Интервальное оценивание. Доверительные интервалы

Интервальная оценка – оценка параметра θ (параметром обычно является среднее или дисперсия или доля некоторого признака генеральной совокупности), определяемая двумя числами – концами интервала, покрывающего θ.

$\left(\tilde{\theta}-\delta;\tilde{\theta}+\delta\right)$, где $\tilde{\theta}$ - точечная оценка.

Границы интервала – случайные величины $\Rightarrow$ можно говорить, что интервал $\left(\tilde{\theta}-\delta;\tilde{\theta}+\delta\right)$ покрывает θ с какой-то вероятностью.

Доверительный интервал – интервал $\left(\tilde{\theta}-\delta;\tilde{\theta}+\delta\right)$, который покрывает неизвестный параметр θ с заданной надежностью (вероятностью) γ:

$P\left(\tilde{\theta}-\delta<\theta<\tilde{\theta}+\delta\right)=\gamma$ или $P\left(\left|\theta-\tilde{\theta}\right|<\delta\right)=\gamma$.

Число γ называется *доверительной вероятностью* (*надежностью*).
Число δ – полуширина доверительного интервала – *точность оценки*.
Интервальные оценки используются для выборок малого объема, так как в этом случае точечные оценки имеют невысокую надежность.
γ=1-α ⇒ α=1-γ - *уровень значимости* – вероятность противоположного события.

$\Rightarrow P\left(\tilde{\theta}-\delta<\theta<\tilde{\theta}+\delta\right)=1-\alpha$

Полуширина доверительного интервала δ зависит от объема выборки (n) и доверительной вероятности (γ=1-α): $n\uparrow\Rightarrow\delta\downarrow$, $\gamma=1-\alpha\to1\Rightarrow\delta\uparrow$
Обычно используют доверительные вероятности, равные 0,9; 0,95; 0,99.

Доверительные интервалы (формулы)

для среднего a при неизвестной дисперсии	$\bar{x}-t_{\alpha/2,n-1}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}<a<\bar{x}+t_{\alpha/2,n-1}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}$, где $t_{\alpha/2,\,n-1}$ - критическая точка распределения Стьюдента с числом степеней свободы n–1 **В Excel:** $t_{\frac{\alpha}{2},\ n-1}=\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х}(\alpha;\ n-1)$
для дисперсии σ^2	$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}<\sigma^2<\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1}}$, где $\chi^2_{\alpha/2,n-1}$ и $\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ - критические точки хи-квадрат-распределения с $n-1$ числом степеней свободы **В Excel:** $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},\ n-1}=\text{ХИ2.ОБР.ПХ}(\alpha/2\ ;\ n-1)$ $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},\ n-1}=\text{ХИ2.ОБР}(\alpha/2\ ;\ n-1)$
для доли p	$\bar{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\overline{pq}}{n}}<p<\bar{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\overline{pq}}{n}}$, где $\bar{q}=1-\bar{p}$, $z_{\frac{\alpha}{2}}$ – квантиль стандартного нормального распределения (берется по модулю) **В Excel:** $z_{\frac{\alpha}{2}}=-\text{НОРМ.СТ.ОБР}(\frac{\alpha}{2})$

Проверка статистических гипотез

<u>Статистическая гипотеза</u> – утверждение о значениях одного или нескольких параметров генеральной совокупности или о ее законе распределения.

Проверить статистическую гипотезу – это значит проверить, согласуются ли данные, полученные из выборки, с этой гипотезой.

При проверке статистических гипотез выдвигаются две гипотезы:

- *<u>Нулевая гипотеза</u>* H_0 – основная гипотеза, подлежащая проверке.
- *<u>Альтернативная</u>* (конкурирующая) гипотеза H_1 – гипотеза, противоречащая основной.

Нулевая гипотеза может быть принята или отвергнута. Если выборочные данные свидетельствуют о несправедливости нулевой гипотезы, то она отвергается в пользу альтернативной. Если выборочные данные не противоречат утверждению основной гипотезы, то она принимается.

Нулевая гипотеза всегда формулируется в форме равенства. Если θ - параметр ген.совокупности, то

$$H_0:\ \theta=\theta_0$$

где θ_0 – гипотетическое значение параметра.

