1 Вступительная, короткая лекция

ФИО преподователя - Борис Николаевич Четверушкин.

Уильм Оккамский - ученый в честь которого назвали язык (Occam).

Транспютер - — это микропроцессор со встроенными средствами межпроцессорной коммуникации, предназначенный для построения многопроцессорных систем.

Компания INMOS. Компьютеп t-800.

2 Вторая лекция

1. Возможность параллельного разбиения
2. Равномерная загрузка узлов
3. Минимизация обмена между узлами
4. Автоматизация
5. Логическая простота
6. Корректность алгоритмов и математических моделей.

1. Искать другую модель или другой метод
2. Передать точки более загруженным процессорам
3. Пример про моделирование ковида и явного метода Рунге

Пока говорим, только об однородном алгоритме

На следующей лекции h физическая модель, которая позволяет считать лучше.

3 Лекция 3

19^9 число частиц в кубометре воздуха.

$$f(t, \overline{x}, \overline{\xi})$$

$$\rho = \int mf(t, \overline{x}, \overline{\xi}) d\overline{\xi}$$

$$\rho\overline{u} = \int mf(t, \overline{x}, \overline{\xi}) \xi d\overline{\xi}$$

$$\overline{c} = \overline{\xi} - \overline{u}$$

$$P_{ij} = \int mc_i c_j f(t, \overline{x}, \overline{\xi}) d\xi$$

$$q_i = \int \frac{m}{2} e^2 c_j f(t, \overline{x}, \overline{\xi}) d\xi$$

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{\rho} \int \frac{mc^2}{2} f d\overline{\xi}$$

$$P = \rho \frac{K}{m} T = \rho RT$$

$$P = \frac{1}{3}(P_{11} + P_{22} + P_{33})$$

законы сохранения:

1.
$$m + m_1 = m' + {m_1}'$$

2.
$$m\overline{\xi} + m_1\overline{\xi} = m\overline{\xi}' + m_1\overline{\xi}'$$

3.
$$\frac{m\xi^2}{2} + \frac{m_1\xi^2}{2} = \frac{m\xi^{2'}}{2} + \frac{m_1\xi^{2'}}{2}$$

$$f(t, \overline{x}, \overline{\xi})$$

$$t_1 = t + \Delta t$$
$$\overline{x_1} = \overline{x} + \overline{\xi}\Delta t$$
$$\overline{\xi_1} = \overline{\xi} + \overline{\gamma}\Delta t$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \gamma \frac{\partial f}{\partial \xi_i} = 0$$

$$\sum \overline{(\xi)} d\overline{x} d\overline{\xi} = dx d\xi \int f(t, \overline{x}, \overline{\xi}) f(t, \overline{x_1}, \overline{\xi_1}) |g| \gamma d\gamma d\Theta d\overline{\xi_1}$$

$$\sum_{+} dx d\xi' = dx d\xi' \int f' {f'}_1 |g'| B' dB d\Theta d{\xi'}_1$$

Теорема Леувилля о сохранении фазового объема.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \gamma \frac{\partial f}{\partial \xi_i} = \iint (f' {f'}_1 - f f_1) |g| ddbd\Theta d\overline{\xi_1}$$

$$\int \phi(\xi)\frac{\partial f}{\partial t} = \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \gamma \frac{\partial f}{\partial \xi_i} = \iint (f' f'_1 - f f_1)|g| ddbd\Theta \phi(\xi) d\overline{\xi_1}$$

$$I_\phi(t, \overline{x}) = \int g(t, \overline{x}, \overline{\xi})\phi(\xi) d\overline{\xi}$$

$$I_\phi = \frac{1}{2}(I_\phi + I_{\phi_1})$$

$$I_\phi(\xi) d\xi = \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \gamma \frac{\partial f}{\partial \xi_i} = \iint (f' f'_1 - f f_1)|g| ddbd\Theta \phi(\xi) d\overline{\xi_1}$$

$$f' \int \phi(\xi)\frac{\partial f}{\partial t} d\xi = \frac{\partial \int f\phi(\xi)}{\partial t}$$

$$\int \phi(\xi)\xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} d\xi = \frac{\int \xi_i \phi(\xi) d\overline{\xi}}{\partial x}$$

$$\int \phi(\xi)\gamma_i \frac{\partial f}{\partial \xi_i} d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_k \int_{-\infty}^{\infty} d\overline{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} - \int f\gamma_i \frac{\partial \phi}{\partial \xi} d\overline{\xi}$$

