 km)

Portée	Nombre de cliques	Nombre de composantes connexes
20km	77	39
40km	147	8
60km	301	4

TABLE 3 – Nombre/Ordre de cliques pour la densité faible

indique une croissance significative des structures de sous-groupes connectés au sein de l'essaim de nanosatellites. Cette tendance suggère une complexité accrue des interactions locales, illustrant l'impact de la portée sur la formation de cliques et la structuration du réseau. Or, L'augmentation de la portée entraîne une diminution du nombre de composantes connexes, favorisant une connectivité.

### 3.3 Analyse des Chemins et de la Traversée du Réseau

#### 3.3.1 Longueur des chemins les plus courts

Pour représenter la longueur des chemins, nous avons extrait les sommets de 0 à 10 et ensuite nous avons représenté les longueurs de chemin pour la densité élevée.

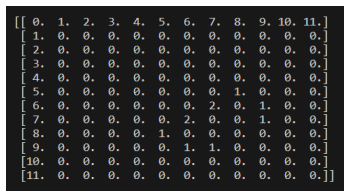


FIGURE. 10 – Longueur des chemins les plus courts 20km

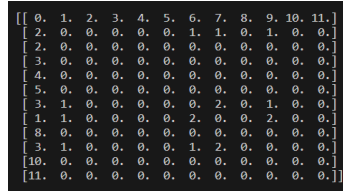


FIGURE. 11 – Longueur des chemins les plus courts 40km

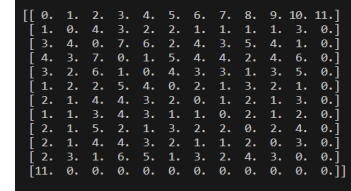


FIGURE. 12 – Longueur des chemins les plus courts 60km

### 3.3.2 Distribution des plus courts chemins

Une densité faible implique des chemins plus courts, tandis qu'une densité forte implique des chemins plus longs en raison de la congestion, elle augmente le nombre de chemins disponibles.

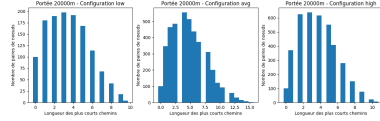


FIGURE. 13 – Distribution des plus courts chemins 20km

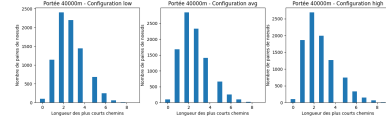


FIGURE. 14 – Distribution des plus courts chemins 40km

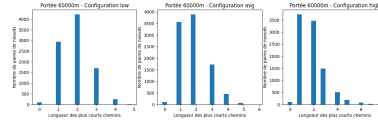


FIGURE. 15 – Distribution des plus courts chemins 60km

On remarque aussi qu'en augmentant la portée, le nombre de satellites interconnectés augmente, cela est dû à l'augmentation de la connectivité entre les différents satellites.

### 3.3.3 Nombre des plus courts chemins

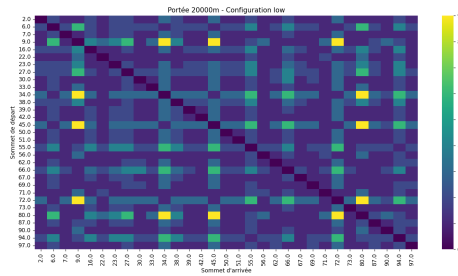


FIGURE. 16 – Nombre de sauts - 20km

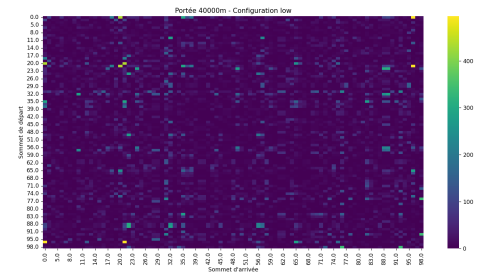


FIGURE. 17 – Nombre de sauts - 40km

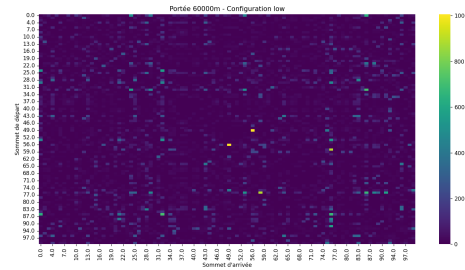


FIGURE. 18 – Nombre de sauts - 60km

### Pour une portée de 20km

Les heatmaps révèlent des clusters de satellites très connectés à courte distance, suggérant une communication plus efficace dans des zones spécifiques.