Альтернативная гипотеза может быть записана в виде:

$$H_1:\ \theta\neq\theta_0$$
$$H_1:\ \theta>\theta_0$$
$$H_1:\ \theta<\theta_0$$

Проверка гипотезы осуществляется с помощью статистического критерия. *Статистический критерий* – это случайная величина K, закон распределения которой известен в случае, если принятая гипотеза справедлива. Как правило, статистический критерий имеет одно из следующих распределений: t-распределение Стьюдента, χ^2-распределение, стандартное нормальное, распределение Фишера-Снедекора, тогда вместо обозначения «K» для статистического критерия используются соответствующие символы $T,\ \chi^2,\ N,\ F$ соответственно. Статистический критерий можно рассматривать как меру расхождения имеющейся выборки с проверяемой гипотезой.

<u>Область принятия гипотезы</u> (область допустимых значений) – совокупность значений критерия K, при которых принимается H_0.

<u>Критической областью</u> называется совокупность значений критерия K, при которых отвергается H_0.

<u>Критическими точками</u> $K_{кр}$ называются точки, отделяющие критическую область от области принятия гипотезы. Критические точки находят, используя уровень значимости α, по таблицам критических точек.

Критическая область определяется формулировкой альтернативной гипотезы и может быть:

- Правосторонней (соответствует гипотезе H_1: $\theta>\theta_0$): $K \geq K_{кр}$
- Левосторонней (соответствует гипотезе H_1: $\theta<\theta_0$): $K \leq K_{кр}$
- Двусторонней (соответствует H_1: $\theta\neq\theta_0$): $K\leq K_{кр1}$ или $K\geq K_{кр2}$

При проверке гипотез возможны следующие варианты:

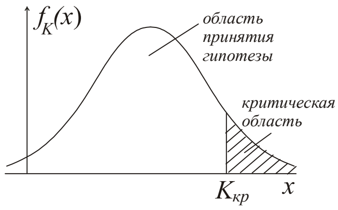
		Наше решение	
		Принять H_0	Отвергнуть H_0
Действительное положение вещей	H_0 верна	Правильное решение 1-α	Ошибка первого рода α
	H_0 не верна	Ошибка второго рода β	Правильное решение 1-β

Пример: решение присяжных о виновности подсудимого.

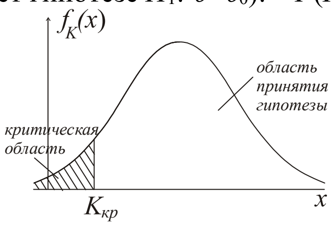
Ошибка I-го рода – отвергнуть правильную H_0.
Ошибка II-го рода – принять неправильную H_0.
Вероятность ошибки I-го рода $=\alpha$ (<u>*уровень значимости*</u>).
Вероятность ошибки II-го рода $=\beta$.
α и β - малые величины!
<u>*Мощность критерия*</u> $1-\beta$ - вероятность отвергнуть нулевую гипотезу, когда она неверна.

Для нахождения критических областей используется уровень значимости α:

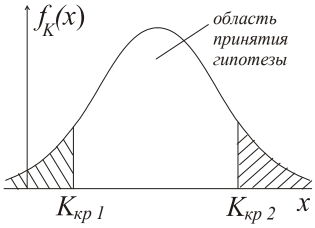
- Правосторонняя (соответствует гипотезе H_1: $\theta>\theta_0$): $P(K\geq K_{кр})=\alpha$



- Левосторонняя (соответствует гипотезе H_1: $\theta<\theta_0$): $P(K\leq K_{кр})=\alpha$



- Двусторонняя (соответствует H_1: $\theta\neq\theta_0$): $P(K\leq K_{кр.1})=P(K\geq K_{кр.2})=\alpha/2$



План проверки статистической гипотезы:

1. Формулировка H_0 и H_1;
2. Задание уровня значимости α (0,05; 0,1; 0,01);
3. Выбор статистического критерия K;
4. Вычисление $K_{набл.}$;
5. Вычисление критических точек $K_{кр.}$;
6. Принятие статистического решения: принять или отвергнуть H_0.

Параметрические критерии проверки гипотез

Параметрические критерии используются для выборок, извлеченных из нормально распределенных генеральных совокупностей. Ниже представлены наиболее часто используемые критерии.

1. Проверка гипотезы о равенстве среднего значения гипотетическому значению при неизвестной дисперсии

Нулевая гипотеза о равенстве математического ожидания нормально распределенной случайной величины гипотетическому значению формулируется как H_0: $a = a_0$, где a – математическое ожидание (среднее значение) случайной величины X, a_0 – его гипотетическое значение. В качестве статистического критерия используется статистика

$$t = \frac{\bar{x} - a_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}},$$

имеющая t-распределение Стьюдента с (n-1) числом степеней свободы.

