

1 Вступительная, короткая лекция

ФИО преподавателя - Борис Николаевич Четверушкин.

Уильм Оккамский - ученый в честь которого назвали язык (Оссам).

Транспютер - — это микропроцессор со встроенными средствами межпроцессорной коммуникации, предназначенный для построения многопроцессорных систем.

Компания INMOS. Компьютер t-800.

2 Вторая лекция

1. Возможность параллельного разбиения
2. Равномерная загрузка узлов
3. Минимизация обмена между узлами
4. Автоматизация
5. Логическая простота
6. Корректность алгоритмов и математических моделей.

1. Искать другую модель или другой метод

2. Передать точки более загруженным процессорам

3. Пример про моделирование ковида и явного метода Рунге

Пока говорим, только об однородном алгоритме

На следующей лекции h физическая модель, которая позволяет считать лучше.

3 Лекция 3

10^9 число частиц в кубометре воздуха.

$$f(t, \bar{x}, \bar{\xi})$$

$$\rho = \int m f(t, \bar{x}, \bar{\xi}) d\bar{\xi}$$

$$\rho \bar{u} = \int m f(t, \bar{x}, \bar{\xi}) \bar{\xi} d\bar{\xi}$$

$$\bar{c} = \bar{\xi} - \bar{u}$$

$$P_{ij} = \int m c_i c_j f(t, \bar{x}, \bar{\xi}) d\bar{\xi}$$

$$q_i = \int \frac{m}{2} e^2 c_j f(t, \bar{x}, \bar{\xi}) d\xi$$

$$\frac{3}{2}kT = \frac{1}{\rho} \int \frac{mc^2}{2} f d\bar{\xi}$$

$$P=\rho\frac{K}{m}T=\rho RT$$

$$P=\frac{1}{3}(P_{11}+P_{22}+P_{33})$$

законы сохранения:

1.

$$m+m_1=m'+m_1'$$

2.

$$m\bar{\xi}+m_1\bar{\xi}=m\bar{\xi}'+m_1\bar{\xi}'$$

3.

$$\frac{m\xi^2}{2}+\frac{m_1\xi^2}{2}=\frac{m\xi^{2'}}{2}+\frac{m_1\xi^{2'}}{2}$$

$$f(t,\overline{x},\overline{\xi})$$

$$t_1=t+\Delta t$$

$$\overline{x_1}=\overline{x}+\overline{\xi}\Delta t$$

$$\overline{\xi_1}=\overline{\xi}+\overline{\gamma}\Delta t$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}=\xi_i\frac{\partial f}{\partial x_i}+\gamma\frac{\partial f}{\partial \xi_i}=0$$

$$\sum \overline{(\xi)} d\overline{x} d\overline{\xi} = dxd\xi \int f(t,\overline{x},\overline{\xi}) f(t,\overline{x_1},\overline{\xi_1}) |g| \gamma d\gamma d\Theta d\overline{\xi_1}$$

$$\sum_+ dxd\xi' = dxd\xi' \int f' f'_{_1} |g'| B' dB d\Theta d\xi'_{_1}$$

Теорема Леувилля о сохранении фазового объема.

$$\frac{\partial f}{\partial t}=\xi_i\frac{\partial f}{\partial x_i}+\gamma\frac{\partial f}{\partial \xi_i}=\iint (f' f'_{_1}-f f_1) |g| ddbd\Theta d\overline{\xi_1}$$

$$\int \phi(\xi) \frac{\partial f}{\partial t} = \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \gamma \frac{\partial f}{\partial \xi_i} = \iint (f' f'_{_1} - f f_1) |g| ddbd\Theta \phi(\xi) d\overline{\xi_1}$$

$$I_{\phi}(t, \bar{x}) = \int g(t, \bar{x}, \bar{\xi}) \phi(\xi) d\bar{\xi}$$

$$I_{\phi} = \frac{1}{2}(I_{\phi} + I_{\phi_1})$$

$$I_{\phi}(\xi)d\xi = \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \gamma \frac{\partial f}{\partial \xi_i} = \iint (f' f'_1 - f f_1) |g| d b d \Theta \phi(\xi) d \bar{\xi}_1$$

$$f' \int \phi(\xi) \frac{\partial f}{\partial t} d\xi = \frac{\partial \int f \phi(\xi)}{\partial t}$$

$$\int \phi(\xi) \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} d\xi = \frac{\int \xi_i \phi(\xi) d\bar{\xi}}{\partial x}$$

$$\int \phi(\xi) \gamma_i \frac{\partial f}{\partial \xi_i} d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_k \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} - \int f \gamma_i \frac{\partial \phi}{\partial \xi} d\bar{\xi}$$