4 Лекция 4

Начало лекции пропустил.

$$f_o(t, \overline{x}, \overline{\xi}) = \frac{\rho(t, \overline{x})}{(2\pi RT(t,x))^{\frac{3}{2}}} \overline{l}^{\frac{(3i - u(x,t))^2}{2RT}} = \frac{\rho}{(2RT)^{\frac{3}{2}} l^{\frac{-l_i^2}{2RT}}}$$

$$\int {}^{\infty}_{\infty} x^{2n} l^{-\beta x^2} dxl = \frac{(2n-1)\dots 3\cdot 1}{2^n}\sqrt{\frac{\pi}{\beta^{2n+1}}}$$

$$P_i j = \int e_i e_j f_0 d\xi = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{\frac{3}{2}}} \dots$$

$$P_i j = \int e_i^2 f d\xi \frac{\rho}{(2\pi RT)^{\frac{3}{2}}} [\int e^{\frac{-ci^2}{2RT}} de \int e^{\frac{-e_k}{2RT}} \int e_i^2 e^{-\frac{e_i^2}{2RT}} dc_i = \rho RT]$$

БГК

$$\frac{dR}{dt} = \nu(f - f_0)$$

- число столкновений частиц велико

$$f = f_0 - \frac{1}{\nu}\frac{df_0}{dt} + \frac{1}{\nu}\frac{d^2 f}{dt} + \dots =$$

$$q_i \frac{1}{\nu} \frac{5}{2} R^2 \rho T \frac{\partial t}{\partial x^i}$$

Анонас следующей лекции:

$$f = f_0 = \frac{\rho_i}{2RT_i} k^{-\frac{(3_k - u_{ki})^2}{2RT_i}}$$

рисунок

$$f^{j+1}(\xi) = f^j_{i_0} + \xi \Delta t \frac{f_{i+1,0} - f^j_{i-1,0}}{2\Delta x} - \Delta t \frac{|\xi|}{2} \frac{f^{i+1,0} - 2^i_{i_0} + f^j_{i-1}}{\Delta x}$$

5 Лекция 5

$$f^{j+1}_i = f^i_{i_0}(\xi) + \xi \Delta t \frac{f^i_{i+1,0} - f^j_{i-1,0}}{2\Delta x} - \Delta x \frac{|\xi|}{2} \frac{f^j_{i+1,0} - 2f^j_{i-1,0} + f^i_{i-1,0}}{\Delta x}$$

$$\int f^{i+1}_j d\xi = \rho^{i+1}$$

$$\int f^i_i d\xi = \rho^i$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2RT}}$$

$$a_{x0} = \frac{a_{i+1} - a_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$a_{overlinexx} = \frac{a_{i+1} - 2a_i + a_{i-1}}{\Delta x^2}$$

Разностная схема:

$$\frac{\rho^{j+1}_i - \rho^j_i}{\Delta t} + (\rho u)_{xwith0} = \frac{\Delta x}{2} [\rho u erf(s) + \frac{\rho}{\beta \sqrt{\pi}} exp(-s^2)]_{overlinexx}$$

$$\underline{\rho}$$

еще 2 уравнения не успел

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \frac{\partial f}{\partial x} = J(f'_1, f')$$

$$\frac{f^{i+1} - f^i_j}{\Delta t} + \xi \frac{f^i_j - f^i_{j-1}}{\Delta x} = J, \xi > 0$$

$$\frac{f^{i+1} - f^i_j}{\Delta t} + \xi \frac{f^i_j - f^i_{j+1}}{\Delta x} = J, \xi > 0$$

$$\frac{f^{i+1}-f^i_j}{\Delta t}+\xi\frac{f^i_j-f^i_{j+1}}{\Delta x}\frac{\Delta x}{2}|\xi|\frac{f^j_{i+1}-2f^i_j+f^j_{i-1}}{\Delta x^2}+J(ff'),\xi>0$$

Ур Больцмана - Ур газ динамики - разностная схема Ур Больцмана - разностное киетич ур - ???

$$\frac{f^{i+1}_j-f^i_j}{\Delta t}+\frac{\xi+|\xi|}{2}\frac{15f^i_j-2f^i_{j-1}+0.5f^j_{i-2}}{\Delta x}=...$$

$$K_n=\frac{l}{L}<<1$$

рисунок

$$f(t^{i+1},\overline{x},\overline{\xi})-f^i_0(t,x-\xi J,\xi)$$

$$\frac{f^{i+1}_i-f^i_{i0}}{\Delta t}+div(\xi f_0)^i=\frac{\partial}{\partial X_i}\frac{J}{2}\xi_i\xi_k\frac{\partial f^j_0}{\partial x_k}$$

Система уравнений (которая оказывается совпадает с уравнением Навье - Стокса)

...

$$\frac{\partial\rho u}{\partial t}+\frac{\tau}{2}\frac{\partial^2\rho u}{\partial t^2}+\frac{\partial(\rho u^2+P)}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\frac{\tau}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\rho)...$$

...