Альтернативная гипотеза	Критическая область
H_1: $a > a_0$	Правосторонняя: $t \geq t_{\alpha,n-1}$, где $t_{\alpha,n-1}$ – критическое значение t-распределения Стьюдента с (n-1) числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_{\alpha,\ n-1} = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР}(\alpha;\ n-1)$
H_1: $a < a_0$	Левосторонняя: $t \leq -t_{\alpha,n-1}$, где $t_{\alpha,n-1}$ – критическое значение t-распределения Стьюдента с (n-1) числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_{\alpha,\ n-1} = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР}(\alpha;\ n-1)$
H_1: $a \neq a_0$	Двусторонняя: $t \leq -t_{\alpha/2,n-1}$ и $t \geq t_{\alpha/2,n-1}$, где $t_{\alpha/2,n-1}$ – критическое значение t-распределения Стьюдента с (n-1) числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_{\frac{\alpha}{2},\ n-1} = \text{СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х}(\alpha;\ n-1)$

2. Проверка гипотезы о равенстве доли гипотетическому значению

Нулевая гипотеза о равенстве доли признака гипотетическому значению формулируется как H_0: $p = p_0$, где p – доля признака в генеральной совокупности, p_0 – ее гипотетическое значение. В качестве статистического критерия используется статистика

$$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}},$$

при больших объемах выборки стремящаяся к стандартному нормальному распределению N(0;1). Здесь $\bar{p}$ – выборочная доля признака, n – объем выборки.

Альтернативная гипотеза	Критическая область
H_1: $p > p_0$	Правосторонняя: $z \geq z_\alpha$, где z_α – квантиль стандартного нормального распределения (берется по модулю) **<u>В Excel:</u>** $z_\alpha = -\text{НОРМ.СТ.ОБР}(\alpha)$
H_1: $p < p_0$	Левосторонняя: $z \leq -z_\alpha$ **<u>В Excel:</u>** $z_\alpha = -\text{НОРМ.СТ.ОБР}(\alpha)$

H_1: $p \neq p_0$	Двусторонняя: $z \leq -z_{\alpha/2}$ и $z \geq z_{\alpha/2}$,где $z_{\frac{\alpha}{2}}$ – квантиль стандартного нормального распределения (берется по модулю) **<u>В Excel:</u>** $z_{\frac{\alpha}{2}} = -\text{НОРМ.СТ.ОБР}(\frac{\alpha}{2})$

3. Проверка гипотезы о равенстве двух дисперсий

В этом пункте и далее производится сравнение двух генеральных совокупностей X и Y. При этом используются следующие обозначения:

- $x_1, x_2, \dots, x_{n_X}$ - выборка объема n_X из генеральной совокупности X со средним a_X и дисперсией σ_X^2;
- $y_1, y_2, \dots, y_{n_Y}$ - выборка объема n_Y из генеральной совокупности Y со средним a_Y и дисперсией σ_Y^2;
- p_X –доля признака в генеральной совокупности X;
- p_Y – доля признака в генеральной совокупности Y.

Нулевая гипотеза о равенстве дисперсий двух генеральных совокупностей формулируется как H_0: $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$. В качестве статистического критерия используется статистика

$$f = \frac{s_X^2}{s_Y^2}$$

имеющая распределение Фишера. Здесь s_X^2 и s_Y^2 - исправленные выборочные дисперсии.

Альтернативная гипотеза	**Критическая область**
H_1: $\sigma_X^2 > \sigma_Y^2$	Правосторонняя: $f \geq F_\alpha$, где F_α– критическая точка распределения Фишера с n_X–1, n_Y–1 числом степеней свободы **<u>В Excel</u>:** $F_\alpha = \text{F.ОБР.ПХ}(\alpha; n_x - 1; n_y - 1)$
H_1: $\sigma_X^2 < \sigma_Y^2$	Левосторонняя: $f \leq F_{1-\alpha}$, где $F_{1-\alpha}$– критическая точка распределения Фишера с n_X–1, n_Y–1 числом степеней свободы **<u>В Excel</u>:** $F_{1-\alpha} = \text{F.ОБР}(\alpha; n_x - 1; n_y - 1)$
H_1: $\sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$	Двусторонняя: $f \leq F_{1-\alpha/2}$ или $f \geq F_{\alpha/2}$, где $F_{\alpha/2}$ и $F_{1-\alpha/2}$ – критические точки распределения Фишера с n_X–1, n_Y–1 числом степеней свободы **<u>В Excel</u>:** $F_{1-\frac{\alpha}{2}} = \text{F.ОБР}\left(\frac{\alpha}{2}; n_x - 1; n_y - 1\right)$ $F_{\frac{\alpha}{2}} = \text{F.ОБР.ПХ}(\frac{\alpha}{2}; n_x - 1; n_y - 1)$