4 Лекция 4

Начало лекции пропустил.

$$f_o(t, \bar{x}, \bar{\xi}) = \frac{\rho(t, \bar{x})}{(2\pi RT(t, x))^{\frac{3}{2}}} \bar{l}^{\frac{(3i-u(x,t))^2}{2RT}} = \frac{\rho}{(2RT)^{\frac{3}{2}} \bar{l}^{\frac{-l^2}{2RT}}}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2n} l^{-\beta x^2} dx l = \frac{(2n-1) \dots 3 \cdot 1}{2^n} \sqrt{\frac{\pi}{\beta^{2n+1}}}$$

$$P_{ij} = \int e_i e_j f_0 d\xi = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{\frac{3}{2}}} \dots$$

$$P_{ij} = \int e_i^2 f d\xi \frac{\rho}{(2\pi RT)^{\frac{3}{2}}} [\int e^{\frac{-c_i^2}{2RT}} de \int e^{\frac{-e_k}{2RT}} \int e_i^2 e^{-\frac{e_i^2}{2RT}} dc_i = \rho RT]$$

БГК

$$\frac{dR}{dt} = \nu(f - f_0)$$

- число столкновений частиц велико

$$f = f_0 - \frac{1}{\nu} \frac{df_0}{dt} + \frac{1}{\nu} \frac{d^2 f}{dt^2} + \dots =$$

$$q_i \frac{1}{\nu} \frac{5}{2} R^2 \rho T \frac{\partial t}{\partial x^i}$$

Анонс следующей лекции:

$$f = f_0 = \frac{\rho_i}{2RT_i} k^{-\frac{(3k - u_{ki})^2}{2RT_i}}$$

рисунок

$$f^{j+1}(\xi) = f_{i_0}^j + \xi \Delta t \frac{f_{i+1,0}^j - f_{i-1,0}^j}{2\Delta x} - \Delta t \frac{|\xi|}{2} \frac{f^{i+1,0} - 2f_{i_0}^i + f_{i-1}^j}{\Delta x}$$

5 Лекция 5

$$f_i^{j+1} = f_{i_0}^i(\xi) + \xi \Delta t \frac{f_{i+1,0}^j - f_{i-1,0}^j}{2\Delta x} - \Delta x \frac{|\xi|}{2} \frac{f_{i+1,0}^j - 2f_{i-1,0}^j + f_{i-1,0}^i}{\Delta x}$$

$$\int f_j^{i+1} d\xi = \rho^{i+1}$$

$$\int f_i^i d\xi = \rho^i$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2RT}}$$

$$a_{x0} = \frac{a_{i+1} - a_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$a_{\overline{line}xx} = \frac{a_{i+1} - 2a_i + a_{i-1}}{\Delta x^2}$$

Разностная схема:

$$\frac{\rho_i^{j+1} - \rho_i^j}{\Delta t} + (\rho u)_{x\text{with}0} = \frac{\Delta x}{2} [\rho u f(s) + \frac{\rho}{\beta \sqrt{\pi}} \exp(-s^2)]_{\overline{line}xx}$$

$$\underline{\rho}$$

еще 2 уравнения не успел

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \frac{\partial f}{\partial x} = J(f'_1, f')$$

$$\frac{f^{i+1} - f_j^i}{\Delta t} + \xi \frac{f_j^i - f_{j-1}^i}{\Delta x} = J, \xi > 0$$

$$\frac{f^{i+1} - f_j^i}{\Delta t} + \xi \frac{f_j^i - f_{j+1}^i}{\Delta x} = J, \xi > 0$$

$$\frac{f^{i+1} - f_j^i}{\Delta t} + \xi \frac{f_j^i - f_{j+1}^i}{\Delta x} \frac{\Delta x}{2} |\xi| \frac{f_{i+1}^j - 2f_j^i + f_{i-1}^j}{\Delta x^2} + J(ff'), \xi > 0$$

Ур Больцмана - Ур газ динамики - разностная схема Ур Больцмана - разностное киегич ур - ???