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+J\frac{\partial^2\rho}{\partial\tau^2}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u=\frac{\tau}{2}\frac{\partial}{\partial x}((\rho u^2+P)))$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\tau}{2}\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

Построим схему более устойчивая.

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\epsilon\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}=x\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\frac{T^{j+1}_i-T^{j-1}_i}{2\Delta\tau}+\epsilon\frac{T^{j+1}_i-2T^j_i+T^{j-1}_i}{\Delta t^2}+x\frac{T^j_{i+1}-2T^j_i+T_{i-1}j}{\Delta x^2}$$

6 лекция 6

рисунок классический объект исследований, поток проходит через двумерную выемку

$$\frac{\partial E}{\partial t} = 0$$

рисунок трехмерный случай

ПОграничный слой $\Delta\{95\% U_\infty U$

Один из примеров применения этой теории корабль Буран. Нагрев при посадке (брюхом вперед) корпус нагревается до 1300 градусов на поверхности. За слоем нагревается около 200-300 градусов. Слой состоит из кирпичей, но иногда эти кирпичи вылитают (катастрофа с американским шаттлом)

Данные рассчетов для Бурана:

$$M_\infty = 1.35; Re = 33 \cdot 33 \cdot 10^4 = Re = \frac{U_\infty H \rho}{M}$$

$$\frac{L}{H} = 21$$

рисунки графиков перехода тепловой энергии в колебания для разных М от времени

Существует несколько решений, например наклонить кирпечи под углом или поместить на угол нашлепку, чтобы там не образовывался поверхностный слой.

Аэродинамика нососвой иглы гиперзвуковых самолетов для определенных скоростей (например 6 махов).

6.1 Проблема аэроупругости

Возникает когда возникает обратное воздействие к воздействию потока и возникает обратный поток.

рисунок гибкой выемки

Мы не будем касаться задачи упругости, обычно решается как

$$M\delta^{00} + \mathcal{D}\delta^{0} + K\delta = F$$

при некоторых частотах внезапно появляется Unsteady flow который необходимо учитывать и сегодня он активно просчитывается.

7 Лекция

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} k \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k \frac{\partial U}{\partial u} + F$$

$$BU_{i,n+1} + KU_{i-1,n} - eU_{in} + EU_{i+1j,n} + VU_{i-1,n} + F_{in} = 0$$

$$U_{01} = \phi_{i,n}U_{in} + \psi_{1,n}U_{in} + \xi_{1,n}, U_{N_{i-1}}$$
$$U_{i0} = \phi_{i,n}U_{i1} + \psi_{i1}, U_{i,N_n} = \phi_{i,N_n} = \phi U_{i,N_n-1} + \xi_{i,N_n-1}$$

$$U_{in} = \alpha_{i,n+1}U_{i,n+1} + \beta_{i,n+1}$$
$$U_in = \gamma_{i,n-1}U_{i,n-1} + d_{i,n-1}$$
$$KU_{i-1,n} - (c - \alpha_{in}\beta - \gamma_{in}V)U_{in} + EU_{i+1n} + F + \beta_{in}B + d_{in}V = 0$$

Прогонка для многопроцессорной системы

$$\alpha_{i+1,n} = \frac{E}{\psi^{\alpha}_{in}\psi^{\alpha}_{in} = c - \alpha_n K - \alpha_{in}B - \gamma_{in}V}$$
$$\gamma_{i+1,n} = \frac{K}{\psi^{\omega}_{in}}$$
$$\psi^{\gamma}_{in} = c - \gamma_{in}E - \alpha_{in}B - \gamma_{in}V$$

$$\alpha_{i,n} + 1 = \frac{V}{\psi_i^{alpha}n}\Psi^{\alpha}_{in}B - \alpha_{in}K - \gamma_{inE}$$
$$\gamma_{i,n-1} = \frac{B}{\Psi^{\gamma}_{in}}$$
$$\Psi^{\gamma}_{in} = c = \gamma_{in}V - \alpha_{in}K - \gamma_{in}E$$

...