Проверку равенства дисперсий также можно осуществить с помощью Пакета анализа: Данные → Анализ данных → Двухвыборочный F-тест для дисперсии. Но этот инструмент используется только для одностороннего критерия, поэтому для двусторонней критической области уровень значимости α нужно делить на 2.

4а. Проверка гипотезы о равенстве средних при неизвестных равных дисперсиях

Нулевая гипотеза о равенстве математических ожиданий двух генеральных совокупностей при неизвестных равных дисперсиях формулируется как H_0: $a_X = a_Y$. В качестве статистического критерия используется статистика $a_X \neq a_Y$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{(n_X-1)s_X^2+(n_Y-1)s_Y^2}{n_X+n_Y-2}}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \cdot n_Y}{n_X + n_Y}}$$

имеющая *t*-распределение Стьюдента с n_X+n_Y-2 числом степеней свободы. Здесь $\bar{x}, \bar{y}$ - выборочные средние, s_X^2 и s_Y^2 – исправленные выборочные дисперсии.

Альтернативная гипотеза	**Критическая область**
$H_1:\ a_X > a_Y$	Правосторонняя: $t \geq t_\alpha$, где t_α – критическая точка *t*-распределения Стьюдента с n_X+n_Y-2 числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_\alpha = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР}(\alpha;\ n_x + n_y - 2)$
$H_1:\ a_X < a_Y$	Левосторонняя: $t \leq -t_\alpha$, где t_α – критическая точка *t*-распределения Стьюдента с n_X+n_Y-2 числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_\alpha = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР}(\alpha;\ n_x + n_y - 2)$
$H_1:\ a_X \neq a_Y$	Двусторонняя: $t \leq -t_{\alpha/2}$ или $t \geq t_{\alpha/2}$, где $t_{\alpha/2}$ критическая точка *t*-распределения Стьюдента с n_X+n_Y-2 числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_{\frac{\alpha}{2}} = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х}(\alpha;\ n_x + n_y - 2)$

Проверку равенства средних также можно осуществить с помощью Пакета анализа: Данные → Анализ данных → Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями.

4б. Проверка гипотезы о равенстве средних при неизвестных неравных дисперсиях

Нулевая гипотеза о равенстве математических ожиданий двух генеральных совокупностей при неизвестных равных дисперсиях формулируется как $H_0:\ a_X = a_Y$. В качестве статистического критерия используется статистика

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{n_X} + \frac{s_Y^2}{n_Y}}}$$

имеющая *t*-распределение Стьюдента с числом степеней свободы

$$k = \frac{\left(s_X^2/n_X + s_Y^2/n_Y\right)^2}{\frac{\left(s_X^2/n_X\right)^2}{n_X-1} + \frac{\left(s_Y^2/n_Y\right)^2}{n_Y-1}}$$

Здесь $\bar{x}, \bar{y}$ - выборочные средние, s_X^2 и s_Y^2 – исправленные выборочные дисперсии.

Альтернативная гипотеза	**Критическая область**
$H_1:\ a_X > a_Y$	Правосторонняя: $t \geq t_\alpha$, где t_α – критическая точка *t*-распределения Стьюдента с k числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_\alpha = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР}(\alpha;\ k)$
$H_1:\ a_X < a_Y$	Левосторонняя: $t \leq -t_\alpha$, где t_α – критическая точка *t*-распределения Стьюдента с k числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_\alpha = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР}(\alpha;\ k)$
$H_1:\ a_X \neq a_Y$	Двусторонняя: $t \leq -t_{\alpha/2}$ или $t \geq t_{\alpha/2}$, где $t_{\alpha/2}$ критическая точка *t*-распределения Стьюдента с k числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_{\frac{\alpha}{2}} = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х}(\alpha;\ k)$

Проверку равенства средних также можно осуществить с помощью Пакета анализа: Данные → Анализ данных → Двухвыборочный t-тест с различными дисперсиями.