$$\frac{f_j^{i+1} - f_j^i}{\Delta t} + \frac{\xi + |\xi|}{2} \frac{15f_j^i - 2f_{j-1}^i + 0.5f_{i-2}^j}{\Delta x} = \dots$$

$$K_n = \frac{l}{L} < 1$$

рисунок

$$f(t^{i+1}, \bar{x}, \bar{\xi}) - f_0^i(t, x - \xi J, \xi)$$

$$\frac{f_i^{i+1} - f_{i0}^i}{\Delta t} + \operatorname{div}(\xi f_0)^i = \frac{\partial}{\partial X_i} \frac{J}{2} \xi_i \xi_k \frac{\partial f_0^j}{\partial x_k}$$

Система уравнений (которая оказывается совпадает с уравнением Навье - Стокса)

...

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\tau}{2} \frac{\partial^2 \rho u}{\partial t^2} + \frac{\partial(\rho u^2 + P)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\tau}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\rho) \dots$$

...

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + J \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u = \frac{\tau}{2} \frac{\partial}{\partial x} ((\rho u^2 + P)))$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\tau}{2} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$$

Построим схему более устойчивая.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^{j-1}}{2\Delta\tau} + \epsilon \frac{T_i^{j+1} - 2T_i^j + T_i^{j-1}}{\Delta t^2} + x \frac{T_{i+1}^j - 2T_i^j + T_{i-1}^j}{\Delta x^2}$$

6 лекция 6

рисунок классический объект исследований, поток проходит через двумерную выемку

$$\frac{\partial E}{\partial t} = 0$$

рисунок трехмерный случай

ПОграничный слой $\Delta\{95\%U_\infty U$

Один из примеров применения этой теории корабль Буран. Нагрев при посадке (брюхом вперед) корпус нагревается до 1300 градусов на

поверхности. За слоем нагревается около 200-300 градусов. Слой состоит из кирпичей, но иногда эти кирпичи вылетают (катастрофа с американским шаттлом)

Данные расчетов для Бурана:

$$M_{\infty} = 1.35; Re = 33 \cdot 33 \cdot 10^4 = Re = \frac{U_{\infty} H \rho}{M}$$

$$\frac{L}{H} = 21$$

рисунки графиков перехода тепловой энергии в колебания для разных М от времени

Существует несколько решений, например наклонить кирпичи под углом или поместить на угол нащепку, чтобы там не образовывался поверхностный слой.

Аэродинамика носовой иглы гиперзвуковых самолетов для определенных скоростей (например 6 махов).

6.1 Проблема аэроупругости

Возникает когда возникает обратное воздействие к воздействию потока и возникает обратный поток.

рисунок гибкой выемки

Мы не будем касаться задачи упругости, обычно решается как

$$M\delta^{00} + D\delta^0 + K\delta = F$$

при некоторых частотах внезапно появляется Unsteady flow который необходимо учитывать и сегодня он активно просчитывается.

7 Лекция

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} k \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k \frac{\partial U}{\partial y} + F$$

$$BU_{i,n+1} + KU_{i-1,n} - eU_{in} + EU_{i+1j,n} + VU_{i-1,n} + F_{in} = 0$$

$$U_{01} = \phi_{i,n}U_{in} + \psi_{1,n}U_{in} + \xi_{1,n}, U_{N_{i-1}}$$

$$U_{i0} = \phi_{i,n}U_{i1} + \psi_{i1}, U_{i,N_n} = \phi_{i,N_n} = \phi U_{i,N_n-1} + \xi_{i,N_n-1}$$

$$U_{in} = \alpha_{i,n+1}U_{i,n+1} + \beta_{i,n+1}$$

$$U_in = \gamma_{i,n-1}U_{i,n-1} + d_{i,n-1}$$

$$KU_{i-1,n} - (c - \alpha_{in}\beta - \gamma_{in}V)U_{in} + EU_{i+1n} + F + \beta_{in}B + d_{in}V = 0$$

Прогонка для многопроцессорной системы

$$\alpha_{i+1,n} = \frac{E}{\psi_{in}^\alpha \psi_{in}^\alpha = c - \alpha_n K - \alpha_{in} B - \gamma_{in} V}$$

$$\gamma_{i+1,n} = \frac{K}{\psi_{in}^\omega}$$

$$\psi_{in}^\gamma = c - \gamma_{in} E - \alpha_{in} B - \gamma_{in} V$$

$$\alpha_{i,n} + 1 = \frac{V}{\psi_i^{alpha} n} \Psi_{in}^\alpha B - \alpha_{in} K - \gamma_{in} E$$

$$\gamma_{i,n-1} = \frac{B}{\Psi_{in}^\gamma}$$

$$\Psi_{in}^\gamma = c - \gamma_{in} V - \alpha_{in} K - \gamma_{in} E$$

...