аналог метода Зейделя

Метод робастный, но линейная система работает со скоростью $\frac{1}{N^2}$, что плохо в однопроцессорном случае, но не сильно влияет при многопроцессорных вычилениях.

8 Лекция 7

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial p}{\partial t} + div(pu) = 0$$

Уравнение движениея

$$\frac{\partial \rho\overline{u}}{\partial t} + div[p\overline{u} \times \overline{u} + B_k B_p] + \nu(p + \frac{B^2}{8\pi} + \Phi) = divP_{NS}$$

Уравнение энергии

$$\frac{\partial E}{\partial t} + div(E + \rho + \frac{B}{8\pi})\overline{u} = div\overline{q} + divP_{NS}\overline{u}$$

$$\frac{d\overline{B}}{dt}rot\overline{u}\times\overline{B}+rot\nu mrot\overline{B}\nu_m=c^2$$

$$div\overline{B}=0$$

$$\Delta\Phi=4\Pi G\rho$$

Это система уравнений для рассчета

$$\rho=\int fd\overline{\xi}$$

$$\rho\overline{u}=\int p\overline{\xi d\xi}$$

Введем локально Максвелловскую функцию распределения (распределеения говорим осторожно из-зи комплексных переменных)

$$f_{oM}=\frac{\rho}{(2\pi RT)^{\frac{3}{2}}}l^{\frac{-(\xi_k-u_k-i\frac{B_k}{\sqrt{4\pi\rho}})}{2RT}}$$

$$\rho=Re\int f_{om}d\xi$$

$$0=Im\int f_{om}d\xi$$

$$\overline{\xi}=\overline{c}+\overline{u}+i\frac{\overline{B}}{\sqrt{2\pi\rho}}$$

$$\xi*=\overline{c}+\overline{u}-i\frac{B}{\sqrt{2\pi\rho}}$$

$$\overline{u}=\frac{1}{\rho}Re\int f_{Om}\overline{\xi}d\xi$$

$$\overline{B}=\frac{Im}{\sqrt{\rho}}\int f_{OM}\overline{\xi}*d\xi$$

$$E=Re\int\frac{\xi^2}{2}f_{om}d\xi$$

$$P+\frac{B^2}{8\pi}=\int c^2f_{om}d\xi$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}+div(\xi f)=g(ff')$$

$$\int g\phi d\xi=0$$

$$\frac{\partial B}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_P}(u_PB_E-u_xB_P)$$

$$divB = 0$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{P}{Px_P}[(P + \frac{B^2}{8\pi})\delta_{kp} + \rho u_k u_p - B_p B_k] = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_K}(u_k(E + P + \frac{B^2}{8\pi})B_k U_p B_P) = 0$$

$$\frac{\tau_m}{2}\frac{\partial B_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_P}[u_P B_K - U_K B_P]l = rot\frac{\tau_m}{2}(P + \frac{B^2}{8\pi}rot\overline{B}) + \sum ...$$

Сумму в конце можно отбросить, так как она составляет меньше процента Отсюда можно узнать чему равняется τ_m

$$\tau_m = \frac{2\nu_M}{(P + \frac{B^2}{8\pi})}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \tau\frac{\partial^2\rho}{\partial\tau^2} + div(\rho u - \frac{1}{\rho}\sum_{i=1}^{S}\frac{\tau}{2}\frac{\partial}{\partial x_i}[(p + \frac{B^2}{8\pi})S_{in} + \rho u_i u_k - B_i B_k])$$

$$\rho N_k = \sum_{i=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_i}(p + \frac{B^2}{8\pi})S_{ik} + \rho u_i u_k - B_i B_k$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\tau}{2}\frac{\partial^2\rho}{\partial t} + div(\rho(\overline{u} - \overline{w})) = 0$$

$$\frac{\rho\overline{u}}{\partial t}div(\rho(u - w) \times \overline{u}) + B_i B_p) + \nu(\rho + \frac{B^2}{8\pi} + \Phi) = 0$$

$$\epsilon\frac{\Phi_i^{j+1} - 2\Phi_i^j + \Phi_i^{i-1}}{\Delta t^2} + \frac{\Phi^{j+1} - \Phi^{j-1}}{2\Delta t} + \Delta\Phi^j = 4\pi\rho$$