5. Проверка гипотезы о равенстве долей признака

Нулевая гипотеза о равенстве долей признака двух генеральных совокупностей формулируется как $H_0\colon\ p_X = p_Y$. В качестве статистического критерия используется статистика

$$z = \frac{\bar{p}_X - \bar{p}_Y}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}\right)}},$$

имеющая стандартное нормальное распределение $N(0,1)$. Здесь $\hat{p} = \frac{n_X\bar{p}_X + n_Y\bar{p}_Y}{n_X + n_Y}$ – общая выборочная доля (относительная частота признака, если выборки объединить в одну), $\bar{p}_X, \bar{p}_Y$ – выборочные доли для каждой из выборок, n_X и n_Y – объемы выборок, $\hat{q} = 1 - \hat{p}$.

Альтернативная гипотеза	**Критическая область**
$H_1\colon\ p_X > p_Y$	Правосторонняя: $z \geq z_\alpha$, где z_α – квантиль стандартного нормального распределения (берется по модулю) **<u>В Excel:</u>** $z_\alpha = -\text{НОРМ.СТ.ОБР}(\alpha)$
$H_1\colon\ p_X < p_Y$	Левосторонняя: $z \leq -z_\alpha$ **<u>В Excel:</u>** $z_\alpha = -\text{НОРМ.СТ.ОБР}(\alpha)$
$H_1\colon\ p_X \neq p_Y$	Двусторонняя: $z \leq -z_{\alpha/2}$ и $z \geq z_{\alpha/2}$,где $z_{\frac{\alpha}{2}}$ – квантиль стандартного нормального распределения (берется по модулю) **<u>В Excel:</u>** $z_{\frac{\alpha}{2}} = -\text{НОРМ.СТ.ОБР}(\frac{\alpha}{2})$

6. Проверка гипотезы о равенстве средних для парных выборок

Имеется n независимых случайным образом выбранных объектов, для которых проведены по два измерения: x_i – измерение в один момент времени (или до какого-то воздействия), y_i – измерение в другой момент времени (или после воздействия). Таким образом, исходные данные представлены в виде n независимых случайным образом выбранных пар значений (x_1, y_1), (x_2, y_2), …, (x_n, y_n) из генеральных совокупностей X и Y (строки 2 и 3 в таблице):

1	Генеральные совокупности	Выборочные данные			
2	X	x_1	x_2	…	x_n
3	Y	y_1	y_2	…	y_n
4	$D=X-Y$	$d_1= x_1-y_1$	$d_2= x_2-y_2$	…	$d_n= x_n-y_n$

Значения наблюдений из совокупностей X и Y в парах не являются независимыми, поэтому нельзя использовать t-критерий Стьюдента.

В таком случае рассматривают новую выборку – выборку значений случайной величины $D = X - Y$ (строка 4 в табл.5): $d_1, d_2, \ldots, d_n$, где $d_i = x_i - y_i$. Ее математическое ожидание (генеральное среднее) равно разности математических ожиданий случайных величин $a_D = a_X - a_Y$. Таким образом, нулевая гипотеза $H_0\colon\ a_X = a_Y$ может быть переформулирована как гипотеза о равенстве нулю математического ожидания совокупности D при неизвестной дисперсии: $H_0\colon\ a_D = 0$ (см. **1. Проверка гипотезы о равенстве среднего значения гипотетическому значению при неизвестной дисперсии**).

Для проверки данной гипотезы используется статистический критерий

$$t = \frac{\overline{d}}{\frac{s_D}{\sqrt{n}}}$$

имеющий t-распределение Стьюдента с (n–1) числом степеней свободы. Здесь $\bar{d}$ – выборочное среднее (посчитанное по выборке $d_1, d_2, \dots, d_n$), s_D – исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение (посчитанное по выборке $d_1, d_2, \dots, d_n$), n – объем выборки.

Альтернативная гипотеза	**Критическая область**
$H_1\colon\ a_D > 0$	Правосторонняя: $t \geq t_{\alpha,n-1}$, где $t_{\alpha,n-1}$ – критическое значение t-распределения Стьюдента с (n-1) числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_{\alpha,\ n-1} = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР}(\alpha;\ n-1)$
$H_1\colon\ a_D < 0$	Левосторонняя: $t \leq -t_{\alpha,n-1}$, где $t_{\alpha,n-1}$ – критическое значение t-распределения Стьюдента с (n-1) числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_{\alpha,\ n-1} = -\text{СТЬЮДЕНТ.ОБР}(\alpha;\ n-1)$
$H_1\colon\ a_D \neq 0$	Двусторонняя: $t \leq -t_{\alpha/2,n-1}$ и $t \geq t_{\alpha/2,n-1}$, где $t_{\alpha/2,n-1}$ – критическое значение t-распределения Стьюдента с (n-1) числом степеней свободы **<u>В Excel:</u>** $t_{\frac{\alpha}{2},\ n-1} = \text{СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х}(\alpha;\ n-1)$

Проверку равенства средних также можно осуществить с помощью Пакета анализа: Данные → Анализ данных → Парный двухвыборочный t-тест для средних.