аналог метода Зейделя

Метод робастный, но линейная система работает со скоростью $\frac{1}{N^2}$, что плохо в однопроцессорном случае, но не сильно влияет при многопроцессорных вычислениях.

8 Лекция 7

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \text{div}(pu) = 0$$

Уравнение движения

$$\frac{\partial \rho \bar{u}}{\partial t} + \text{div}[p \bar{u} \times \bar{u} + B_k B_p] + \nu(p + \frac{B^2}{8\pi} + \Phi) = \text{div} P_{NS}$$

Уравнение энергии

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \text{div}(E + \rho + \frac{B}{8\pi}) \bar{u} = \text{div} \bar{q} + \text{div} P_{NS} \bar{u}$$

$$\frac{d \bar{B}}{dt} \text{rot} \bar{u} \times \bar{B} + \text{rot} \nu m \text{rot} \bar{B} \nu_m = c^2$$

$$\text{div} \bar{B} = 0$$

$$\Delta \Phi = 4\pi G \rho$$

Это система уравнений для расчета

$$\rho = \int f d\bar{\xi}$$

$$\rho \bar{u} = \int p \bar{\xi} d\bar{\xi}$$

Введем локально Максвелловскую функцию распределения (распределения говорим осторожно из-зи комплексных переменных)

$$f_{oM} = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{\frac{3}{2}}} l^{\frac{-(\xi_k - u_k - i \frac{B_k}{\sqrt{4\pi\rho}})}{2RT}}$$

$$\rho = Re \int f_{om} d\xi$$

$$0 = Im \int f_{om} d\xi$$

$$\bar{\xi} = \bar{c} + \bar{u} + i \frac{\bar{B}}{\sqrt{2\pi\rho}}$$

$$\xi^* = \bar{c} + \bar{u} - i \frac{B}{\sqrt{2\pi\rho}}$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\rho} Re \int f_{Om} \bar{\xi} d\xi$$

$$\bar{B} = \frac{Im}{\sqrt{\rho}} \int f_{Om} \bar{\xi}^* d\xi$$

$$E = Re \int \frac{\xi^2}{2} f_{om} d\xi$$

$$P + \frac{B^2}{8\pi} = \int c^2 f_{om} d\xi$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + div(\xi f) = g(f f')$$

$$\int g \phi d\xi = 0$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_P} (u_P B_E - u_x B_P)$$

$$div B = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{P}{Px_P} [(P + \frac{B^2}{8\pi}) \delta_{kp} + \rho u_k u_p - B_p B_k] = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_K} (u_k (E + P + \frac{B^2}{8\pi}) B_k U_p B_P) = 0$$

$$\frac{\tau_m}{2} \frac{\partial B_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_P} [u_P B_K - U_K B_P] l = rot \frac{\tau_m}{2} (P + \frac{B^2}{8\pi} rot \bar{B}) + \sum \dots$$

Сумму в конце можно отбросить, так как она составляет меньше процента. Отсюда можно узнать чему равняется τ_m

$$\tau_m = \frac{2\nu_M}{(P + \frac{B^2}{8\pi})}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \tau \frac{\partial^2 \rho}{\partial \tau^2} + \text{div}(\rho u - \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^S \frac{\tau}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} [(p + \frac{B^2}{8\pi}) S_{in} + \rho u_i u_k - B_i B_k])$$

$$\rho N_k = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (p + \frac{B^2}{8\pi}) S_{ik} + \rho u_i u_k - B_i B_k$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\tau}{2} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho(\bar{u} - \bar{w})) = 0$$

$$\frac{\rho \bar{u}}{\partial t} \text{div}(\rho(u - w) \times \bar{u}) + B_i B_p + \nu(\rho + \frac{B^2}{8\pi} + \Phi) = 0$$

$$\epsilon \frac{\Phi_i^{j+1} - 2\Phi_i^j + \Phi_i^{i-1}}{\Delta t^2} + \frac{\Phi^{j+1} - \Phi^{j-1}}{2\Delta t} + \Delta \Phi^j = 4\pi\rho$$