### Pour une portée de 40km

On observe une extension de la connectivité par rapport à la portée de 20km. Les chemins les plus courts sont plus nombreux et atteignent des zones plus éloignées. Les heatmaps montrent des connexions plus étendues entre les satellites, indiquant une communication plus efficace sur des distances intermédiaires.

### Pour une portée de 60km

À une portée de 60km, les heatmaps révèlent une connectivité maximale entre les satellites, même sur de longues distances. On observe une augmentation significative du nombre de chemins courts. Les clusters de satellites connectés sont plus dispersés, couvrant une plus grande zone géographique.

## 4 Partie 3 - L'étude des graphes valués

Nous avons appliqué le même traitement que précédemment aux graphes pondérés, mais cette fois-ci, avec une portée exclusive de 60 km. Le coût associé à chaque relation entre deux nœuds est défini comme étant le carré de la distance entre les deux extrémités.

### 4.1 Graphe de modélisation

Les graphes sont similaires à ceux de la partie 1, la seule différence est qu'ils sont pondérés.

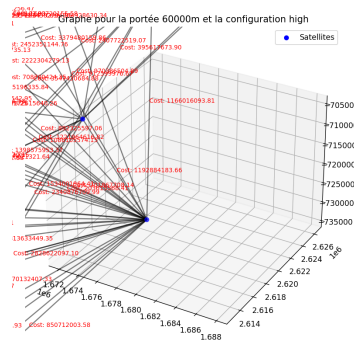


FIGURE. 19 – Zoom sur le graphe pour la portée 60km avec une densité high

### 4.2 Étude des caractéristiques du graphe valués

#### 4.2.1 Analyse des chemins

On a utilisé, à l'aide d'une fonction en Python, l'algorithme de Dijkstra pour calculer la distribution du nombre des plus courts chemins.



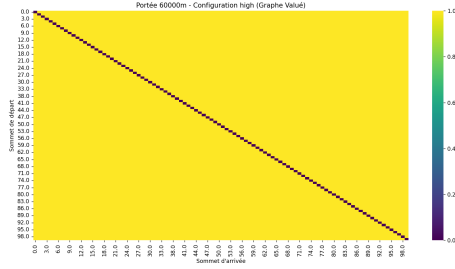


FIGURE. 20 – Nombre de sauts 60km -  
Densité élevée

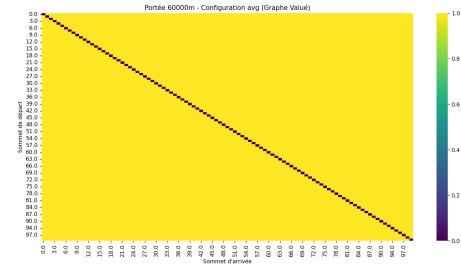


FIGURE. 21 – Nombre de sauts 60km -  
Densité moyenne

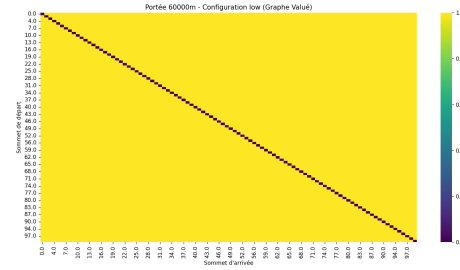


FIGURE. 22 – Nombre de sauts 60 km -  
Densité faible

**Pour une densité Faible :** Les heatmaps révèlent des zones sombres étendues, une connectivité élevée avec de nombreux plus courts chemins possibles, favorisant une communication efficace.

**Pour une densité Moyenne :** Des variations dans la distribution des plus courts chemins sont observées, suggérant une connectivité bien répartie, mais avec des zones potentiellement plus congestionnées.

**Pour une densité Forte :** Des zones plus claires dans les heatmaps signalent une connectivité potentiellement réduite, avec des chemins plus longs entre certains satellites. En général, on trouve au plus un seul court chemin entre deux sommets.

## 5 Conclusion

En conclusion, l'analyse de la densité à différentes portées a révélé que pour une densité plus élevée favorise une connectivité accrue, tandis que des portées plus grandes permettent une couverture étendue, mais avec des chemins plus longs. Les structures topologiques, telles que les cliques et les composantes connexes, offrent des informations sur la cohésion et la robustesse du réseau.

La configuration qui permet d'optimiser le taux de livraison est celle pour une densité élevée et pour une portée de 60km car tous les satellites sont connectés sauf deux. Celle qui permet de minimiser le temps de latence entre les nanosatellites, est celle du graphe valué avec une densité élevée, car on trouve au plus un seul court chemin entre deux sommets.

Ces résultats constituent une base solide pour l'optimisation continue du réseau, mettant en évidence l'importance de concevoir un essaim de nanosatellites qui réponde aux exigences spécifiques de la mission d'interférométrie en orbite lunaire.