Задания

Выборочные данные представляют собой результаты коэффициента интеллектуального развития (IQ) случайно выбранных респондентов одного возраста, полученные в результате двух измерений с разницей в месяц.

I. Построить доверительные интервалы.

1. Построить доверительный интервал для среднего значения IQ всех респондентов (для первого измерения) с надежностью 0,95.

2. Построить доверительный интервал для среднего квадратического отклонения IQ всех респондентов (для первого измерения) с надежностью 0,95.

3. Построить доверительный интервал для доли респондентов, имеющих IQ выше 100 (для первого измерения), с надежностью 0,95. В Excel: используйте функцию СЧЁТЕСЛИ(...) для подсчета количества респондентов с IQ> 100.

II. Проверить статистические гипотезы

1. При уровне значимости 5% проверить гипотезу о равенстве среднего значения коэффициента IQ всех респондентов (для первого измерения) значению 100.

2. При уровне значимости 5% проверить гипотезу о том, что менее (или более, в зависимости от полученной выборочной доли) половины респондентов имеют коэффициент IQ > 100 (для первого измерения). В Excel: используйте функцию СЧЁТЕСЛИ(...) для подсчета количества респондентов с IQ> 100.

3. При уровне значимости 5% проверить гипотезу о равенстве разброса значений коэффициента IQ у мужчин и женщин (для первого измерения). Для этого предварительно разделите исходные данные по IQ (первое измерение) на две выборки: отдельно для мужчин и женщин. Проверку осуществить двумя методами: по формулам и с помощью Пакета Анализа.

Один из способов, как можно создать две отдельные выборки в Excel, - с использованием инструмента Фильтр:

а) Выделите ячейки, содержащие заголовки «Пол» и «IQ (первое измерение)», и нажмите кнопку «Фильтр»: Данные → Фильтр. В этих ячейках появятся маленькие стрелочки:

	A	B	C	D
1	**Исходные данные**			
2	**Номер респондента**	**Пол**	**IQ (первое измерени**	**IQ (втор измерен**
3	1	муж	80	82
4	2	муж	86	85
5	3	муж	85	86
6	4	муж	86	81

б) Нажмите стрелочку в ячейке «Пол» и в появившейся вкладке снимите галочку в квадратике напротив «жен». Теперь все данные по IQ, соответствующие респондентам женского пола, будут скрыты.

в) Скопируйте значения коэффициента IQ из ячейки «IQ (первое измерение)» (они соответствуют данным только для респондентов мужского пола) на **новый** лист.

г) Проделайте то же самое с данными для респондентов женского пола, скопировав их на тот же новый лист в соседний столбец.

д) Снимите фильтр с ячеек «Пол» и «IQ (первое измерение)», выделив их и нажав кнопку «Фильтр». Маленькие стрелочки должны исчезнуть.

е) Скопируйте две выборки со значениями IQ для мужчин и женщин на старый рабочий лист и продолжайте работать с этими двумя выборками. Выборку значений для мужчин будем считать извлеченной из совокупности X, а для женщин – из совокупности Y.

4. При уровне значимости 5% проверить гипотезу о равенстве средних значений IQ у мужчин и женщин (для первого измерения). Выбрать соответствующий критерий (с неизвестными равными или неравными дисперсиями) в зависимости от результатов предыдущего пункта. Проверку осуществить двумя методами: по формулам и с помощью Пакета Анализа.

5. При уровне значимости 5% проверить гипотезу о равенстве долей респондентов с IQ > 100 у мужчин и женщин (для первого измерения). В Excel: используйте функцию СЧЁТЕСЛИ(...) для подсчета количества респондентов с IQ> 100.

6. При уровне значимости 5% проверить гипотезу о равенстве значений IQ при первом и втором измерении у всех респондентов. Проверку осуществить двумя методами: по формулам и с помощью Пакета Анализа.